

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ УКРАИНЫ

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ  
«ХАРЬКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ»

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ**

к самостоятельной работе студентов над разделом курса ТОЭ

**«Магнитные цепи постоянного и переменного магнитного потока»**

для студентов специальности

141 «Электроэнергетика, электротехника та электромеханика»,

в том числе для иностранных студентов

Утверждено  
редакционно-издательским  
советом университета,  
протокол № 1 от 16.01.2019 г.

Харьков  
НТУ «ХПИ»  
2019

Методические указания к самостоятельной работе студентов над разделом курса ТОЭ «Магнитные цепи постоянного и переменного магнитного потока» для студентов специальности 141 «Электроэнергетика, электротехника та электромеханика», в том числе для иностранных студентов / сост. В.М. Боев. – Харьков : НТУ «ХПИ». – 80 с.

Составитель В.М. Боев

Рецензент Борисенко А.Н.

Кафедра теоретических основ электротехники

## ВСТУПЛЕНИЕ

Магнитопровод из ферромагнитных материалов является необходимой составной частью очень многих электротехнических устройств, изучаемых студентами на последующих специальных дисциплинах, таких как «Электрические машины», «Электрическая часть станций и подстанций», «Электрические аппараты» и др. Поэтому освоение студентом основных законов магнитного поля и магнитных цепей и приобретение практических навыков по расчету таких цепей является залогом успешного обучения на последующих курсах.

Настоящие методические указания для самостоятельной работы по теме «Магнитные цепи постоянного и переменного магнитного потока» содержат два основных раздела:

1. Основные теоретические положения.
2. Примеры расчета.

В первом разделе изложены основные законы магнитного поля и магнитных цепей, методики расчета магнитных цепей различных типов.

Во втором разделе приведены многочисленные примеры расчета магнитных цепей, большей частью с подробным описанием процесса расчета.

Учитывая наблюдающееся в настоящее время широкое применение постоянных магнитов в магнитопроводах электротехнических устройств, в методических указаниях изложены основные теоретические положения теории и приведены примеры расчета магнитных цепей с постоянными магнитами.

В методических указаниях также приведены контрольные вопросы и краткие ответы на них.

# 1. ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

## 1.1. Основные законы магнитного поля

Основной величиной, характеризующей магнитное поле, является индукция магнитного поля, определяемая как сила, действующая на единичный элемент длины проводника с током, при условии перпендикулярности вектора  $\vec{B}$  и проводника с током:

$$\vec{B} = \lim_{(d\ell) \rightarrow 0} \frac{d\vec{F}}{Id\ell}.$$

Это равенство получено из уравнения для силы, действующей на проводник с током в магнитном поле, (закон Ампера):

$$d\vec{F} = I [d\vec{\ell} \cdot \vec{B}].$$

Для характеристики магнитного поля используют также напряженность магнитного поля  $\vec{H}$  [А/м] и намагниченность  $\vec{M}$  [А/м], связанные с индукцией  $\vec{B}$  [Тл] равенством

$$\vec{B} = \mu_a \vec{H} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M}), \quad (1.1)$$

где  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м;  $\mu_a = \mu_0 \cdot \mu$  – абсолютная магнитная проницаемость;  $\mu$  – относительная магнитная проницаемость.

Индукцию магнитного поля можно понимать как поверхностную плотность магнитного потока, который определяется по формуле

$$\Phi = \int_S \vec{B} d\vec{S} \quad \text{или при } B = \text{const}, \quad \Phi = B \cdot S. \quad (1.2)$$

Единица измерения потока – Вебер [Вб].

Принцип (закон) непрерывности магнитного потока или принцип замкнутости силовых линий магнитного поля экспериментально установлен Фарадеем, который рассматривал линии магнитного поля как физически существующие нити (трубки) магнитного потока, обладающие тяжением (стремящиеся сократиться) и боковым распором.

Математическое обоснование принципа непрерывности магнитного потока дано Максвеллом. В интегральной форме четвертое уравнение Максвелла совпадает с принципом непрерывности магнитного потока.

$$\oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0 \quad (1.3)$$

Поток вектора индукции магнитного поля сквозь любую замкнутую поверхность равен нулю. Другими словами, силовые линии магнитного поля не имеют ни начала, ни конца и являются замкнутыми линиями. Сколько силовых линий вошло в замкнутую поверхность  $S$ , столько и вышло. Непрерывность магнитных силовых линий соответствует отсутствию в природе магнитных зарядов (на которых бы начинались и заканчивались силовые линии).

Согласно закону электромагнитной индукции (закону Фарадея) в контуре, охватывающем переменный магнитный поток  $\Phi$ , наводится ЭДС, равная скорости изменения потока, взятой с обратным знаком

$$e = -\frac{\partial \Phi}{\partial t}.$$

Из закона электромагнитной индукции выводится второе уравнение Максвелла.

Если контур состоит из  $W$  витков, и все они сцеплены с потоком  $\Phi$ , то результирующая ЭДС равна

$$e = -W \frac{\partial \Phi}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial t}(W\Phi) = -\frac{\partial \Psi}{\partial t}. \quad (1.4)$$

Произведение  $(W\Phi) = \Psi$  называют потокоцеплением или полным потоком. Для линейной среды экспериментально установлено, что потокоцепление пропорционально току

$$\Psi = Li,$$

где  $L$  – коэффициент пропорциональности, который называется индуктивностью или коэффициентом самоиндукции.

Индуктивность зависит от геометрических размеров системы витков с током и от магнитной проницаемости среды. Единица измерения индуктивности – Генри [Гн].

Учитывая равенство  $\Psi = Li$ , закон электромагнитной индукции принимает вид:

$$e = -L \frac{di}{dt}.$$

В случае двух контуров с магнитной связью имеем:

$$e = -\frac{d\psi_L}{dt} \pm \frac{d\psi_M}{dt};$$

$$e_1 = -L_1 \frac{di_1}{dt} \mp M \frac{di_2}{dt};$$

$$e_2 = -L_2 \frac{di_2}{dt} \mp M \frac{di_1}{dt},$$

где  $\Psi_L = Li$ ,  $\Psi_M = Mi$ ,  $M$  – коэффициент взаимной индукции.

Закон полного тока выражает те же опытные факты, что и закон Био-Савара, однако в форме, значительно более удобной для практики. Для замкнутого линейного контура с током  $I$ , находящегося в линейной среде, напряженность магнитного поля, создаваемая таким контуром, определяется по закону Био-Савара.

$$\vec{H} = \frac{I}{4\pi} \oint_l \frac{[\vec{dl} \cdot \vec{r}_0]}{r^2} \text{ А/м},$$

где  $\vec{dl}$  – векторный элемент длины проводника, имеющий направление тока  $I$ , м;  $\vec{r}_0$  – единичный вектор, направленный от элемента  $\vec{dl}$  к точке наблюдения, [м];

$r$  – расстояние от элемента  $\vec{dl}$  до точки наблюдения, [м].

Для любого замкнутого контура  $l$  справедлив закон полного тока:

$$\oint_l \vec{H} d\vec{l} = \sum_k i_k = I$$

или

$$\oint_l \vec{H} d\vec{l} = IW. \quad (1.5)$$

Циркуляция вектора напряженности магнитного поля по замкнутому контуру равна полному току, сцепленному с этим контуром (то есть, равна полному току через любую поверхность, опирающуюся на этот контур). Из закона полного тока выводится первое уравнение Максвелла.

Энергия магнитного поля определяется как интеграл от скалярного произведения векторов  $\vec{B}$  и  $\vec{H}$

$$W = \int_v \frac{\vec{B}\vec{H}}{2} \cdot dV = \int_v \frac{\mu_a H^2}{2} \cdot dV,$$

или через индуктивность и потокосцепление

$$W = \frac{L \cdot i^2}{2} = \frac{\Psi \cdot i}{2}.$$

Удельная магнитная энергия (приходящаяся на единицу объема, занятого магнитным полем) это подинтегральное выражение в формуле энергии

$$W' = \frac{B \cdot H}{2} = \frac{\mu_a H^2}{2}. \quad (1.6)$$

Сила, действующая в магнитном поле в направлении  $x$ :

$$F = \frac{dW}{dx}.$$

## 1.2. Закон Ома и законы Кирхгофа для магнитной цепи

*Магнитной цепью* называется совокупность элементов электротехнических устройств, образующих замкнутый путь, по которому под действием магнитодвижущих сил замыкается магнитный поток.

Конструктивное выполнение магнитной цепи называют магнитопроводом. Магнитопровод входит в состав большинства электрических машин и аппаратов, некоторых измерительных приборов и других электротехнических устройств. Как правило, магнитопровод выполняется из магнитомягких ферромагнитных материалов, обладающих большой магнитной проницаемостью и относительно малым магнитным сопротивлением (электротехнические стали, ферриты и др.). Ферромагнитные материалы характеризуются кривой намагничивания или петлей гистерезиса, которые являются нелинейными зависимостями, связывающими индукцию и напряженность магнитного поля  $B = f(H)$ , (1.1.). Таким образом, магнитная цепь – это нелинейная цепь.

Основными законами магнитной цепи являются:

– Закон Ома:

$$\Phi = F/R_M, \quad (1.7)$$

где  $\Phi$  – магнитный поток, проходящий через поперечное сечение магнитопровода;  $F = Iw$  – магнитодвижущая сила (МДС) или намагничивающая сила («ампервитки»);  $R_M$  – магнитное сопротивление замкнутой цепи, или участка магнитной цепи.

В общем случае магнитное сопротивление определяется по формуле:

$$R_M = \frac{\oint \bar{H} d\bar{l}}{\Phi} = \frac{\oint B dl}{\mu_a \Phi},$$

которая, для участка цепи с постоянным магнитным потоком (1.2.), сводится к следующему выражению:

$$R_M = \frac{l}{\mu_a S}.$$

– Законы Кирхгофа.

Первый закон Кирхгофа выводится из закона непрерывности магнитного потока (1.3) и формулируется следующим образом. Алгебраическая сумма магнитных потоков, сходящихся в узле разветвленной магнитной цепи, равна нулю.

$$\sum_K \Phi_K = 0. \quad (1.8)$$

Второй закон Кирхгофа получают из закона полного тока (1.5):

$$\sum_K H_K \ell_K = \sum_K I_K w_K,$$

или

$$\sum_K U_{MK} = \sum_K F_K. \quad (1.9)$$

Алгебраическая сумма падений магнитного напряжения вдоль замкнутого контура магнитной цепи равна алгебраической сумме магнитодвижущих сил вдоль этого контура. Падение магнитного напряжения можно записать как произведение потока на магнитное сопротивление

$$U_M = Hl = \frac{B}{\mu_a} l = \Phi \frac{l}{\mu_a S} = \Phi R_M.$$

Тогда формула второго закона Кирхгофа будет иметь вид:

$$\sum_K \Phi_K R_{MK} = \sum_K I_K w_K. \quad (1.9')$$

В формулах (1.7)–(1.9) наблюдается формальная аналогия с законами Ома и Кирхгофа для электрической цепи (нелинейной). Аналогом тока электрической цепи является поток магнитной цепи, аналогом ЭДС – МДС, электрическому сопротивлению соответствует магнитное сопротивление. Поэтому все методы расчета нелинейных электрических цепей применимы и для магнитных цепей. Нелинейную электрическую цепь (или нелинейный участок цепи) характеризуют вольт-амперной характеристикой  $U = f(I)$ . Магнитную цепь (или участок цепи) характеризуют вебер-амперной характеристикой  $\Phi = f(U_M)$  или  $\Phi = f(I)$ .

### 1.3. Расчет магнитных цепей

#### 1.3.1. Вебер-амперная характеристика

Вебер-амперная характеристика строится для участка магнитной цепи с одним магнитным потоком, как зависимость потока от падения магнитного напряжения на этом участке  $\Phi = f(U_M)$ , или для неразветвленной магнитной цепи в целом, как зависимость магнитного потока от намагничивающего тока  $\Phi = f(I)$  или от МДС  $\Phi = f(I\omega)$ .

В первом случае задаются несколькими значениями магнитного потока или индукции (например, для электротехнических сталей в пределах  $B = 0 \div 1,5$  Тл), по которым определяют падение магнитного напряжения  $U_M = \sum_K H_K l_K$  и строят зависимость  $\Phi = f(U_M)$ . При этом величины напряженности магнитного поля  $H_K$  на участках из ферромагнитного материала определяются по кривой намагничивания, а на участках воздушного зазора по формуле

$$H = \frac{B}{\mu_0}.$$

Во втором случае задаются несколькими значениями потока и определяют необходимую для проведения этого потока МДС, как сумму падений магнитного напряжения на всех участках замкнутой неразветвленной цепи.

Например, рассчитаем вебер-амперную характеристику для участка магнитной цепи, состоящего из ферромагнетика (кривая намагничивания – таблица 1.1, рисунок 1.1), имеющего поперечное сечение  $S = 5 \text{ см}^2$  и длину  $\ell = 15 \text{ см}$ , и воздушного зазора в нем длиной  $\delta = 0,005 \text{ см}$  (один стержень магнитопровода с воздушным зазором).

Порядок расчета проиллюстрируем для значения индукции  $B = 0,5 \text{ Тл}$ :

- определяем магнитный поток  $\Phi = B \cdot S = 0,5 \cdot 5 \cdot 10^{-4} = 25 \cdot 10^{-5} \text{ Вб}$ ;
- падение магнитного напряжения в ферромагнетике  $H \cdot l = 40 \cdot 0,15 = 6 \text{ А/м}$  (по кривой намагничивания таблица 1.1, рисунок 1.1, значению  $B = 0,5 \text{ Тл}$  соответствует  $H = 40 \text{ А/м}$ );
- падение магнитного напряжения в воздушном зазоре

$$H_{\delta} \cdot \delta = \frac{B}{\mu_0} \delta = \frac{0,5 \cdot 5 \cdot 10^{-5}}{4\pi \cdot 10^{-7}} = 20 \text{ А/м (полагаем } S_{\delta} = S, \text{ тогда } B_{\delta} = B, \text{ т.к.}$$

магнитный поток один и тот же  $\Phi = B \cdot S = \Phi_{\delta} = B_{\delta} \cdot S_{\delta}$ );

– падение магнитного напряжения на участке магнитной цепи в целом  $U_M = H \cdot l + H_{\delta} \cdot \delta = 26 \text{ А/М}$ .

Аналогично рассчитываем падение магнитного напряжения и поток для других значений индукции. Результаты расчета приведены в таблице 1.1.

По данным таблицы 1.1 строится вебер-амперная характеристика  $\Phi = f(U_M)$ , рисунок 1.1, по которой можно определить магнитное падение напряжения  $U_M$ , то есть ту часть МДС  $I_w$ , которая необходима для проведения заданного потока  $\Phi$  через данный участок магнитной цепи.

Другими словами, вебер – амперная характеристика показывает, какую часть МДС необходимо израсходовать на проведение магнитного потока  $\Phi$  через данный участок магнитной цепи.

Таблица 1.1

$B$ , Тл	$H$ , А/м	$\Phi$ , $B\delta \cdot 10^{-5}$	$H_{\delta}$ , А/м $\cdot 10^5$	$H \cdot l$ , А	$H_{\delta} \cdot \delta$ , А	$U_M$ , А
0,5	40	25	4	6	20	26
0,8	130	40	6,4	19,5	32	51,5
1,0	300	50	8	45	40	85
1,1	440	55	8,8	66	44	110
1,2	700	60	9,6	105	48	153
1,3	1080	65	10,4	162	52	214
1,4	1800	70	11,2	270	56	326

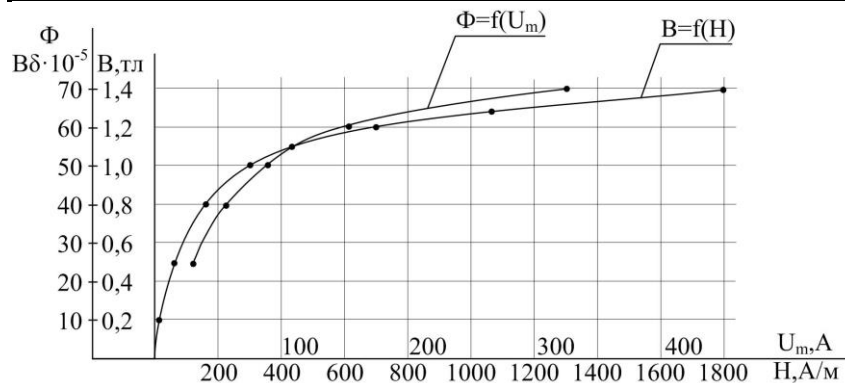


Рисунок 1.1

### 1.3.2. Магнитные цепи с постоянным магнитным потоком

При расчете магнитных цепей различают два типа задач: прямую и обратную.

*Прямая задача расчета магнитной цепи* заключается в определении МДС (или тока, если известно число витков) по заданным геометрическим размерам, материалу магнитопровода и величине магнитного потока (или магнитной индукции).

*В обратной задаче расчета магнитной цепи* требуется по заданной МДС (или тока, если известно число витков), геометрическим размерам, материалу магнитопровода определить магнитный поток (или магнитную индукцию).

#### 1.3.2.1. Неразветвленная магнитная цепь

*Решение прямой задачи для неразветвленной магнитной цепи* сводится к: разбиению цепи на однородные участки, определению их длины и сечений, вычислению на них магнитных индукций, определению напряженности магнитного поля по кривой намагничивания для участков из ферромагнитного материала и – расчетным путем – для участков из неферромагнитных материалов и воздушных зазоров, вычислению падений магнитного напряжения на участках.

Искомую МДС определяют на основании закона Ома или второго закона Кирхгофа для неразветвленной замкнутой магнитной цепи, а ток – как отношение этой МДС к числу витков.

*Обратную задачу для неразветвленной магнитной цепи* решают графоаналитическим методом с помощью построения *магнитной характеристики*  $\Phi = f(Iw)$  (вебер-амперная характеристика), по которой по заданной МДС  $F = Iw$  определяют искомый магнитный поток. Для построения этой характеристики задаются несколькими значениями магнитного потока и находят соответствующие им МДС, как это было указано при решении прямой задачи.

Для уверенности в том, что искомый магнитный поток попадает на построенный участок магнитной характеристики, рекомендуется в качестве первого приближения  $\Phi'$  принимать значение магнитного потока, найденного при условии, что магнитными сопротивлениями ферромагнит-

ных участков можно пренебречь по сравнению с магнитными сопротивлениями воздушного зазора (если он имеется). Все последующие значения магнитного потока должны быть меньше  $\Phi'$ , поскольку это заведомо завышенное значение потока (не учтено магнитное сопротивление ферромагнитных участков цепи). Для решения этой задачи применяют и другие графоаналитические методы по аналогии с расчетом нелинейных неразветвленных электрических цепи постоянного тока, например, метод пересечений, а также метод последовательных приближений.

### *1.3.2.2. Разветвленная магнитная цепь*

При расчете разветвленных магнитных цепей, прежде всего, обращают внимание на форму магнитопровода и количество источников МДС (обмоток).

Если разветвленная магнитная цепь обладает симметрией относительно некоторой оси как с точки зрения геометрической формы магнитопровода, так и с точки зрения расположения обмоток, величины и направления, создаваемых ими МДС, то расчет такой цепи фактически сводится к расчету неразветвленной магнитной цепи.

В других случаях расчет разветвленных магнитных цепей осуществляется на основании первого и второго законов Кирхгофа для магнитной цепи. Для составления уравнений по этим законам рекомендуется предварительно составить схему замещения рассматриваемой магнитной цепи.

Если разветвленная магнитная цепь содержит лишь одну обмотку, то прямую задачу расчета такой цепи решают непосредственно вычислением падения магнитных напряжений на отдельных участках этой цепи с последующим их суммированием и определением искомой МДС (или тока).

В других случаях как прямую, так и обратную задачи расчета разветвленной магнитной цепи решают графоаналитическими методами с помощью расчетов и построения магнитных характеристик  $\Phi = f(\sum H_K \ell_K)$  отдельных ветвей магнитной цепи с использованием законов Кирхгофа.

Примеры расчета магнитных цепей приведены в разделе 2.1.

### 1.3.3. Магнитные цепи с постоянными магнитами

Магнитные цепи с постоянными магнитами широко применяются в электрических аппаратах, бесконтактных электрических машинах и других электрических устройствах, в которых для создания магнитного поля в некотором воздушном зазоре используются постоянные магниты. Постоянные магниты изготавливают из магнитотвердых ферромагнитных материалов, которые, в отличие от магнитомягких, обладают полого поднимающейся основной кривой намагничивания и большой площадью петли гистерезиса. Для постоянных магнитов используются мартенситные стали (хромистая, вольфрамовая, платинокобальтовая и др.), ферриты с широкой петлей гистерезиса (например, бариевые ферриты), специальные сплавы (самарий-кобальт, платина-кобальт и др.). Процесс получения постоянного магнита поясним на примере кольцевого сердечника, рисунок 1.2, а, выполненного из магнитотвердого материала.

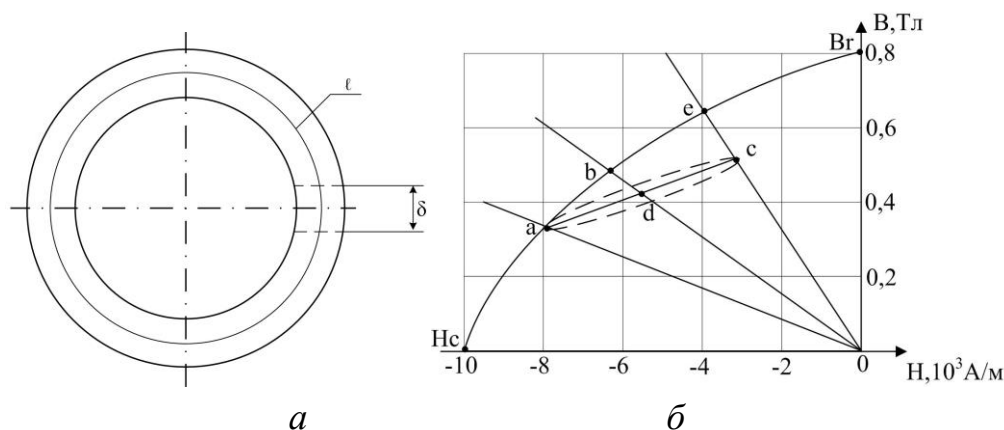


Рисунок 1.2

На сердечник намотаем обмотку равномерно по окружности и пропустим по ней ток такой величины, чтобы намагнитить сердечник до насыщения. При этом индукция магнитного поля в теле сердечника определяется, как результат действия двух магнитодвижущих сил: обмотки и намагниченного сердечника (1.1)

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}) = \mu_0\vec{H}(1 + k_M) = \mu_a\vec{H}.$$

Здесь  $\vec{M}$  – вектор намагниченности сердечника, равный объемной плотности магнитных моментов намагниченного вещества сердечника

$\left[ \frac{A_M^2}{M^3} = A/M \right]$ , величина которого пропорциональна намагничивающему полю, то есть индукции  $B$  или напряженности  $H$  магнитного поля:

$$\bar{M} = k_M \bar{H},$$

где  $k_M$  – коэффициент магнитной восприимчивости вещества сердечника, величина безразмерная.

Напряженность магнитного поля, создаваемого в сердечнике обмоткой с током, определяется из второго закона Кирхгофа для магнитной цепи:

$$H\ell = I_w,$$

где  $\ell$  – длина средней силовой линии, м.

После удаления обмотки с током, магнитное поле в сердечнике будет определяться только остаточной намагниченностью сердечника  $M_0$ , то есть индукция магнитного поля будет равна:

$$\bar{B}_r = \mu_0 M_0.$$

На рисунке 1.2, *б* указана точка индукции остаточного намагничивания  $B_r$ , соответствующая  $H = 0$ . Если вырезать теперь в сердечнике, рисунок 1.2, *а*, ферромагнетик и сделать воздушный зазор величиной  $\delta$ , то величина магнитного поля в сердечнике станет меньше  $B_r$ , как из-за уменьшения объема намагниченного вещества, так и из-за увеличения магнитного сопротивления магнитному потоку, вследствие появления воздушного зазора. При этом процесс уменьшения индукции будет идти по нисходящей части петли гистерезиса, рисунок 1.2, *б*, от точки  $B_r$  до точки *а* или *б* (в зависимости от величины воздушного зазора). Нисходящая часть петли гистерезиса во втором квадрате (от точки  $B_r$  до точки  $H_c$ ) называется кривой размагничивания и используется при расчете магнитной цепи с постоянным магнитом.

В воздушном зазоре энергия магнитного поля может превращаться в другие виды энергии, например, в механическую. По второму закону Кирхгофа (в соответствии с законом полного тока), составленному для замкнутого контура  $\ell$  в магнитной цепи, рисунок 1.2, *а*, имеем:

$$H_{ст} (l - \delta) + H_\delta \cdot \delta = 0, \quad (1.10)$$

где  $H_{ст}$ ,  $H_\delta$  – напряженность магнитного поля в сердечнике и зазоре соответственно.

Если пренебречь потоком рассеяния (что допустимо при малом воздушном зазоре  $\delta \ll \ell$ ), то магнитный поток в любом сечении магнитопровода один и тот же, то есть, магнитный поток в сердечнике  $\Phi = B_{\text{СТ}} \cdot S_{\text{СТ}}$  и поток в воздушном зазоре  $\Phi_{\delta} = S_{\delta} B_{\delta}$  будут одинаковыми, следовательно:

$$B_{\text{СТ}} \cdot S_{\text{СТ}} = B_{\delta} S_{\delta}; \quad B_{\delta} = B_{\text{СТ}} \frac{S_{\text{СТ}}}{S_{\delta}}. \quad (1.11)$$

Из равенств (1.10), (1.11) следует, что

$$-H_{\text{СТ}} = H_{\delta} \frac{\delta}{l - \delta} = \frac{B_{\delta}}{\mu_0} \cdot \frac{\delta}{l - \delta} = B_{\text{СТ}} \frac{S_{\text{СТ}} \cdot \delta}{\mu_0 \cdot S_{\delta} (l - \delta)}. \quad (1.12)$$

То есть, напряженность магнитного поля в стали сердечника направлена встречно напряженности магнитного поля в воздушном зазоре и индукции магнитного поля (в стали и зазоре).

Уравнение (1.12) описывает линейную зависимость. Другая (нелинейная) зависимость описывается кривой размагничивания, рисунок 1.2, б. По уравнению (1.12) строится прямая линия ( $oa$  – на рисунке 1.2, б). Точка  $a$  пересечения этой прямой с кривой размагничивания и будет рабочей точкой магнитной цепи для данного воздушного зазора.

Если теперь уменьшить воздушный зазор вставкой из магнитомягкого ферромагнетика до величины  $\delta_1 < \delta$ , то процесс пойдет из точки  $a$ , рисунок 1.2, б, не в точку  $b$ , (или  $e$  – в зависимости от величины зазора  $\delta$ ), а по нижней ветви частной петли гистерезиса  $a-c$ . Если убрать вставку, то обратный процесс возврата в точку  $a$  идет по верхней ветви частной петли гистерезиса  $c-a$ . Обычно частную петлю гистерезиса заменяют прямой линией  $a-c$ , которая называется «прямой возврата» и строится параллельно касательной к петле гистерезиса в точке  $B_r$ . Для магнитной цепи с зазором  $\delta_1$  во втором законе Кирхгофа

$$H_{\text{СТ}} (l - \delta) + H_M (\delta - \delta_1) + H_{\delta} \cdot \delta_1 = 0$$

обычно пренебрегают падением магнитного напряжения  $H_M (\delta - \delta_1)$  в магнитомягкой вставке. Если новый воздушный зазор  $\delta_1$  таков, что ему соответствует прямая  $ob$  на рисунке 1.2 б (построенная по уравнению (1.12) при зазоре  $\delta_1$ ), то рабочая точка магнитной цепи переместится в точку  $d$ . Если бы мы сразу сделали воздушный зазор, равный  $\delta_1 < \delta$ , то рабочей точкой была бы точка  $b$ . Но под действием случайных «промышленных помех», способных изменить магнитное поле в сердечнике (например, до

напряженности  $H_{ст} = 8000$  А/м), рабочая точка может переместиться в некоторую другую точку кривой размагничивания (в точку  $a$ , например). После прекращения действия «помехи» процесс не вернется в точку  $b$ , а окажется в точке  $d$  и нормальная работа магнитной цепи (и всего устройства) будет нарушена.

Таким образом, точка  $b$  является неустойчивой, а для рабочей точки  $d$  не страшны «помехи», не выводящие ее левее точки  $a$ , вследствие чего она называется стабилизированной рабочей точкой постоянного магнита (цепи).

На практике постоянные магниты в магнитной цепи снабжаются наконечниками из магнитомягкого ферромагнетика, которые, кроме стабилизации рабочей точки, позволяют легко получить требуемую форму воздушного зазора, так как магнитомягкие материалы значительно легче поддаются механической обработке, чем магнитотвердые. Перевод рабочей точки магнитной цепи из нестабилизированного положения точки  $b$  в стабилизированное (точка  $d$ ) может осуществляться и без изменения зазора, но с помощью временной размагничивающей обмотки, переводящей рабочую точку  $b$  в положение точки  $a$ , (после снятия которой, рабочая точка займет стабилизированное положение точки  $d$ ).

Энергия магнитного поля, заключенная в воздушном зазоре магнитной цепи, равна (1.6)

$$W_M = \frac{B_\delta \cdot H_\delta}{2} \cdot S_\delta \cdot \delta.$$

Выражая здесь  $B_\delta$  и  $H_\delta$  через  $B_{ст}$ ,  $H_{ст}$  в соответствии с (1.10), (1.11) получим

$$W_M = \frac{B_{ст} H_{ст}}{2} \cdot S_{ст} \cdot (l - \delta).$$

Разделив на объем постоянного магнита  $V = S_{ст} \cdot (l - \delta)$ , получим удельную объемную энергию, то есть энергию, отдаваемую единицей объема магнита во внешнее пространство (воздушный зазор)

$$W'_M = \frac{B_{ст} \cdot H_{ст}}{2}.$$

На кривой размагничивания материала постоянных магнитов имеется точка, где произведение  $B_{ст} \cdot H_{ст}$ , а, следовательно, и удельная энергия максимальны. Зная координаты этой точки ( $B_m$ ,  $H_m$ ) на кривой размагничива-

ния, можно по заданному магнитному потоку  $\Phi = \Phi_\delta$  и размерам воздушного зазора  $S_\delta$  и  $\delta$  определить оптимальные размеры магнита (используя (1.10), (1.11)):

$$S_{CT} = \frac{\Phi_\delta}{B_m}, \quad l_{CT} = l - \delta = \frac{H_\delta \cdot \delta}{H_m} = \frac{B_\delta \cdot \delta}{\mu_0 H_m} = \frac{\Phi_\delta \cdot \delta}{\mu_0 S_\delta H_m} = R_M \frac{\Phi_\delta}{H_m}$$

здесь  $R_M = \frac{\delta}{\mu_0 S_\delta}$  – магнитное сопротивление воздушного зазора.

Механическая сила, действующая в воздушном зазоре, может быть определена как производная от энергии магнитного поля воздушного зазора по направлению перемещения  $x$ :

$$F = \frac{dW_M}{dx}.$$

Примеры расчета магнитных цепей с постоянными магнитами приведены в разделе 2.2.

#### *1.3.4. Магнитные цепи с переменным магнитным потоком*

Магнитопровод с переменным магнитным потоком имеют такие широко применяемые устройства, как трансформатор, реактивная катушка со стальным сердечником (дроссель), различного назначения электрические аппараты, питаемые переменным током (напряжением). Отличительной особенностью магнитной цепи с переменным магнитным потоком является наличие потерь активной энергии (мощности) в стальном магнитопроводе. Потери на гистерезис в магнитопроводе пропорциональны частоте и квадрату индукции магнитного поля (в пределах индукций  $0,8 \div 1,6$  Тл)

$$P_\Gamma = k_\Gamma B_m^2 f G_{CT} \text{ Вт.}$$

Потери на вихревые токи пропорциональны квадрату частоты и индукции

$$P_B = k_B B_m^2 f^2 G_{CT} \text{ Вт.}$$

В этих формулах (формулы Штейнмеца):  $k_\Gamma, k_B$  – коэффициенты, зависящие от марки стали;  $B_m$  – амплитудное значение индукции в стали, Тл;  $G_{CT}$  – вес магнитопровода, кг;  $f$  – частота тока обмотки, а значит и потока в магнитопроводе, Гц.

В государственных стандартах на электротехнические стали приводятся общие удельные потери  $p_0$  [Вт/кг] для различных значений индукции

$B_m$  и частоты  $f$ . При этом суммарные потери в стали (на гистерезис и вихревые токи) приближенно могут быть определены по формуле (для частоты  $f = 50$  Гц):

$$P_{CT} + P_{\Gamma} + P_B = P_0 B_m^2 G_{CT}, \quad (1.13)$$

где  $p_0$  – удельные потери для индукции  $B_m = 1$  Тл и частоты  $f = 50$  Гц.

Для уменьшения потерь в стали магнитопровод выполняется шихтованным, то есть набранным из тонких (0,5 мм или 0,35 мм) изолированных друг от друга листов электротехнической стали.

Рассмотрим магнитную систему двухобмоточного трансформатора, рисунок 1.3.

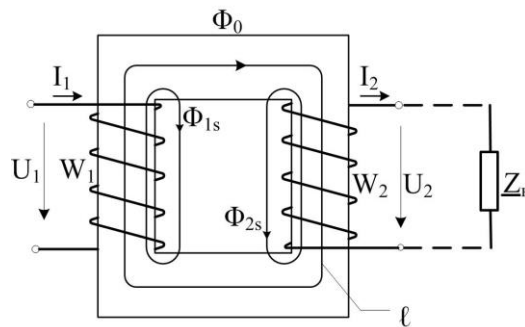


Рисунок 1.3

Подаваемое на первичную обмотку гармоническое напряжение  $U_1$  вызывает в обмотке ток  $I_1$ , который создает магнитный поток, состоящий из основного магнитного потока  $\Phi_0$  и потока рассеяния  $\Phi_{1s}$ . Основной магнитный поток вызывает в первичной обмотке ЭДС самоиндукции  $e_1$ , во вторичной обмотке – ЭДС взаимной индукции  $e_2$  (в соответствии с законом электромагнитной индукции (1.4)):

$$e_1 = -\frac{d\Psi_{10}}{dt} = -w_1 \frac{d\Phi_0}{dt},$$

$$e_2 = -\frac{d\Psi_{20}}{dt} = -w_2 \frac{d\Phi_0}{dt}.$$

Если вторичная обмотка замкнута на нагрузку  $Z_H$ , то ЭДС взаимной индукции вызывает в ней ток  $I_2$ , который создает свой магнитный поток, направленный практически встречно потоку  $\Phi_0$  первичной обмотки.

Таким образом, в режиме нагрузки основной магнитный поток  $\Phi_0$  есть результат действия двух намагничивающих сил  $I_1 w_1$  и  $I_2 w_2$ . При этом основной магнитный поток  $\Phi_0$  в режиме номинальной нагрузки незначи-

тельно отличается от основного магнитного потока  $\Phi_0$  в режиме холостого хода.

Магнитный поток рассеяния имеет сложную картину распределения в пространстве, но в расчетах, исходят из предположения, что каждая из обмоток имеет свой поток рассеяния (рисунок 1.3), зависящий только от одного тока  $I_1$ , или  $I_2$  соответственно.

В реальных трансформаторах, в целях уменьшения потока рассеяния, первичную и вторичную обмотки помещают на одном стержне магнитопровода.

В режиме холостого хода, когда вторичная обмотка разомкнута ( $I_2 = 0$ ), магнитный поток создается только первичной обмоткой. Второй закон Кирхгофа для контура первичной обмотки имеет вид:

$$R_1 i_1 + \frac{d\psi_1}{dt} = u_1 = U_{1m} \sin \omega t, \quad (1.14)$$

где  $R_1$  – активное сопротивление первичной обмотки;  $\Psi_1 = \Psi_{10} + \Psi_{1s}$  – потокосцепление первичной обмотки;  $\Psi_{10}$  – потокосцепление основного магнитного потока  $\Phi_0$ ;  $\Psi_{1s}$  – потокосцепление потока рассеяния  $\Phi_{1s}$ .

Потокосцепление  $\Psi_{10}$  нелинейно зависит от тока, поэтому его записывают в зависимости от потока  $\Phi_0$ , а потокосцепление рассеяния  $\Psi_{1s}$  пропорционально току  $i_1$ , так как поток рассеяния  $\Phi_{1s}$  замыкается через немагнитную линейную среду (рисунок 1.3):

$$\begin{aligned} \Psi_{10} &= w_1 \Phi_0, \\ \Psi_{1s} &= L_{1s} i_1. \end{aligned}$$

Подставляя в уравнение (1.14), получим

$$R_1 i_1 + w_1 \frac{d\Phi_0}{dt} + L_{1s} \frac{di_1}{dt} = u_1. \quad (1.15)$$

Пренебрегая активным сопротивлением обмотки  $R_1$ , и потоком рассеяния  $\Phi_{1s}$ , получим уравнение для простейшего (идеализированного) трансформатора (в этом случае напряжение  $u_1$ , обозначаем, как  $u_0$ ):

$$w_1 \frac{d\Phi_0}{dt} = u_1 = u_0. \quad (1.16)$$

В этом случае напряжение источника  $u_0(t)$  расходуется на преодоление ЭДС от основного магнитного потока

$$e_1 = -w_1 \frac{d\Phi_0}{dt} = -u_0 = -U_{1m} \sin \omega t.$$

Отсюда следует, что при гармонически изменяющемся напряжении источника  $u_0$ , основной магнитный поток также будет гармонической функцией времени, так как

$$\Phi_0 = -\frac{1}{w_1} \int e_1 dt = \frac{1}{w_1} \int u_0 dt = \frac{U_{1m}}{w_1} \int \sin \omega t dt = -\frac{U_{1m}}{\omega w_1} \cos \omega t = \frac{U_{1m}}{\omega w_1} \sin \left( \omega t - \frac{\pi}{2} \right),$$

где  $\frac{U_{1m}}{\omega w_1} = \Phi_m$  – амплитудное значение основного магнитного потока.

Амплитудное значение ЭДС от основного магнитного потока равно в этом случае амплитудному значению приложенного напряжения  $u_0(t)$ , т.е.

$$E_{1m} = U_{1m} = \omega w_1 \Phi_m.$$

Тогда действующее значение ЭДС идеализированного трансформатора в режиме холостого хода будет равно

$$E_1 = \frac{E_{1m}}{\sqrt{2}} = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} f w_1 \Phi_m = 4,44 f w_1 \Phi_m.$$

Таким образом, в простейшем трансформаторе при гармоническом приложенном напряжении  $u_0$  основной магнитный поток  $\Phi_0$  и ЭДС от него будут также гармоническими функциями времени.

Чтобы судить о форме кривой тока в обмотке, необходимо знать взаимозависимость мгновенных значений потока  $\Phi_0$  и тока в обмотке  $i_1 = i_0$ , то есть, характеристику намагничивания трансформатора  $\Phi_0 = f(i_0)$  (вебер-амперную характеристику). Так как поток  $\Phi_0 = B \cdot S$  отличается от индукции  $B$  на постоянный множитель  $S$  (площадь сечения магнитопровода), а напряженность магнитного поля  $H$  связана с током  $i_0$  также через постоянные множители  $\ell$  и  $w$  (в соответствии со вторым законом Кирхгофа для магнитной цепи, рисунок 1.3,  $H\ell = iw$ ), то вебер-амперная характеристика  $\Phi = f(i)$  будет иметь такую же форму, как и петля гистерезиса. Если пренебречь потерями в стали магнитопровода, то зависимость мгновенных значений  $\Phi = f(i)$  будет такой же, как на постоянном токе, и по форме аналогичной кривой намагничивания  $B = f(H)$ , рисунок 1.4 (левая часть). Используя кривую синусоидально изменяющегося магнитного потока  $\Phi(\omega t)$  и вебер-амперную характеристику  $\Phi = f(i)$  строим зависимость тока от времени  $i(\omega t)$ , как показано на рисунке 1.4 (точки  $a, b$ ).

Таким образом, в простейшем (идеализированном) трансформаторе при синусоидальном приложенном напряжении  $u_0(t)$ , магнитный поток будет иметь также синусоидальную форму, а ток в обмотке  $i_{0p}(t)$  будет явно несинусоидальным, совпадающим по фазе с магнитным потоком  $\Phi_0$ .

Кривая тока  $i_{0p}$  симметрична, следовательно, содержит только нечетные гармоники. Процент содержания высших гармоник тем больше, чем выше амплитуда индукции  $B_m$  (и потока  $\Phi_m = B_m S$ ), то есть, чем больше насыщение магнитопровода.

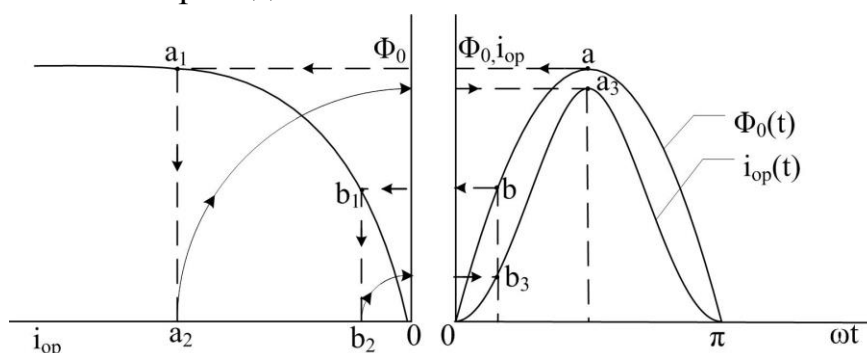


Рисунок 1.4

Введем коэффициенты гармоник  $\alpha_3 = \frac{I_{m3}}{I_{m1}}$ ,  $\alpha_5 = \frac{I_{m5}}{I_{m1}}$  и определим действующее значение несинусоидального тока  $I_{0p}$ :

$$I_{0p} = \sqrt{\left(\frac{I_{m1}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{I_{m3}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{I_{m5}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \dots} = \frac{I_{m1}}{\sqrt{2}} \sqrt{1 + \alpha_3^2 + \alpha_5^2 + \dots}$$

На практике во многих случаях расчет ведут по амплитудному значению тока  $I_{0p}$ :

$$I_{0pm} = I_{m1} + I_{m3} + I_{m5} = I_{m1}(1 + \alpha_3 + \alpha_5)$$

Совершаемая при этом ошибка  $\left(I_{0p} = \frac{I_{0pm}}{\sqrt{2}}\right)$ , учитывается введением в

расчет коэффициента высших гармоник

$$k_a = \frac{1 + \alpha_3 + \alpha_5}{\sqrt{1 + \alpha_3^2 + \alpha_5^2}}. \quad (1.17)$$

Коэффициент  $k_a$  зависит от марки трансформаторной стали, и схемно-конструктивных особенностей трансформатора (однофазный или трехфазный и др.) и может значительно отличаться от единицы. Заменяя несинусоидальный ток  $i_{0p}(t)$  эквивалентной синусоидой с действующим значе-

нием  $I_{0p}$ , которое мы будем теперь называть реактивной (намагничивающей) составляющей тока холостого хода и определять, как

$$I_{0p} = \frac{I_{0pm}}{k_a \sqrt{2}}, \quad (1.18)$$

мы тем самым приобретем возможность использовать комплексную запись формул и отображения взаимного положения векторов действующих значений напряжения, тока и потока на векторной диаграмме. Формула (1.16) в комплексной форме имеет вид:

$$\underline{U}_0 = j\omega w_1 \Phi_0.$$

Отсюда следует, что магнитный поток  $\Phi_0$  отстает во времени от напряжения  $U_0$  на угол  $\frac{\pi}{2}$ . Эквивалентная синусоида реактивной составляющей тока холостого хода  $I_{0p}$  совпадает по фазе создаваемым ею магнитным потоком  $\Phi_0$ . На векторной диаграмме должны быть учтены эти взаимоотношения (рисунок 1.5, а).

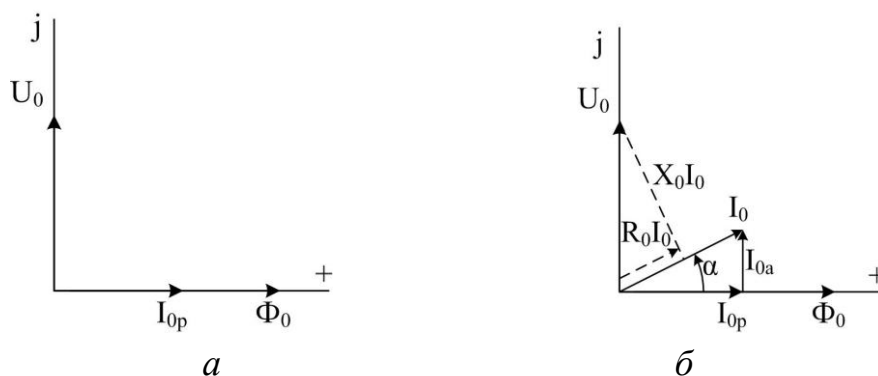


Рисунок 1.5

Если учесть потери в стали, то к реактивному току  $I_{0p}$  необходимо добавить активную составляющую тока холостого хода  $I_{0a}$ , которая является синусоидальной и совпадающей по фазе с напряжением  $U_0$ . Тогда комплексная запись тока холостого хода будет следующей (рисунок 1.5, б):

$$I_0 = I_{0p} + jI_{0a} = \sqrt{I_{0p}^2 + I_{0a}^2} e^{j\alpha}, \quad (1.19)$$

где  $\alpha = \arctg \frac{I_{0a}}{I_{0p}}$ .

Величина активной составляющей тока определяется потерями в стали (1.13)

$$I_{0a} = \frac{P_{ст}}{U_0}. \quad (1.20)$$

Величина активной составляющей тока  $I_{0a}$  менее 10 % от тока холостого хода  $I_0$ , поэтому и угол  $\alpha$ , на который ток  $I_0$  опережает магнитный поток (рисунок 1.5, б) невелик (менее  $10^\circ$ ). Угол  $\alpha$  называют углом магнитного запаздывания или углом магнитных потерь. Кривая тока холостого хода  $i_0(t)$  будет несинусоидальной функцией, которая может быть построена графически, исходя из синусоидальности магнитного потока  $\Phi_0(t)$  и характеристики намагничивания  $\Phi_0 = f(i_0)$  магнитопровода, которая в этом случае имеет вид петли гистерезиса (рисунок 1.6). Угол потерь  $\alpha$  на графике, рисунок 1.6, это угол, на который эквивалентная синусоида (пунктирная кривая) тока холостого хода опережает кривую магнитного потока  $\Phi_0(t)$ .

Для определения тока холостого хода  $I_0$  (1.19) необходимо найти активную составляющую  $I_{0a}$  по формуле (1.20) и реактивную составляющую  $I_{0p}$  по формуле (1.18), для которой требуется расчет магнитной цепи трансформатора.

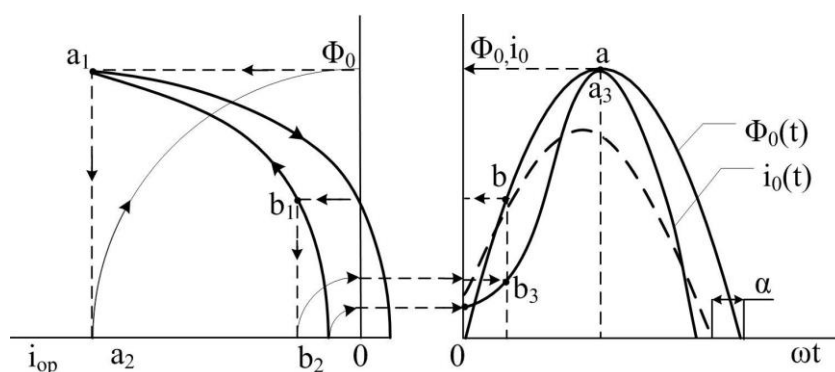


Рисунок 1.6

#### 1.3.4.1. Расчет магнитной цепи однофазного трансформатора

Составляем второй закон Кирхгофа для магнитной цепи трансформатора, рисунок 1.3, в режиме холостого хода и учитываем, что в реальном трансформаторе шихтованный магнитопровод всегда имеет небольшой воздушный зазор (например, на стыках ярма и стержней):

$$H(\ell - \delta) + H_\delta \delta = I_1 w_1, \quad (1.21)$$

где  $\ell$  – длина средней силовой линии, м;  $\delta$  – длина воздушного зазора, м;  $H$  – напряженность магнитного поля в стальном магнитопроводе, А/м;  $H_\delta$  – напряженность магнитного поля в воздушном зазоре, А/м.

Считая ЭДС первичной обмотки примерно равной номинальному напряжению сети

$$U_{1H} \approx E_1 = \omega w_1 \Phi_0 = 2\pi f w_1 \frac{\Phi_m}{\sqrt{2}} = 4,44 f w_1 \Phi_m,$$

определяем амплитудное значение магнитного потока:

$$\Phi_m = \frac{U_{1H}}{4,44 f w_1}.$$

Определяем индукцию в магнитопроводе  $B_m$  и в воздушном зазоре  $B_{\delta m}$ :

$$B_m = \frac{\Phi_m}{S}; \quad B_{\delta m} = \frac{\Phi_m}{S_\delta},$$

здесь  $S$  и  $S_\delta$  – поперечное сечение магнитопровода и зазора, м<sup>2</sup>.

По кривой намагничивания находим напряженность в магнитопроводе  $H$  и в воздушном зазоре по формуле  $H_\delta = B_{\delta m} / \mu_0$  и определяем амплитудное значение магнитодвижущей силы (1.21)

$$F = I_1 w_1 = H(\ell - \delta) + H_\delta \delta,$$

по которой находим действующее значение реактивной составляющей тока холостого хода (1.18)

$$I_1 = I_{0p} = \frac{F}{\sqrt{2} \cdot k_a \cdot w_1}, \quad (1.22)$$

здесь  $k_a$  – коэффициент, учитывающий наличие высших гармоник в токе  $I_{0p}$  (1.17).

Для построения кривой намагничивающего тока трансформатора (тока холостого хода) задаются несколькими значениями напряжения первичной обмотки (0,5 ÷ 1,2)  $U_{1H}$  и определяют соответствующие значения тока  $I_{0p}$  (1.22),  $I_{0a}$  (1.20) и  $I_0 = \sqrt{I_{0p}^2 + I_{0a}^2}$ . По результатам расчета строят характеристику  $I_0 = f(U_1)$ . Поскольку активная составляющая тока холостого хода значительно меньше реактивной  $I_{0a} \ll I_{0p}$ , то в некоторых случаях принимают приближенно ток холостого хода равным реактивной составляющей

$$I_0 = \sqrt{I_{0p}^2 + I_{0a}^2} \approx I_{0p},$$

и кривую намагничивания строят, как зависимость  $I_{0p} = f(U_1)$ .

В реальном трансформаторе кроме потерь в стали, необходимо учитывать потери в меди обмотки, а также наличие ЭДС от потока рассеяния в соответствии с уравнением (1.15). Если несинусоидальный ток холостого хода заменить эквивалентной синусоидой, то для уравнений трансформатора можно использовать комплексную форму записи (1.15; 1.16; 1.19).

$$R_1 I_1 + j\omega L_{1s} I_1 + j\omega w_1 \Phi_0 = \underline{U}_1,$$

$$\underline{I}_0 = I_{0p} + jI_{0a}; \quad j\omega w_1 \Phi_0 = \underline{U}_0 = -\underline{E}_1.$$

По этим уравнениям можно построить векторную диаграмму и схему замещения трансформатора в режиме холостого хода, рисунок 1.7 (которые будут такими же, как для реактивной катушки со стальным магнитопроводом).

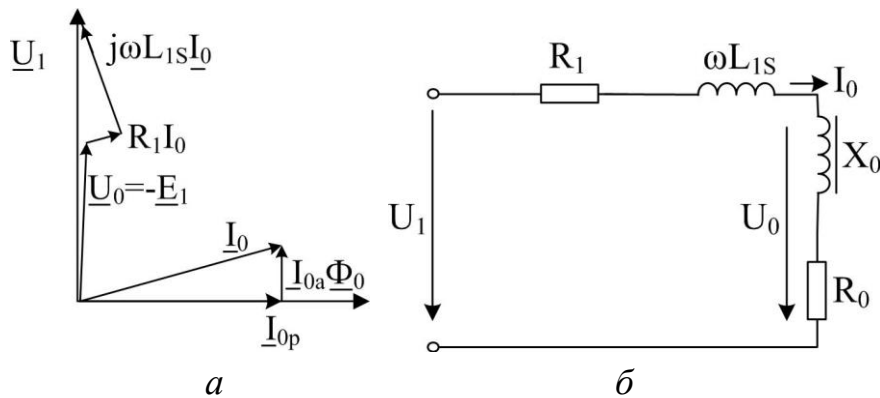


Рисунок 1.7

Разложение напряжения  $U_0$  на активную и реактивную составляющие (падение напряжения на элементах  $R_0, X_0$  схемы замещения) показано на рисунке 1.5, б.

В режиме нагрузки к рассмотренным выше уравнениям следует добавить уравнение для вторичной цепи

$$\underline{E}_2 = R_2 \underline{I}_2 + j\omega L_{2s} \underline{I}_2 + \underline{U}_2,$$

составляемое по второму закону Кирхгофа.

Здесь ЭДС вторичной обмотки от основного магнитного потока  $\underline{E}_2 = -j\omega w_2 \Phi_0$  представляет собой закон электромагнитной индукции

$$e_2 = -w_2 \frac{d\Phi_0}{dt} \text{ в комплексной форме.}$$

Кроме того учтем уравнение намагничивающих сил

$$\underline{I}_0 w_1 = \underline{I}_1 w_1 + \underline{I}_2 w_2,$$

составляемое по второму закону Кирхгофа для магнитной цепи трансформатора, рисунок 1.3, с учетом того, что

$$\underline{I}_0 w_1 = \underline{H}_0 \ell,$$

где  $\underline{I}_0$  – некоторый фиктивный ток первичной обмотки, заменяющий действие двух намагничивающих сил обмоток и создающий такой же основной магнитный поток (эквивалентен току холостого хода).

На практике расчет трансформатора в режиме нагрузки ведут по уравнениям, приведенным (пересчитанным на  $w_1$ ) к числу витков первичной обмотки:

$$1) \underline{U}_1 = R_1 \underline{I}_1 + jx_{1s} \underline{I}_1 - \underline{E}_1$$

$$2) \underline{E}'_2 = R'_2 \underline{I}'_2 + jx'_{2s} \underline{I}'_2 + \underline{U}'_2$$

$$3) \underline{E}_1 = \underline{E}'_2 = -j\omega w_1 \Phi_0$$

$$4) \underline{I}_0 = \underline{I}_1 + \underline{I}'_2,$$

где  $E'_2 = nE_2$ ,  $I'_2 = \frac{I_2}{n}$ ,  $U'_2 = nU_2$ ,  $R'_2 = n^2 R_2$ ,  $x'_{2s} = n^2 x_{2s} = n^2 \omega L_{2s}$ ;

$n = \frac{w_1}{w_2}$  – коэффициент трансформации.

При этом к схеме замещения, рисунок 1.7, следует добавить ветвь вторичной цепи  $R'_2$ ,  $x'_{2s}$  и ввести ток  $I_0$  в поперечной ветви схемы  $R_0, x_0$ : получим Т – образную схему замещения трансформатора. Уравнения, составленные по законам Кирхгофа для схемы замещения (одно по первому, два по второму) дают уравнения 1), 2), 4) приведенного трансформатора.

#### 1.3.4.2. Магнитная цепь трехфазного трансформатора

Идея получения магнитной цепи трехфазного трансформатора в виде трехстержневого магнитопровода аналогична токовой для симметричной трехфазной цепи без нейтрального (нулевого) провода, соединяющего нейтральные точки генератора и нагрузки, 0 и 0'. На рисунке 1.8 схематически представлены три однофазных трансформатора с совмещенными в пространстве теми стержнями магнитопровода, на которых нет обмоток (магнитопроводы трансформаторов обозначены потоками  $\Phi_A$ ,  $\Phi_B$ ,  $\Phi_C$ ). Ес-

ли трехфазная цепь симметрична, то магнитные потоки  $\Phi_A$ ,  $\Phi_B$ ,  $\Phi_C$  сдвинуты во времени на  $120^\circ$  и в сумме дают ноль в любой момент времени (как и токи симметричной трехфазной цепи  $i_A + i_B + i_C = 0$ ). По этой причине, три совмещенных на рисунке 1.8, *а* стержня, суммарный магнитный поток в которых равен нулю, можно удалить. Тогда магнитопровод будет иметь трехстержневую конструкцию, рисунки 1.8, *б*, 1.9.

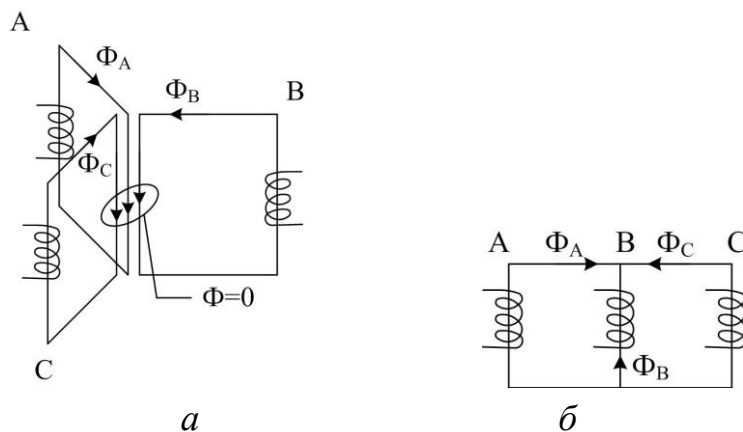


Рисунок 1.8

При этом трехфазная магнитная цепь, рисунок 1.9, будет несимметричной. Так как длина магнитопровода для средней фазы несколько меньше, чем у крайних фаз, следовательно, МДС и намагничивающие токи фаз будут обладать некоторой несимметрией, однако, влияние этой несимметрии незначительно. На практике расчет МДС  $F = Iw$  ведут по усредненной фазе

$$F = H_C l_C + 2/3 H_{я} l_{я} + 2H_{\delta} \delta, \quad (1.23)$$

где  $H_C$ ,  $H_{я}$  – напряженность магнитного поля в стержне и ярме магнитопровода, А/м.

В формуле (1.23) учтено, что магнитопровод имеет три стержня, два ярма и по два воздушных зазора на каждый стержень. На рисунке 1.9 принята конструкция шихтованного магнитопровода при соединении ярма и стержней встык.

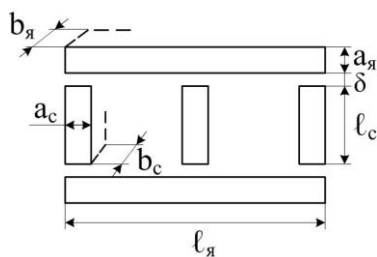


Рисунок 1.9

При симметричной трехфазной системе напряжений, подаваемых на первичную обмотку, к одной фазе трехфазного трансформатора применимы все соотношения, полученные для однофазного трансформатора. Для описания явлений в каждой из фаз применимы уравнения, схема замещения и векторная диаграмма однофазного трансформатора.

В процессе рассмотрения однофазного трансформатора выяснилось, что при гармоническом приложенном напряжении магнитный поток будет также гармоническим, а намагничивающий ток (и МДС) будет негармоническим, содержащим нечетные гармоники. В трехфазных трансформаторах нечетные гармоники, кратные трем, образуют систему нулевой последовательности и совпадают по фазе во времени. Для того, чтобы токи этих гармоник могли замыкаться, во многих случаях, одну из обмоток трансформатора, первичную или вторичную, соединяют треугольником. При этом магнитный поток, фазные напряжения и ЭДС остаются практически синусоидальными. Если же использовать соединение обмоток «звезда–звезда», то кратные трем гармоники тока протекать не могут, а, значит, магнитный поток будет несинусоидальным, содержащим третьи гармоники, что приведет к увеличению потерь холостого хода. Принимаем вариант, когда одна из обмоток соединена треугольником. Тогда в формулах (1.18, 1.22) для учета процента высших гармоник в намагничивающем токе (или МДС) будем использовать величины коэффициента высших гармоник, приведенные в таблице 1.2.

Таблица 1.2

$B$ , Тл	до 1,2	до 1,3	до 1,4	до 1,5
$K_a$	1	1,1	1,2	1,3

Приведем порядок расчета магнитной цепи усредненной фазы трехфазного трансформатора.

#### *1.3.4.3. Порядок расчета магнитной цепи усредненной фазы (в общем виде)*

Считаем заданными: линейное напряжение и частота трехфазного источника ( $U$ ,  $f$ ), размеры магнитопровода, число витков первичной обмотки  $w_1$ .

1. Фазное напряжение и магнитный поток в магнитной цепи усредненной фазы. По данному линейному напряжению определим фазное напряжение:

$$U_{1\phi} = \frac{U}{\sqrt{3}}.$$

Исходя из формулы ЭДС фазы

$$U_{1\phi} \approx E_1 = \omega w_1 \Phi_0 = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} f w_1 \Phi_m = 4,44 f w_1 \Phi_m,$$

определяем амплитудное значение магнитного потока в магнитной цепи фазы

$$\Phi_m = \frac{U_{1\phi}}{4,44 f w_1}.$$

2. Размеры поперечного сечения ярма, стержня и воздушного зазора магнитной цепи (рисунок 1.9)

$$S_{я} = k_3 a_{я} b_{я};$$

$$S_c = k_3 a_c b_c;$$

$$S_{\delta} = (a_c + \delta) \cdot (b_c + \delta).$$

Коэффициент заполнения стали принимаем равным  $k_3 = 0,95$ .

3. Индукция магнитного поля в стержне, ярме и воздушном зазоре магнитной цепи

$$B_{mc} = \frac{\Phi_m}{S_c}; \quad B_{мя} = \frac{\Phi_m}{S_{я}}; \quad B_{m\delta} = \frac{\Phi_m}{S_{\delta}}.$$

4. По кривой намагничивания трансформаторной холоднокатаной стали 3412 (таблица П.1) определяем напряженность магнитного поля в стержне  $H_c$  и ярме  $H_{я}$  магнитопровода (амплитудное значение).

5. Магнитодвижущая сила усредненной фазы (амплитудное значение)

$$F = H_c l_c + 2/3 H_{я} l_{я} + 2\delta \cdot \frac{B_{m\delta}}{\mu_0}.$$

6. Действующее значение реактивной (намагничивающей) составляющей тока холостого хода

$$I_p = \frac{F}{\sqrt{2} w_1 k_a},$$

где  $k_a$  – коэффициент, учитывающий наличие высших гармоник в кривой намагничивающего тока (таблица 1.2).

7. Вес трех стержней магнитопровода трансформатора

$$G_c = 3l_c S_c d ,$$

где  $d = 7,6 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$  – удельный вес стали.

8. Вес двух ярем магнитопровода

$$G_{я} = 2l_{я} S_{я} d .$$

9. Потери в стали

$$P_{ст} = P_0(B_{мс} G_c) + P_0(B_{мя}) G_{я} ,$$

где  $P_0$  [Вт/кг] – удельные потери трансформаторной стали 3412, определяемые из таблицы П.2 (для  $f = 50$  Гц) в зависимости от индукции в стержне  $B_{мс}$  и ярме  $B_{мя}$ .

10. Активная составляющая тока холостого хода (действующее значение)

$$I_a = \frac{P_{хх}}{3U_{1\phi}} ,$$

где  $P_{хх} = P_{ст}$  – потери холостого хода.

11. Фазный ток холостого хода

$$I_0 = \sqrt{I_a^2 + I_p^2} .$$

12. Линейный ток холостого хода

а) при соединении первичной обмотки звездой

$$I_{0л} = I_0 ;$$

б) при соединении первичной обмотки треугольником

$$I_{0л} = \sqrt{3} I_0 .$$

13. Задаваясь значениями напряжения (0,5; 0,8; 1,2)  $U_\phi$ , рассчитать соответствующий ток холостого хода по п.п. (1 ÷ 11) и построить зависимость тока холостого хода от напряжения  $I_0 = f(U)$ . Данные расчета оформить в виде таблицы:

$U_\delta, \text{ В}$	0	$0,5U_\delta$	$0,8U_\delta$	$U_\phi$	$1,2U_\delta$
$I_0, \text{ А}$					

14. Для построения векторной диаграммы определить угол потерь  $\alpha$ :

$$\alpha = \operatorname{arctg} \frac{I_a}{I_p}.$$

15. Строим векторную диаграмму режима холостого хода усредненной фазы, пренебрегая потерями в обмотке и потоком рассеяния (соответствует векторной диаграмме идеализированного однофазного трансформатора в режиме холостого хода, рисунок 1.5, б).

16. Коэффициент потребляемой мощности в режиме холостого хода

$$\cos \varphi = \frac{I_a}{I_0},$$

или иначе:  $\varphi = 90^\circ - \alpha = \operatorname{arctg} \frac{I_p}{I_a}$ ;  $\cos \varphi = \dots$

## 2. ПРИМЕРЫ РАСЧЕТА МАГНИТНЫХ ЦЕПЕЙ

### 2.1. Магнитные цепи постоянного магнитного потока

2.1.1. Заданы размеры неразветвленной магнитной цепи, рисунок 2.1, кривая намагничивания, таблица П.3 и индукция в воздушном зазоре:  $a = 30$  мм;  $b = 26$  мм;  $d = 135$  мм;  $h = 120$  мм;  $\delta = 2$  мм;  $w = 1000$ ;  $K_3 = 0,95$ ;  $n = 1,4$ ;  $B_\delta = 1,25$  Тл.

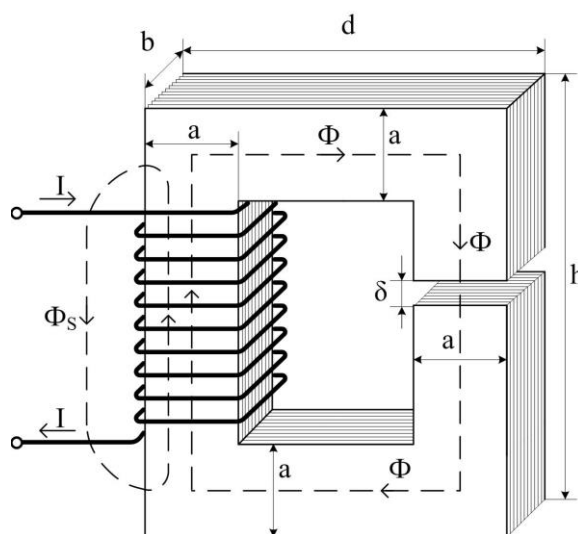


Рисунок 2.1

1) *Прямая задача.* Задана индукция магнитного поля в воздушном зазоре магнитопровода  $B_\delta = 1,25$  Тл. Определить ток в обмотке, создающей магнитное поле в воздушном зазоре с заданной индукцией.

*Решение:*

1. Для средней силовой линии магнитной цепи, рисунок 2.1, запишем второй закон Кирхгофа:

$$H_{\text{СТ}} l_{\text{СТ}} + H_\delta \delta = Iw. \quad (2.1)$$

2. Находим длину средней силовой линии:

$$l_{\text{CP}} = (d - a) \cdot 2 + (h - a) \cdot 2 = (135 - 30) \cdot 2 + (120 - 30) \cdot 2 = 390 \text{ мм} = 0,39 \text{ м}$$

и длину пути магнитного потока по стали магнитопровода

$$l_{\text{СТ}} = l_{\text{CP}} - \delta = 390 - 2 = 388 \text{ мм} = 0,388 \text{ м}.$$

3. Определяем поперечное сечение стального сердечника магнитопровода, набранного из листов электротехнической стали толщиной 0,5 мм

$$S_{\text{СТ}} = a \cdot b \cdot k_3 = 30 \cdot 26 \cdot 0,95 = 741 \text{ мм}^2 = 0,741 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$$

и среднее поперечное сечение магнитного потока в воздушном зазоре (считая, что магнитный поток «выпучивается» на величину зазора по каждому размеру сечения)

$$S_{\delta} = (a + \delta)(b + \delta) = (30 + 2)(26 + 2) = 896 \text{ мм}^2 = 8,96 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2.$$

4. Найдем магнитный поток в воздушном зазоре

$$\Phi_{\delta} = B_{\delta} S_{\delta} = 1,25 \cdot 8,96 \cdot 10^{-4} = 1,12 \text{ мВб.}$$

Поскольку потоком рассеяния пренебрегаем, то магнитный поток в воздушном зазоре будет равен магнитному потоку в стали сердечника

$$\Phi = B_{\text{СТ}} S_{\text{СТ}} = 11,2 \cdot 10^{-4} \text{ Вб.}$$

5. Находим индукцию магнитного поля в стали

$$B_{\text{СТ}} = \frac{\Phi}{S_{\text{СТ}}} = \frac{11,2 \cdot 10^{-4}}{7,41 \cdot 10^{-4}} = 1,5115 \text{ Тл.}$$

6. По кривой намагничивания, таблица П.3 определяем напряженность магнитного поля в стальном сердечнике

$$H_{\text{СТ}} = 2300 \text{ А/м.}$$

7. Напряженность магнитного поля в воздушном зазоре находим по формуле

$$H_{\delta} = \frac{B_{\delta}}{\mu_0} = \frac{1,25 \cdot 10^{-4}}{4\pi \cdot 10^{-7}} = 0,1 \cdot 10^7 = 10^6 \text{ А/м.}$$

8. По уравнению (2.1) находим магнитодвижущую силу

$$Iw = H_{\text{СТ}} l_{\text{СТ}} + H_{\delta} \delta = 2300 \cdot 0,388 + 10^6 \cdot 2 \cdot 10^{-3} = 2892 \text{ А.}$$

Тогда необходимый ток в обмотке будет равен

$$I' = \frac{Iw}{w} = \frac{2892}{1000} = 2,892 \text{ А.}$$

2) *Обратная задача.* Определить магнитный поток в магнитопроводе, если ток в обмотке увеличить в  $n$  раз

$$I = n \cdot I' = 1,4 \cdot 2,892 = 4,05 \text{ А.}$$

*Решение.* Решаем методом пересечений. Перепишем равенство (2.1) в таком виде

$$Iw - H_{\text{СТ}} l_{\text{СТ}} = H_{\delta} \delta.$$

Если построить зависимость магнитных падений напряжения левой части равенства  $U_{M_{\text{лев}}} = Iw - H_{\text{СТ}} l_{\text{СТ}}$  и правой части равенства  $U_{M_{\text{пр}}} = H_{\delta} \delta$  от

магнитного потока, то в точке пересечения этих кривых соблюдается второй закон Кирхгофа. Это и будет точка, соответствующая решению. Для построения кривых необходимо несколько раз решить прямую задачу. Порядок расчета следующий:

1. Определить магнитодвижущую силу

$$I_w = 4,05 \cdot 1000 = 4050 \text{ А}.$$

2. Задаемся несколькими значениями магнитного потока

$$\Phi = (0,8; 0,9; 1,1; 1,2) \Phi_0,$$

где  $\Phi_0$  – магнитный поток, полученный в прямой задаче и равный в нашем случае  $\Phi_0 = 11,2 \cdot 10^{-4}$  Вб.

[Поскольку магнитодвижущая сила увеличилась в 1,4 раза по сравнению с прямой задачей, то мы вправе предположить, что магнитный поток также увеличился, но в меньшей степени, чем  $I_w$  (из-за насыщения магнитопровода), поэтому выбираем значения потока в пределах  $(0,8 \div 1,2) \Phi_0$ ].

3. Определяем индукцию магнитного поля в стальном сердечнике и в воздушном зазоре

$$B_{\text{ст}} = \frac{\Phi}{S_{\text{ст}}}; \quad B_{\delta} = \frac{\Phi}{S_{\delta}}.$$

4. Напряженность магнитного поля в стальном сердечнике  $H_{\text{ст}}$  определяем по кривой намагничивания, а в воздушном зазоре – по формуле

$$H_{\delta} = \frac{B_{\delta}}{\mu_0}.$$

5. Находим соответствующие значения магнитных падений напряжения

$$U_{M_{\text{лев}}} = I_w - H_{\text{ст}} l_{\text{ст}};$$

$$U_{M_{\text{пр}}} = H_{\delta} \delta.$$

Результаты расчетов сведем в таблицу 2.1

Таблица 2.1

$\Phi/\Phi_0$	$\Phi, 10^{-4}$ Вб	$B_{ст}, Тл$	$B_{\delta}, Тл$	$H_{ст},$ А/м	$H_{\delta} 10^6,$ А/м	$H_{ст} \ell_{ст},$ А	$U_{млев},$ А	$U_{мп},$ А
1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,8	8,96	1,210	1,00	900	0,796	344	3706	1592
0,9	10,08	1,360	1,125	1400	0,895	535	3515	1790
1,0	11,20	1,512	1,25	2300	1,0	879	3171	2000
1,1	12,32	1,663	1,375	5400	1,094	2063	1987	2188
1,2	13,44	1,814	1,5	12200	1,194	4660	-610	2388

6. Зависимость  $U_{млев} = f(\Phi)$  строим по данным столбцов 2 и 8, а  $U_{мп} = f(\Phi)$  по данным столбцов 2 и 9 (рисунок 2.2).

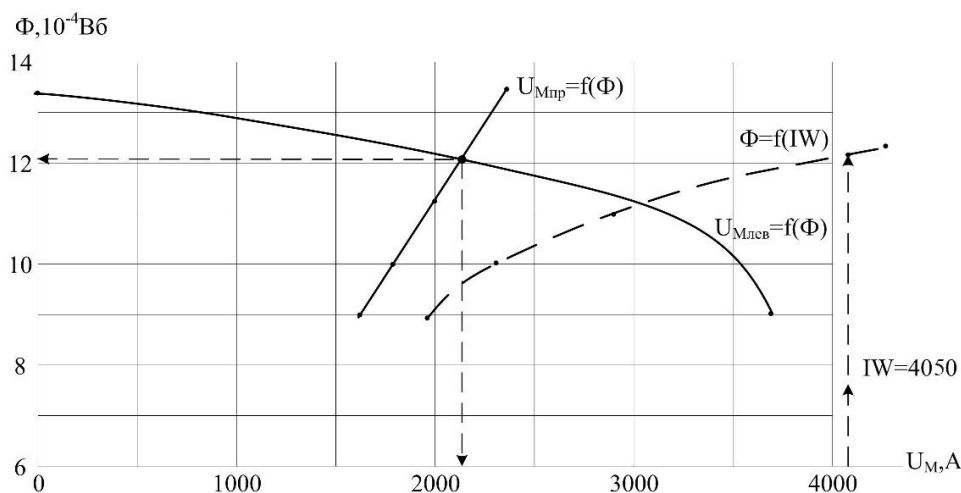


Рисунок 2.2

*Примечание:* Прямую  $U_{мп} = f(\Phi)$  можно было построить по двум точкам, используя уравнение этой прямой

$$U_{мп} = H_{\delta} \delta = \frac{B_{\delta} \delta}{\mu_0} = \frac{\Phi \cdot \delta}{\mu_0 S_{\delta}} = \frac{2 \cdot 10^{-3} \Phi}{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 8,96 \cdot 10^{-4}} = 1,776 \cdot 10^6 \Phi.$$

7. Точка пересечения кривых определяет значение магнитного потока

$$\Phi = \Phi_{\delta} = 12,1 \cdot 10^{-4} \text{ Вб.}$$

При этом индукция магнитного поля в стали сердечника

$$B_{ст} = \frac{\Phi}{S_{ст}} = \frac{12,1 \cdot 10^{-4}}{7,41 \cdot 10^{-4}} = 1,633 \text{ Тл.}$$

и в воздушном зазоре

$$B_{\delta} = \frac{\Phi}{S_{\delta}} = \frac{12,1 \cdot 10^{-4}}{8,96 \cdot 10^{-4}} = 1,35 \text{ Тл.}$$

8. Для проверки полученного результата определим магнитный поток другим методом, по суммарной вебер-амперной характеристике магнитной цепи. В соответствии со вторым законом Кирхгофа (2.1) суммируем величины 7 и 9 столбцов таблицы 2.1 и получаем значения намагничивающей силы  $Iw$  для величин магнитного потока, приведенных в столбце 2 таблицы 2.1.

$\Phi, 10^{-4} \text{ Вб}$	8,96	10,08	11,2	12,32	13,44
$Iw, \text{ А}$	1936	2325	2879	4251	7048

По этим данным строим вебер-амперную характеристику нашей магнитной цепи  $\Phi = f(Iw)$  (пунктирная кривая на рисунке 2.2), откладываем заданную намагничивающую силу  $Iw = 4050 \text{ А}$  и получаем тот же магнитный поток  $\Phi = 12,1 \cdot 10^{-4} \text{ Вб}$ .

2.1.2. Магнитопровод неразветвленной магнитной цепи выполнен из электротехнической стали 1511. число витков обмотки  $w = 1000$ , величина воздушного зазора  $\delta = 0,8 \text{ мм}$ .

Размеры магнитопровода (мм) указаны на рисунке 2.3, кривая намагничивания – рисунок 2.4.

1) *Прямая задача.* Определить ток в обмотке, требуемый для создания магнитного потока  $\Phi = 75 \cdot 10^{-4} \text{ Вб}$ .

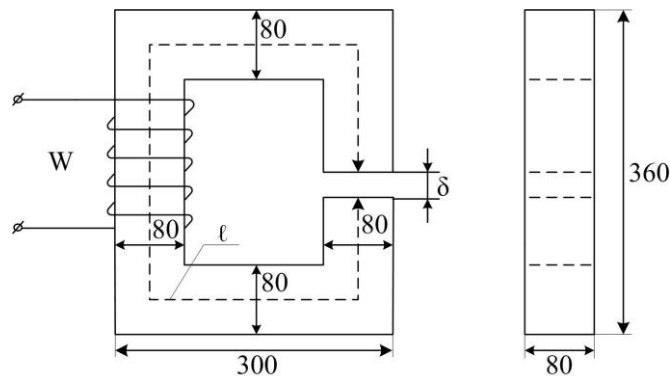


Рисунок 2.3

*Решение.* На эскизе магнитной цепи изобразим среднюю силовую линию и выделим однородные участки. Таких участков, очевидно, будет только два: один из них образуется стальной частью магнитопровода, а второй – воздушным зазором.

Определим геометрические размеры однородных участков длины:

$$\ell = 2 \cdot 280 + 2 \cdot 220 - 0,8 = 999,2 \approx 1 \text{ м};$$

$$\delta = 0,8 \text{ мм} = 8 \cdot 10^{-4} \text{ м}.$$

«Выпучиванием» линии  $\vec{B}$  в зазоре пренебрегаем и считаем, что сечения магнитопровода и зазора равны:

$$S = S_{\delta} = 80 \cdot 80 = 6400 \text{ мм}^2 = 64 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2.$$

Магнитная индукция однородных участков

$$B = B_{\delta} = \frac{\Phi}{S} = \frac{75 \cdot 10^{-4}}{64 \cdot 10^{-4}} = 1,17 \text{ Тл}.$$

Напряженность магнитного поля в магнитопроводе определим по кривой намагничивания (кривая 1, рисунок 2.4):

$$H = 485 \text{ А/м}.$$

Напряженность магнитного поля в воздушном зазоре ( $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ )

$$H_{\delta} = \frac{B_{\delta}}{\mu_0} \approx 0,8 \cdot 10^6 \cdot B_{\delta} = 0,8 \cdot 10^6 \cdot 1,17 = 93,6 \cdot 10^4 \text{ А/м}.$$

Требуемую МДС обмотки вычисляем на основании второго закона Кирхгофа для магнитной цепи:

$$F = wI = H\ell + H_{\delta}\delta = 485 \cdot 1 + 93,6 \cdot 10^4 \cdot 8 \cdot 10^{-4} = 1230 \text{ А}.$$

Ток в обмотке

$$I = \frac{F}{w} = \frac{1230}{1000} = 1,23 \text{ А}.$$

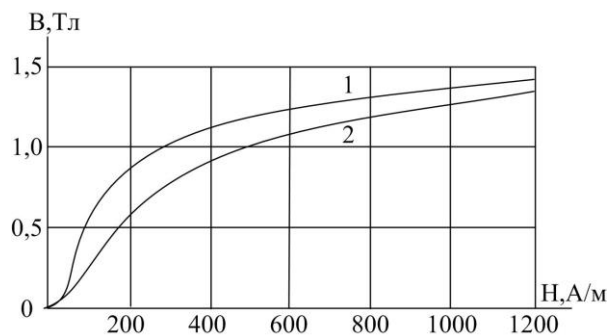


Рисунок 2.4

2) *Обратная задача.* Определить магнитную индукцию в воздушном зазоре магнитной цепи предыдущего примера, если ток в обмотке  $I = 1$  А.

*Решение.* Эту обратную задачу расчета неразветвленной магнитной цепи можно решить построением магнитной характеристики цепи  $\Phi = f(F)$ .

Определим наибольшее возможное значение магнитного потока в этой цепи, пренебрегая магнитным сопротивлением стальной части магнитопровода. По закону Ома для магнитной цепи в этом случае

$$\Phi' = \frac{F}{R_M} = \frac{1000}{10 \cdot 10^4} = 10 \cdot 10^{-3} \text{ Вб},$$

где  $F = wI = 1000 \cdot 1 = 1000$  А – МДС обмотки;

$R_M = \frac{\delta}{\mu_0 S_\delta} \approx 0,8 \cdot 10^6 \cdot \frac{0,8 \cdot 10^{-3}}{64 \cdot 10^{-4}} = 10 \cdot 10^4$  1/Гн – магнитное сопротивление воздушного зазора.

*Примечание:* такое же значение потока  $\Phi'$  получим, если во втором законе Кирхгофа  $F = H\ell + H_\delta \delta$  пренебречь падением магнитного напряжения в стали  $H\ell$  и определять напряженность  $H_\delta = \frac{F}{\delta}$ , индукцию  $B_\delta = \mu_0 H_\delta$  магнитный поток  $\Phi' = B_\delta S_\delta$ .

Так как стальная часть магнитопровода имеет некоторое магнитное сопротивление, то в этой магнитной цепи возможны магнитные потоки, меньше чем  $\Phi'$ . В качестве расчетных значений магнитных потоков принимаем значения 9, 8, 7, 6 и 5 мВб. Решая для каждого значения магнитного потока прямую задачу (аналогично примеру 1), определим необходимые для их создания МДС. Данные расчета сведены в таблицу 2.2.

Таблица 2.2

$\Phi$ , мВб	$B = \frac{\Phi}{S}$ , Тл	$B_\delta = \frac{\Phi}{S_\delta}$ , Тл	$H$ , А/м	$H_\delta$ , А/м	$H\ell$ , А	$H_\delta \delta$ , А	$F = H\ell + H_\delta \delta$ , А
9	1,41	1,41	1200	112,8	1200	902	2102
8	1,25	1,25	640	100,0	640	800	1440
7	1,09	1,09	390	87,2	390	698	1088
6	0,94	0,94	270	75,2	270	602	872
5	0,78	0,78	180	62,4	180	499	679

По данным таблицы 2.2 построим магнитную характеристику  $\Phi = f(F)$  (рисунок 2.5). При ее построении можно ограничиться точками вблизи заданного значения МДС  $F = 1000$  А.

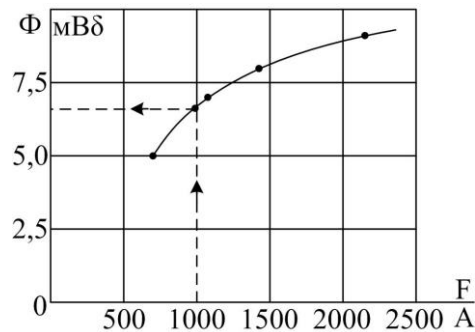


Рисунок 2.5

По характеристике находим, что заданному значению МДС  $F = 1000$  А соответствует магнитный поток  $\Phi = 6,6$  мВб. Следовательно, индукция в воздушном зазоре

$$B_{\delta} = \frac{\Phi}{S_{\delta}} = \frac{6,6 \cdot 10^{-3}}{64 \cdot 10^{-4}} \approx 1,03 \text{ Тл.}$$

3) *Обратная задача.* Решить предыдущую задачу методом пересечений. Определить также падение магнитного напряжения в стали магнитопровода и в воздушном зазоре. Вычислить магнитную индукцию в зазоре.

*Решение.* По аналогии с нелинейными электрическими цепями составим схему замещения магнитной цепи (рисунок 2.6).

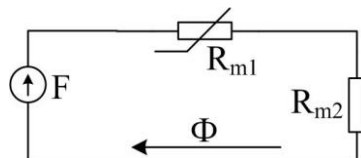


Рисунок 2.6

По закону полного тока для магнитной цепи

$$F = wI = H\ell + H_{\delta}\delta.$$

Первое слагаемое – это падение магнитного напряжения в стали магнитопровода:

$$H\ell = R_{M_1} \cdot \Phi = U_{M_1}.$$

Второе слагаемое – то же на участке воздушного зазора

$$H_{\delta}\delta = R_{M_2} \cdot \Phi = U_{M_2}.$$

Получим следующее уравнение:

$$F = U_{M_1} + U_{M_2} \quad (F = Hl + H_\delta \delta) \text{ или } (Hl = F - H_\delta \delta),$$

где  $F = wI = 1000 \cdot 1 = 1000$  А – МДС обмотки.

Здесь левая и правая части равенства – это  $U_{M_1}$ . Получим два уравнения:

$$Hl = U_{M_1} \text{ и } F - H_\delta \delta = U_{M_1}.$$

Для графического решения задачи необходимо рассчитать и построить по этим уравнениям два графика зависимости  $\Phi$  от  $U_{M_1}$  и найти координаты точки пересечения этих графиков, т.е. магнитный поток  $\Phi$  и падение магнитного напряжения  $U_{M_1}$ .

Рассчитаем магнитную характеристику, т.е. зависимости магнитного потока  $\Phi$  от падения магнитного напряжения  $U_{M_1}$  на участке стали. Для этого задаемся несколькими значениями магнитного потока, определяем индукцию  $B$  и напряженность  $H$ , затем вычисляем соответствующие им падения  $U_{M_1} = Hl$ . Данные расчета сведены в таблицу 2.3.

Таблица 2.3

$\Phi, 10^{-4}$ Вб	$B = \frac{\Phi}{S},$ Тл	$H,$ А/м	$U_{M_1} = Hl,$ А
30	0,47	80	80
50	0,78	180	180
70	1,09	390	390
90	1,41	1200	1200

Зависимости  $\Phi$  от  $U_{M_1}$  по второму уравнению изображается прямой линией, так как магнитное сопротивление воздушного зазора  $R_M$  – постоянная величина:

$$R_{M_2} = \frac{1}{\mu_0} \cdot \frac{\delta}{S_\delta} \approx 0,8 \cdot 10^6 \frac{0,8 \cdot 10^{-3}}{64 \cdot 10^{-4}} = 10^5 \text{ Гн}^{-1}.$$

Для построения этой прямой достаточно двух точек: точку  $a$ , соответствующую  $\Phi = 0$  и  $U_{M_1} = F = wI = 1000$  А, и точку  $b$ , для которой  $U_{M_1} = 0$ ,

тогда  $F = H_\delta \delta = R_{M_2} \Phi$  и  $\Phi = \frac{F}{R_{M_2}} = 10,0 \cdot 10^{-3}$  Вб.

*Примечание:* точка *в* может быть определена и таким образом:

$$H_{\delta} = \frac{F}{\delta} = \frac{1000}{0,8 \cdot 10^{-5}} = 1,25 \cdot 10^5 \text{ А / м};$$

$$B_{\delta} = \mu_0 H_{\delta} = 0,5\pi ;$$

$$\Phi = B_{\delta} S = 10^{-2} \text{ Вб.}$$

Графики показаны на рисунке 2.7. Координаты точки пересечения характеристик дают значения магнитного потока  $\Phi = 6,6 \cdot 10^{-3}$  Вб и падения магнитного напряжения  $U_{M1} = 320$  А.

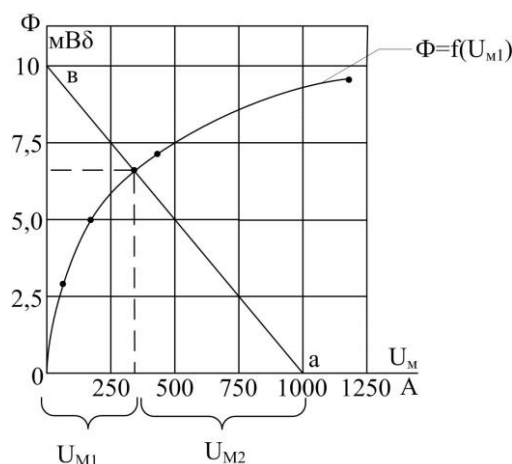


Рисунок 2.7

В воздушном зазоре  $U_{M2} = F - U_{M1} = 1000 - 320 = 680$  А.

Индукция в воздушном зазоре  $B_{\delta} = \frac{\Phi}{S_{\delta}} = \frac{6,6 \cdot 10^{-3}}{64 \cdot 10^{-4}} \approx 1,03$  Тл.

4) Как изменится магнитный поток в предыдущей задаче, если воздушный зазор увеличить вдвое. Ответ:  $\Phi \approx 4,37$  Вб.

2.1.3. Магнитопровод разветвленной магнитной цепи выполнен из листовой электротехнической стали 1211 (кривая намагничивания, рисунок 2.4, кривая 2). Геометрические размеры магнитной цепи (мм) показаны на рисунке 2.8. Величина воздушного зазора в среднем стержне  $\delta = 0,15$  мм. Число витков первой обмотки  $w_1 = 100$ , а второй обмотки  $w_2 = 200$ .

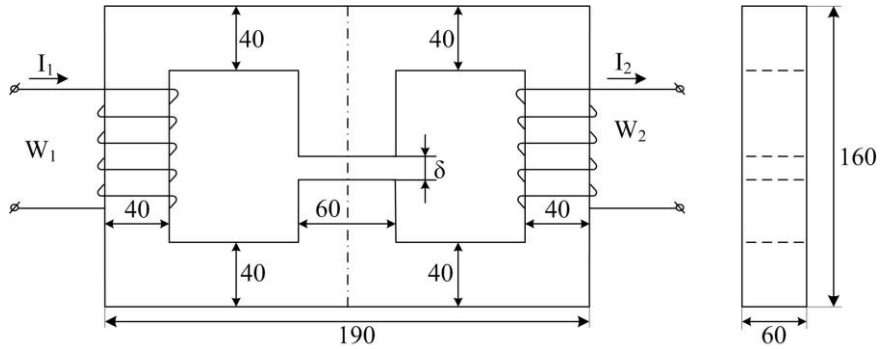


Рисунок 2.8

Определить магнитные потоки в магнитной цепи, если в первой обмотке проходит ток  $I_1 = 3,5$  А, а во второй обмотке  $I_2 = 1,5$  А.

*Решение.* Это обратная задача расчета разветвленной магнитной цепи, решим ее по методу двух узлов.

На эскизе магнитной цепи изобразим среднюю силовую линию магнитного поля, укажем выбранные положительные направления магнитных потоков, выделим однородные участки и определим их геометрические размеры (рисунок 2.9).

Данная магнитная цепь содержит два узла и три ветви, поэтому в ней могут создаваться три различных магнитных потока  $\Phi_1$ ,  $\Phi_2$ ,  $\Phi_3$ . В этой магнитной цепи можно рассматривать четыре однородных участка: три из них  $\ell_1$ ,  $\ell_2$ ,  $\ell_3 = \ell'_3 + \ell''_3$  представляют собой электротехническую сталь, а четвертый – воздушный зазор  $\delta$ .

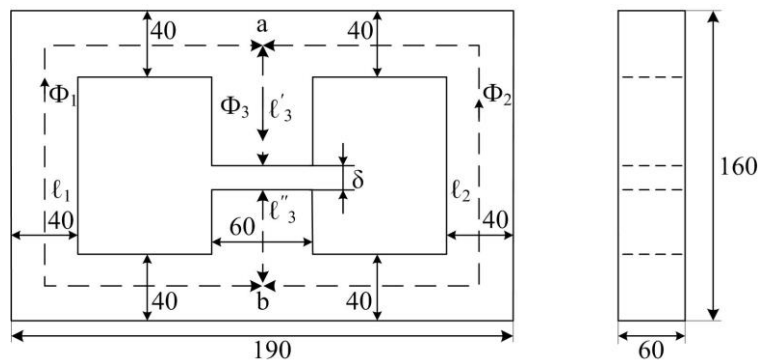


Рисунок 2.9

Длины однородных участков  $\ell_1$  и  $\ell_2$  определим, пренебрегая скруглениями силовых линий поля в углах магнитопровода:

$$l_1 = l_2 = 2(95 - 20) + 160 - 40 = 270 \text{ мм} = 0,27 \text{ м}$$

Длину однородного участка  $\ell_3$  вычислим, пренебрегая величиной воздушного зазора:

$$l_3 = l'_3 + l''_3 = 160 - 2 \cdot 20 - 0,15 = 119,85 \approx 120 \text{ м} = 0,12 \text{ м} = 1,5 \cdot 10^{-4} \text{ м}.$$

Сечения ветвей магнитопровода найдем, считая коэффициент заполнения стали равным единице:

$$S_1 = S_2 = 40 \cdot 60 = 2400 \text{ мм}^2 = 2,4 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2; \quad S_3 = 60 \cdot 60 = 3600 \text{ мм}^2 = 3,6 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2.$$

Сечение воздушного зазора определим, пренебрегая «выпучиванием» силовых линий поля, т.е. примем его равным сечению третьей ветви:

$$S_\delta = S_3 = 3,6 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2.$$

Составим уравнения на основании законов Кирхгофа для магнитной цепи. Для данной магнитной цепи система должна содержать три независимых уравнения, одно из которых составляется по первому закону Кирхгофа, а два других – по второму закону Кирхгофа. Для удобства составления этих уравнений можно изобразить схему замещения рассматриваемой магнитной цепи по аналогии с электрическими цепями (рисунок 2.10).

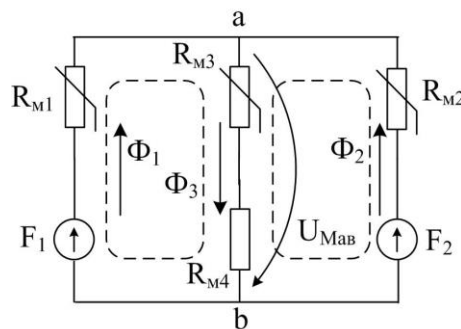


Рисунок 2.10

С учетом выбранных положительных направлений магнитных потоков и обходов контуров можно записать:

$$-\Phi_1 - \Phi_2 + \Phi_3 = 0;$$

$$R_{M1} \Phi_1 + R_{M3} \Phi_3 + R_{M4} \Phi_3 = F_1;$$

$$R_{M2} \Phi_2 + R_{M3} \Phi_3 + R_{M4} \Phi_3 = F_2,$$

или иначе

$$\Phi_1 + \Phi_2 = \Phi_3;$$

$$H_1 \ell_1 + H_3 \ell_3 + H_\delta \delta = F_1;$$

$$H_2 \ell_2 + H_3 \ell_3 + H_\delta \delta = F_2. \quad (2.2)$$

Определим МДС обмоток:

$$F_1 = w_1 I_1 = 100 \cdot 3,5 = 350 \text{ А}; \quad F_2 = w_2 I_2 = 200 \cdot 1,5 = 300 \text{ А}.$$

Магнитная цепь несимметрична из-за того, что  $H_1 \neq H_2$ .

Дальнейшее решение сводится к графическому построению магнитных характеристик  $\Phi_K = f(U_{Маг})$  с учетом уравнений, составленных по законам Кирхгофа. Такое построение можно выполнить, например, по методу двух узлов, если ввести в рассмотрение магнитное напряжение между узлами  $a$  и  $b$  по стержню 3 (без обмотки):

$$U_{Маг} = H_3 l_3 + H_\delta \delta. \quad (2.3)$$

Тогда из уравнений (2.2), (2.3) для этого магнитного напряжения равенства, связывающие  $U_{Маг}$  с напряженностью поля в стержнях 1 и 2:

$$U_{Маг} = F_1 - H_1 l_1, \text{ откуда } H_1 l_1 = F_1 - U_{Маг};$$

$$U_{Маг} = F_2 - H_2 l_2, \text{ откуда } H_2 l_2 = F_2 - U_{Маг}.$$

Далее произведем вычисления зависимости магнитного потока  $\Phi_1$  от магнитного напряжения  $U_{Маг}$ . Задаваясь магнитным напряжением  $U_{Маг}$  в пределах от 0 до  $F_1 = 350$  А, определим величины  $H_1 l_1$ ,  $H_1$ ,  $B_1$  (по кривой намагничивания, рисунок 2.4 – кривая 2),  $\Phi_1 = B_1 S_1$ . Расчетные данные сводим в таблицу 2.4. (Отметим здесь, что можно задаваться значениями потока  $\Phi_1$ , находить  $B_1$ ,  $H_1$ ,  $U_{Маг}$ ).

Таблица 2.4 –  $\Phi_1 = f(U_{Маг})$

$U_{Маг}$ , А	0	100	150	200	250	300	350
$H_1 l_1$ , А	350	250	200	150	100	50	0
$H_1$ , А/м	1400	1000	800	600	400	200	0
$B_1$ , Тл	1,38*	1,27	1,18	1,08	0,91	0,59	0
$\Phi_1$ , $10^{-3}$ Вб	3,312	3,048	2,832	2,592	2,184	1,416	0

\* –  $B_1 = 1,38$  получено по экстраполяции кривой 2 (рисунок 2.4) до  $H_1 = 1400$ .

Аналогично определим зависимость  $\Phi_2$  от  $U_{Маг}$ . Для этого найдем  $H_2 l_2$ ,  $H_2$ ,  $B_2$  и  $\Phi_2 = B_2 S_2$ . Данные расчета сведем в таблицу 2.5.

Кривую  $\Phi_1 + \Phi_2 = f(U_{Маг})$  построим по данным таблицы 2.4 и 2.5, результаты расчетов сведем в таблицу 2.6.

Таблица 2.5 –  $\Phi_2 = f(U_{Маг})$

$U_{Маг}, А$	0	100	150	200	250	300	350
$H_2 l_2, А$	300	200	150	100	50	0	-50
$H_2, А/м$	1200	800	600	400	200	0	-200
$B_2, Тл$	1,33	1,18	1,08	0,91	0,59	0	-0,59
$\Phi_2, 10^{-3} Вб$	3,19	2,83	2,59	2,18	1,42	0	-1,42

Таблица 2.6 –  $\Phi_1 + \Phi_2 = f(U_{Маг})$

$U_{Маг}, А$	0	100	150	200	250	300	350
$\Phi_1 + \Phi_2, 10^{-3} Вб$	6,502	5,880	5,422	4,772	3,604	1,416	-1,42

Далее определим зависимость магнитного потока  $\Phi_3$  среднего стержня от магнитного напряжения  $U_{Маг}$ . Для этого зададимся магнитными потоками  $\Phi_3$ , ориентировочные значения которых примем с учетом данных таблицы 2.6, последовательно вычислим  $B_3 = B_\delta = \frac{\Phi_3}{S_3}$ ,  $H_3$  (по кривой намагничивания),  $H_\delta = \frac{B_\delta}{\mu_0}$ ,  $H_3 l_3, H_\delta \delta, U_{Маг} = H_3 l_3 + H_\delta \delta$ . Данные расчетов сведены в таблицу 2.7.

Таблица 2.7 –  $\Phi_3 = f(U_{Маг})$

$\Phi_3, 10^{-3} Вб$	0	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0
$B_3, Тл$	0	0,28	0,56	0,84	1,12	1,4
$H_3, А/м$	0	115	190	365	660	1580
$H_4, А/м$	0	$224 \cdot 10^3$	$448 \cdot 10^3$	$672 \cdot 10^3$	$896 \cdot 10^3$	$1120 \cdot 10^3$
$H_3 l_3, А$	0	13,8	22,8	43,8	79,2	189,6
$H_\delta \delta, А$	0	33,6	67,2	100,8	134,4	168,0
$U_{Маг}, А$	0	47,4	90,0	144,6	213,6	357,6

По данным таблиц (2.4)–(2.7) в одних и тех же координатах построим магнитные характеристики  $\Phi_1 = f(U_{\text{маг}})$ ,  $\Phi_2 = f(U_{\text{маг}})$ ,  $\Phi_1 + \Phi_2 = f(U_{\text{маг}})$ ,  $\Phi_3 = f(U_{\text{маг}})$ .

В точке пересечения кривых  $\Phi_3 = f(U_{\text{маг}})$  и  $\Phi_1 + \Phi_2 = f(U_{\text{маг}})$  соблюдается первый закон Кирхгофа и определяется величина магнитного потока  $\Phi_3 \approx 4,1 \cdot 10^{-3}$  Вб. На пересечении вертикали, опущенной из этой точки, с кривыми  $\Phi_1 = f(U_{\text{маг}})$  и  $\Phi_2 = f(U_{\text{маг}})$  определяют соответственно магнитные потоки  $\Phi_1 \approx 2,4 \cdot 10^{-3}$  Вб и  $\Phi_2 \approx 1,7 \cdot 10^{-3}$  Вб (рисунок 2.11).

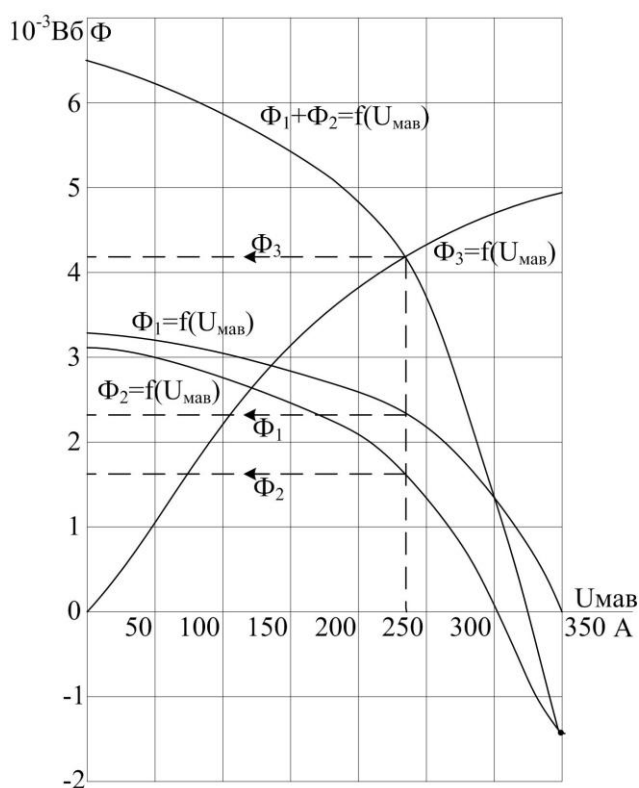


Рисунок 2.11

2.1.4. Решить предыдущую задачу для случая, когда  $I_2 = 0$ .

2.1.5. Магнитная цепь с двумя обмотками, рисунок 2.8 (кривая намагничивания, рисунок 2.4 – кривая 1) имеет такие размеры:  $l_1 = 80$  см;  $l_2 = 60$  см;  $l_3 = l'_3 + l''_3 = 20$  см;  $\delta = 0,1$  см;  $S_1 = S_2 = S_3 = 10$  см<sup>2</sup>.

Магнитные потоки в крайних стержнях:  $\Phi_1 = 1,31 \cdot 10^{-3}$  Вб,  $\Phi_2 = 0,25 \cdot 10^{-3}$  Вб. Найти МДС  $F_1 = I_1 W_1$  и  $F_2 = I_2 W_2$ .

*Решение.* По первому закону Киргофа для магнитной цепи

$$\Phi_3 = \Phi_1 + \Phi_2 = 1,56 \cdot 10^3 \text{ Вб.}$$

Индукция в стержнях:

$$B_1 = \frac{\Phi_1}{S_1} = \frac{1,31 \cdot 10^{-3}}{10 \cdot 10^{-4}} = 1,31 \text{ Тл.};$$

$$B_2 = \frac{\Phi_2}{S_2} = \frac{0,25 \cdot 10^{-3}}{10 \cdot 10^{-4}} = 0,25 \text{ Тл.};$$

$$B_3 = \frac{\Phi_3}{S_3} = \frac{1,56 \cdot 10^{-3}}{10 \cdot 10^{-4}} = 1,56 \text{ Тл.}$$

Считая, что в воздушном зазоре поток не «выпучивается», получим:

$$S_\delta = S_3;$$

$$B_\delta = B_3 = 1,56 \text{ Тл.}$$

Тогда напряженность

$$H_\delta = \frac{B_\delta}{\mu_0} = \frac{1,56}{4\pi \cdot 10^{-7}} = 12,4 \cdot 10^5 \text{ А/м.}$$

По кривой намагничивания, рисунок 2.4 (кривая 1), находим напряженность магнитного поля в стержнях:

$H_1 = 800 \text{ А/м}$ ;  $H_2 = 60 \text{ А/м}$ ;  $H_3 = 1800 \text{ А/м}$  (получено по экстраполяции кривой 1, рисунок 2.4, до  $H = 2000 \text{ А/м}$ ).

По второму закону Кирхгофа для левого и правого контуров, рисунок 2.8:

$$F_1 = I_1 W_1 = H_1 l_1 + H_3 l_3 + H_\delta \delta = 800 \cdot 0,8 + 1800 \cdot 0,2 + 12,4 \cdot 10^5 \cdot 10^{-3} = 2240 \text{ А},$$

$$F_2 = I_2 W_2 = H_2 l_2 + H_3 l_3 + H_\delta \delta = 60 \cdot 0,6 + 1800 \cdot 0,2 + 12,4 \cdot 10^5 \cdot 10^{-3} = 1636 \text{ А}.$$

2.1.6. Решить предыдущую задачу при обратном направлении потока  $\Phi_1$  (ток  $I_1$ , рисунок 2.8, направлен в обратную сторону). Ответ:  $F_1 \approx 1550 \text{ А}$ ,  $F_2 \approx -880 \text{ А}$ .

2.1.7. В магнитной цепи, рисунок 2.8, удалить обмотку  $W_2$  и считать размеры сечений и длины стержней следующими:  $l_1 = 40 \text{ см}$ ;  $l_2 = 30 \text{ см}$ ;  $l_3 = l'_3 + l''_3 = 15 \text{ см}$ ;  $S_1 = S_2 = 4 \text{ см}^2$ ;  $S_3 = 2 \text{ см}^2$ . Магнитодвижущая сила обмотки  $F = I_1 W_1 = 1800 \text{ А}$ , поток в первом стержне  $\Phi_1 = 5,94 \cdot 10^{-4} \text{ Вб}$ . Кривая намагничивания – рисунок 2.4, кривая 1.

2.1.8. Для ферромагнитного тороида с воздушным зазором  $\delta = 0,2$  мм и средней длиной ферромагнитного материала  $l_{\phi} = 30$  см на баллистической установке снята зависимость  $B = f\left(\frac{IW}{l}\right)$ , представленная в таблице 2.8, где  $l = l_{\phi} + \delta$ . Рассчитать зависимость  $B(H)$  для ферромагнитного материала.

Таблица 2.8

$\frac{IW}{l}$ , А/см	5	10	13	17	20	24	30	40	50	60
$B$ , Тл	0,4	0,8	1,0	1,2	1,29	1,4	1,48	1,56	1,59	1,6

Ответ также задан таблично.

Таблица 2.9

$B$ , Тл	0	0,4	0,8	1,0	1,2	1,3	1,4	1,48	1,56	1,59	1,6
$H$ , А/см	0	2,87	5,73	7,67	10,60	13,07	16,53	22,11	31,68	41,52	51,47

## 2.2. Магнитные цепи с постоянными магнитами

2.2.1. Определить магнитную индукцию в воздушном зазоре магнитной системы гальванометра в случае, если эта система намагничена до насыщения в собранном виде. Магнитным рассеянием, а также магнитным сопротивлением сердечника и наконечников пренебречь (так как они из магнитомягкой стали). Кривая размагничивания кобальтовой стали (материал магнита) задана (рисунок 2.12, таблица 2.10).

Таблица 2.10

$B$ , Тл	0	0,28	0,54	0,7	0,9
$H$ , А/см	-190	-160	-120	-80	0

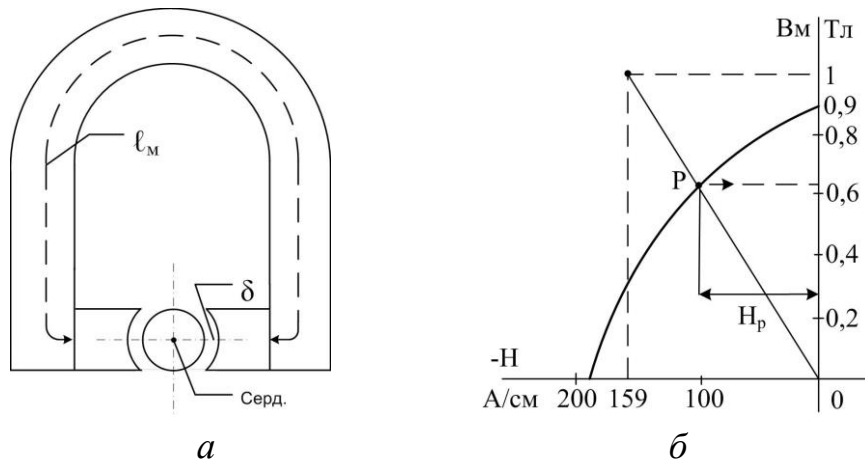


Рисунок 2.12

Размеры заданы:  $l_M = 24$  см;  $S_M = 3$  см<sup>2</sup>;  $l_B = 2\delta = 1,2$  см;  $S_B = 7,5$  см<sup>2</sup>.

*Решение.* Закон полного тока для нашей цепи имеет вид:

$$\oint_{\text{д}} \vec{H} d\vec{l} = H_M l_M + H_B l_B + H_{\text{серд}} l_{\text{серд}} + H_{\text{нак}} l_{\text{нак}}.$$

Падением магнитного напряжения в сердечнике и наконечниках пренебрегаем. Тогда

$$H_M = -H_B \frac{l_B}{l_M} = -\frac{B_B}{\mu_0} \cdot \frac{l_B}{l_M} = -B_M \frac{S_M l_B}{S_B \mu_0 l_M} = -159 B_M \text{ А/см.}$$

Здесь мы используем равенство  $\Phi = B_B \cdot S_B = B_M \cdot S_M$ , поскольку потоком рассеяния пренебрегаем. По этому уравнению строим прямую, например по точке  $B_M = 1$  Тл;  $H_M = -159$  А/см.

Вторая зависимость дается кривой размагничивания  $B_M = f(H_M)$ . На графике (рисунок 2.12, б) в точке пересечения находим  $B_M = 0,63$  Тл. Так как поток в магнитной цепи везде одинаков  $\Phi_M = \Phi_B = \Phi$ , то индукция в воздушном зазоре

$$B_B = B_M \frac{S_M}{S_B} = 0,63 \cdot \frac{3}{7,5} = 0,25 \text{ Тл.}$$

Размагничивающая напряженность  $H_p$  вызвана действием воздушного зазора.

2.2.2. В предыдущей задаче определить индукцию в воздушном зазоре, если намагничивание до насыщения производилось при вынудом цилиндрическом сердечнике, после чего вернули сердечник на место. Рас-

четную длину воздушного зазора при вынуженом сердечнике принять  $l_B = 3,25$  см, а кривую возврата считать с наклоном  $K = 12,5 \cdot 10^{-4}$  Тл/(А/см).

*Решение.* Используем второй закон Кирхгофа для цепи без сердечника ( $l_B = 3,25$  см).

$$H_M \cdot l_M + H_B \cdot l_B = 0,$$

отсюда

$$H_M = -B_M \frac{S_M l_B}{S_B \mu_0 l_M} = -B_M \frac{3 \cdot 3,25 \cdot 10^7}{7,5 \cdot 24 \cdot 4\pi} = -4,21 \cdot 10^4 B_M \text{ А/м.}$$

Задаемся  $B_M = 0,5$  Тл, находим  $H_M = -210,5$  А/см. Через полученную точку строим прямую из начала координат (рисунок 2.13). Пересечение с кривой размагничивания дает  $H_M = -150$  А/см;  $B_M = 0,34$  Тл (точка *A*). Когда сердечник вставили, зазор уменьшился до  $l_B = 1,2$  см, его размагничивающее действие уменьшилось. Такому зазору соответствует прямая

$$H_M = -B_M \frac{S_M l_B}{S_B \mu_0 l_M} = -159 B_M \text{ А/см.}$$

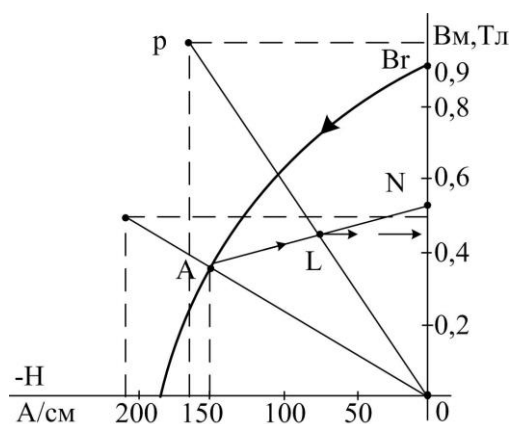


Рисунок 2.13

Построим ее, например, по точке  $B_M = 1$  Тл;  $H_M = -159$  А/см (прямая *OP* на рисунке 2.13, она же в предыдущей задаче). При этом процесс идет из точки *A* по линии возврата с наклоном  $K = \frac{\Delta B}{\Delta H} = 12,5 \cdot 10^{-4}$ . Тогда, взяв  $\Delta H = 150$  А/см (или любое другое), получим

$$\Delta B = K \cdot \Delta H = 12,5 \cdot 10^{-4} \cdot 150 = 0,1875 \text{ Тл.}$$

В результате получим вторую точку (*N*) линии возврата

$$H = H_A - \Delta H = 150 - 150 = 0; \quad B = B_A + \Delta B = 0,34 + 0,1875 = 0,5275.$$

Проводим линию возврата  $AN$ , пересечение с прямой  $OP$  дает рабочую точку  $L$  ( $B_M = 0,45$  Тл). Тогда из равенства  $B_B \cdot S_B = B_M \cdot S_M$  находим

$$B_B = B_M \frac{S_M}{S_B} = 0,45 \cdot \frac{3}{7,5} = 0,18 \text{ Тл.}$$

В заключение проследим ход процесса. После снятия намагничивающей обмотки процесс идет от точки  $B_r$  по кривой размагничивания до точки  $A$ . Затем вставили сердечник, зазор уменьшился до  $l_B = 1,2$  см. При этом процесс идет по линии возврата  $AL$ . Точка  $L$  – рабочая точка стабилизированного магнита. Ему не страшны размагничивающие помехи, не выводящие рабочую точку левее точки  $A$  (после исчезновения помехи рабочая точка возвращается в положение  $L$ ).

2.2.3. Заданы размеры магнитной цепи гальванометра, рисунок 2.12:  $l_M = 24$  см;  $S_M = 3$  см<sup>2</sup>;  $l_B = 2\delta = 1,2$  см;  $S_B = 7,5$  см<sup>2</sup> и кривая размагничивания в виде таблицы 2.10.

Наклон прямой возврата задан коэффициентом  $K = 12,5 \cdot 10^{-4}$  Тл/(А/см).

Требуется рассчитать стабилизированную рабочую точку для заданных размеров постоянного магнита и воздушного зазора. Для стабилизации использовать увеличение воздушного зазора до значения  $l'_B = 3,25$  см путем удаления цилиндрического сердечника при намагничивании магнитной цепи (материала постоянного магнита) до насыщения с последующим уменьшением воздушного зазора до заданного значения  $l_B = 1,2$  см, возвратив сердечник на место, рисунок 2.12, а. Определить энергию и силу, действующие в воздушном зазоре.

Потоком рассеяния и магнитным сопротивлением сердечника и полюсных наконечников (выполненных из магнитомягкой электротехнической стали) пренебречь.

*Решение.* Строим кривую размагничивания по данным таблицы, рисунок 2.14.

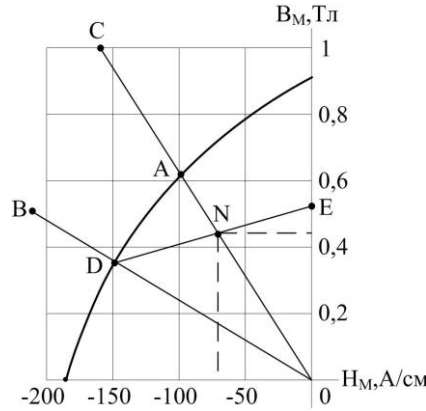


Рисунок 2.14

Предполагается, что магнитная цепь, рисунок 2.12, *a*, намагничена до насыщения с помощью обмотки с током и обмотка удалена.

1. Составляем второй закон Кирхгофа для заданной магнитной цепи, рисунок 2.12, *a*.

$$H_M l_M + H_B l_B + H_{\text{серд}} l_{\text{серд}} + H_{\text{нак}} l_{\text{нак}} = 0.$$

В соответствии с условием задачи пренебрегаем магнитным падением напряжения в сердечнике и наконечниках  $H_{\text{серд}} l_{\text{серд}} + H_{\text{нак}} l_{\text{нак}} = 0$ .

Тогда получим равенство

$$H_M l_M + H_B l_B = 0,$$

откуда определяем напряженность магнитного поля в постоянном магните

$$H_M = -H_B \frac{l_B}{l_M}.$$

2. Найдем уравнение прямой линии  $H_M = f(B_M)$ , для чего напряженность магнитного поля в воздушном зазоре выразим через индукцию магнитного поля в зазоре  $H_B = \frac{B_B}{\mu_0}$  и используем равенство  $\Phi = B_M S_M = B_B S_B$ , выражающее непрерывность магнитного потока в неразветвленной магнитной цепи (с учетом того, что потоком рассеяния пренебрегаем согласно условию задачи). В результате получим зависимость напряженности магнитного поля в магните от индукции в нем:

$$H_M = -\frac{B_B}{\mu_0} \cdot \frac{l_B}{l_M} = -\frac{B_M S_M l_B}{S_B \mu_0 l_M} = -B_M \frac{3 \cdot 1,2 \cdot 10^7}{7,5 \cdot 24 \cdot 4\pi} = -159 B_M \text{ А/см.}$$

3. Прямая линия, соответствующая этому уравнению, может быть построена по двум точкам: начало координат и любая другая точка. Например, для индукции  $B_M = 1$  Тл напряженность  $H_M = -159$  А/см. На рисунке 2.14 по этим двум точкам построена прямая  $OC$ , пересечение которой с кривой размагничивания дает нестабилизированную рабочую точку  $A$  ( $B_M = 0,63$  Тл;  $H_M = -100$  А/см) магнитной цепи.

4. Чтобы получить стабилизированную рабочую точку намагничивания магнитной цепи до насыщения (с помощью временной обмотки с током) необходимо производить при удаленном сердечнике.

Составляем второй закон Кирхгофа для магнитной цепи без сердечника

$$H_M l_M + H_B l_B + H_{\text{нак}} l_{\text{нак}} = 0$$

5. Как и ранее пренебрегаем магнитным падением напряжения в наконечниках и получаем уравнение прямой линии  $H_M = f(B_M)$  для этого случая:

$$H_M = -H_B \cdot \frac{l'_B}{l_M} = -\frac{B_B}{\mu_0} \cdot \frac{l'_B}{l_M} = -B_M \frac{S_M l'_B}{S_B \mu_0 l_M} = -B_M \frac{3 \cdot 3,25 \cdot 10^7}{7,5 \cdot 24 \cdot 4\pi} = -421 B_M \text{ А/см.}$$

Задаемся индукцией, например  $B_M = 0,5$  Тл, и находим напряженность магнитного поля

$$H_M = -421 \cdot 0,5 = -210,5 \text{ А/см.}$$

Через эту точку и начало координат проводим прямую  $OB$ , пересечение которой с кривой размагничивания дает точку  $D$  ( $H_M = -150$  А/см;  $B_M = 0,34$  Тл).

6. Возвращаем вынутый ранее сердечник на место, рисунок 2.12 а, тем самым уменьшаем воздушный зазор до заданного значения  $l_B = 1,2$  см. При этом процесс из точки  $D$  пойдет по линии возврата с заданным коэффициентом

$$K = \frac{\Delta B}{\Delta H} = 12,5 \cdot 10^{-4} \text{ Тл/(А/см).}$$

Задаваясь каким-либо значением  $\Delta H$  (например  $\Delta H = 150$  А/см), определяем приращение индукции

$$\Delta B = K \cdot \Delta H = 12,5 \cdot 10^{-4} \cdot 150 = 0,1875 \text{ Тл.}$$

В результате получаем вторую точку прямой возврата (точка  $E$  на рисунке 2.14):

$$H = H_D + \Delta H = -150 + 150 = 0;$$

$$B = B_D + \Delta B = 0,34 + 0,1875 = 0,5275 \text{ Тл.}$$

7. Определяем стабилизированную рабочую точку. Через точки  $D$  и  $E$  проводим прямую возврата, пересечение которой с прямой  $OC$  дает стабилизированную рабочую точку  $N$ , для которой «не страшны» промышленные помехи (не выводящие процесс левее точки  $D$ ). Координаты точки  $N$ :  $B_M = 0,45 \text{ Тл}$ ;  $H_M = -72 \text{ А/см}$ .

8. Из условия непрерывности магнитного воздушном зазоре

$$B_B = B_M \frac{S_M}{S_B} = 0,45 \frac{3}{7,5} = 0,18 \text{ Тл.}$$

9. Определяем энергию (1.6) и механическую силу, действующие в воздушном зазоре. Полагая, что магнитное поле в воздушном зазоре  $\delta$  распределено по объему зазора  $V_B$  равномерно, находим:

$$W = \frac{B_B H_B}{2} V_B = \frac{B_B^2}{2\mu_0} S_B \delta = \frac{0,18^2 \cdot 10^7}{2 \cdot 4\pi} 7,5 \cdot 10^{-4} \cdot 0,6 \cdot 10^{-2} = 0,058 \text{ Дж.}$$

Механическая сила, действующая в зазоре  $\delta$ , будет равна:

$$F = \frac{dW}{d\delta} = \frac{B_B^2}{2\mu_0} S_B = \frac{0,18^2 \cdot 10^7}{2 \cdot 4\pi} 7,5 \cdot 10^{-4} = 9,67 \text{ Н}$$

(напомним, что сила в один Ньютон примерно равна весу 100 граммовой гири).

Механические силы двух зазоров  $\delta$  (рисунок 2.12, а) действуют в противоположных направлениях и взаимно компенсируются.

2.2.4. Заданы размеры  $S_1$   $S_2$   $l_1$   $l_{cp}$   $\delta$  (рисунок 2.15), кривая намагничивания магнитомягкой стали, кривая размагничивания постоянного магнита. Определить индукцию в воздушном зазоре.

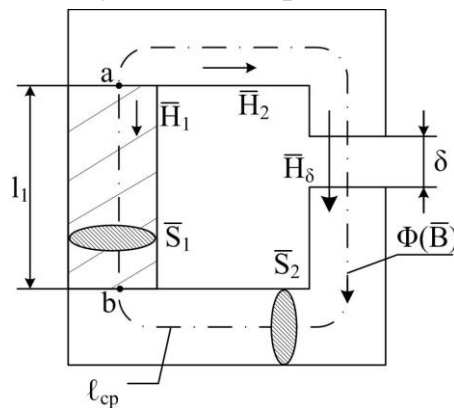


Рисунок 2.15

*Решение.* Участок из магнитомягкого материала длиной  $\ell_2 = \ell_{cp} - \ell_1 - \delta$  имеет поперечное сечение  $S_2$ . Пренебрегая потоком рассеяния, можем утверждать, что на всех участках поток равен потоку в зазоре  $\Phi_\delta$ . По второму закону Кирхгофа для магнитной цепи имеем

$$H_1 \ell_1 + H_2 \ell_2 + H_\delta \delta = 0,$$

или

$$H_1 \ell_1 = -(H_2 \ell_2 + H_\delta \delta). \quad (2.4)$$

Строим зависимость левой и правой частей от потока и в точке пересечения находим решение. Если в заданной кривой размагничивания магнита  $B_1 = f(H_1)$  изменить масштаб в соответствии с формулами  $B_1 S_1 = \Phi$ ;  $H_1 \ell_1 = U_{mab}$ , то получим зависимость  $\Phi_1 = f(U_{mab})$ , которая и есть зависимость от  $\Phi$  левой части равенства (2.4). Задаваясь несколькими значениями  $\Phi_\delta$ , определяем индукцию  $B_2 = \frac{\Phi_\delta}{S_2}$ ;  $B_\delta = \frac{\Phi_\delta}{S_\delta}$ , а затем находим  $H_2$  (по кривой намагничивания) и  $H_\delta = \frac{B_\delta}{\mu_0}$ .

По данным расчета строим зависимость (рисунок 2.16, б)  $H_2 \ell_2 + H_\delta = U_{mab} = f(\Phi_\delta)$  (или  $\Phi_\delta = f(U_{mab})$ ). Пересечение кривых дает  $\Phi_\delta$ . Тогда  $B_\delta = \Phi_\delta / S_\delta$ . Знак минус в правой части уравнения (2.4) мы учли тем, что построили кривую  $\Phi = f(U_{mab})$  в координатах  $\Phi$  и  $-H\ell = -U_{mab}$ .

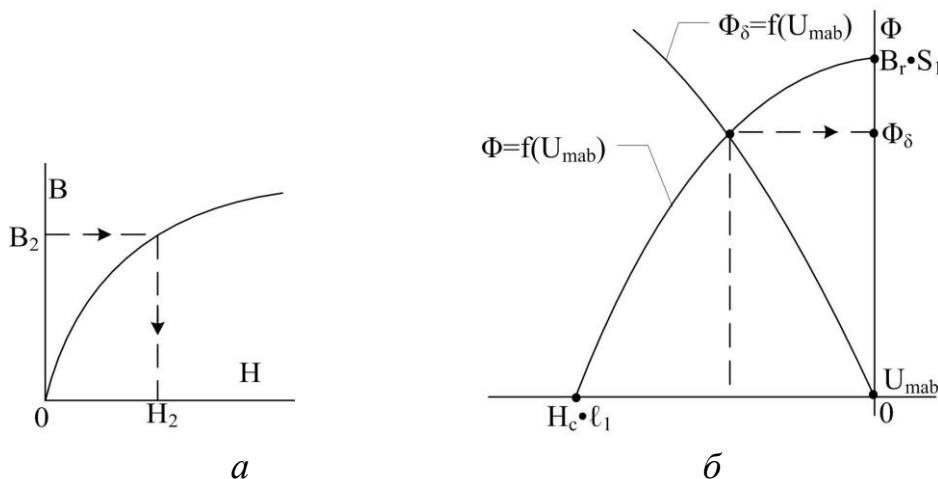


Рисунок 2.16

2.2.5. Постоянный магнит (рисунок 2.17, а) имеет зазор  $\delta = 2,75$  см,  $(\ell_{cp} - \delta) = 20$  см. Для увеличения магнитной индукции в зазоре часть его заполнили магнитомягким материалом. Определить длину оставшегося

воздушного зазора  $\delta_1$ , если значение индукции увеличилось на 0,05 Тл. Коэффициент возврата материала магнита  $k = 2 \cdot 10^{-6}$  Гн/м. Кривая размагничивания задана графически (рисунок 2.17, б). Поток рассеяния пренебречь и считать  $S_c = S_\delta$ .

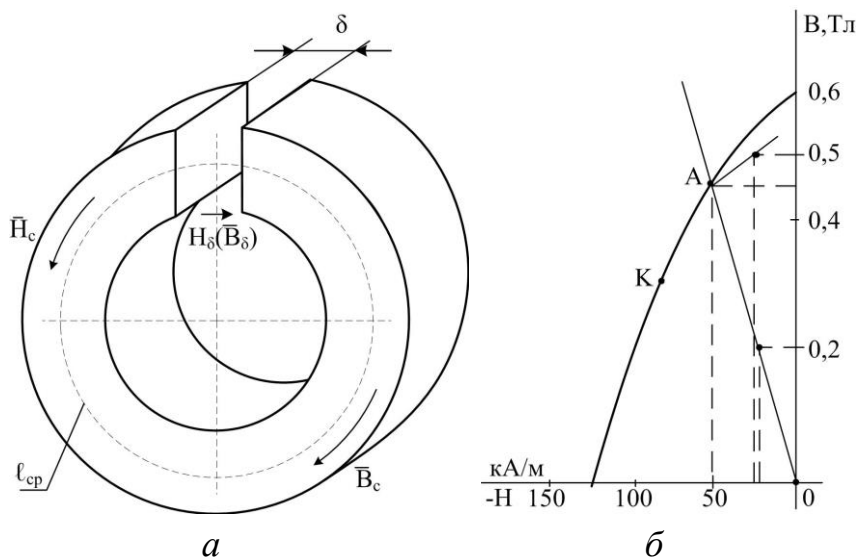


Рисунок 2.17

*Решение.* Из формулы  $\oint \bar{H} d\bar{l} = H_c (l_{cp} - \delta) + H_\delta \cdot \delta = 0$  имеем  $H_c (l_{cp} - \delta) = -H_\delta \cdot \delta$ . Учитывая, что  $B_c = B_\delta$  (так как  $S_c = S_\delta$ ), находим зависимость:

$$H_c = -H_\delta \frac{\delta}{l_{cp} - \delta} = -\frac{B_\delta}{\mu_0} \cdot \frac{\delta}{l_{cp} - \delta} = \frac{B_c \cdot 2,75}{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 20} = -B_c \cdot 11 \cdot 10^4.$$

Полагая  $B_c = 0,2$  Тл, находим  $H_c = -0,2 \cdot 11 \cdot 10^4 = -22$  кА/м.

Через эту точку проводим прямую из начала координат. Пересечение с кривой размагничивания дает точку  $A$  ( $B_A = 0,45$  Тл,  $H_A = -50$  кА/м). Магнитомягкая вставка направляет процесс по прямой возврата с углом наклона  $\frac{\Delta B}{\Delta H} = 2 \cdot 10^{-6}$  Гн/м =  $K$ . Отсюда  $\Delta H = \frac{\Delta B}{K} = \frac{0,05}{2 \cdot 10^{-6}} = 25$  кА/м.

Тогда в новой рабочей точке

$$H = H_A + \Delta H = -50 + 25 = -25 \text{ кА/м}; \quad B = B_A + \Delta B = 0,45 + 0,05 = 0,5 \text{ Тл}.$$

Из второго закона Кирхгофа  $H_c (l_{cp} - \delta) + H_{cm} (\delta - \delta_1) + H_\delta \cdot \delta_1 = 0$  (падение магнитного напряжения  $H_{cm} (\delta - \delta_1)$  пренебрегаем, так как оно очень мало), находим величину зазора:

$$\delta_1 = \frac{H_{cp}(l_{cp} - \delta)}{H_\delta} = \frac{H_{cp}\mu_0(l_{cp} - \delta)}{B_\delta} = 1,256 \text{ см} \approx 1,3 \text{ см}.$$

Отметим, что новая рабочая точка не боится размагничивающих помех, не выводящих процесс левее точки  $A$ , то есть, магнит оказывается стабилизированным. Если же поле помех выведет рабочую точку левее точки  $A$ , то далее она пойдет по кривой размагничивания (например до точки  $K$ ) и при снятии действия помехи уже не вернется в новую рабочую точку, а пойдет из точки  $K$  по новой линии возврата.

### 2.3. Магнитные цепи гармонического магнитного потока

2.3.1. Заданы размеры магнитной цепи (рисунок 2.1), кривая намагничивания (таблица П.1) и индукция в воздушном зазоре:  $a = 30 \text{ мм}$ ;  $b = 26 \text{ мм}$ ;  $d = 135 \text{ мм}$ ;  $h = 120 \text{ мм}$ ;  $w_l = 1000$ ;  $f = 50 \text{ Гц}$ ;  $k_3 = 0,95$ ;  $B_\delta = 1,25 \text{ Тл}$  (амплитудное значение); величина зазора  $\delta = 0,2 \text{ мм}$ .

1. Определить напряжение ( $U_1$  и  $u_1(t)$ ) и ток  $I_0$  в обмотке, создающие заданное магнитное поле, построить векторную диаграмму и схему замещения режима холостого хода идеализированного трансформатора.

2. Построить характеристики режима холостого хода трансформатора  $I_0 = f(U_1)$ ;  $P_{xx} = f(U_1)$ , задаваясь значениями напряжения  $(0; 0,5; 0,8; 1,2)U_1$ , где  $U_1$  – величина напряжения  $U_1$ , полученная в п. 1.

*Решение.* По данным таблицы П.1 строим кривую намагничивания листовой электротехнической стали 3412, применяемой в трансформаторах, рисунок 2.18.

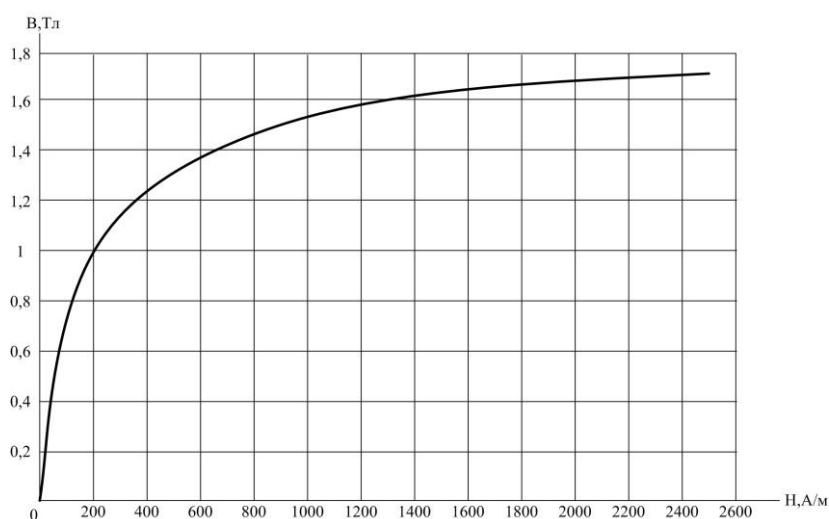


Рисунок 2.18

Магнитную цепь трансформатора, рисунок 1.3, в режиме холостого хода можно представить в виде реактивной катушки со стальным сердечником, рисунок 2.1. При этом мы учли, что в реальном шихтованном магнитопроводе трансформатора всегда имеется небольшой воздушный зазор (как неизбежный результат технологии сборки шихтованного магнитопровода). Магнитным потоком рассеяния  $\Phi_S$  и падением напряжения в активном сопротивлении обмотки  $I_1 R_1$  пренебрегаем и рассматриваем идеализированный трансформатор. Тогда первое уравнение трансформатора (1.15) сводится к уравнению

$$w_1 \frac{d\Phi_0}{dt} = u_1(t) = U_{1m} \sin \omega t,$$

из которого следует, что все напряжение источника расходуется на преодоление ЭДС от основного магнитного потока

$$e_1 = -w_1 \frac{d\Phi_0}{dt} = -u_1(t).$$

Здесь  $\Phi_0(t) = -\Phi_m \cos \omega t$ , так как  $u_1(t) = U_{1m} \sin \omega t$ . Действующее значение напряжения

$$U_1 = \frac{U_{1m}}{\sqrt{2}} = \frac{\omega}{\sqrt{2}} w_1 \Phi_m = \frac{2\pi f}{\sqrt{2}} w_1 \Phi_m = 4,44 f w_1 \Phi_m.$$

1. Определяем площадь поперечного сечения стального шихтованного магнитопровода (с учетом коэффициента заполнения)

$$S_{CT} = a \cdot b \cdot K_3 = 30 \cdot 26 \cdot 0,95 = 7,41 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2,$$

и площадь поперечного сечения магнитного потока в воздушном зазоре

$$S_\delta = (a + b)(b + \delta) = (30 + 0,2)(26 + 0,2) = 7,91 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2.$$

2. Определяем амплитудное значение магнитного потока в воздушном зазоре (он же в стальном сердечнике, так как  $\Phi_S = 0$ )

$$\Phi_{\delta m} = \Phi_m = S_\delta \cdot B_\delta = 1,25 \cdot 7,91 \cdot 10^{-4} = 9,89 \cdot 10^{-4} \text{ Вб.}$$

Находим действующее и мгновенные значения приложенного к первичной обмотке напряжения

$$U_1 = 4,44 f w_1 \Phi = 4,44 \cdot 50 \cdot 10^3 \cdot 9,89 \cdot 10^{-4} = 219,6 \approx 220 \text{ В,}$$

$$u_1(t) = 220\sqrt{2} \sin \omega t = 311 \sin \omega t.$$

4. Для средней силовой линии магнитной цепи, рисунок 2.1, составляем второй закон Кирхгофа

$$H_{CT}l_{CT} + H_{\delta}\delta = I_{0p}w_1,$$

здесь  $I_{0p}$  – реактивная (намагничивающая) составляющая тока  $I_0$  холостого хода трансформатора.

5. Находим длину средней силовой линии

$$l_{CT} = (d - a)2 + (h - a)2 = (135 - 30)2 + (120 - 30)2 = 390 \text{ мм} = 0,39 \text{ м.}$$

и длину пути магнитного потока в стальном сердечнике магнитопровода

$$l_{CP} = l_{CT} - \delta = 390 - 0,2 = 389,8 \text{ мм} = 0,3898 \text{ м.}$$

6. Определяем амплитудное значение индукции магнитного поля в стальном сердечнике

$$B_{CT} = \frac{\Phi_1}{S_{CT}} = \frac{9,89 \cdot 10^{-4}}{7,41 \cdot 10^{-4}} = 1,335 \text{ Тл.}$$

7. Напряженность магнитного поля в сердечнике, соответствующую такой индукции, определяем по кривой намагничивания, рисунок 2.18, таблица П.1

$$H_{CT} = 510 \text{ А/м.}$$

8. Напряженность магнитного поля в воздушном зазоре определяется по формуле

$$H_{\delta} = \frac{B_{\delta}}{\mu_0} = \frac{1,25}{4\pi} \cdot 10^7 = 0,0995 \cdot 10^7 \approx 10^6 \text{ А/м.}$$

9. Определяем амплитудное значение магнитодвижущей силы

$$F_M = I_{0p}w_1 = H_{CT}l_{CT} + H_{\delta}\delta = 510 \cdot 0,3898 + 10^6 \cdot 0,2 \cdot 10^{-3} = 398,8 \text{ А.}$$

10. Действующее значение несинусоидального (намагничивающего) тока  $I_{0p}$  находим по формуле (1.22)

$$I_{0p} = \frac{F_m}{\sqrt{2} \cdot \omega_1 k_a} = \frac{398,8}{\sqrt{2} \cdot 10^3 \cdot 1,2} = 0,235 \text{ А.}$$

Коэффициент высших гармоник  $k_a = 1,2$  (по таблице 1.2).

11. Определяем удельные потери в стали магнитопровода. По таблице П.2 индукции  $B_{CT} = 1,335$  Тл соответствуют потери  $P_{OB} = 1,18$  Вт/кг.

*Примечание:* при индукции меньше 1 Тл и более 1,5 Тл определять по формуле  $P_{OB} = P_{01}B_{CT}^2 = 0,678 \cdot B_{CT}^2$ .

12. Вес стального сердечника

$$G_{CT} = S_{CT}l_{CT}d = 7,41 \cdot 10^{-4} \cdot 0,3898 \cdot 7,6 \cdot 10^{-3} = 2,195 \text{ кг,}$$

где  $d = 7,6 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$  – удельный вес стали.

13. Потери в стали сердечника (формула 1.13)

$$P_{CT} = P_{o1} B_m^2 G_{CT} = P_{oB} G_{CT} = 1,18 \cdot 2,195 = 2,59 \text{ Вт.}$$

14. Активная составляющая тока холостого хода (1.20)

$$I_{0a} = \frac{P_{CT}}{U_1} = \frac{2,59}{220} = 0,012 \text{ А.}$$

15. Ток холостого хода (1.19)

$$I_0 = \sqrt{I_{0\delta}^2 + I_{0a}^2} = \sqrt{0,235^2 + 0,012^2} = 0,2353 \approx 0,235 = I_{0p}.$$

16. Угол потерь  $\alpha$  (1.19)

$$\alpha = \arctg \frac{I_{0a}}{I_{0p}} = \arctg \frac{0,012}{0,235} = 2,92^\circ.$$

17. Строим векторную диаграмму идеализированного трансформатора (пренебрегли потерями в обмотке и потоком рассеяния) в режиме холостого хода по уравнениям

$$\underline{U}_1 = j\omega w_1 \underline{\Phi}_0,$$

$$\underline{I}_0 = I_{op} + jI_{oa}.$$

Выбираем масштабы: 20 mA  $\rightarrow$  1 см; 44 В  $\rightarrow$  1 см.

Для магнитного потока:  $\Phi_0 = \frac{\Phi_m}{\sqrt{2}} = \frac{9,29 \cdot 10^{-4}}{\sqrt{2}} = 6,99 \cdot 10^{-4} \text{ Вб} \rightarrow 14 \text{ см}$ , тогда

вектор тока  $I_{op} = \frac{0,235}{0,02} = 11,75 \text{ см}$ ;  $I_{oa} = \frac{0,012}{0,02} = 0,6 \text{ см}$ . Вектор напряжения:

$$\underline{U}_1 = \frac{220}{44} = 5 \text{ см}.$$

Откладываем горизонтально вектор магнитного потока  $\underline{\Phi}_0$  и на  $90^\circ$  опережающий его вектор напряжения  $\underline{U}_1$  (рисунок 2.19). Вектор  $I_{op}$  совпадает по фазе с магнитным потоком, а вектор  $I_{oa}$  — с напряжением  $U_1$ .

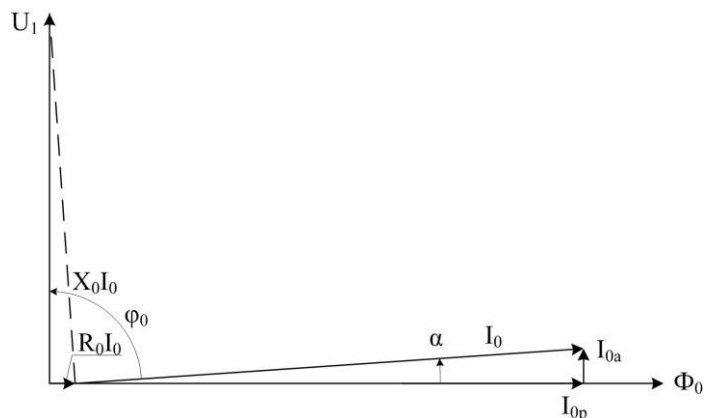


Рисунок 2.19

18. Определяем параметры схемы замещения режима холостого хода идеализированного трансформатора, рисунок 2.20

$$g_0 = \frac{R_0}{R_0^2 + X_0^2}; \quad b_0 = \frac{X_0}{R_0^2 + X_0^2}.$$

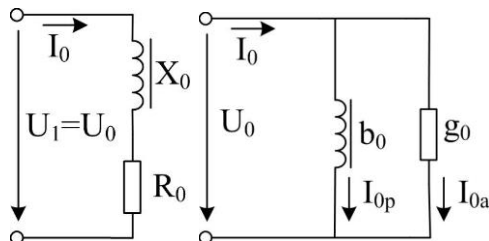


Рисунок 2.20

Можно использовать такие формулы

$$R_0 = \frac{P_{CT}}{I_0^2} = \frac{2,59}{0,235^2} = 46,9 \text{ Ом},$$

$$Z_0 = \frac{U_0}{I_0} = \frac{220}{0,235} = 935 \text{ Ом},$$

$$X_0 = \sqrt{Z_0^2 - R_0^2} = \sqrt{935^2 - 46,9^2} = 933,8 \text{ Ом}.$$

19. Для построения характеристики холостого хода  $I_0 = f(U_1)$ , задаемся напряжениями  $U = (0,5; 0,8; 1,2)U_1$ , где  $U_1$  берем из п. 3, находим соответствующий магнитный поток  $\Phi_m \frac{U}{4,44 f w_1}$  и по п.п.(6–15) определяем ток  $I_0$ . Результаты расчета сводим в таблицу 2.11.

Таблица 2.11

$U/U$	$U$ , В	$\Phi \cdot 10^{-4}$ , Вб	$B_{ст}$ , Тл	$H_{ст}$ , А/м	$B_{\delta}$ , Тл	$H_{\delta} \cdot 10^5$ , А/м	$F_m$ , А	$I_{op}$ , А	$P_{OB}$ , Вт/кг	$P_{CT}$ , Вт	$I_{oa}$ , А	$I$ , А
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
0,5	110	4,955	0,669	100	0,626	4,985	139	0,098	0,304	0,667	0,006	0,0982
0,8	176	7,928	1,07	220	1,002	7,976	245	0,173	0,8	1,756	0,01	0,1735
1,0	220	9,89	1,335	510	1,25	10,0	399	0,235	1,18	2,59	0,012	0,2353
1,2	264	11,89	1,605	1875	1,503	11,96	970	0,49	1,735	3,81	0,0144	0,49

По данным столбцов 2, 11, 13 строим характеристики холостого хода трансформатора  $I_0 = f(U_1)$ ,  $P_{XX} = P_{CT} = f(U_1)$  (рисунок 2.21).

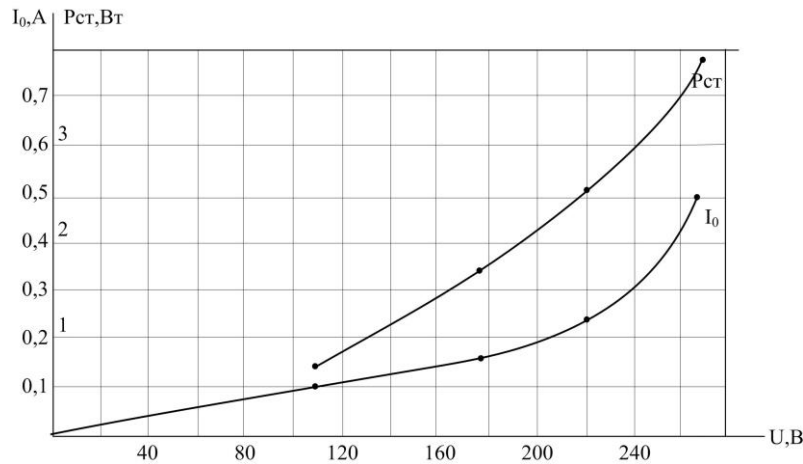


Рисунок 2.21

С увеличением напряжения возрастает магнитный поток, и, в районе насыщения стали магнитопровода, ток резко возрастает, что ведет к увеличению потерь в стали.

Поскольку напряжение  $U$  и магнитный поток отличаются на постоянный множитель ( $U = \omega W \Phi$ ), то зависимость  $U = f(I_0)$  на рисунке 2.21 можно рассматривать в качестве вебер-амперной характеристики (характеристики намагничивания) магнитной цепи трансформатора  $\Phi = f(I_0)$ , как зависимость действующего значения синусоидального магнитного потока от действующего значения несинусоидального тока холостого хода  $I_0$ .

2.3.2. Реактивная катушка со стальным сердечником включается на синусоидальное напряжение  $U = 100$  В и потребляет ток  $I = 0,1$  А (действующие значения). Потребляемая мощность  $P = 1,58$  Вт. Активное сопротивление обмотки  $R = 20$  Ом, реактивное сопротивление рассеяния  $X_S = 50$  Ом. Определить потери в стали сердечника (на гистерезис и вихревые токи), ток, соответствующий потерям в стали, и намагничивающий ток.

*Решение.* Активная потребляемая мощность расходуется на потери в стали и потери в активном сопротивлении обмотки:

$$P = RI^2 + P_{ст}.$$

Отсюда

$$P_{ст} = P - RI^2 = 1,58 - 20 \cdot 0,1^2 = 1,38 \text{ Вт.}$$

Ток, обусловленный потерями в стали, это активная составляющая тока ( $I_{0a}$  – на векторной диаграмме, рисунок 1.7, а). Угол сдвига фаз между

напряжением и током (между  $U_1$  и  $I_0$  на рисунке 1.7) определяем из формулы мощности

$$\cos \varphi = \frac{P}{UI} = \frac{1,58}{100 \cdot 0,1} = 0,158;$$

$$\varphi = \arccos 0,158 = 80^\circ 50'.$$

Полагая начальную фазу напряжения равной нулю  $\underline{U} = U$ , найдем комплекс тока

$$\underline{I} = \underline{I} e^{j\psi_i},$$

Где  $\psi_1 = \psi_u - \varphi = 0 - \varphi = -80^\circ 50'$ .

Подставляем в уравнение реактивной катушки

$$\underline{U} = (R + jX_S)\underline{I} + \underline{U}_0$$

и находим напряжение идеальной катушки  $U_0$ , рисунок 1.7:

$$\underline{U}_0 = U - (R + jX_S)\underline{I} = 100 - (20 + j50) \cdot 0,1 e^{-j80^\circ 50'} = 94,75 e^{+j42^\circ}.$$

Ток, обусловленный потерями в стали

$$I_{oa} = \frac{P_{ст}}{U_0} = \frac{1,38}{94,75} = 0,0146.$$

Намагничивающий ток ( $I_{op}$  – на рисунке 1.7)

$$I_{op} = \sqrt{I^2 - I_{oa}^2} = \sqrt{0,1^2 - 0,0146^2} = 0,0989.$$

*Примечание.* Можно было ток  $I_{op}$  найти иначе. Угол сдвига между напряжением  $U_0$  и током  $I$  равен:

$$\phi_0 = \psi_{U_0} - \psi_i = 42' + 80^\circ 50' = 81^\circ 32'.$$

Тогда (смотри рисунок 1.7):

$$I_{oa} = I \cdot \cos 81^\circ 32' = 0,1 \cdot 0,147 = 0,0147.$$

2.3.3. Однофазный трансформатор имеет первичное напряжение 380 В, вторичное – 6600 В. Приведены сопротивления вторичной обмотки считаем равными соответствующим сопротивлениям первичной обмотки. Для определения сопротивлений обмоток проведен опыт короткого замыкания при пониженном напряжении  $U_1 = 38$  В. Измерены ток на входе  $I_1$  и потребляемая мощность  $P$ .

*Решение.* Запишем уравнение приведенного трансформатора в режиме короткого замыкания

$$\underline{U} = (R_1 + jx_{1S})I_1 - \underline{E}_1$$

$$\underline{E}'_2 = (R'_2 + jx'_{2S})I'_2$$

$$\underline{E}_1 = E'_2 = -j\omega W_1 \Phi_0$$

$$\underline{I}_0 = \underline{I}_1 + \underline{I}'_2.$$

При напряжении 38 В магнитный поток будет в 10 раз меньше номинального и намагничивающим током можно пренебречь  $I_0 \approx 0$ . Тогда  $I'_2 = -I_1$ . Подставляя в уравнение, находим

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_1}{R_1 + jx_{1S} + R'_2 + jx'_{2S}} = \frac{\underline{U}_1}{2(R_1 + jx_{1S})}.$$

Отсюда следует:

$$Z = \sqrt{(2R_1)^2 + (2x_{1S})^2}.$$

Угол  $\varphi = \arccos \frac{P}{U_1 I_1}$ ;  $2R = Z \cos \varphi$ ;  $2x_{1S} = Z \sin \varphi$ .

Сопротивления обмоток равны:

$$R_1 = R'_2 = \frac{Z}{2} \cos \varphi;$$

$$x_{1S} = x'_{2S} = \frac{Z}{2} \sin \varphi;$$

$$R_2 = \frac{R'_2}{n^2} = R_1 \left( \frac{W_2}{W_1} \right)^2;$$

$$x_{2S} = x_{1S} \left( \frac{W_2}{W_1} \right)^2.$$

## КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что называют магнитной цепью?
2. Для каких целей применяются магнитные цепи?
3. Что такое магнитопровод?
4. Какие свойства ферромагнитных материалов определяют их применение для изготовления магнитопроводов?
5. Что называют петлей гистерезиса? Нарисуйте петли гистерезиса для магнитотвердой и магнитомягкой сталей.
6. Что определяет площадь петли гистерезиса?
7. Что такое «кривая намагничивания»? Что такое кривая «размагничивания»?
8. Нарисуйте неразветвленную магнитную цепь.
9. Нарисуйте разветвленную симметричную магнитную цепь.
10. Нарисуйте разветвленную несимметричную магнитную цепь.
11. Как определить площади сечений отдельных участков магнитной цепи: литого, шихтованного стального сердечника; воздушного зазора?
12. Напишите и сформулируйте закон Ома для магнитной цепи.
13. Напишите и сформулируйте закон Кирхгофа для магнитной цепи.
14. На основании какого закона и как выводится первый закон Кирхгофа для магнитной цепи.
15. На основании какого закона и как выводится второй закон Кирхгофа для магнитной цепи.
16. Назовите основные допущения, которые мы делаем при расчете магнитной цепи.
17. Что называется «прямой» задачей при расчете магнитной цепи?
18. Что называется «обратной» задачей при расчете магнитной цепи?
19. Какие методы расчета магнитной цепи Вам известны?
20. Для чего применяется реактивная катушка со стальным сердечником?
21. Напишите дифференциальное уравнение катушки со стальным сердечником. поясните смысл каждого члена уравнения.
22. Нарисуйте схемы замещения катушки со стальным сердечником. Какой физический смысл придается элементам этой схемы?

23. При каких условиях можно от дифференциального уравнения катушки со стальным сердечником перейти к уравнению в комплексной форме?

24. Можно ли использовать параметры схемы замещения катушки со стальным сердечником, определенные при одном режиме работы, для расчета любых режимов?

25. Напишите дифференциальные уравнения трансформатора со стальным сердечником. Поясните физический смысл отдельных членов уравнений.

26. Какие допущения позволяют перейти от дифференциальных уравнений трансформатора со стальным сердечником к уравнениям в комплексной форме?

27. Напишите уравнения трансформатора со стальным сердечником в приведенных величинах. Каков физический смысл отдельных членов уравнения?

28. Нарисуйте схему замещения трансформатора со стальным сердечником. Каков физический смысл отдельных ее элементов.

29. Что такое потери на гистерезис и вихревые токи в магнитопроводе трансформатора. По каким формулам определяются?

30. Как определить параметры схем замещения трансформатора опытным путем?

31. Как рассчитать КПД трансформатора, если известны его паспортные данные, комплекс сопротивления нагрузки и напряжение на входных зажимах?

32. Как рассчитать КПД трансформатора, если известны его паспортные данные, напряжение на нагрузке, ее ток и потребляемая мощность?

33. Постройте векторную диаграмму катушки со стальным сердечником.

34. Постройте векторную диаграмму для следующих режимов работы трансформатора со стальным сердечником.

а) Х.Х; б) К.З; в)  $\varphi_H = 0$ ; г)  $\varphi_H = 45^\circ$ ;

д)  $\varphi_H = -45^\circ$ ; е)  $\varphi_H = \frac{\pi}{2}$ ; ж)  $\varphi_H = -\frac{\pi}{2}$ .

## ПРИЛОЖЕНИЯ

### Приложение 1

Таблица П.1.1 – Кривая намагничивания  $B = f(H)$  для листовой электротехнической стали 3412

$B$ , Тл	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
	$H$ , А/м									
1,00	176	178	182	187	194	200	210	220	230	240
1,10	250	260	270	280	290	300	310	320	330	340
1,20	352	364	376	388	398	408	416	428	439	450
1,30	461	476	492	508	524	540	556	572	588	604
1,40	620	648	676	704	732	760	788	816	844	872
1,50	900	935	970	1005	1040	1075	1110	1146	1182	1218
1,60	1260	1375	1500	1625	1750	1875	2000	2125	2250	2375
1,70	2500	2700	2900	3100	3300	3500	3700	3900	4100	4300
1,80	4500	4750	5000	5250	5500	5750	6000	6250	6500	6750

Таблица П.1.2 – Удельные потери трансформаторной стали (3412)

$B$ , Тл	1,0	1,10	1,12	1,14	1,16	1,18	1,20	1,22	1,24	1,26	1,28
$P_0$ , Вт/кг	0,678	0,82	0,85	0,88	0,91	0,94	0,97	1,00	1,03	1,06	1,09
$B$ , Тл	1,30	1,32	1,34	1,36	1,38	1,40	1,42	1,44	1,46	1,48	1,50
$P_0$ , Вт/кг	1,13	1,16	1,19	1,22	1,26	1,29	1,33	1,37	1,42	1,46	1,50

Таблица П.1.3 – Кривая намагничивания  $B = f(H)$

$B$ , Тл	0,5	0,55	0,6	0,65	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95
$H$ , А/м	250	275	300	320	343	370	401	436	477	524
$B$ , Тл	1,0	1,05	1,1	1,15	1,20	1,25	1,30	1,35	1,40	1,45
$H$ , А/м	577	636	702	777	872	1000	1150	1330	1550	1840
$B$ , Тл	1,50	1,55	1,6	1,65	1,7	1,75	1,8	1,85	1,9	1,95
$H$ , А/м	2280	3000	4000	5350	7000	9350	11900	15150	19200	24300
$B$ , Тл	2,0	2,05	2,1	2,15	2,2	2,25	2,3	2,35	2,4	2,45
$H$ , А/м	37700	38400	47000	58000	71500	93000	120000	156000	194000	233000

## Приложение 2

### Образец ответов на контрольные вопросы

1. Магнитной цепью называют совокупность устройств, содержащих ферромагнитные тела и образующих замкнутую цепь, в которой при наличии намагничивающей силы образуется магнитный поток и вдоль которой замыкаются линии магнитной индукции.

2. Магнитные цепи применяют для создания в определенных частях электротехнических устройств значительных магнитных потоков.

3. Магнитопровод – это часть магнитной цепи. Он выполняется из ферромагнитных материалов, обычно замкнут, содержит небольшие воздушные зазоры или участки из неферромагнитных материалов.

4. Для изготовления магнитопроводов применяются ферромагнитные материалы легко и сильно намагничивающиеся с высокой относительной магнитной проницаемостью (магнитомягкие электротехнические стали).

5. При периодическом изменении тока в обмотке сердечника от  $I_m$  до  $-I_m$ , зависимость индукции ( $B$ ) магнитного поля от напряженности ( $H$ ) магнитного поля получается на графике в виде петли, которую называют петлей гистерезиса. Каждый отрезок, отсекаемый петлей на оси абсцисс, называется коэрцитивной (задерживающей) силой  $H_c$ , а на оси ординат – индукцией остаточной намагниченности  $B_r$ . Материалы с большой коэрцитивной силой называют магнитотвердыми. Материалы с малой коэрцитивной силой называют магнитомягкими. Подсказка: верхняя часть петли гистерезиса магнитомягкого ферромагнетика показана на рисунке 1.6 в зеркальном отображении относительно вертикальной оси. Часть петли магнитотвердого ферромагнетика во втором квадранте (кривая размагничивания) показана на рисунках 1.2, 2.12–2.14.

6. Площадь петли гистерезиса пропорциональна потерям на перемагничивание (на гистерезис) за один цикл намагничивания.

7. Кривой намагничивания называют зависимость  $B$  от  $H$  при изменении намагничивающего тока от 0 до  $I_m$ . Если материал намагничивается впервые, то эта зависимость называется первоначальной кривой намагничивания. Геометрическое место вершин петель гистерезиса, при различных токах намагничивания, называют основной кривой намагничивания. Она не совпадает с первоначальной кривой намагничивания и расположена не

## Продолжение приложения 2

сколько ниже ее (рисунки 1.1, 2.4, 2.18). Кривая размагничивания это часть петли гистерезиса, расположенная во втором квадранте между точками  $-H_C$  и  $B_r$  (рисунки 1.2, 2.12–2.14). Используется при расчете магнитной цепи с постоянным магнитом.

8. Неразветвленная магнитная цепь может выглядеть так, как на рисунках 1.3, 2.1, 2.3.

9. Разветвленная симметричная магнитная цепь может иметь такой вид, как на рисунке 2.8 (если  $I_1 w_1 = I_2 w_2$ ). Симметрия должна быть не только в магнитопроводе, но и в расположении намагничивающих обмоток, в направлениях и величинах намагничивающих сил.

10. Разветвленная несимметричная магнитная цепь может иметь такой вид, как на рисунках 2.8, 2.9 (если  $I_1 w_1 \neq I_2 w_2$  или  $\ell_1 \neq \ell_2$ ).

11. Площади сечений отдельных участков магнитной цепи определяются так:

Если магнитопровод литой, площадь сечений определяется по геометрическим размерам;

Если магнитопровод шихтованный, то есть набран из отдельных, изолированных друг от друга, листов стали, то площадь сечения стали определяют умножая площадь полученную по геометрическим размерам на коэффициент заполнения ( $K_3$ );

Площадь воздушного зазора определяется по эмпирическим формулам.

Если торцы прямоугольные одинаковые, то  $S_b = (a + b)(c + b)$  – площадь зазора.

Если торцы прямоугольные разные, то  $S_b = (a + 2b)(c + 2b)$ .

Если торцы круглые равные, то

$$S = \frac{\pi(d + \delta)^2}{4},$$

где  $d$  – диаметр торца.

Если торцы круглые разные или же один (меньший) торец круглый, а второй (большой) произвольной формы, то

$$S = \frac{\pi(d + 2\delta)^2}{4},$$

*Продолжение приложения 2*

где  $d$  – диаметр меньшего торца.

12. Закон Ома для магнитной цепи:

Магнитный поток равен намагничивающей силе, деленной на магнитное сопротивление цепи

$$\Phi = \frac{F}{R_m}.$$

13. Первый закон Кирхгофа для магнитной цепи:

Алгебраическая сумма магнитных потоков, сходящихся в узле разветвления магнитной цепи, равна нулю

$$\sum_k \Phi_k = 0.$$

Второй закон Кирхгофа для магнитной цепи:

Алгебраическая сумма магнитных падений напряжения вдоль замкнутого контура магнитной цепи равна алгебраической сумме намагничивающих сил, действующих в этом контуре

$$\sum_k H_k l_k = \sum_k I_k w_k.$$

14. Первый закон Кирхгофа для магнитной цепи выводится на основании уравнения непрерывности потока вектора магнитной индукции (магнитного потока)

$$\oint_S \bar{B} d\bar{S} = 0.$$

Если узел магнитной цепи мысленно окружить замкнутой поверхностью, рисунок П.7, полагая, что магнитные потоки замыкаются только по ветвям магнитопровода и потоков рассеивания нет, то

$$\oint \bar{B} d\bar{S} = \int_{S_1} \bar{B}_1 d\bar{S}_1 + \int_{S_2} \bar{B}_2 d\bar{S}_2 + \int_{S_3} \bar{B}_3 d\bar{S}_3 = -\Phi_1 - \Phi_2 + \Phi_3 = 0,$$

$$\sum_k \Phi_k = 0.$$

Знак каждого из потоков определяется по правилам скалярного произведения векторов при условии, что вектор  $d\bar{S}$  для замкнутой поверхности направлен в наружную сторону пространства:

$$\bar{B} \cdot d\bar{S} = B \cdot dS \cdot \cos \alpha,$$

где  $\alpha$  – угол между векторами  $\bar{B}$  и  $d\bar{S}$ .

## Продолжение приложения 2

15. Второй закон Кирхгофа для магнитной цепи выводится на основании закона полного тока  $\oint_l \vec{H} d\vec{l} = I_0$ . «Циркуляция вектора напряженности магнитного поля вдоль замкнутого контура равна полному току, сцепленному с этим контуром».

Порядок вывода такой: контур магнитной цепи разбивается на участки. В пределах участка напряженность магнитного поля  $H$  должна быть одинаковой, тогда  $\oint_l \vec{H} d\vec{l} = \sum_k H_k l_k$ , а полный ток контура определяется как алгебраическая сумма  $I_w$ . Причем, если направление намагничивающей силы согласуется по правилу правого винта с направлением обхода контура, то  $I_w$  данного участка берется со знаком «+». В результате второй закон Кирхгофа для магнитной цепи записывается так:

$$\sum_k H_k l_k = \sum_k I_k W_k .$$

16. Основные допущения при расчете магнитной цепи:

1) пренебрегаем потоком рассеивания, полагая, что потоки замыкаются только по магнитопроводу.

2) считаем, что потоки вектора индукции распределяются по сечению равномерно:  $B = \frac{\Phi}{S}$ .

17. При расчете магнитной цепи «прямой задачей» называют определение намагничивающих ампервитков по заданному в одном из участков цепи потоку.

18. «Обратной задачей» при расчете магнитной цепи называют задачу определения потока в какой-либо ветви или во всех ветвях магнитной цепи по заданным намагничивающим силам. Следует помнить, что в случае «прямой» и «обратной» задач, обязательно должны быть известны геометрические размеры магнитопровода, коэффициенты заполнения (если магнитопровод шихтованный), зависимость индукции ( $B$ ) от напряженности ( $H$ ) магнитопровода.

19. Магнитные цепи при решении «прямой задачи» рассчитываются аналитически. При решении «обратной задачи» расчет ведется либо аналитическим (метод последовательных приближений), либо графическим методами.

## Продолжение приложения 2

20. Реактивная катушка со стальным сердечником в цепях переменного тока применяется для создания большого индуктивного сопротивления.

Пояснение:  $X_L = \omega L$ ;  $L = \frac{\psi}{i}$ ;  $\psi = w\Phi$ .

$\Phi$  – магнитный поток (в катушке со стальным сердечником он значительно больше, чем в такой же катушке без сердечника).

21. Дифференциальное уравнение катушки со стальным сердечником записывается так  $Ri + \frac{d\psi}{dt} = u$  или, так как  $\psi = \psi_s + \psi_0$ , где  $\psi_s = L_s i$ , а  $\frac{d\psi_0}{dt} = -e$  в соответствии с законом электромагнитной индукции, то

$$Ri + L_s \frac{di}{dt} - e_0 = u.$$

Здесь  $R$  – активное сопротивление материала обмотки катушки;  $\psi$  – полное потокосцепление;  $\psi_s$  – потокосцепление потока рассеивания;  $\psi_0$  – потокосцепление основного или рабочего потока;  $L_s$  – индуктивность, определяемая потокосцеплением потока рассеивания;  $e_0$  – ЭДС, наведенная в обмотке основным потоком.

22. Пользуются двумя схемами замещения катушки со стальным сердечником: последовательной и схемой со смешанным соединением элементов.

Последовательная схема замещения катушки со стальным сердечником показана на рисунке 1.7. Подсказка: для смешанного соединения вместо последовательно соединенных элементов  $R_0$  и  $x_0$  следует ввести параллельный участок  $g_0$  (или  $R_0$ ),  $b_0$  (или  $x_0$ ) и токи  $I_g$  и  $I_b$  соответственно. В этих схемах  $R$  – активное сопротивление материала обмотки;  $X_s$  – индуктивное сопротивление, определяемое потоком рассеивания;  $R_0$  и  $x_0$  – величины, характеризующие реакцию на протекание главного потока:  $R_0$  определяет тепловые потери в стали ( $P_{ст} = R_0 I^2$ ), а  $X_0$  – индуктивное сопротивление, определяемое потокосцеплением главного потока;  $g_0$  – активная проводимость, определяющая потери в стали;  $I_g$  – активная составляющая тока, равная  $g_0 E_0$ ;  $b_0$  – реактивная проводимость, определяет энергию перемагничивания сердечника катушки;  $I_b$  – реактивная составляющая тока  $I_b = b_0 E_0$ .

## Продолжение приложения 2

23. Переход от дифференциальной формы записи уравнения к символической записи возможен при условии, что все величины, изменяющиеся во времени ( $u, i, E$ ), изменяются по гармоническому закону. Для катушки со стальным сердечником этот переход возможен, если заменить несинусоидально изменяющиеся величины эквивалентными синусоидальными.

24. Параметры схемы замещения катушки со стальным сердечником, определенные при одном режиме, нельзя использовать для расчета другого режима, так как зависимость практически всех величин, входящих в схему замещения (кроме  $R$ ), от величины тока не линейна. Потери в стали (на гистерезис и вихревые токи)

$r_0 = \frac{P_{ст}}{I^2}$  приблизительно пропорциональны квадрату индукции, а зависимость индукции от тока выражается графиком аналогичным кривой намагничивания, где ток не пропорционален квадрату индукции.  $X_0 = \omega \frac{d\psi_0}{di}$  или  $\omega \frac{\psi_0}{i}$  – величина переменная, уменьшающаяся с ростом тока.  $X_s$  – величина переменная, так как при насыщении стали сердечника поток рассеивания резко возрастает.

25. Дифференциальные уравнения трансформатора со стальным сердечником, рисунок 1.3, записываются так:

- для первичной обмотки

$$u_1 = R_1 i_1 + L_{s1} \frac{di_1}{dt} - e_0 ;$$

- для вторичной обмотки

$$e_2 = R_2 i_2 + L_{s2} \frac{di_2}{dt} + u_2 ;$$

- уравнение намагничивающих сил

$$i_1 W_1 + i_2 W_2 = i_0 W_1 .$$

Здесь  $R_1$  и  $R_2$  активные сопротивления материала первичной и вторичной обмоток трансформатора;  $L_{s1}$  и  $L_{s2}$  – индуктивности, определяемые потоками рассеивания связанными с первичной и вторичной обмотками трансформатора;  $e_1$  и  $e_2$  – ЭДС, индуцируемые главным потоком в первичной и вторичной обмотках трансформатора;  $u_2$  – напряжение на нагрузке.

## Продолжение приложения 2

грузке, подключенной к вторичной обмотке;  $W_1$  и  $W_2$  – числа витков первичной и вторичной обмоток;  $i_0$  – первичный ток в режиме холостого хода.

26. Чтобы перейти от дифференциальной формы записи уравнений трансформатора к комплексной форме принимаются следующие допущения. Полагая входное напряжение  $u_1$  изменяющимся по гармоническому закону и пренебрегая (1-е допущение) в уравнении для первичной обмотки величиной  $R_1 i_1$ , можно считать, что  $e_1$  и главный поток  $\Phi_0$  изменяются по гармоническим законам. Наведенная главным потоком на вторичной обмотке ЭДС  $e_2$  тоже будет изменяться по гармоническому закону и, если сопротивление нагрузки линейное (2-е допущение), то и ток  $i_2$  будет изменяться по гармоническому закону. Полагая, что ток  $i_0$  чрезвычайно мал (по сравнению с номинальными значениями  $i_1$  и  $i_2$ ) и что он оказывает незначительное влияние (3-е допущение), приходим к выводу, что все основные величины токов и напряжений изменяются по гармоническому закону. Поэтому, с достаточной для практических целей степенью точности, можно записать уравнения трансформатора в символической форме.

27. Уравнения трансформатора со стальным сердечником в приведенных величинах записывается так:

$$\begin{aligned}\underline{U}_1 &= R_1 I_1 + jX_{s1} I_1 - \underline{E}_1, \\ \underline{E}'_2 &= R'_2 I_1 + jX'_{s2} I'_2 + \underline{U}_2, \\ \underline{I}_1 + \underline{I}'_2 &= \underline{I}_0, \\ \underline{E}'_2 &= E_1 - j\omega w_1 \underline{\Phi}_0.\end{aligned}$$

Здесь  $R_1$  активное сопротивление материала первичной обмотки трансформатора;  $X_{s1}$  – индуктивное сопротивление, определяемое потоком рассеивания, сцепленным с первичной обмоткой;  $\underline{E}_1$  – комплекс ЭДС, наведенной в первичной обмотке главным потоком;  $\underline{E}'_2$  – комплекс приведенной величины ( $E'_2 = nE_2$ ) ЭДС, наведенной главным потоком во вторичной обмотке;  $R'_2$  – приведенная величина ( $R'_2 = n^2 R_2$ ) активного сопротивления материала вторичной обмотки;  $I'_2$  – приведенная величина тока  $I_2$  ( $I'_2 = \frac{I_2}{n}$ );  $X'_{s2}$  – приведенная величина ( $X'_{s2} = n^2 X_{s2}$ ) индуктивного сопротивления, определяемого потоком рассеивания, сцепленным с вторич-

*Продолжение приложения 2*

ной обмоткой;  $U'_2$  – приведенная величина ( $U'_2 = nU_2$ ) напряжения на вторичных зажимах трансформатора.

28. Схема замещения трансформатора со стальным сердечником в режиме холостого хода представлена на рисунке 1.7. Подсказка: в соответствии со вторым уравнением пункта 27 дополнить схему, рисунок 1.7, элементами  $R_2$  и  $x_{s2}$ , получим Т-образную схему замещения трансформатора, в поперечной ветви которой протекает ток  $I_0$  (третье уравнение пункта 27).

Физический смысл элементов схемы замещения для  $R_1, X_{s1}, E_1, R'_2, X'_{s2}, I'_2, U'_2$  тот же, что в ответе 27, а для  $R_0$  и  $X_0$  – тот же, что в ответе 22.

29. Потери на гистерезис это потери активной энергии в процессе перемагничивания стального сердечника трансформатора. Вихревые токи возникают в поперечном сечении сердечника под действием ЭДС  $e = -\frac{d\Phi}{dT}$ . Потери на гистерезис и вихревые токи определяются по эмпирическим формулам:

$$P_{\Gamma} = K_{\Gamma} B_m^n f G_{CT},$$

$$P_B = K_B B_m^2 f^2 G_{CT},$$

где  $K_{\Gamma}, K_B$  – коэффициенты, зависящие от марки стали;  $n = 1,6, B_m < 1$  Тл;  $n = 2, B_m > 1$  Тл.

30. Параметры схем замещения опытным путем определяются по данным режимов холостого хода и короткого замыкания.

Опыт холостого хода делается при номинальном напряжении  $U_{10} = U_{1H}$ .

$$Z_0 = \frac{U_{10}}{I_{10}} e^{j \arccos \frac{P_0}{U_{10} I_{10}}} = R_0 + jX_0.$$

Опыт короткого замыкания делается при таком пониженном напряжении  $U_{1к}$  при котором  $I_{1к} = I_{1H}$ .

$$Z_1 = Z'_2 = \frac{U_{1к}}{2I_{1к}} e^{j \arccos \frac{P_{к}}{U_{1к} I_{1к}}} = R_1 + jX_{s1} = R'_2 + jX'_{s2}.$$

31. Заданы паспортные данные трансформатора, комплекс сопротивления нагрузки и напряжение на входных зажимах  $U_1$ . Нужно найти КПД трансформатора.

*Продолжение приложения 2*

Решение:

По паспортным данным (включающим в себя данные опытов х.х. и к.з.) определяем параметры схем замещения (смотри ответ 30). Затем находим приведенное сопротивление нагрузки  $Z'_H = n^2 Z_H$  и рассчитываем токи, мощности и КПД.

$$\underline{U}_1 = U_1; \underline{I}_1 = \frac{U_1}{Z_1 + \frac{Z_0(Z'_2 + Z'_H)}{Z_0 + Z'_2 + Z'_H}}; \underline{I}'_2 = \underline{I}_1 \frac{Z_0}{Z_0 + Z'_2 + Z'_H}; P_2 = R'_H \cdot (I'_2)^2;$$

$$P_1 = \left[ \underline{U}_1 \underline{I}_1^* \right]_{\text{Re}}; \eta = \frac{P_2}{P_1}.$$

32. Даны паспортные данные трансформатора, напряжение на нагрузке, ток нагрузки и потребляемая нагрузкой мощность ( $U_H$ ,  $I_H$  и  $P_H$ ). Найти КПД трансформатора.

Решение:

По паспортным данным (содержащим данные опытов х.х. и к.з.) определяем параметры схем замещения трансформатора (ответ 30). Затем, по заданным величинам  $U_H$ ,  $I_H$  и  $P_H$  находим

$$\cos \varphi_H = \frac{P_H}{U_H I_H}.$$

Полагая  $\psi_{iH} = 0$ , то есть  $\underline{I}_H = I_H$ , определяем комплекс напряжения на нагрузке  $\underline{U}_H = U_H e^{j\varphi}$ .

Находим приведенные величины

$$I'_2 = \frac{I_2}{n};$$

$$U'_2 = n U_2,$$

где  $U_2 = U_H$ ,  $I_2 = I_H$ .

Теперь воспользуемся уравнением вторичной обмотки трансформатора:  $\underline{E}'_2 = Z'_2 \underline{I}'_2 + \underline{U}'_2$  и определим  $\underline{E}'_2 = \underline{E}_1$ , а ток холостого хода  $\underline{I}_0 = \frac{-\underline{E}_1}{Z_0}$ .

Из уравнения намагничивающих сил определяем ток  $\underline{I}_1 = \underline{I}_0 - \underline{I}'_2$ .

Переходим к уравнению первичной обмотки трансформатора  $\underline{U}_1 = Z_1 \underline{I}_1 - \underline{E}_1$  и из него определим  $\underline{U}_1$ . Тогда

*Продолжение приложения 2*

$$P_1 = \left[ \underline{U}_1 \underline{I}^* \right]_{\text{Re}}$$

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} \cdot 100 \%$$

33. Векторная диаграмма катушки со стальным сердечником (рисунок 1.7) строится по уравнению

$$\underline{U} = R\underline{I} + jX_s\underline{I} - \underline{E}_0 = R\underline{I} + jx_s\underline{I} + \underline{U}_0,$$

где  $\underline{U}_0 = -\underline{E} = j\omega\Phi_0$ .

Порядок построения

$$\Phi_0 \rightarrow I \rightarrow -E_0 \rightarrow RI \rightarrow X_s I \rightarrow U.$$

34. Построить векторную диаграмму для заданных режимов работы трансформатора: х.х., к.з.,  $\varphi_H = 0$ ,  $\phi_N = \pm 45^\circ$ ,  $\phi_H = \pm 90^\circ$ .

Решение:

Векторная диаграмма трансформатора со стальным сердечником строится по приведенным уравнениям

$$U_1 = R_1 I_1 + jX_{s1} I_1 - \underline{E}_1;$$

$$\underline{E}'_2 = R'_2 I'_2 + jX'_{s2} I'_2 + \underline{U}'_2;$$

$$\underline{I}_1 + \underline{I}'_2 = \underline{I}_0;$$

$$\underline{E}_1 + \underline{E}'_2 = -j\omega\Phi_0.$$

Порядок построения

$$I'_2 \rightarrow U'_2 \rightarrow r'_2 I'_2 \rightarrow X'_{s2} I'_2 \rightarrow E'_2 \rightarrow \Phi_0 \rightarrow I_0 \rightarrow -I'_2 \rightarrow I_1 \rightarrow -E_1 \rightarrow r_1 I_1 \rightarrow X_{s1} I_1 \rightarrow U_1.$$

Подсказка: 1) Для режимов х.х. и к.з. рекомендуется сначала записать уравнения с учетом  $I_2 = 0$  или  $U_2 = 0$ , соответственно; 2) Для режимов работы с различной нагрузкой рекомендуется построение начать с горизонтально расположенного вектора  $I'_2$  (начальная фаза принята равной нулю), затем под углом  $\varphi_H$  строится вектор  $U'_2$ , далее по второму уравнению  $\underline{E}'_2 = \underline{E}_1$ , по четвертому уравнению – вектор потока  $\Phi_0$ , под углом потерь  $\alpha$  – вектор  $\underline{I}_0$ , по третьему уравнению – вектор  $\underline{I}_1$ , и наконец по первому уравнению – вектор  $\underline{U}_1$ .

## Список литературы

1. Теоретические основы электротехники: в 2-х т. Т. 2. Нелинейные электрические цепи. Электромагнитное поле. / Атабеков Г. И., Купалян С. Д., Тимофеев А. Б., Хухриков С. С. – Москва : Энергия, 1979. – 432 с.
2. Бессонов Л. А. Теоретические основы электротехники: в 2-х т. Т. 1. Электрические цепи. / Л. А. Бессонов. – Москва : Высшая школа, 1978. – 528 с.
3. Сборник задач по теоретическим основам электротехники / Л.А. Бессонов [и др.]. – Москва : Высшая школа, 1980. – 472 с.
4. Сборник задач и упражнений по теоретическим основам электротехники / Ионкин И. Е. [и др.]. – Москва : Энергоиздат, 1982. – 768 с.
5. Нейман Л. Р. Теоретические основы электротехники: в 2-х т. Т. 2. Теория нелинейных электрических и магнитных цепей. Электромагнитное поле. Л. Р. Нейман, К. С. Демкрчан. – Ленинград : Энергоиздат, 1981. – 416 с.
6. Боев В. М. Теоретические основы электротехники. Электромагнитное поле : учеб. пособие / В. М. Боев. – Киев, ИСИО, 1994. – 276 с.
7. Костенко М. П. Электрические машины: в 2-х т. Т.1. Машины постоянного тока. Трансформаторы. / М. П. Костенко, Л. М. Питровский. – М–Л : Энергия, 1964 – 548 с.
8. Милых В. И. Магнитные цепи и электромеханические устройства : учеб. пособие / В. И. Милых. – Харьков, НТУ «ХПИ», 2003. – 184 с.

## Содержание

Вступление.....	3
1. ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ПОЛОЖЕНИЯ.....	4
1.1. Основные законы магнитного поля.....	4
1.2. Закон Ома и законы Кирхгофа для магнитной цепи.....	7
1.3. Расчет магнитных цепей.....	9
2. ПРИМЕРЫ РАСЧЕТА.....	32
2.1. Магнитные цепи постоянного магнитного потока.....	32
2.2. Магнитные цепи с постоянными магнитами.....	48
2.3. Магнитные цепи гармонического магнитного потока.....	57
Контрольные вопросы.....	65
ПРИЛОЖЕНИЯ.....	67
Приложение 1.....	67
Приложение 2.....	68
Список литературы.....	78

Навчальне видання

БОСВ В'ячеслав Михайлович

МАГНІТНІ КОЛА ПОСТІЙНОГО ТА ЗМІННОГО  
МАГНІТНОГО ПОТОКУ

Методичні вказівки до самостійної роботи  
над розділом курсу «ТОЕ»  
для студентів спеціальностей 141 «Електроенергетика, електротехні-  
ка та електромеханіка», в тому числі студентів-іноземців

Російською мовою  
Відповідальний за випуск проф. М. П.Резінкіна  
Роботу до видання рекомендував проф. А.М. Борисенко

В авторській редакції

План 2019 р., поз. 17а

Підп. до друку 2019 р. Формат 60x84 1/16. Папір офсетний.  
Riso-друк. Гарнітура Таймс. Ум. друк. арк.  
Наклад 30 прим. Зам. № Ціна договірна

---

Видавничий центр НТУ «ХП».  
Свідоцтво про державну реєстрацію ДК № 5478 від 21.08.2017 р.  
61002, Харків, вул. Кирпичова, 2

---

Друкарня