

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
«Харківський політехнічний інститут»

УКРАЇНСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ЗАЛІЗНИЧНОГО ТРАНСПОРТУ

МЕТРОЛОГІЯ ТА ОСНОВИ ВИМІРЮВАНЬ

Навчально-методичний посібник
з вивчення лекційного матеріалу
для студентів спеціальності 174
"Автоматизація, комп'ютерно-інтегровані технології та робототехніка"

За редакцією А.К. Бабіченка

Затверджено
редакційно-видавничою
радою НТУ "ХПІ" ,
протокол № 1 від 16.02.2023 р.

Харків
НТУ "ХПІ"
2023

УДК 006.91 (075.8)

М54

*Затверджено редакційно-видавничою радою НТУ "ХПІ" ,
(протокол № 1 від 16 лютого 2023 р.)*

Авторський колектив:

А.К. Бабіченко, І.Л. Красніков, Ю.А. Бабіченко, І.Г. Лисаченко

Рецензенти:

В.О. Панасенко, докт. техн. наук, проф., начальник науково-технічного відділу ДУ "НІОХІМ", м. Харків;

А.О. Зуєв, канд. техн. наук, доц., зав. кафедри автоматики та управління в технічних системах Національного технічного університету "Харківський політехнічний інститут"

Метрологія та основи вимірювань: навч.-метод. посібник з вивчення
М54 лекційного матеріалу / уклад.: А.К. Бабіченко, І.Л. Красніков, Ю.А. Бабіченко,
І.Г. Лисаченко; за ред. А.К. Бабіченка. – Харків: НТУ "ХПІ", 2023.-- 141 с.
ISBN 978-617-8130-25-1

У посібнику розглядаються основні положення та визначення у сфері метрології. Дається аналіз похибок вимірювання фізичних величин, наводяться точнісна ієрархія засобів вимірювальної техніки, їх класифікація і порядок передачі одиниць вимірювання від еталонів до технічних засобів вимірювання. Наведені основи теорії випадкових похибок та методи обробки результатів вимірювань. Розглянуті загальні положення про державну метрологічну службу. За змістом посібник відповідає типовій програмі з навчальної дисципліни "Метрологія та основи вимірювань" студентів спеціальності 174 "Автоматизація, комп'ютерно-інтегровані технології та робототехніка"

Табл. 16; Іл. 15; Бібліогр. 9 найм.

УДК 006.91 (075.8)

ВСТУП

Сучасні наукові дослідження та функціонування виробництв різних галузей промисловості неможливі без вимірювань. Це пов'язано в першу чергу з тим, що вимірювання єдиний спосіб отримання кількісної інформації щодо величин, які характеризують ті чи інші явища і процеси у будь якій галузі знання чи виробництва. Оцінка точності результатів вимірювань, тобто якість цієї інформаційної продукції, має як теоретичне, так і прикладне значення. Забезпечення високої точності вимірювань – складна задача, і її розв'язання лежить у сфері метрологічного забезпечення. Суттєву роль потрібна точність вимірювання відіграє в процесі побудови та функціонування складних комп'ютерно-інтегрованих систем керування різноманітних технологічних комплексів, що найчастіше забезпечують такі важливі функції, як прогнозування стану обладнання, виявлення порушень технологічного процесу та розрахунок оптимальних режимів роботи об'єктів керування.

Вимірювальні канали таких систем керування є найбільш складною частиною і вимагають певних знань в області метрологічного забезпечення для отримання достовірних результатів, що і обумовило актуальність запровадження в навчальні плани багатьох технічних спеціальностей вищих навчальних закладів дисципліни "Метрологія та основи вимірювань", зокрема і спеціальності 174 "Автоматизація, комп'ютерно-інтегровані технології та робототехніка".

Навчальна дисципліна "Метрологія та основи вимірювань" є однією з провідних у безперервній підготовці студентів 2 курсу першого (бакалаврського) рівня вищої освіти галузі знань 17 "Електроніка, автоматизація та електронні комунікації" за спеціальністю "Автоматизація, комп'ютерно-інтегровані технології та робототехніка".

Навчальна дисципліна вимагає систематичного вивчення теоретичного матеріалу та його послідовного закріплення на лабораторних і практичних заняттях та під час виконання розрахунково-графічного завдання.

Т Е М А 1

ВИМІРЮВАННЯ ФІЗИЧНИХ ВЕЛИЧИН, КЛАСИФІКАЦІЯ ВИМІРЮВАНЬ. ДЕРЖАВНІ МЕТРОЛОГІЧНІ ОРГАНІЗАЦІЇ

Лекція 1

Основні поняття метрології та метрологічного забезпечення: фізична величина, системи одиниць, класифікація фізичних величин

Метрологія в її сучасному розумінні — це наука про вимірювання, методи та засоби забезпечення єдності вимірювань і способи досягнення необхідної точності.

Єдність вимірювань – стан вимірювань, коли результати виражені у прийнятих одиницях, а похибки вимірювань прийняті із заданою ймовірністю. Єдність вимірювань необхідна для порівняння результатів вимірювань, проведених у різних місцях, в різний час, з використанням різних методів і засобів вимірювання. Результати при цьому повинні бути однаковими, незалежно від використання методів і засобів вимірювання.

Вимірювання – це процес отримання значення фізичної величини дослідним шляхом за допомогою спеціальних технічних засобів.

Об'єкт вимірювання – матеріальний об'єкт, одна або декілька властивостей якого підлягають вимірюванню. Результатами вимірювання можуть бути фізичні величини або параметри технологічних процесів, апаратів та ін.

Фізична величина – це найзагальніше поняття у фізиці та метрології. Під фізичною величиною слід розуміти властивість, спільну в якісному відношенні для багатьох матеріальних об'єктів та індивідуальну в кількісному відношенні для кожного з них. Індивідуальність полягає в тому, що властивість може бути для одного об'єкту у визначену кількість разів відрізнитися для іншого об'єкту. Отже отримання відомостей про кількісні відношення величин становить задачу вимірювань. Однак для проведення

вимірювання фізичної величини необхідно мати одиниці масштабу, які реалізовані у засобах вимірювання.

Одиниця фізичної величини – це фізична величина, якій за визначенням присвоєне числове значення, що дорівнює одиниці.

Здавна людям досить часто доводилось мати справу з різними вимірюваннями: при будівництві споруд, при визначенні напрямку руху по морю, у торгівлі, при визначенні пропорцій людського тіла. У стародавні часи одиниці вимірювання найчастіше були антропометричними, тобто пов'язаними з назвою частин людського тіла: п'ядь – відстань поміж пальцями розставленого великого та середнього, лікоть – відстань від ліктя до кінця середнього пальця, фут – довжина стопи, пальма – ширина долоні та ін.

У Київській Русі найпоширенішими мірами довжини були верста, сажень, лікоть, аршин, ступня, долоня, вершок, палець (табл. 1.1), а мірами ваги – пуд, гривня, золотник тощо.

Таблиця 1.1 Міри довжини у Київській Русі

Міра довжини	Величина
Верста	1066,8 м
Сажень	2,154 м
Аршин	0,7112 м
Лікоть	≈ 0,5385 м
Ступня	0,359 м
Долоня	89,9 мм
Вершок	44,9 мм
Палець	22,4 мм

З розвитком суспільства одиниці фізичних величин замінювались іншими. Так в Англії у 14 столітті були встановлені законом дюйм (довжина трьох приставлених один до одного ячмінних зерен) та фут (ширина 64-х

ячмінних зерен покладених бік до боку). Таке різноманіття до початку XVIII-го століття призвело до хаосу мір. При цьому у Європі для вимірювання довжини використовувались біля 50-ти різних за розміром міль. Все це вимагало впорядкування одиниць для вимірювання фізичних величин.

Зміцнення культурних і економічних зв'язків поміж різними країнами вимагало подальшого упорядкування системи мір з розробленням єдиної прийнятної для держав міжнародної одноманітної системи мір і ваги.

В кінці XVIII століття у Франції національні збори ухвалили декрет про реформу системи мір і доручили Паризькій академії наук провести підготовчу роботу. Комісія під керівництвом Лагранжа запропонувала десятинну систему з кратними і дольовими частинами, а комісія під керівництвом Лапласа запропонувала одиницю довжини $1/40000000$ частину довжини паризького меридіана. Цю одиницю назвали "метр".

За одиницю маси було запропоновано масу 1 кубічного дециметра чистої води при температурі 4°C , яку назвали "кілограмом". Таким чином, перша метрична система мір, у якій одиниці довжини, площі, об'єму і маси були чітко пов'язані між собою, була законодавчо прийнята 7 квітня 1795 року Національними зборами Франції.

22 червня 1799 року роботи над метричною системою були завершені, виготовлені із платини прототиби одиниці довжини у вигляді лінійки довжиною 1 метр, товщиною 4 мм і шириною 25 мм, а також одиниці маси – 1 кілограм у вигляді платинового циліндра висотою і діаметром 39 мм. Платинові прототиби метра і кілограма згодом були передані на збереження до Національного Архіву у Франції.

20 травня 1875 року сімнадцять держав-учасниць підписали міжнародну Метричну конвенцію, що мала доленосне значення для міжнародної уніфікації одиниць вимірювання в міжнародному масштабі.

Метрична конвенція – це перше свідчення міжнародного наукового співробітництва вчених Європи, Азії й Америки. В подальшому із розвитком

науки і техніки метрична система сприяла розробці інших систем одиниць фізичних величин СГС, МКГСС, СГСМ.

Наявність таких численних систем одиниць фізичних величин спричинило багато незручностей при переході від однієї системи одиниць в іншу. Необхідна була уніфікація одиниць вимірювання фізичних величин, яка була б зручною для практичних вимірювань у різних галузях вимірювань. У 1954 році X Генеральна конференція з мір і ваги встановила шість основних одиниць (метр, кілограм, секунда, ампер, градус Кельвіна, свічка) практичної систем для міжнародних відносин. Одночасно Міжнародний комітет з мір і ваги створили комісію щодо розробки єдиної Міжнародної системи одиниць. Система одержала назву *Міжнародної системи одиниць*, скорочено СІ (SI – початкові букви французької назви Systems International).

Ухвалення системи СІ відбулось у 1960 році на Генеральній конференції з мір і ваги, що забезпечило узагальнення досвіду роботи наукових організацій з метрології, стандартизації, фізики й електротехніки. Організація об'єднаних націй з освіти, науки і культури (ЮНЕСКО) закликала усі країни ухвалити Міжнародну систему одиниць. Сьогодні 115 держав приєдналися до метричної конвенції, і більшістю країн система СІ визнана на законодавчому рівні та затверджена до обов'язкового виконання.

У 1997 році Держстандарт України ухвалив постанову про введення у державі Міжнародної системи одиниць ДСТУ 3651.097 "Метрологія. Одиниці фізичних величин. Основні одиниці фізичних величин Міжнародної системи одиниць. Основні назви, положення та позначення".

Основні одиниці системи СІ зі скороченими позначеннями українськими і латинськими буквами наведені у табл. 1.2.

Визначення основних одиниць відповідно до рішення Генеральної конференції з мір і ваги:

метр – довжина шляху, який проходить світло у вакуумі за $1/29979245$ частину секунди;

кілограм – одиниця маси, що дорівнює масі Міжнародного прототипу кілограму;

секунда – 9192631770 періодів випромінювання переходу між двома надтонкими рівнями основного стану атома цезію-133;

ампер – сила незмінного струму, який, переходячи через два паралельних прямолінійних провідники нескінченної довжини і занадто малого круглого перерізу, що розміщені на відстані один від одного у вакуумі, утворив би між провідниками силу в $2 \cdot 10^{-7}$ Н на кожний метр довжини;

кельвін – одиниця термодинамічної температури – $1/273,16$ частини термодинамічної температури потрійної точки води;

кандела – сила світла, що випромінюється з площі у $1/600000$ м² перерізу повного випромінювача у перпендикулярному до цього перерізу напрямку при температурі затвердіння платини та тиску 101325 Па;

моль – кількість речовини, яка вміщує стільки ж молекул (атомів, частинок), скільки вміщується атомів у нукліді вуглецю-12 масою в 0,012 кг.

Таблиця 1.2. Основні одиниці системи СІ

Величина	Одиниця вимірювання	Скорочені позначення одиниць	
		Українські	Латинські
Довжина	метр	м	m
Маса	кілограм	кг	kg
Час	секунда	с	s
Сила електричного струму	ампер	А	A
Термодинамічна температура	кельвін	К	K
Сила світла	кандела	кд	kd
Кількість речовини	моль	моль	mol

Основні вище перелічені фізичні величини є умовно незалежними. Всі інші (умовно залежні) становлять собою утворення з основних, які носять назву **похідних**. Фізичні величини, що мають ту саму у якісному відношенні

властивість, називають *однорідними*. Для визначення наскільки у кількісному відношенні відрізняються однорідні величини необхідно оцінити їх розмір у вигляді деякого числа прийнятого для неї одиниць. При цьому число q буде числовим значенням вимірюваної величини Q , яке характеризується відношенням вимірюваної величини Q до одиниці вимірювання $[Q]$.

$$Q = q[Q]. \quad (1.1)$$

Рівняння (1.1) є основним рівнянням вимірювання і показує, що числове значення фізичної величини залежить від прийнятої одиниці фізичної величини.

Значення фізичної величини, що ідеальним чином відбиває у якісному і кількісному відношенні властивості об'єкта, називається *істинним*. Істинне значення фізичної величини не може бути встановлене, а лише отримана оцінка цієї величини з визначеним ступенем наближення. Цю оцінку прийнято називати *дійсним значенням*, яка знаходиться експериментальним шляхом.

За способом перетворювання в інформаційний сигнал відрізняють активні і пасивні. *Активними* називають величини, що можуть бути перетворені у сигнал вимірювальної інформації без використання джерел допоміжної енергії (температура, електричні сили струму і напруги та ін.). *Пасивні* величини (електричний опір, індуктивність, маса та ін.) вимірюються із застосуванням допоміжного джерела енергії і, таким чином, перетворюються в активні. Можливість вимірювання величин по частинам передбачає розділення їх на *адитивні* (довжина, маса, сила струму, час та ін.) і *неадитивні* (густина, в'язкість, питома електрична провідність та ін.)

Лекція 2

Класифікація вимірювань по окремим ознакам. Державні метрологічні організації

На результати вимірювань впливає досить багато чинників: зовнішні умови, методи, технічні засоби вимірювання, стан експериментатора та ін. Зважаючи на численність різних чинників та умов проведення експерименту вимірювання класифікують за наступними ознаками:

- а) загальним прийомом отримання результатів – прямі, посередні, сумісні і сукупні;
- б) кількістю вимірювань в серії - однократні і багатократні;
- в) метрологічному призначенню – технічні, метрологічні та контрольньо-повірочні;
- г) характеристикам точності – рівноточні і нерівноточні;
- д) відношенню до зміни вимірюваної величини – статичні і динамічні;
- е) виразу результату вимірювань – абсолютні і відносні.

Розглянемо більш детально наведені вище вимірювання.

Прямі вимірювання називаються такі, за яких значення вимірюваної величини визначається безпосередньо за експериментальними даними (вимірювання довжини за допомогою лінійних мір, вимірювання температури термометром, тиску манометром та ін.). Прямі вимірювання найпростіші і найпоширеніші у промисловості.

Посередніми вимірюваннями називаються такі, за яких значення вимірюваної величини визначається за допомогою відомих математичних залежностей між цією величиною і величиною, яка визначається прямими вимірюваннями, наприклад: визначення густоти однорідного тіла по його масі і його геометричним розмірам; питомого електричного опору провідника по його опору, довжині і площині поперечного перерізу та ін.

У загальному вигляді вимірювана величина визначається за формулою:

$$X = f(y_1, y_2, y_3 \dots) \quad (2.1)$$

де y_1, y_2, y_3 – значення величин, виміряних прямим способом; f – функціональна залежність.

Сукупні вимірювання називаються такі, за яких числове значення вимірюваної величини визначається розв'язкою системи рівнянь, одержаних шляхом сукупних прямих вимірювань однієї або декількох однойменних величин. Наприклад, вимірювання за яких маса окремих гир набору знаходяться за відомою масою однієї з них і за результатами прямих порівнянь мас різних сполучень гир. Сукупні вимірювання знаходять застосування лише у лабораторній і дослідницькій практиці.

Сумісними вимірюваннями називаються такі, за яких проводяться одночасно вимірювання двох чи декількох неоднойменних величин для знаходження функціональної залежності між ними. Наприклад, вимірювання коефіцієнту лінійного розширення зразка за даними прямих вимірювань, що проводяться одночасно, прирощення довжини зразка у залежності від зміни його температури. Практично сумісні вимірювання майже не відрізняються від посередніх, проте виконуються одночасно.

Однократне вимірювання – це вимірювання, що виконується один раз.

Багатократні вимірювання – це вимірювання однієї і тієї ж фізичної величини, результат яких отримують з декількох (понад трьох), прямуючих одне за одним вимірювань.

Метрологічні вимірювання - це вимірювання за допомогою еталонів з метою відтворення одиниць фізичних величин або передачі розміру зразковим та робочим засобам вимірювань чи нововведення одиниць фізичних величин.

Контрольно-повірочні вимірювання, похибки яких не перевищують деяких наперед заданих значень. До них відносять лабораторні вимірювання фізичних величин за допомогою зразкових і технічних засобів високих класів

точності. Такі вимірювання проводяться у метрологічних лабораторіях Держстандарту України та науково-дослідних інститутах.

Технічні вимірювання – це вимірювання, які проводяться у промисловості за допомогою робочих засобів вимірювання з метою контролю та керування технологічними процесами, параметрів різноманітних виробів та ін.

Рівноточні вимірювання – це ряд вимірювань якої-небудь величини, виконаних однаковими за точністю засобами вимірювань в одних і тих самих умовах.

Нерівноточні вимірювання – це ряд вимірювань будь якої фізичної величини, виконаних різними за точністю засобами вимірювань та у різних умовах.

Статичні вимірювання – це вимірювання, за яких протягом певного проміжку часу вимірювана величина майже не змінюється або ж її значення змінюється поступово відповідно до процесу виробництва. Статичні вимірювання використовуються, як правило, для встановлення взаємозв'язку між фізичними величинами (параметрами технологічного процесу) одного і того самого об'єкта дослідження. Вони застосовуються у пасивних експериментах для встановлення певних невизначеностей у функціонуванні об'єктів керування.

Динамічні вимірювання – це вимірювання, які характеризують зміну вимірюваної величини в часі при різних збуреннях, що впливають на об'єкт дослідження або ж на засіб вимірювання. Динамічні вимірювання забезпечують можливість вивчати (досліджувати) динамічні властивості об'єктів керування і засобів вимірювальної техніки, особливо первинних перетворювачів. На рис. 2.1 показано перехідний процес вимірюваної величини Y у часі t при різкій зміні вимірюваної величини на вході приладу. Як видно із графіка, показання приладу Y досягають сталого значення Y_c лише через певний час і наближаються до нього поступово відповідно до

експоненціального закону. Різниця між поточними показаннями приладу Y і дійсним значенням вимірюваної величини Y_c називається динамічною похибкою: $\Delta_d = Y_c - Y$. На рис. 2.1 наведені параметри, які характеризують динаміку процесу вимірювання.

Час початку реагування (запізнення) τ_z - час від початку зміни вимірюваної величини на вході приладу до початку зміни показів приладу (значення вихідного сигналу).

Час перехідного процесу T_{Π} - час, протягом якого показання приладу після початку зміни вхідної вимірюваної величини досягнуть значення з 5-ти процентним відхиленням.

Повний час встановлення значення вимірюваної величини T_B - час, протягом якого значення вимірюваної величини досягає свого сталого значення від початку зміни вхідної величини на вході приладу.

Постійна часу T - час, протягом якого вихідна вимірювана величина досягає 0,632 свого сталого значення на виході приладу, тобто це час перехідного процесу, який описується рівнянням експоненти.

У загальному випадку для опису вимірювальних засобів використовуються диференціальні рівняння. Проте найчастіше застосовуються передаточні функції.

Абсолютні вимірювання базуються на прямих вимірюваннях однієї чи декількох основних величин з використанням фізичних констант (наприклад, тиск у Паскалях, довжина у метрах, час у секундах та ін.).

Відносними вимірюваннями називаються вимірювання, значення яких подані як відношення вимірюваної величини до однойменної, умовно прийнятої за одиницю, або ж у відсотках (наприклад, вологість повітря).

Центри стандартизації і метрології в Україні забезпечують державний метрологічний нагляд, експертизу, контроль за дотриманням метрологічних норм і правил та єдність вимірювання і одноманітність засобів вимірювання. Враховуючи міжнародний характер стандартизації, метрології

та сертифікації і необхідність взаємозамінності продукції, вузлів та елементів, а також усвідомлюючи важливість економічного та науково-технічного співробітництва всіх держав, Україна підписала угоду про проведення узгодженої політики в галузі метрології, стандартизації та сертифікації. Ця угода передбачала:

- використання і розвиток основних положень чинних систем стандартизації та метрології;

- визнання чинних стандартів ГОСТ як міжнародних;

- збереження аббревіатури ГОСТу за повними міжнародними стандартами;

- визнання існуючих державних еталонів одиниць фізичних величин як міжнародних;

- створення міжнародної ради з проблем стандартизації, метрології та сертифікації.

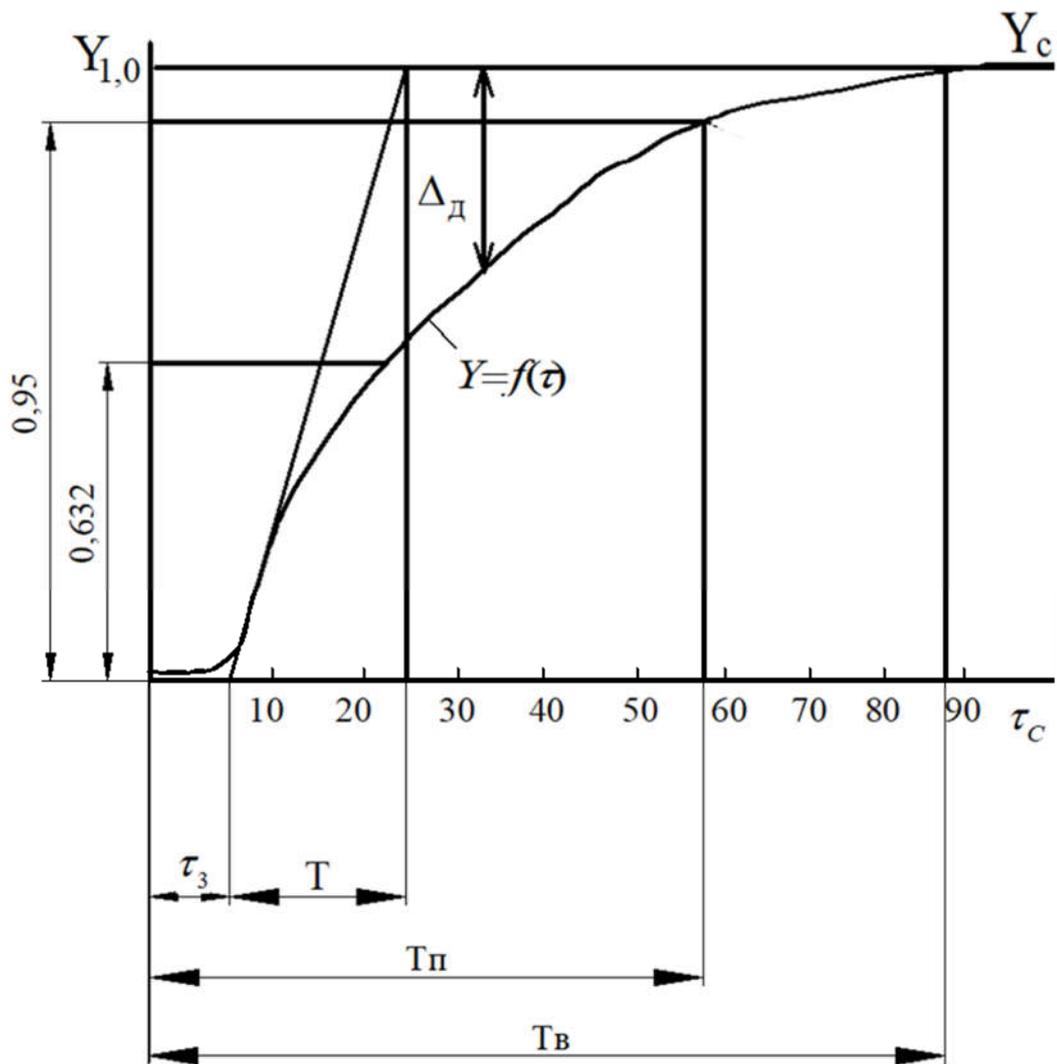


Рис. 2.1. Динамічна характеристика вимірюваної величини

Міжнародна рада з питань стандартизації, метрології та сертифікації координує і розробляє рішення щодо проведення організаційних, методичних і науково-дослідних робіт з питань стандартизації, метрології та сертифікації. Робочим органом Ради є постійно діючий технічний секретаріат, який знаходиться у Мінську.

Вищим органом з питань стандартизації, метрології та якості продукції є Державний комітет України з питань стандартизації, метрології та сертифікації (Держстандарт України). У структурі Держстандарту України нараховується 35 центрів стандартизації, метрології та сертифікації, в тому числі 26 обласних, 9 міських. Крім того, до складу Держстандарту України входять декілька науково-дослідних інститутів: Львівський ДНДІ "Система",

Харківське науково-виробниче об'єднання "Метрологія", УНДІССІ; два навчальні заклади: вище училище метрології та якості у м. Одеса та український навчально-науковий центр у м. Києві; заводи "Еталон" (у Києві, Харкові, Умані, Донецьку, Білій Церкві); дослідні заводи "Прилад" (у Вінниці та Полтаві) і магазини стандартів (у Києві та Харкові).

Держстандарт України здійснює державне управління забезпеченням єдності вимірювань в Україні і організує проведення фундаментальних досліджень в галузі метрології, створення та функціонування еталонної бази України, проведення перевірок засобів вимірювальної техніки та ін. Рішення Держстандарту України з питань метрології є обов'язковими для виконання центральними та місцевими органами виконавчої влади, підприємствами, організаціями, громадянами – суб'єктами підприємницької діяльності та іноземними виробниками.

Реалізований вступ до Світової організації торгівлі (СОТ) вимагає подальшого розвитку та удосконалення національної системи стандартизації, метрології та сертифікації у напрямку зближення з міжнародними і європейськими стандартами, угодами і підходами. Цьому сприятиме участь України у Міжнародній організації з питань стандартизації (ISO), Міжнародній електротехнічній комісії (IEC), Міжнародній організації законодавчої метрології (OIML) та інших Міжнародних організаціях.

Законодавчою основою національної метрологічної системи є Закон України "Про метрологію та метрологічну діяльність" від 11 лютого 1998 року № 113/98-ВР, який визначає правові основи забезпечення єдності вимірювань у нашій державі, регулює суспільні відносини у сфері метрологічної діяльності та спрямований на захист громадян і національної економіки від наслідків недостовірних результатів вимірювання.

Технічною основою національної метрологічної системи є система Державних еталонів одиниць фізичних величин. Еталонна база України складається з 28 Державних еталонів одиниць фізичних величин, а саме: маси, довжини, температури, сили світла, часу, частоти, енергії згоряння,

тиску, об'єму рідини, прискорення сили тяжіння, магнітної індукції, молярної частки компонентів у газовому середовищі тощо.

З метою підвищення ефективності метрологічної діяльності створюється наукова, технічна і організаційно-правова база метрології. За станом на 1998 рік у сфері метрології діє понад 40 національних нормативних документів (ДСТУ) і понад 350 Міжнародних стандартів.

Контрольні запитання для самостійної підготовки за темою 1

1. Основні поняття про вимірювання фізичних величин.
2. Основне рівняння вимірювань.
3. Класифікація вимірювань.
4. Статичні та динамічні вимірювання.
5. Прямі, посередні, сукупні та сумісні вимірювання.
6. Що може бути результатом вимірювання?
7. Основні одиниці системи СІ.
8. Класифікація фізичних величин.
9. Чим відрізняються технічні і метрологічні вимірювання?
10. Що становить основну задачу вимірювань?
11. Яка основна задача була вирішена міжнародною Метричною конвенцією?
12. Чим відрізняються рівноточні вимірювання від нерівноточних?
13. Істинне ті дійсне значення фізичної величини.
14. Яка кількість вимірювань в серії характерна для багатократних вимірювань?
15. Що є технічною основою національної метрологічної системи?
16. Зі скількох Державних еталонів складається еталонна база України?
17. Основні задачі, що забезпечуються Держстандартом України?
18. Які організації та установи у структурі Держстандарту України діють у м. Харкові?

Т Е М А 2

МЕТОДИ ТА ЯКІСТЬ ВИМІРЮВАНЬ, ЗАСОБИ ВИМІРЮВАНЬ ТА ЇХ ХАРАКТЕРИСТИКИ

Лекція 3

Методи вимірювань, критерії якості та умови вимірювань. Засоби вимірювань: міри та вимірювальні перетворювачі

Методи вимірювань характеризуються сукупністю прийомів використання принципів і засобів вимірювань. У свою чергу принцип вимірювання становить собою сукупність фізичних явищ, на яких основані вимірювання (принцип вимірювання температури термометром опору ґрунтується на залежності його електричного опору від температури, а термоелектричним термометром – на залежності його термоелектрорушійної сили від різниці температур та ін.). При вимірюваннях можна виділити декілька наступних основних методів: безпосередньої оцінки, порівнювання з мірою, нульовий, диференційний, співпаданя, заміщення, контактний і безконтактний.

Метод безпосередньої оцінки дозволяє визначити значення вимірюваної величини безпосередньо по відліковому пристрою вимірювального приладу прямої дії (вимірювання тиску пружинним манометром, маси на циферблатних терезах, температури термометром розширення та ін.).

Метод порівнювання з мірою застосовується для особливо точних вимірювань і передбачає порівнювання вимірюваної величини, що відтворюється мірою (вимірювання маси на важільних терезах з врівноважуючими гирями).

Метод заміщення є різновидом методу порівнювання і передбачає заміщення вимірюваної величини відомою величиною, що відтворюється

мірою (зважування з почерговим поміщенням вимірюваної маси ваги і гир на ту саму чашу терезів).

Нульовий (компенсаційний) метод – це метод порівнювання з мірою, за якого підсумовуючий ефект впливу величин на прилад порівнювання доводять до нуля (вимірювання електричного опору мостом з повним його врівноваженням).

Диференційний метод має високу точність і характеризується вимірюванням різниці поміж значеннями вимірюваної і відомої (що відтворюється мірою) величинами, після чого вимірювана величина знаходиться шляхом алгебраїчного додавання. Цей метод може бути використаний тільки у тих випадках, коли просто і точно реалізується операція віднімання (компаратори порівнювання електричних напруг).

Метод збігу – це метод порівнювання з мірою, у якому різницю поміж значеннями величин, що шукається і відтворюється мірою, вимірюють, використовуючи збіг відміток шкал чи періодичних сигналів (при вимірюванні довжини штангенциркулем спостерігають збіг відміток на шкалах штангенциркуля і ноніуса).

Контактний і безконтактний методи – це методи, за яких чутливий елемент приладу має чи не має контакту з об'єктом вимірювань (вимірювання температури термометром опору виконується контактним методом, а пірометром – безконтактним).

Результати вимірювань в окремих випадках можуть мати невелике значення, а в інших ситуаціях значимість результатів вимірювань може бути дуже суттєвою. Наприклад, невірний результат вимірювання тиску у людини може вплинути на його здоров'я. Тому значимість цілі, для якої проведені вимірювання, визначає деякі вимоги до якості результатів вимірювань.

Якість вимірювань характеризується точністю, вірогідністю, правильністю, збіжністю, відтвореністю і розміром припустимих похибок.

Точність вимірювання відбиває наближення результатів вимірювання до істинного значення вимірюваної величини. Висока точність відповідає

малим похибкам, а кількісно її оцінюють зворотною величиною відносної похибки.

Вірогідність вимірювань характеризує ступінь довіри до результатів вимірювань. Вірогідність оцінки похибок визначають із застосуванням законів теорії ймовірності і математичної статистики. Це дає можливість для окремого випадку обрати засоби і методи вимірювань, що забезпечують отримання результату, похибка якого не перевищить заданих границь.

Правильність вимірювань – це якість вимірювань, що відбиває наближення до нуля систематичних похибок у результаті вимірювань.

Збіжність характеризує близькість один до одного результатів вимірювань, виконаних в однакових умовах і відбиває вплив випадкових похибок.

Відтвореність – це якість вимірювань, що відбиває близькість один до одного результатів вимірювань, виконаних у різних умовах (різний час, різні методи чи засоби вимірювань).

Похибка вимірювання – це відхилення результату вимірювання від істинного (дійсного) значення вимірюваної величини. Похибка вимірювань становить собою суму цілої низки складових, кожна з яких має свою причину (кваліфікація оператора, зовнішній вплив на засоби чи об'єкт вимірювань і т. п.) та є одним з головних показників якості засобів вимірювань в процесі отримання результатів вимірювань.

Умови вимірювання фізичних величин суттєво впливають на якість результату вимірювання. Це, насамперед, температура навколишнього середовища, атмосферний тиск і вологість повітря, напруга і частота у мережі змінного струму, магнітні і електричні поля. Вплив цих величин у ході вимірювань вкрай небажаний, бо як правило призводить до викривлення результатів вимірювань. У зв'язку з цим для кожного виду вимірювань нормують значення зовнішніх впливів, тобто визначають нормальні умови застосування засобів вимірювання.

Нормальні умови застосування засобів вимірювання – це умови, за яких величини, що впливають, мають нормальні значення чи знаходяться у межах нормальної області значень. За нормальних умов визначається основна похибка засобів вимірювань. Нормальні умови встановлюються нормативно – технічною документацією (НТД) на засоби вимірювань. Наприклад, нормальне значення температури для всіх видів вимірювань складає 20⁰С (293К), тиск повітря 100 кПа (750 мм.рт.ст.), відносна вологість повітря 58% та ін.

Нормальне значення величини, що впливає (нормальна область значень), встановлюється стандартом на засоби вимірювань окремого виду у якості нормального значення для цих засобів вимірювань. *Робоча область значень величини*, що впливає, встановлюється стандартом на засоби вимірювань окремого виду, у межах якої нормується додаткова похибка цих засобів вимірювань. Наприклад, для електронних автоматичних потенціометрів нормують додаткову похибку внаслідок відхилення температури навколишнього середовища від нормального значення.

Отримання результатів вимірювань фізичних величин здійснюється за допомогою вимірювальних засобів, що використовують той чи інший метод вимірювання.

Засоби вимірювань – це технічні засоби, що використовуються при вимірюваннях і мають нормовані метрологічні характеристики. Серед них можна виділити наступні: міри, вимірювальні прилади, перетворювачі, установки і системи. Від засобів вимірювання залежить точність визначення вимірюваної величини в процесі вимірювання.

Міра – це засіб вимірювань, призначений для відтворення фізичної величини заданого розміру (гиря – міра маси, вимірювальний резистор – міра електричного опору і т. п., стандартні зразки і речовини). Міри розподіляються на однозначні і багатозначні, набори і магазини мір. *Однозначна* міра відтворює фізичну величину одного розміру (або одиницю вимірювання, або деяке визначене числове значення фізичної величини).

Наприклад, вимірювальна котушка опору, нормальний елемент, конденсатор постійної ємності, вимірювальна колба. З однозначних мір збирають *набори мір* – спеціально підібраний комплект мір, що застосовуються не тільки поодиноці, але і у різних сполученнях з метою відтворення низки однойменних величин різного розміру (набір гирь, денсиметрів, вимірювальних конденсаторів та ін.). *Багатозначна міра* відтворює низку однойменних величин різного розміру (конденсатор змінної ємності, лінійка з міліметровими поділками, варіометр індуктивності та ін.). *Магазин мір* становить собою пристрій, що об'єднує набір мір з пристосуваннями для їх з'єднання у різному сполученні (магазин опорів чи індуктивностей). *Калібр* – це міра для порівнювання розмірів, форми і розташування поверхонь деталей з метою визначення їх придатності, що застосовуються у відділах технічного контролю для прийому виробів. Найчастіше це геометричні калібри.

Вимірювальний перетворювач – це засіб вимірювань, необхідний для вироблення вимірювальної інформації у формі, придатній для передачі, подальшого перетворення, обробки і зберігання, але такої, що не піддатна безпосередньому сприйманню спостерігачем. Вимірювальні перетворювачі є складовою частиною вимірювальних приладів, різних систем автоматичного контролю і регулювання технологічних процесів. Перетворювач, до якого підведена вимірювана величина, є *первинним* (термопара, термоопір, діафрагма і т. п.), а той, що призначений для дистанційної передачі сигналу вимірювальної інформації є *передавальним* (реостатний, індуктивний, пневматичний і т. п.).

Лекція 4

Засоби вимірювань: вимірювальні прилади, вимірювальні установки і системи, зразкові прилади і еталони

Вимірювальний прилад становить собою засіб вимірювань, призначений для вироблення сигналу вимірювальної інформації у формі, доступній для безпосереднього сприйняття спостерігачем. Результати вимірювань відбиваються відліковими пристроями приладів, які можуть бути шкальними, цифровими і реєструючими.

Шкальні відлікові пристрої складаються з шкали, що становить собою сукупність відміток і чисел, які відображають ряд послідовних значень вимірюваної величини, і покажчика (стрілка, електронний промінь та ін.), зв'язаного з рухливою системою приладу. Відмітки шкали, яким присвоєне числове значення називаються числовими відмітками шкали.

Основні характеристики шкали (див. рис.4.1) наступні: довжина поділки шкали (відстань між осями чи центрами двох сусідніх відміток шкали) і ціна поділки шкали (значення вимірюваної величини, що викликає переміщення відлікового пристрою на одну поділку). Найменше і найбільше значення вимірюваної величини, що показані на шкалі, називаються відповідно початковим і кінцевим значеннями шкали. Область значень шкали, яка обмежена початковим і кінцевим значеннями шкали, називається діапазоном показань. Частина діапазону показань, для якої нормовані межі допустимих похибок засобів вимірювань, називається діапазоном вимірювань. У технічних приладах ці діапазони як правило співпадають.

Значення величини, що визначається по відліковому пристрою засобу вимірювання та має вираження у деяких одиницях виміру цієї величини, називається показанням засобу вимірювання. Величина показання X_{II} може бути визначена чи шляхом множення кількості поділок шкали $N_{под}$ на ціну поділки шкали $C_{под}$ чи множенням чисельного значення N , що відлічене по шкалі, на постійну шкали C у відповідності з рівняннями:

$$X_{\Pi} = N_{\text{ПОД}} C_{\text{ПОД}}; \quad (4.1)$$

$$X_{\Pi} = N C. \quad (4.2)$$

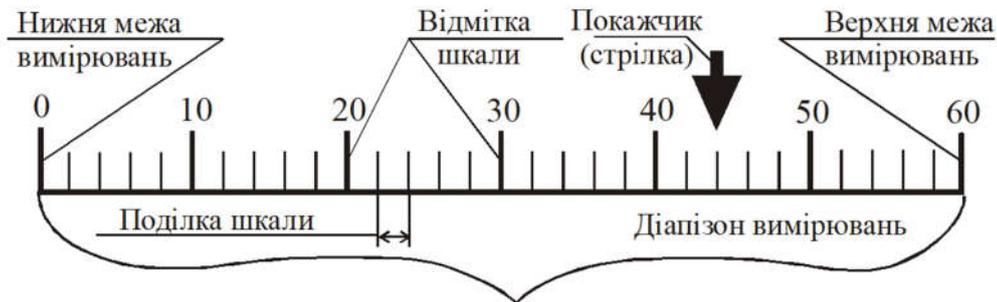


Рис. 4.1. Шкала відлікового пристрою вимірювального приладу

Приклад. У відповідності з рис. 4.1 максимальний відлік складає $N_{\text{МАКС}} = 60$, а показчик зупинився на відмітці $N = 44$. Якщо найбільше показання приладу $X_{\Pi}^{\text{МАКС}} = 60^{\circ}\text{C}$, то постійна термометра складе $C = X_{\Pi}^{\text{МАКС}} / N_{\text{МАКС}} = 60 / 60 = 1^{\circ}\text{C}$, а показання приладу згідно (4.2) буде дорівнювати $X_{\Pi} = 44 \cdot 1 = 44^{\circ}\text{C}$.

Крім того, ціна поділки шкали термометра визначається за рівнянням $C_{\text{ПОД}} = X_{\Pi}^{\text{МАКС}} / N_{\text{ПОД.МАКС}} = 60 / 30 = 2^{\circ}\text{C}$, а показання приладу за рівністю (4.1) складе $X_{\Pi} = 22 \cdot 2 = 44^{\circ}\text{C}$.

Шкали приладів можуть бути однобічними, двобічними і безнульовими. В однобічних шкалах одна з меж вимірювань приладу дорівнює нулю, у двобічних – нульове значення розташоване посередині шкали, а безнульові – не мають на шкалі нульового значення.

Цифрові відлікові пристрої можуть бути чи механічними, чи світловими. Механічні використовують у тих цифрових приладах, де вимірювана величина перетворюється у відповідні кути поворотів валів. Світлові складаються, як правило, з систем газорозрядних ламп, світло діодів чи рідинно-кристалічного екрану, що висвітлюють ті чи інші цифри, і використовуються в електронних приладах, де вимірювана величина перетворюється у визначену послідовність імпульсних сигналів.

Реєструючи відлікові пристрої складаються з пишучого чи друкарського механізму і стрічки. Найпростіший пишучий пристрій становить собою перо, заповнене чорнилом, що фіксує результат вимірювання на паперовій стрічці. У більш складних пристроях запис результатів вимірювань відбувається світловим чи електронним променем, переміщення якого залежить від значень вимірюваних величин.

За способом утворення показань прилади розподіляють на показуючі і реєструючі. *Показуючі прилади*, у свою чергу, розділяють на аналогові і цифрові. Аналогові прилади – це звичайні стрілкові прилади з відліковими пристроями, що складаються з двох елементів – шкали та покажчика, з'єданого з рухливою частиною приладу. Показання таких приладів є неперервною функцією вимірювань вимірюваної величини. Цифрові прилади автоматично відпрацьовують дискретні сигнали вимірювальної інформації, що відбиваються у цифровій формі. Відлік у них відбувається за допомогою механічних чи електронних цифрових відлікових пристроїв. У порівнянні з стрілочними вони мають ряд переваг: процес вимірювань автоматизований, що виключає виникнення похибок операторів; час вимірювань дуже малий; результат вимірювань легко фіксується цифро друкарським пристроєм і зручний для уводу до обчислювальної машини.

Реєструючі прилади розподіляються на самописні, що видають показання у формі діаграми, і друкарські, які відбивають результат вимірювань у цифровій формі на паперовій стрічці.

Залежно від виду дії приладу розрізняють підсумовуючі та інтегруючі. *Підсумовуючий прилад* – це прилад, показання якого функціонально пов'язані із сумою двох чи декількох однойменних величин, що підведені до нього по різних каналах. *Інтегруючий прилад* – це прилад, в якому значення вимірюваної величини визначається шляхом дії інтегрування по іншій величині.

Перелік найважливіших характеристик вимірювальних приладів наступний: чутливість, поріг чутливості, зона нечутливості, градуовальна

характеристика, зміщення нуля, дрейф показань, варіація показань, похибка вимірювання, швидкодія та надійність засобу вимірювання.

Чутливість вимірювального приладу становить собою відношення зміни величини переміщення (лінійне чи кутове) по шкалі приладу до величини вимірюваної величини, що викликало це переміщення.

Поріг чутливості – найменше значення вимірюваної величини, яке викликає помітну зміну вихідного сигналу по відліковому пристрою.

Зона нечутливості – це діапазон значень вимірюваної величини, у межах якого її зміни не викликають помітної зміни вихідного сигналу засобу вимірювання.

Градуювальна характеристика – встановлює залежність між значеннями вимірюваної величини на вході та виході засобу вимірювання. Вона може бути отримана у вигляді таблиці, графіка або формули.

Зміщення нуля – показання засобу вимірювання, що відрізняється від нуля при вхідному сигналі на нульовому рівні.

Дрейф показань – зміна показань засобу вимірювання у часі, які обумовлені змінами окремих факторів, зокрема зовнішніх умов.

Варіація показань – це різниця показань приладу в одній і тій самій точці діапазону вимірювань при плавному підході "зверху" та "знизу" до тієї самої точки.

Швидкодія засобу вимірювання характеризується часом реагування приладу на зміну вхідної вимірюваної величини. Для автоматичних приладів швидкодія – час переміщення каретки з одного кінця в інший кінець шкали приладу.

Надійність засобу вимірювання характеризується збереженням безвідмовної роботи протягом заданого достатнього часу. Надійність характеризують такими показниками як час безвідмовної роботи, терміном роботи, наробкою на відмову та ін.

Похибка вимірювального приладу – це основна його метрологічна характеристика яка визначається числом, що показує можливі невизначеності значення вимірюваної величини.

Вимірювальна установка – це сукупність функціонально об'єднаних засобів вимірювання (мір, вимірювальних приладів і перетворювачів) та допоміжних пристроїв, призначених для вироблення сигналів вимірювальної інформації у зручній для безпосереднього сприйняття спостерігачем формі і розташованих в одному місці. Установки, як правило, створюються для контролю працездатності тих чи інших технічних систем, для повірки різних засобів вимірювань та ін.

Вимірювальні системи призначені для вироблення сигналів вимірювальної інформації у формі, що зручна для автоматичної обробки, передачі і використання в автоматичних системах керування. Головна їх ціль – це автоматизація процесу вимірювань і використання результатів вимірювання для автоматичного керування різними технологічними процесами. До складу таких систем можуть входити перетворювачі, схеми автоматичного регулювання, міри і вимірювальні прилади. Якщо різні елементи розташовані на значній відстані, то зв'язок поміж ними може здійснюватися як по провідним, так і по безпровідним каналам.

За метрологічним призначенням засоби вимірювання діляться на робочі, зразкові і еталони. **Робочі засоби вимірювань** застосовують для вимірювань, що не пов'язані з передачею розміру одиниць фізичної величини. Вони служать для технічних вимірювань в лабораторіях чи на виробництвах.

Зразкові засоби вимірювань і еталони забезпечують відтворення, зберігання і передачу розмірів одиниць. При цьому, вищою ланкою у метрологічному ланцюгу передачі розмірів одиниць вимірювань є еталони.

Еталони – це засоби вимірювань (або комплекс засобів вимірювань), що забезпечують відтворення і зберігання одиниці з метою передачі її розміру засобам вимірювань, які знаходяться нижче за схемою повірки,

виконані за особливою специфікацією і офіційно затверджені у встановленому порядку.

Відтворення одиниць здійснюють одним з двох способів: централізований – за допомогою єдиного для всієї країни державного еталону; децентралізований, - коли необхідна точність відтворення може бути забезпечена шляхом непрямих вимірів, що виконуються в органах метрологічної служби за допомогою зразкових засобів вимірювань. За першим способом відтворюють всі основні одиниці Міжнародної системи одиниць (СІ) і більшу частину похідних. Другий спосіб застосовується до похідних одиниць, розмір яких не може бути переданий прямим порівнюванням з еталоном, або якщо повірка мір шляхом непрямих вимірювань простіше, ніж їх порівнювання з еталоном. Серед еталонів слід виділити наступні: державний, робочий та вихідний. *Державний еталон* – офіційно затверджений еталон, що забезпечує відтворення одиниці вимірювань і передачу її розміру іншим еталонам з найвищою у країні точністю. *Робочий еталон* призначений для повірки чи калібровки засобів вимірювальної техніки. *Вихідний еталон* має найвищі метрологічні властивості серед еталонів, що знаходяться на підприємстві чи в організації.

Зразкові засоби вимірювань призначені для передачі розмірів одиниць від еталонів до робочих засобів вимірювання, тобто служать для їх повірки. Зразковими засобами можуть бути міри, вимірювальні прилади і пристрої, що пройшли метрологічну атестацію і затверджені органами державної чи відомчої метрологічних служб у якості зразкових. За призначенням розрізняють вихідні і підпорядковані зразкові засоби вимірювань. Вихідними називають зразкові засоби вимірювань, від яких розмір одиниці передається з найвищою точністю у деякому підрозділі метрологічної служби. Підпорядкованими називають зразкові засоби вимірювань, яким передається розмір одиниці від вихідного зразкового засобу вимірювань безпосередньо або через інші зразкові засоби вимірювань. У залежності від похибки атестації зразкові засоби вимірювань, крім того, діляться на чотири розряди.

Лекція 5

Методи та принципи вимірювання технологічних параметрів - температура, тиск та рівень

Метод вимірювання — сукупність способів використання засобів вимірювальної техніки та принципів вимірювань для створення вимірювальної інформації.

Принцип вимірювання — фізичне явище або сукупність фізичних явищ, які покладені в основу вимірювання певної фізичної величини.

Ефективна експлуатація виробництв різних галузей промисловості не можлива без отримання вимірювальної інформації про технологічні параметри, що характеризують якість того чи іншого процесу. Серед цих параметрів слід відзначити такі як температура, тиск, рівень, витрата та концентрація.

Температура — один з найважливіших технологічних параметрів, що ставить умовно статистичну величину, прямо пропорційну середній кінетичній енергії частинок речовини. Залежно від принципу дії прилади для вимірювання температури розподіляються на наступні групи: термометри розширення, манометричні термометри, термоелектричні термометри, термометри опору і пірометри випромінювання.

Термометри розширення — прилади, дія яких ґрунтується на зміні об'єму робочої речовини або лінійних розмірів твердих тіл зі зміною температури. При цьому перші мають назву рідинних, а другі — механічних термометрів. Діапазон вимірювання температури термометрами розширення складає від -100°C до 750°C .

Манометричні термометри — прилади, дія яких ґрунтується на зміні тиску робочої речовини при постійному об'ємі із зміною температури. Ці термометри становлять собою систему, яка містить термобалон, капілярну трубку і пружинний манометр, що заповнені робочою речовиною. У залежності від заповнювача манометричні термометри виготовляються в

основному трьох типів: газові ТГП з діапазоном вимірювання $-200\div 600^{\circ}\text{C}$; конденсаційні ТКП з діапазоном вимірювання $-25\div 300^{\circ}\text{C}$; рідинні ТЖС з діапазоном вимірювання $-100\div 300^{\circ}\text{C}$. Для можливості виконання різних функцій термометри можуть бути показуючі, самописні, із сигналізуючим чи регулюючим пристроєм.

Термоелектричні термометри становлять собою термоелектричний перетворювач (термопару), дія якого основана на термоелектричному ефекті Зеєбека: у замкнутому колі, що складається з двох або декількох різнорідних провідників, виникає електричний струм, якщо хоча б два місця з'єднання (спаю) провідників мають різну температуру. При цьому спай, що занурюється у вимірюване середовище з температурою t , називається робочим, а кінці термоелектродів, що приєднуються до вимірювального приладу (мілівольтметр, потенціометр) і мають постійну температуру t_0 , називаються вільними. З'єднання термопари з вимірювальним приладом здійснюють компенсаційними провідниками. У відповідності зі стандартом вітчизняна промисловість виготовляє термоелектричні перетворювачі (ТЕП) дев'яти типів. Найбільше розповсюдження отримали наступні типи ТЕП: платиноводій (90% Pt + 10% Rh) - платинова, тип ТПП з верхньою межею вимірювання до 1600°C ; хромель (90,5% Ni + 9,5% Cr) — алюмелева, тип ТХА з верхньою межею вимірювання до 1300°C ; хромель (90,5% Ni + 9,5% Cr) — копелева (56% Cu + 44% Ni), тип ТХК з верхньою межею вимірювання до 800°C ; вольфрам ренієва (95% W + 5% Re та 80% W + 20% Re), тип ТВР з верхньою межею вимірювання до 2500°C .

Останнім часом найчастіше застосовуються в системах автоматичного регулювання ТЕП типу ТХАУ і ТХКУ з уніфікованим вихідним сигналом $4\div 20$ мА та з кодовим (ИРПС) вихідним сигналом.

Термоперетворювачі опору — прилади, дія яких основана на зміні електричного опору металів провідників із змінною температури. За матеріалом металевого провідника термоперетворювачі опору можуть бути платинові типу ТСП, мідні ТСМ і в окремих випадках нікелеві типу ТСН.

Термоперетворювачі типу ТСПУ і ТСМУ мають вихідний сигнал постійного струму $4 \div 20$ мА та кодовий (ИРПС) вихідний сигнал. Для термоперетворювачів типу ТСП і ТСМ діапазон вимірюваних температур складає відповідно $-200 \div 1100^\circ\text{C}$ та $-50 \div 200^\circ\text{C}$.

Пірометри випромінювання — прилади, дія яких основана на вимірюванні теплового випромінювання нагрітих тіл. Теплове випромінювання – це процес розповсюдження внутрішньої енергії випромінюючого тіла електромагнітними хвилями. При поглинанні електромагнітних хвиль від випромінюючого тіла іншими тілами ці хвилі знову перетворюються у теплову енергію. Більшість твердих і рідких тіл мають безперервний спектр випромінювання, тобто випромінюють хвилі усіх довжин λ . Інші тіла (чисті метали, гази) мають селективний спектр випромінювання, тобто випромінюють хвилі тільки на визначених ділянках спектру. Ділянка, починаючи від хвиль довжиною $\lambda = 0,4$ до $\lambda = 0,76$ мкм, відповідає видимому спектру. Кожна довжина хвилі видимого спектра відповідає визначеному кольору (від темно-фіолетового до світло- і темно-червоного). Хвилі довжиною $\lambda > 0,76$ мкм відносяться до невидимих інфрачервоних теплових променів.

З підвищенням температури нагрітого тіла і зміною його кольору швидко зростає спектрально енергетична яскравість, тобто випромінювання визначеної довжини хвилі (яскравості), а також помітно підвищується сумарне (інтегральне) випромінювання. Ці властивості нагрітих тіл використовуються для вимірювання їх температури, а у відповідності з вказаними властивостями пірометри розподіляються на яскраві, радіаційні (повного випромінювання), кольорові та інфрачервоні.

Спектральна енергетична яскравість і інтегральне випромінювання залежить від фізичних властивостей речовин, тому шкали пірометрів градуують по випромінюванню абсолютно чорного тіла, внаслідок чого температура, що отримана за допомогою пірометра не завжди відповідає

дійсній температурі тіла. Діапазон вимірюваних температур складає від -40 до 2500°C . Основна перевага параметрів — безконтактність вимірювання.

Тиск у більшості виробництв є одним із основних параметрів, що впливає на якість технологічних процесів та запобігає виникненню аварійних ситуацій. Тиск визначається відношенням нормальної складової сили до площини, на яку ця сила діє. При вимірюванні тиску необхідно відрізнити абсолютний P_A , надмірний P_H і атмосферний (барометричний) P_B тиск, а також вакуум P_V . Співвідношення поміж вище згаданими величинами можна представити рівняннями:

$$P_A = P_H + P_B; P_V = P_B - P_V. \quad (5.1)$$

Прилади для вимірювання тиску носять загальну назву манометрів. За принципом дії найбільш розповсюджені наступні манометри: рідинні, у яких тиск, що вимірюється, врівноважується гідростатичним тиском стовпа рідини; деформаційні, у яких величина тиску визначається за величиною деформації пружинного елемента; електричні, у яких використовується зміна електричних властивостей деяких матеріалів під впливом тиску.

Рідинні манометри в основному застосовуються для вимірювання тиску у лабораторних умовах при градуюванні та повірці приладів.

Деформаційні манометри тиску складають найбільшу групу пристроїв автоматичного контролю. У цих приладах переміщення під впливом тиску, що вимірюється, пружистого чутливого елемента (мембрана, сильфон, одно- або багатовиткова пружина) перетворюється за допомогою передаточного механізму (секторний чи важільний) у переміщення покажчика або механізму, пов'язаного із системою передачі показань тиску на відстань. Деякі схеми пружинних елементів наведені на рис. 5.1.

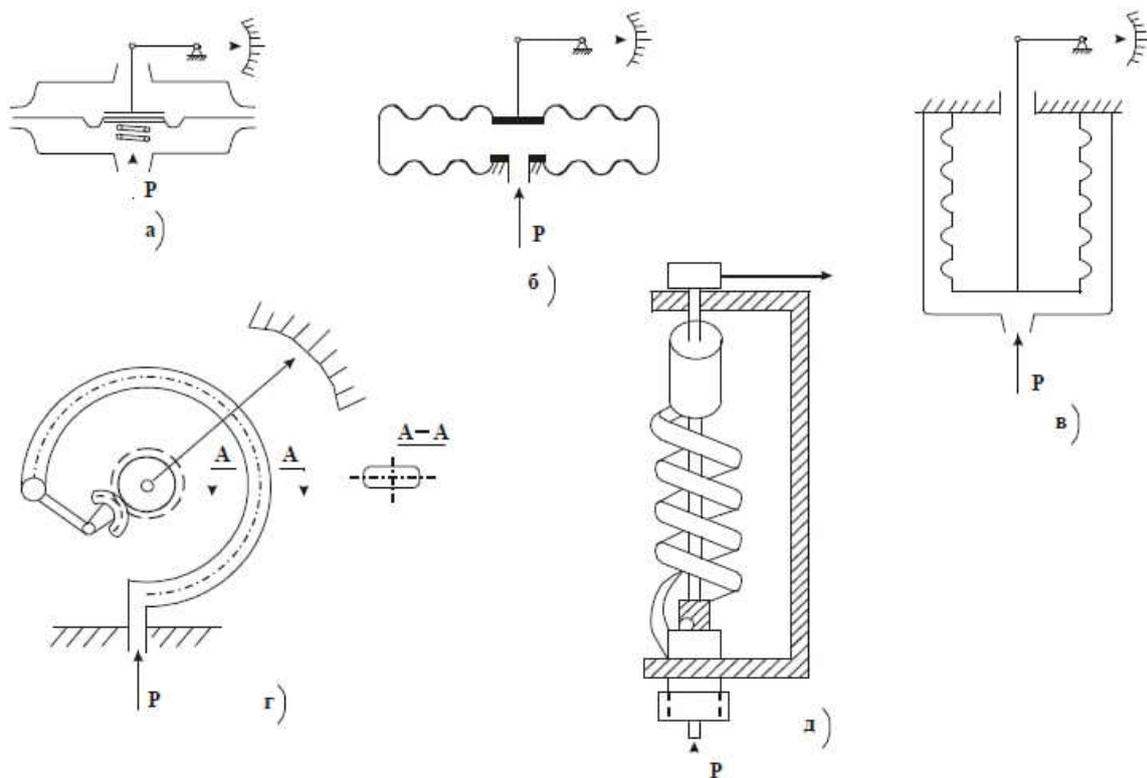


Рис. 5.1. Схема пружинних елементів деформаційних приладів тиску

Трубчасті металеві пружини застосовуються у приладах для вимірювання тиску від кількох Па до 1000 МПа. Мембранні чутливі елементи використовують у приладах для вимірювання невеликого надмірного тиску, розрідження і перепаду тиску. Мембрани виготовляють з гнучкого матеріалу: гуми із тканинною основою, тканини із газонепроникним просоченням, особливих пластмас і металу. Сильфони виготовляють з латуні, берилієвої бронзи і корозійно стійкої сталі. Деформаційні манометри виготовляють показуючими, сигналізуючими, самописними, а також з електричними чи пневматичними системами дистанційної передачі показань.

Електричні прилади тиску отримали найбільше розповсюдження в процесі створення автоматичних систем регулювання. Серед них найчастіше використовуються тензометричні та п'єзоелектричні.

Дія тензометричних манометрів (тензоперетворювачів) ґрунтується на зміні електричного опору провідника під впливом тиску. Електричними провідниками можуть взагалі бути будь-які метали, сплави і напівпровідники.

Але використовують лише ті матеріали, які мають значну залежність електричного опору від тиску і невеликий температурний коефіцієнт електричного опору. Для вимірювання опору найчастіше застосовують мостові схеми, в одне плече яких включено вимірювальний тензоперетворювач. Тензоперетворювачі принципово можна використовувати для вимірювання тиску до 3000 МПа.

Принцип дії п'єзоелектричних манометрів заснований на властивості деяких кристалічних речовин створювати електричні заряди під впливом механічної сили. Це явище (п'єзоефект) притаманне для кристалів кварцу, турмаліну, сегнетової солі, титанату барія і т. ін. Особливість п'єзоефекту – безінерційність. Ця обставина робить п'єзоманометри незамінними при дослідженні швидкопротікаючих процесів. П'єзокварцові манометри дозволяють вимірювати тиск до 100 МПа.

Рівень у виробничому обладнанні забезпечує підтримку необхідного матеріального балансу технологічного процесу. За принципом дії пристрої для вимірювання рівня розподіляють на такі: візуальні, поплавкові, буйкові, дифманометричні, гідростатичні, барботажні, електричні, ультразвукові.

Візуальні рівнеміри є найпростішими вимірювачами рівня, а пристроями є показуючі скельця. Показуючі скельця працюють за принципом сполучених посудин. У промисловості їх застосовують найчастіше для контролю роботи вимірювальних перетворювачів рівня.

Поплавкові рівнеміри – це рівнеміри, принцип дії яких оснований на вимірюванні переміщення поплавка, що плаває на поверхні рідини, тобто поплавков відслідковує рівень рідини. Поплавкові рівнеміри непридатні для в'язкої рідини (дизпаливо, мазут, смола), що пов'язано із залипанням поплавка, викриванням його в'язким середовищем. При вимірюванні рівня киплячої рідини виникає вібрація поплавка, що безумовно викликає перекручення результатів вимірювання. Найчастіше поплавкові рівнеміри використовуються для вимірювання рівня у великих відкритих резервуарах, а також у закритих ємностях з низьким надмірним тиском.

Буйкові рівнеміри – це рівнеміри, принцип дії яких оснований на вимірюванні переміщення буйка або сили гідростатичного тиску, що діє на буйок. Буйок на відміну від поплавка не плаває на поверхні рідини, а занурений у рідину і переміщується у залежності від її рівня. Найчастіше буйкові рівнеміри застосовуються для вимірювання рівня однорідної, до того ж і агресивної рідини, що знаходиться під високим тиском (до 32 МПа), у широкому діапазоні температур від (-200) до 600⁰С. Рідина також не повинна мати властивостей адгезії до буйків. Головна властивість буйкових рівнемірів – це можливість вимірювання рівня границі розподілу фаз рідини. Недолік цих рівнемірів – залежність їх точності від густини і температури середовища, що вимірюється, обмеженість використання для великих діапазонів (понад 16 м) вимірювання рівня рідини.

Дифманометричні рівнеміри знайшли найбільше розповсюдження у промисловості завдяки високій надійності і простоті технічного обслуговування. Принцип дії оснований на вимірюванні гідростатичного тиску рідини за допомогою диференційного манометра. Дифманометричні рівнеміри мають широкий діапазон вимірювання рівня і можливість використання для агресивних середовищ.

Гідростатичні рівнеміри за звичаєм застосовуються для вимірювання рідини, що знаходиться під атмосферним тиском. Принцип дії оснований на вимірюванні манометром або напороміром гідростатичного тиску рідини, що залежить від висоти її рівня. Недолік цих рівнемірів – велика похибка при зміні густини рідини.

Барботажні (п'єзометричні) рівнеміри – це рівнеміри, принцип дії яких оснований на перетворенні гідростатичного тиску рідини у тиск повітря, який подається від стороннього джерела та барботує крізь шар рідини. У цього рівнеміра чутливий елемент не знаходиться у безпосередньому контакті з вимірюваним середовищем, а сприймає гідростатичний тиск через повітря. Недолік барботажних рівнемірів також пов'язаний з похибкою при зміні густини рідини.

Електричні рівнеміри – це рівнеміри, у яких рівень рідини перетворюється в електричний сигнал. Серед електричних рівнемірів найбільше розповсюджені ємкісні та омичні. У ємкісних рівнемірах використовуються діелектричні властивості контрольованого середовища, в омичних – властивість контрольованого середовища проводити електричний струм.

Перетворювач ємкісного рівнеміра є електричним конденсатором, ємність якого залежить від рівня рідини. Перетворювачі ємкісних рівнемірів виконують циліндричного і пластинчатого типів, а також у вигляді жорсткого стрижня. Електричну ємність за звичаєм вимірюють із застосуванням резонансних і мостових схем. При резонансному методі конденсатор з контрольованою ємністю, яка включена паралельно з котушкою індуктивності, утворює резонансний контур, настроєний у резонанс з частотою напруги живлення при певній початковій ємності перетворювача, що відповідає наявності або відсутності контрольованої речовини на заданому рівні.

Зміна ємності перетворювача призводить до зміни власної частоти контуру і зриву резонансу. Цей метод використовують найчастіше у ємкісних сигналізаторах рівня. При мостовому методі контрольована ємність включена в одне із плеч мосту. При зміні рівня змінюється ємність, що викликає розбаланс мосту. Сигнал розбалансу через підсилювач надходить у показуючий електричний прилад, градуйований у одиницях рівня.

Омичні перетворювачі використовують головним чином у якості сигналізаторів. Принцип дії омичних перетворювачів оснований на замиканні електричного поля джерела живлення через контрольоване середовище, що становить собою ділянку електричного кола певного омичного опору. Прийнято середовища з провідністю $\epsilon > 10^{-5}$ См/м відносити до електропровідних, а з провідністю $\epsilon < 10^{-7}$ См/м – до не електропровідних. У якості електродів в омичних перетворювачах застосовують металеві стрижні чи труби і вугільні електроди (для агресивного середовища).

Основний недолік усіх електродних приладів – неможливість їх застосування у середовищах в'язких, таких, що утворюють тверді осадки, кристалізуються і налипають на електроди перетворювачів.

Ультразвукові (акустичні) рівнеміри дозволяють вимірювати рівень за відсутності контакту з середовищем, що вимірюється, і у важкодоступних місцях. Дія цих приладів основана на принципі відбиття ультразвукових хвиль від границі розподілу двох середовищ з різними акустичними опорами. Прийнято розподіляти: в ультразвукових рівнемірах використовується принцип відбиття ультразвукових хвиль з боку рідини, а у акустичних – з боку газового середовища. Рівень рідини у резервуарі визначають за часом запізнення відбитого сигналу відносно надісланого. Час поміж моментом подачі імпульсу і моментом надходження відбитого імпульсу буде функцією висоти рівня. Постійна напруга, пропорційна часу запізнення відбитого сигналу, що утворюється у вимірювачі часу, надходить до вторинного приладу.

Радіоізотопні рівнеміри – це рівнеміри, принцип дії яких оснований на поглинанні γ – променів при проходженні їх крізь шар речовини. При цьому у залежності від рівня речовини буде змінюватись інтенсивність γ – випромінення при поглинанні його речовиною. Використання цих приладів доцільно лише у тих випадках, коли інші методи вимірювання непридатні. До того ж обслуговування цих приладів вимагає особливої уваги і додержання правил техніки безпеки.

Вагові рівнеміри, принцип дії яких оснований на визначенні рівня по зміні тиску на чутливий елемент, що утворює маса контрольованого середовища. Найбільше розповсюдження знайшли тензометричні і мембранні вагові рівнеміри.

Слід відзначити, що деякі прилади вимірювання рівня вміщують виконання, поєднуючи ті чи інші методи вимірювань. За функціональним призначенням у системах автоматизації пристрої вимірювання рівня найчастіше виготовляють як вимірювальні перетворювачі та сигналізатори рівня.

Лекція 6

Методи та принципи вимірювання витрати матеріальних потоків

Витрата речовини – може бути об'ємною V ($\text{м}^3/\text{с}$) або масовою M ($\text{кг}/\text{с}$) і визначається кількістю речовини, що проходить крізь той чи інший переріз каналу за одиницю часу. Співвідношення поміж M і V визначається рівнянням:

$$M = V \cdot \rho. \quad (6.1)$$

де ρ – густина речовини у робочих умовах, $\text{кг}/\text{м}^3$

Для визначення об'ємної витрати газу за V_H нормальних умов застосовується співвідношення:

$$V_H = V \rho / \rho_H, \quad (6.2)$$

де ρ_H – густина газу за нормальних умов, $\text{кг}/\text{м}^3$.

Прилади для вимірювання витрати називають **витратомірами**.

У залежності від принципу дії можна виділити такі найбільш розповсюджені витратоміри: змінного перепаду тисків, що основані на залежності від витрати перепаду тисків у звужувальному пристрої внаслідок часткового переходу потенційної енергії потоку у кінетичну; швидкісного напору для вимірювання витрати динамічного напору потоку за допомогою пневмометричних трубок; постійного перепаду тисків, що основані на залежності від витрати речовини вертикального переміщення тіла (поплавка), який змінює при цьому площину перерізу прохідного отвору приладу таким чином, щоб перепад тисків по обидва боки поплавка залишався постійним; безконтактні, серед яких переважно застосовуються електромагнітні, ультразвукові і вихрові.

Витратоміри змінного перепаду тиску – це найбільш розповсюджені прилади яким притаманні наступні переваги: простота конструкції та експлуатації; універсальність застосування для потоків рідини, газу і пари; зручність масового виробництва, що передбачає індивідуальне виготовлення тільки звужувальних пристроїв, а дифманометри і вторинні прилади до них є серійними стандартними пристроями. Вимірювальний комплект витратоміра містить звужувальний пристрій (діафрагма, сопло, сопло Вентурі, труба Вентурі), дифманометр, прилади для вимірювання параметрів середовища і з'єднувальні лінії. Ці витратоміри нормалізовані Міжнародним стандартом, де наведено алгоритм розрахунку і вибору звужувальних пристроїв. На рис. 6.1 наведені характер потоку і розподіл тиску при встановленні звужувального пристрою у трубопроводі.

Якщо до звужувального пристрою статичний тиск у трубопроводі дорівнює P_1' , то у звужувальному пристрої він різко спадає до P_2 , а потім поступово зростає до нового сталого значення P_2' . При цьому тиск у трубопроводі за звужувальним пристроєм не досягає значення P_1' , оскільки частина енергії потоку втрачається на тертя о стінки звужувального пристрою і завихрення потоку після звужувального пристрою. Величина безповоротних втрат дорівнює P_n . Перед звужувальним пристроєм тиск біля стінок трубопроводу дещо зростає до P_1 внаслідок підпору потоку. Мінімальний тиск спостерігається на деякій відстані від звужувального пристрою, а тиск у прохідному перерізі звужувального пристрою дорівнює P_2 . Різниця тисків $(P_1 - P_2)$ є перепадом, що залежить від витрат потоку речовини крізь трубопровід.

Величина витрати об'ємна V ($\text{м}^3/\text{с}$) розраховується за формулою

$$V = \alpha \varepsilon F \sqrt{2(P_1 - P_2) / \rho}, \quad (6.3)$$

де $\alpha = const$ – коефіцієнт витрати для окремого звужувального пристрою, який завжди менше одиниці; ε – поправний множник на поширення вимірюваного середовища, який для рідини дорівнює одиниці; F – площа отвору звужувального пристрою.

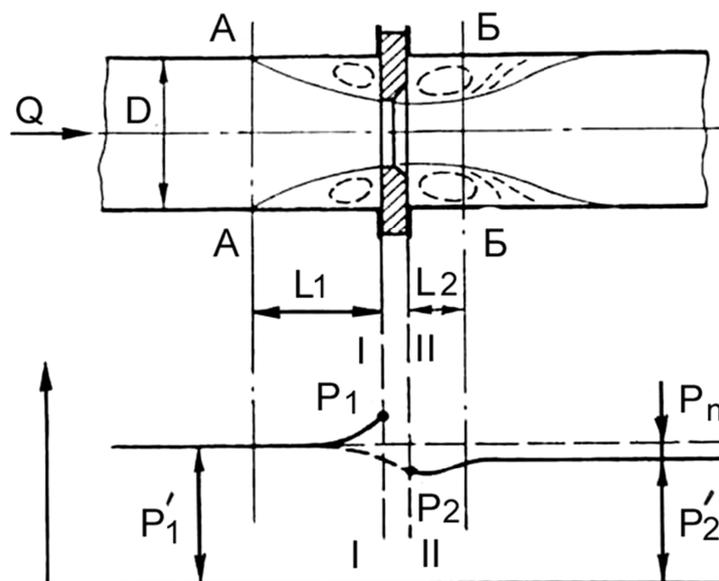


Рис. 6.1. Графік розподілу тиску при встановленні звужувального пристрою у трубопроводі

Витратоміри постійного перепаду тиску застосовуються для вимірювання невеликих витрат рідини і газу, які називають ротаметрами. Перевага ротаметрів: незначні втрати тиску, їх незалежність від витрати і високий діапазон вимірювання.

Основними елементами ротаметру є конусна трубка (див. рис. 6.2), що розширюється знизу догори, і поплавковий розташований у середині трубки. Потік речовини, що проходить крізь ротаметр знизу, піднімає поплавок до тих пір, доки кільцева щілина поміж тілом поплавка і стінками конусної трубки не досягне такої величини, за якої діючі на поплавок сили врівноважуються. За умов рівноваги сил поплавок встановлюється на такій висоті, що однозначно буде характеризувати витрату.

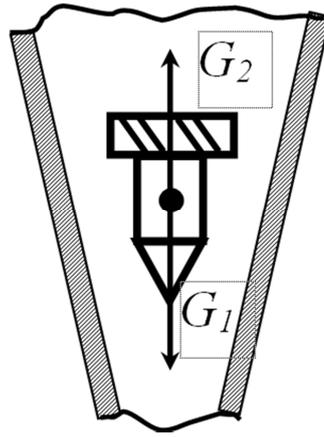


Рис. 6.2. Схема ротаметру з конічною трубкою

Потік речовини, що проходить крізь ротаметр знизу, піднімає поплавок до тих пір, доки кільцева щілина поміж тілом поплавка і стінками конусної трубки не досягне такої величини, за якої діючі на поплавок сили врівноважуються. За умов рівноваги сил поплавок встановлюється на такій висоті, що однозначно буде характеризувати витрату. В процесі роботи ротаметра поплавок повністю занурений у вимірюване середовище, а перепад тисків на ньому постійний і не залежить від значення вимірюваної витрати. При цьому величина витрати визначається рівнянням:

$$V = \alpha k F_k, \quad (6.4)$$

де F_k – площа кільцевого зазору між поплавком і конічною трубкою, m^2 ; k – постійний коефіцієнт для окремого вимірюваного середовища, m^3/s ; α – коефіцієнт витрати.

Тарирування (градування) ротаметрів здійснюють по воді або повітрю. Тому в інструкції на прилад наведені формули для перерахунку характеристик на окремі потоки рідини чи газу. Ротаметри можуть бути оснащені дистанційною системою передач (пневматична чи електрична).

Ультразвукові витратоміри останнім часом знайшли широке розповсюдження у промисловості завдяки таким перевагам як швидкодія,

сталість перешкодам, висока точність, великий діапазон вимірювання, багатофункціональність, можливість застосування для будь-якої форми поперечного перерізу трубопроводу. Ультразвуковий метод вимірювання ґрунтується на явищі зміщення звукового коливання рідкого середовища, що рухається. При цьому використовують найчастіше три способи. Перший спосіб побудований на вимірюванні різниці фазових зсувів двох ультразвукових коливань (УЗК), направлених за потоком і проти нього. Ці прилади називають *фазовими витратомірами*. Інший спосіб побудований на вимірюванні різниці частот повторення коротких імпульсів чи пакетів ультразвукових коливань, направлених одночасно за потоком і проти нього. Ці прилади називають *частотними витратомірами*. Перевага останніх полягає у незалежності показань від швидкості розповсюдження у середовищі, тобто виключається вплив фізичних параметрів середовища (густина, температура) на результати вимірювання. І нарешті останній спосіб ґрунтується на акустичній локації рівня рідини у тому чи іншому відкритому каналі та в подальшому перерахуванні його у миттєве значення рівня і витрати. Ці прилади називають *комбінованими витратомірами* і можуть використовуватися лише для потоків рідини з атмосферним тиском.

Основними елементами перетворювачів ультразвукових витратомірів є випромінювачі і приймачі УЗК. Їх дія основана на п'єзоелектричному ефекті, який полягає в тому, що при стисканні і розтягуванні у певних напрямках деяких кристалів (п'єзоелементів) на їх поверхнях виникають електричні заряди. Якщо до цих поверхонь прикласти різницю електричних потенціалів, то п'єзоелемент буде розтягуватись чи стискатись у залежності від того, на якій з цих поверхонь буде більша напруга. Це явище носить назву зворотного п'єзоефекту. Воно покладено в основу роботи випромінювачів УЗК, що перетворюють змінну електричну напругу у механічні коливання тієї ж частоти. Приймачі, що перетворюють ці коливання у змінну напругу, характеризуються прямим п'єзоефектом.

Найбільш відомим природним п'єзоелементом є кварц. Проте в ультразвукових витратомірах у якості п'єзоелементів найчастіше використовуються п'єзокерамічні матеріали: титанат барію $BaTiO_2$; цирконат титанату свинцю, що є твердим розчином цирконату $PbZrO_3$; титанат свинцю $PbTiO_3$ та ін. П'єзоелементи виготовляються у вигляді круглих дисків діаметром $10 \div 20$ мм, які утворюють чутливий елемент – електрод. При цьому їх спеціально оброблені поверхні покривають шаром металу (срібла). Срібне покриття сприяє високій степені зчеплення з поверхнею кераміки, а також дозволяє здійснювати припаювання з'єднувальних проводів.

Електромагнітні витратоміри – основані на взаємодії рідини, що рухається, з магнітним полем. Ця взаємодія підпорядкована закону електромагнітної індукції, у відповідності з яким при протіканні електропровідного середовища у магнітному полі, у ньому індукується електрорушійна сила (ЕДС) E , що пропорційна середній швидкості середовища V і індукції B магнітного поля і визначається шляхом вимірювання різниці потенціалів двох електродів, занурених у рідину.

$$E = \kappa BVl, \quad (6.5)$$

де $l = D_u$ – відстань між електродами в трубопроводі; κ – безрозмірний коефіцієнт, що визначається геометричними і конструктивними параметрами первинного перетворювача (датчика).

Оскільки площа S перерізу каналу і індукція B магнітного поля датчика величини фіксовані, значення індукованої ЕДС буде пропорційне об'ємній витраті Q потоку середовища, що вимірюється.

$$E = CQ, \quad (6.6)$$

де $C = 4\kappa B/\pi D^2$ – постійний коефіцієнт перетворення витрати, який встановлюється під час градуювання перетворювача (датчика).

Застосовують електромагнітні витратоміри загалом лише для рідини з електричною провідністю не менше $10^{-3} \div 10^{-5}$ См/м і не більше 10 См/м. Електромагнітні витратоміри мають цілу низку переваг. Насамперед вони практично безінерційні, що дуже важливо для вимірювання швидко змінюючихся витрат при використанні їх у складі систем автоматичного регулювання. На результат вимірювань не впливає наявність завислих частин у рідині і пазирів газу. Показання витратоміру не залежать від властивостей контрольованої рідини (в'язкість, густина) і характеру потоку (ламінарний, турбулентний). При відповідному підборі матеріалу із застосуванням антикорозійного і іншого покриття електромагнітні витратоміри можна застосовувати для вимірювання витрати агресивних рідин, а також рідин і паст з абразивними властивостями. Внаслідок лінійної залежності наведеної ЕДС від витрати шкала приладу лінійна.

Вихрові витратоміри останнім часом знайшли широке застосування завдяки відсутності рухливих елементів усередині трубопроводу. Принцип дії вихрових витратомірів оснований на ефекті Кармана. Цей ефект полягає в тому, що коли в потоці середовища поставити призму з гострими ребрами, наприклад трикутні, у перерізі, перпендикулярно до потоку, то на цих ребрах відбувається зрив потоку з утворенням вихорів, частота яких буде пропорційна швидкості потоку.

Основним елементом вихрового витратоміра (див. рис. 6.3) є призма 1 з гострими ребрами, яка встановлюється у трубопроводі 2 у перерізі, перпендикулярному до напрямку потоку. При обтіканні потоком призми відбувається прискорення струменя, що призводить до підвищення швидкості і зниження статичного тиску. За призмою тиск поступово відновлюється і швидкість спадає. В ідеальному потоці без тертя перетворення потенційної енергії у кінетичну і навпаки відбувається без втрат і без вихроутворення. Насправді внаслідок втрати кінетичної енергії і впливу мертвої зони безпосередньо за призмою струмені під дією зростаючого тиску починають ухилятися в область мертвої зони і

скручуватися у вихор 3, який відривається від призми та прагне рухатися у зворотному напрямку. Це явище має місце як у верхній, так і у нижній точці призми. Проте, завдяки тому, що розвиток вихра з одного боку перешкоджає такому ж розвитку з іншого боку, то утворення вихорів з того і іншого боку призми відбувається по чергово. У підсумку існують дві вихрові стежки з шаховим розташуванням вихорів у них.

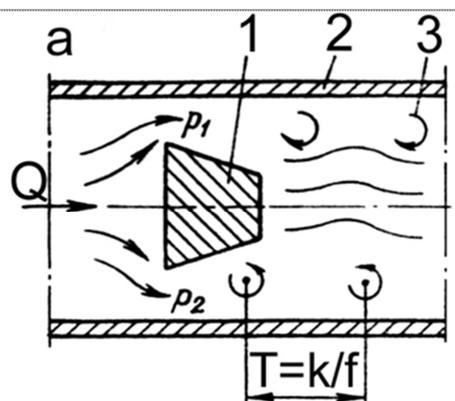


Рис. 6.3. Схема обтікання призми потоком речовини у трубопроводі

Періодичність виникнення і зриву вихорів (утворення пульсацій) при обтіканні потоком нерухомого тіла характеризується критерієм Струхана Sh .

$$Sh = fd / \nu, \quad (6.7)$$

де d – характерний розмір (наприклад діаметр циліндру, середній діаметр призми і т. ін.); ν – швидкість потоку у зоні вихроутворення; f – частота пульсацій (зриву вихорів).

З урахуванням рівняння для об'ємної витрати $Q = vs$ (де s – найменший переріз потоку навколо призми) та формули (6.7) частота f утворення вихорів 3 за рахунок зриву потоку на гострих ребрах призми буде пропорційна витраті Q , тобто

$$f = \frac{Sh}{sd} Q = kQ, \quad (6.8)$$

де k – коефіцієнт пропорційності вихрового витратоміра, визначається при градуюванні індивідуально для кожного приладу.

Вихри 3, що проходять у зоні призми 1, утворюють поле змінного пульсуючого тиску, пропорційного частоті f , що дозволяє вимірювати їх частоту шляхом перетворення у електричні вихідні сигнали за допомогою сучасних типів перетворювачів (п'єзоелектричні, індукційні, терморезистори та ін.).

Лекція 7

Методи та принципи вимірювання складу та показників якості матеріальних потоків газових сумішей та рідини

Прилади для визначення складу газових сумішей називаються **аналізаторами**. Аналізатори, що призначені для визначення складу тільки одного компонента у суміші прийнято називати іноді **концентратомірами**. Нижче розглянуті лише окремі методи і прилади, що знайшли широке застосування у промисловості для визначення складу та показників якості газів і рідин.

Термомагнітний метод оснований на використанні зміни об'ємної магнітної сприйманості кисню (парамагнетик) при зміні температури. В основі термомагнітного метода лежить явище термомагнітної конвекції, суть якого у наступному. Якщо нагрітий електричним струмом провідник помістити у неоднорідне магнітне поле, то внаслідок зменшення об'ємної магнітної сприйманості кисню, обумовленою нагріванням газової суміші поблизу провідника, утворюється рух газової суміші у напрямку від більших напруженостей магнітного поля до менших, тобто виникає вимушений потік газової суміші, у якому нагріта газова суміш безперервно витискується холодною сумішшю. Потік, що утворюється, називають потоком термомагнітної конвекції, а газоаналізатори для визначення концентрації кисню у газовій суміші отримали назву термомагнітних.

Термокондуктометричний метод аналізу газів передбачає використання залежності теплопровідності аналізуємої газової суміші від вмісту у ній аналізуемого газового компонента, теплопровідність якого повинна значно перевищувати теплопровідність будь-якого іншого компонента суміші.

У якості чутливих елементів у термокондуктометричних газоаналізаторах використовується найчастіше платинові чи мідні терморезистори, які поміщують у камеру з аналізуємою газовою сумішшю і

нагрівають електричним струмом. Зміна концентрації вимірюваного компонента у суміші змінює теплопровідність суміші, що призводить до зміни умов тепловіддачі від терморезистора, а отже, і до зміни його температури і опору. Таким чином, опір чутливого елемента (терморезистора) буде однозначно визначати зміну концентрації вимірюваного компонента в аналізуємій газовій суміші. Закономірності, що зв'язують теплопровідність газової суміші з її складом, виявляються за умов зведення до мінімуму або підтримкою на постійному рівні долі теплоти від терморезистора, передаваних конвекцією і випромінюванням. Цього досягають визначеним режимом роботи терморезистора, вибором його конструктивних характеристик і камери, обмеженням робочої температури терморезистора. У термокондуктометричних приладах застосовується спосіб відносного вимірювання шляхом порівняння теплопровідності аналізуємої газової суміші з теплопровідністю еталонної суміші постійного складу чи повітря. Застосовують для визначення концентрацій H_2 , CO_2 , Ar , SO_2 , NH_3 , Cl_2 .

Термохімічний метод вимірювання концентрації газів ґрунтується на вимірюванні корисного теплового ефекту хімічних реакцій, що протікають у присутності каталізатора. Найбільше розповсюдження отримали схеми, у яких використовується реакція окислення (горіння). При цьому, схеми побудови термохімічних газоаналізаторів розподіляють на два типи. До першого типу відносяться схеми, у яких реакція горіння з виділенням тепла протікає на каталізаторі у вигляді платинової ниті. Остання служить одночасно і чутливим елементом вимірювальної схеми. Вимірювальна схема цього типу газоаналізаторів становить собою неврівноважений міст постійного чи змінного струму. Проточна вимірювальна ячейка (робоча ячейка) утворює одне з плеч моста. Порівнювальна камера, що утворює друге (суміжне) плече моста, еквівалентна за параметрами і конструкцією робочій і заповнена повітрям. Інші плечі моста є постійними резисторами і виконані з манганіну. При зміні електричного опору платинової ниті у робочій камері з підвищенням температури внаслідок згорання аналізуемого компонента

порушується рівновага мостової схеми. Сила струму розбалансу буде пропорційна вмісту аналізованого компонента у газовій суміші. До другого типу відносяться схеми, у яких реакція протікає на насипному катализаторі, а корисний тепловий ефект реакції вимірюється термочутливими елементами (термоелектричні батареї і термопари). У якості катализатора звичайно використовують металеву пластину з нанесеним на поверхню пористого носія або гапколіт (60 % MnO_2 +40% CuO). Застосовують цей метод для визначення вибухових концентрацій горючих газів і пари у повітрі.

Електрохімічний метод оснований на зміні електричних властивостей чутливих елементів (провідників, електролітів) при їх взаємодії з електрохімічно активними компонентами аналізованої газової суміші. Останнім часом найбільше розповсюдження отримали полярографічні газоаналізатори, дія яких основана на електролізі електролітів, що знаходяться під впливом електрохімічно активних речовин. При цьому, кількість цих речовин пропорційна їх парціальному тиску у аналізованій газовій суміші, яка безперервно проходить (дифундує) крізь електроліт. Сила струму електролізу визначається за формулою:

$$I = nFsDc / \delta, \quad (7.1)$$

де n – заряд іону; F – число Фарадея; s – площа поверхні індикаторного електроду; D – коефіцієнт дифузії; c – концентрація визначеної електрохімічно активної речовини; δ – загальна товщина дифузійного шару.

За постійності δ концентрація визначеного компонента c буде однозначно визначатися силою струму, тобто $c = I / k$ (k – постійна електрохімічної ячейки). Застосовують для вимірювання та сигналізації таких газів як NH_3 , NO_2 , CO_2 , O_2 , CO , Cl_2 , SO_2 , H_2S та ін.

Кондуктометричний метод застосовують для контролю однокомпонентних розчинів лугів, кислот та солей. Дія кондуктометричних

концентратомірів (солемірів) побудована на вимірюванні питомої електричної провідності (УЭП) розчинів.

Електрична провідність G ($Ом^{-1}$) розчину, як і електрична провідність провідників, є величина зворотна електричному опору R і визначається за рівнянням:

$$G = S / \rho l, \quad (7.2)$$

де S – переріз рідкого провідника, $см^2$, l – довжина провідника, $см$; ρ – питомий електричний опір, $Ом \cdot см$.

Величина σ ($См/см$), зворотна питомому електричному опору, називається питомою електричною провідністю (УЕП). З урахуванням цього і формули (7.2) величину σ можна представити у вигляді рівняння:

$$\sigma = Gl / S. \quad (7.3)$$

Для багатьох неорганічних речовин питома електрична провідність σ є нелінійною функцією їх концентрацій, яка характеризується екстремальним (максимальним) значенням за певної величини концентрації розчину. Тому для отримання однозначної залежності між концентрацією і електропровідністю здійснюють вимірювання у межах концентрацій, розташованих з одного боку від максимуму.

Промислові кондуктометричні концентратоміри і солеміри розподіляються на контактні і безконтактні. У перших електроди, утворюючи вимірювальну ячейку, безпосередньо стикаються з середовищем, що аналізується. У других – чутливі елементи (електроди) ізольовані від середовища, що аналізується, шаром стійкого до цього середовища матеріалу. До того ж, безконтактні кондуктометричні концентратоміри можуть використовувати для живлення вимірювальної ячейки змінний струм як

промислової (низькочастотні), так і підвищеної частоти, а вимірювальні ячейки – ємкісного та індуктивного типів.

Потенціометричний метод застосовують для визначення активності іонів водню натрію, хрому та інших речовин у розчинах. При вимірюванні складу і якості речовини найбільш широко використовується властивість іонів водню у водних розчинах речовини, яка визначає міру кислотності чи лужності розчинів. У практиці вимірювань концентрацію водневих іонів чисельно характеризують негативним логарифмом активності іонів водню, яка позначається символом pH , тобто

$$pH = -\lg \alpha_H, \quad (7.4)$$

де α_H – активність іонів водню у розчині.

З урахуванням цього при температурі 22°C для нейтральних водневих розчинів $pH=7$, для кислотних $pH<7$, для лужних $pH>7$, а увесь діапазон зміни pH розчинів від самого кислотного до самого лужного характеризується рядом чисел від 0 до 14.

Для вимірювання активності іонів водню застосовують у промисловості потенціометричний (гальванометричний) метод, оснований на вимірюванні різниці потенціалів електродних систем вибіркової дії. Найчастіше застосовують електродні системи, що складаються із скляного вимірювального електрода і хлорсрібного чи каломельного порівнювального електрода. Слід відзначати, що якщо здійснюється вимірювання активності інших видів іонів pX , у якості вимірювального електрода використовується електрод іонселективний, тобто чутливий до цього виду іона. При цьому, потенціал вимірювального електрода змінюється у залежності від зміни вимірюваної величини, а потенціал порівняльного електрода залишається постійним.

Хроматографічний метод є універсальним, що забезпечує визначення якісного і кількісного складу сумішей газоподібних та рідких речовин. Принцип дії цих приладів оснований на розділенні аналізованої суміші на складові компоненти за рахунок різної сорбованості компонентів в процесі руху суміші по шару сорбенту. Рух компонентів газової суміші відбувається під дією потоку рухливої фази (носія). При цьому різна швидкість сорбції окремих компонентів обумовлює і різну швидкість переміщення компонентів по шару сорбенту. У залежності від агрегатного стану рухливої фази (газ чи рідина) хроматографи розподіляються на газові і рідинні. Принципова схема хроматографічної установки наведена на рис. 7.1.

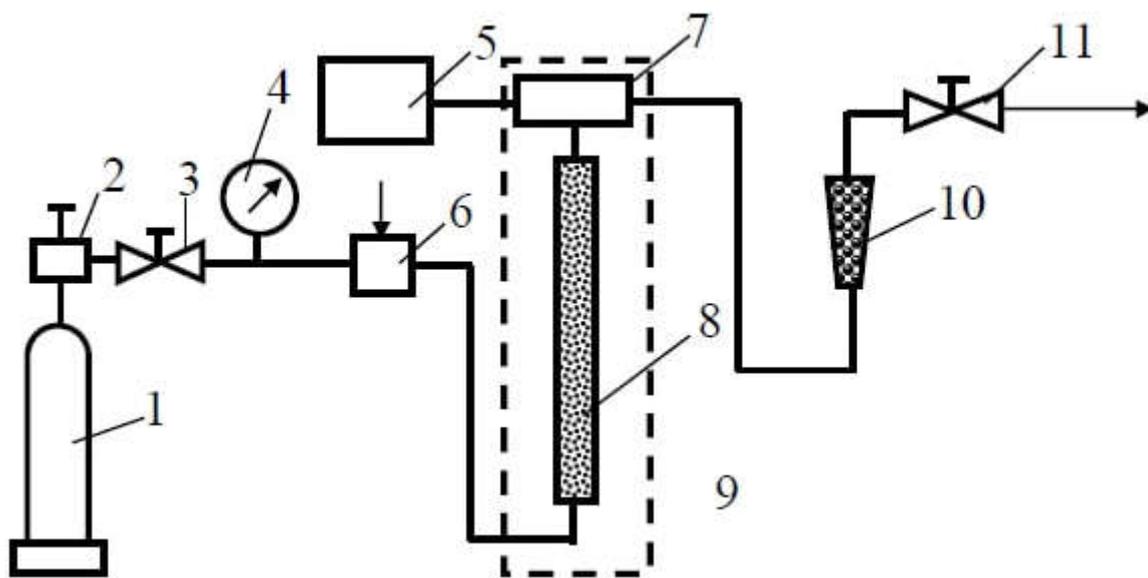


Рис. 7.1. Принципова схема хроматографічного аналізатора: 1 – балон з газом-носієм; 2 – редуктор тиску; 3,11 – регулюючі вентилі; 4 – манометр; 5 – реєстратор; 6 – пристрій для уводу аналізованої проби (дозатор); 7 – детектор; 8 – колонка; 9 – термостат; 10 – ротаметр.

У відповідності з рис. 7.1 дозатор 6 періодично здійснює подачу аналізованої газової суміші у потік газу - носія (гелій, азот, в окремих випадках водень). Газ – носій транспортує пробу у хроматографічну колонку

8, де відбувається розподіл проби на складові компоненти. На виході з хроматографічної колонки встановлено детектор 7, який виявляє ці компоненти по черзі їх виходу з колонки. Реєстратор 5 забезпечує запис сигналу детектора на діаграмі.

Розподіл суміші, що підлягає аналізу, може відбуватись як у газовій, так і у паровій фазі. При аналізі рідинних сумішей порція проби для аналізу перед входом у хроматографічну колонку випаровується і підтримується у такому стані протягом всього часу аналізу. У відповідності з цим основними методами газової хроматографії є газоадсорбційна і газорідинна хроматографія. Серед твердих адсорбентів можуть бути: активоване вугілля, силікагель, цеоліти (молекулярні сита) і оксид алюмінію. У якості нерухомої фази рідини, що нанесена тонким шаром на твердий носій, застосовують вазелінове масло, авіаційне мастило, фталати, дегліцерин, дифенілформальдегід та ін.

Газоадсорбційні хроматографи застосовують для аналізу в основному легких газів (водень, кисень, метан, оксид вуглецю, азот, етан та ін.). Газорідинні хроматографи використовують для аналізу гомологічних рядів вуглеводів, сумішей спиртів, амінів і кетонів, а також різних наркотичних і лікарських препаратів.

Контрольні запитання для самостійної роботи за темою 2

1. Чим характеризується метод вимірювання?
2. Що становить собою принцип вимірювання?
3. Методи вимірювання фізичних величин.
4. Компенсаційний метод вимірювань.
5. Диференціальний метод вимірювань.
6. Чим характеризується якість вимірювання?
7. За яких умов визначається основна похибка засобів вимірювань?
8. Основна і додаткова похибка засобів вимірювання.
9. Засоби вимірювань та основні визначення.

10. Класифікація вимірювальних приладів.
11. Основні характеристики шкали вимірювальних приладів.
12. Класифікація засобів вимірювань за родом вимірюваних величин.
13. Характеристики вимірювальних приладів.
14. Загальні поняття про еталони та їх призначення.
15. Класифікація еталонів.
16. Зразкові засоби вимірювання та їх класифікація.
17. Методи вимірювання температури.
18. Основні методи вимірювання тиску.
19. Методи вимірювання рівня.
20. Основні методи вимірювання витрати.
21. Окремі методи вимірювання концентрації.
22. Особливості вимірювання витрати за допомогою звужуючих пристроїв.
23. У яких випадках неможливо виконати вимірювання витрати електромагнітним методом?
24. Чим відрізняються акустичні рівноміри від ультразвукових?
25. Класифікація пірометрів випромінювання.
26. Яким термоелектричним термометром можливо забезпечити вимірювання температури на рівні 2000°C ?
27. Основні методи газової хроматографії.
28. Класифікація ультразвукових витратомірів.
29. Причини виникнення додаткових похибок вимірювання фізичних величин.

Т Е М А 3
КЛАСИФІКАЦІЯ ПОХИБОК ВИМІРЮВАННЯ ТА КЛАСИ
ТОЧНОСТІ ЗАСОБІВ ВИМІРЮВАННЯ

Лекція 8

Класифікація похибок вимірювання за основними ознаками. Методи усунення систематичних та грубих похибок

Загальна схема класифікації похибок у залежності від джерела виникнення, умов проведення вимірювань, характеру прояву похибки вимірюваної величини за часом та способу її виразу наведена на рис. 8.1.



Рис. 8.1. Узагальнююча схема класифікації похибок

Способи виразу похибок вимірювання можуть бути у вигляді абсолютної, відносної і наведеної похибок.

Абсолютна похибка вимірювання Δ - це різниця поміж результатом вимірювання X_B та дійсним значенням X_D вимірюваної величини:

$$\Delta = X_B - X_D. \quad (8.1)$$

У якості дійсного значення X_D приймається значення, що отримане за допомогою зразкового приладу при проведенні повірки. Абсолютна похибка має розмірність одиниці вимірюваної величини.

Абсолютна похибка перетворювання по входу визначається як різниця поміж розрахунковим X_P (визначається за допомогою градуовальної характеристики перетворювача для кожного дійсного значення параметра на виході) і дійсним значенням X_D параметра на вході перетворювача:

$$\Delta = X_P - X_D. \quad (8.2)$$

Абсолютна похибка перетворювання по виходу обчислюється як різниця поміж дійсним X_D і розрахунковим X_P значенням параметра на виході (визначається за допомогою градуовальних характеристик перетворювача для кожного дійсного значення параметра на вході):

$$\Delta = X_D - X_P. \quad (8.3)$$

Відносна похибка вимірювання (перетворювання) δ (%) визначається відношенням абсолютної похибки до дійсного значення вимірюваної величини (дійсного значення параметра на вході чи на виході):

$$\delta = (\Delta / X_D) \cdot 100. \quad (8.4)$$

Наведена похибка γ (%) вимірювання – це відношення абсолютної похибки до нормованого значення X_N :

$$\gamma = (\Delta / X_N) \cdot 100. \quad (8.5)$$

Нормоване значення X_N – це умовно прийнята величина, що визначається у залежності від характеру та виду шкали приладу (діапазону вимірювань). Нормоване значення дорівнює: $X_N = X_{100\%}$ – кінцевому значенню діапазону вимірювань для приладів з однобічною шкалою; $X_N = X_{100\%} + X_{0\%}$ – сумі кінцевих значень діапазону вимірювань для приладів з двобічною шкалою; $X_N = X_{100\%} - X_{0\%}$ – різниці кінцевого і початкового значень діапазону вимірювань для приладів з безнульовою шкалою.

Для логарифмічних, гіперболічних і ступеневих шкал приладів наведену похибку виражають у процентах від довжини шкали.

Основна і додаткова похибки обумовлені умовами проведення вимірювань. *Основна похибка* – це похибка засобу вимірювань, що визначається в нормальних умовах його застосування. *Додаткова похибка* – це складова похибки вимірювань, що виникає внаслідок відхилення однієї з величин від нормованого значення чи виході її за межі нормованої області значень. Розподіл похибок на основну і додаткову є суто умовним і визначається конкретною домовленістю між розробником і замовником засобів вимірювання.

Статична і динамічна похибки вимірювання обумовлюються умовами і режимами вимірювання. *Статична похибка* не залежить від швидкості вимірювання вимірюваної величини за часом. Прикладом статичної похибки може бути похибка вимірювання постійної за часом вимірювання напруги постійного струму. *Динамічною* називають похибку, яка залежить від швидкості зміни вимірюваної величини за часом. Виникнення динамічної похибки обумовлено інерційністю елементів вимірювального ланцюга засобу вимірювань, тобто тим, що перетворення у

вимірювальному ланцюгу не відбувається миттєво, а вимагає деякого часу. Динамічна похибка визначається різницею між похибкою засобу вимірювань у динамічних умовах і його статичною похибкою, яка відповідає значенню величини у даний момент часу.

Причини виникнення похибок визначаються сукупністю великої кількості чинників, під впливом яких утворюється сумарна похибка вимірювання. Їх можна взагалі об'єднати у дві основні групи: систематичні і випадкові. В процесі вимірювань обидві похибки проявляються одночасно і похибку вимірювання можна представити у вигляді суми:

$$\Delta = \Delta^o + \Delta_C, \quad (8.6)$$

де Δ^o – випадкова, а Δ_C – систематична похибки.

Систематична похибка – це складова похибки вимірювань, що залишається постійною чи закономірно змінюється при повторних вимірюваннях однієї і тієї ж величини. У залежності від джерела виникнення систематичні похибки розділяються на такі: похибки методу (теоретичні похибки), інструментальні і суб'єктивні.

Похибка методу обумовлена недосконалістю прийнятого методу вимірювань в цілому чи від застосованих спрощень при проведенні вимірювань. Похибки методу виникають також при екстраполяції вимірюваної властивості на обмеженій частині деякого об'єкту на весь об'єкт, якщо останній не має однорідності цієї властивості. Так при визначенні густини речовини за масою і об'ємом деякої проби виникає систематична похибка, якщо проба мала у собі деяку кількість домішок, а результат вимірювання приймався за характеристику цієї речовини в цілому.

Інструментальні похибки індивідуальні для кожного засобу і обумовлені насамперед особливостями принципів і методів вимірювань, що застосовуються у засобах вимірювань. Серед інструментальних похибок слід відзначити похибки схеми та технологічні похибки. Перші обумовлені

неточністю виготовлення засобів вимірювання і зобов'язані своїм походженням самій структурній схемі засобів вимірювання (зокрема, його кінематичній схемі) та властивостям утворюючих його елементів. Другі виникають внаслідок недосконалості виготовлення елементів засобу вимірювання. До інструментальних похибок також відносяться похибки засобів вимірювання у робочих умовах, що вміщують у себе основну, додаткову і динамічну помилку.

Суб'єктивні похибки обумовлені індивідуальними особливостями спостерігача (оператора). Велике значення у виникненні цієї похибки відіграє швидкість реагування спостерігача на отриманий сигнал. Так, час реагування з моменту подачі світлового сигналу до моменту сприйняття сигналу у різних особистостей може складати від 0,15с до 0,25с.

За характером своєї поведінки в процесі вимірювання систематичні похибки діляться на постійні, прогресивні і періодичні.

Постійні систематичні похибки – це похибки, що тривалий час зберігають своє значення і викликані умовами невірною встановлення початку відліку чи градування шкал приладів.

Прогресивні систематичні похибки – це безперервно зростаючі або спадаючі похибки, що можуть бути викликані внаслідок зношення контактуючих деталей засобів вимірювань, постійного зменшення напруги джерела струму і т. п.

Періодичні систематичні похибки – це похибки, що періодично змінюють значення і знак. Найчастіше ці похибки притаманні приладам з круговою шкалою.

Систематичні похибки становлять найбільшу небезпеку і можуть суттєво викривляти результат вимірювань, тому їх необхідно виключити з результатів вимірювань, для чого необхідно: усунути джерела похибок в ході вимірювань; внести відомі поправки до результату вимірювань; оцінити границі невиключених систематичних похибок.

Усунення джерел похибок до початку вимірювань є одним з головних етапів і здійснюється шляхом захисту вимірювальної апаратури від зовнішніх впливів (джерела теплоти, вібрацій, магнітних полів і т.п.). При цьому інструментальні похибки окремого засобу вимірювань можуть бути усунені в процесі ремонту і регулювання, за рахунок правильної його установки чи ліквідацією зміщення нуля перед початком вимірювання.

Усунення похибок в процесі вимірювань здійснюється найчастіше наступними методами: заміщення, інвертування (компенсації по знаку), протиставлення, симетричних спостережень.

Метод заміщення є найбільш універсальним методом, що дає можливість усунути більшість систематичних похибок. Суть метода полягає у тому, що об'єкт вимірювання замінюють відомою мірою без зміни умов вимірювання. Наприклад, при вимірюванні електричних параметрів (опір, ємність, індуктивність) об'єкт підключається до вимірювального кола. У більшості випадків для цього застосовуються нульові методи вимірювання (мостовий, компенсаційний), за яких здійснюється електричне врівноваження кола. Після цього, не змінюючи схеми, замість вимірюваного об'єкта вмикають міру змінного значення (магазин опорів, ємностей, індуктивностей) і, змінюючи їх значення, досягають встановлення рівноваги кола. Застосування методу заміщення забезпечує виключення залишкової неврівноваженості мостових кіл, впливу на коло магнітних і електричних полів.

Метод інвертування передбачає проведення повторних вимірювань таким чином, щоб похибка увійшла до результатів з протилежними знаками, виключення якої буде здійснено в процесі обчислення середнього значення. Наприклад, для виключення похибки через термоелектрорушійну силу (ТЕРС) у високоточних цифрових вольтметрах постійного струму виконується повторне вимірювання з одночасною зміною полярності вимірюваної напруги і робочого струму. Оскільки ТЕРС не залежить від полярності струму, то результати двох вимірювань будуть дорівнювати: U_{X1}

$= U_X + E_{TEPC} \text{ і } - U_{X2} = - U_X + E_{TEPC}$. Середнє значення U_X складе $U_X = 0,5(U_{X1} + U_{X2})$, а отже результат не буде залежати від ТЕРС.

Метод протиставлення полягає у тому, що вимірювання виконуються два рази, таким чином, щоб причина виникнення похибки при першому вимірюванні учинила протилежну дію на результат другого. Наприклад, при зважуванні на рівноплечих терезах причина похибки може бути викликана через деяку їх невривноваженість. Рівняння зважування за цим методом будуть наступні.

Умова рівноваги при першому зважуванні складе:

$$m_x \cdot l = m_1 \cdot l_1, \quad (8.7)$$

де m_x , m_1 – відповідно маса ваги, що зважується, і гирь, що врівноважують; l_x , l_1 – відповідно плечі коромисла.

Вплив різного розміру плечей характеризується множителем l_1/l , тобто:

$$m_x = (l_1 / l) m_1. \quad (8.8)$$

При повторному зважуванні отримаємо наступну умову рівноваги:

$$m_2 l = m_x l_1. \quad (8.9)$$

Вирішуючи сумісно рівняння (8.7) і (8.9) отримаємо:

$$m_x = \sqrt{m_2 m_1} \quad (8.10)$$

Якщо m_1 і m_2 несуттєво відрізняються одна від одної, то

$$m_x = 0,5(m_1 + m_2), \quad (8.11)$$

а вплив на результат нерівноплечисті терезів буде виключеним.

Метод симетричних спостережень дозволяє виключити вплив будь-якого прогресуючого чинника і лінійного залежного у часі. Метод полягає у тому, що протягом деякого інтервалу часу виконуються декілька вимірювань однієї і тієї ж величини постійного розміру. За кінцевий результат приймається напівсума окремих результатів, симетричних за часом відносно середини інтервалу. Наприклад, при вимірюванні електричного опору резистора шляхом порівняння напруги на вимірюваному та зразковому резисторах, що включені послідовно і живляться від загального акумулятора, похибка може виникнути внаслідок поступового розряду джерела живлення. Для виключення цієї похибки проводять три вимірювання падіння напруги через рівні проміжки часу. Падіння напруги на зразковому резисторі R_0 при першому вимірюванні складе:

$$U_{01} = I \cdot R_0. \quad (8.12)$$

Падіння напруги при другому вимірюванні на вимірюваному резисторі та на зразковому резисторі при третьому вимірюванні визначиться відповідно рівняннями:

$$U_X = (I - \Delta I_1) R_X, \quad (8.13)$$

$$U_{02} = (I - \Delta I_2) R_0. \quad (8.14)$$

У випадку зміни струму за лінійним законом у часі величина ΔI_2 буде дорівнювати:

$$\Delta I_2 = 2\Delta I_1. \quad (8.15)$$

У відповідності з рівняннями (8.12), (8.14) і (8.15) величина ΔI_1 складе

$$\Delta I_1 = (U_{01} - U_{02}) / 2R_0, \quad (8.16)$$

а різниця $(I - \Delta I_1)$ з урахуванням співвідношення (8.12) і рівняння (8.16) визначиться виразом:

$$I - \Delta I_1 = (U_{01} + U_{02}) / 2R_0. \quad (8.17)$$

Підставивши вираз для $(I - \Delta I_1)$ у рівняння (8.13), отримаємо формулу для розрахунку R_X :

$$R_X = 2U_X R_0 / (U_{01} + U_{02}). \quad (8.18)$$

Якщо вимірювання неможливо провести таким чином, щоб виключити чи скомпенсувати який-небудь чинник, вплив якого на результат може бути суттєвим, то необхідно організувати уведення поправки шляхом повірки. Це дасть змогу урахувати усі систематичні похибки без з'ясування причин їх виникнення. Поправка v за числовим значенням дорівнює систематичній похибці і протилежна їй за знаком.

Приклад. Встановлено шляхом порівнювання, що показання зразкового манометра 1 МПа, а того, що повіряється 0,95 МПа. Необхідно визначити абсолютну похибку і поправку для манометра, що повіряється.

Абсолютна похибка у відповідності з рівнянням (8.1) буде складати: $\Delta = 0,95 - 1 = -0,05$ МПа. Поправка буде дорівнювати абсолютній похибці Δ і протилежна їй за знаком, тобто $v = 0,05$ МПа.

В окремих випадках виключення систематичних похибок виявляється практично неможливим, тобто після уведення поправок залишаються присутніми її окремі складові, що називаються *невиключеними залишками систематичних похибок*. До них в першу чергу можна віднести наступні: похибки визначення поправок; похибки, що залежать від точності вимірювання величин, які впливають на результат у зв'язку з їх входженням до рівнянь для визначення поправок; похибки, що пов'язані з коливанням величин, що впливають, у таких малих межах внаслідок чого неможливе

введення поправок. У таких випадках обмежуються оцінкою границь можливих систематичних похибок, що буде розглянута нижче.

Випадкова похибка – це складова похибки вимірювання, характер зміни якої при повторних вимірюваннях однієї і тієї ж величини в однакових умовах випадковий. Ці похибки виникають внаслідок варіації показань вимірювального приладу, похибки округлення в процесі відліку показань приладу, зміни умов вимірювання випадкового характеру і т. п. Під впливом цих причин похибка (результат) вимірювання весь час змінюється (хоча можливо і не суттєво) і значення її можуть суцільно заповнювати деякий проміжок, тобто ці значення неможливо відокремити одне від одного інтервалами. Отже, похибка і результат вимірювань є *безперервними випадковими величинами*.

Випадкові похибки неможливо урахувати і виключити з результатів вимірювань, як систематичні похибки. Однак проведення повторних багатократних вимірювань дає можливість, використовуючи методи теорії ймовірності і математичної статистики уточнити результат, тобто наблизити значення вимірюваної величини до істинного значення.

Окрему групу випадкових похибок складають *грубі похибки і промахи*, що виникають внаслідок помилок чи неправильних дій оператора (його психофізіологічний стан, невірний відлік, помилки у записах чи обчисленнях, неправильне вмикання приладів і т. п.), а також при короткочасних різких змінах умов проведення вимірювань (вібрації, зміна температури, поштовх приладу оператором і т. п.). Грубі похибки піддаються виключенню з результатів експерименту і найчастіше виявляють тільки при остаточній обробці результатів вимірювань із застосуванням спеціальних математичних критеріїв оцінки.

Лекція 9

Класи точності засобів вимірювання: способи вираження похибок вимірювання, позначення класів точності на засобах вимірювання, основні і додаткові похибки

Встановлення меж припустимих похибок показань засобів вимірювань регламентується стандартами по класам точності, які забезпечують в умовах виробництва досить швидко оцінку точності результатів вимірювання технологічних параметрів.

Клас точності засобів вимірювань – це узагальнююча метрологічна характеристика, що визначається межами припустимих основної і додаткової похибок, а також іншими властивостями засобів вимірювань, значення яких впливають на точність і встановлюються стандартами на окремі види засобів вимірювань. Клас точності хоча характеризує сукупність метрологічних властивостей окремого засобу вимірювання, проте не визначає однозначно точність вимірювань, бо остання залежить також від методу вимірювань і умов їх виконання. З метою обмеження номенклатури засобів вимірювань щодо точності встановлюється для засобів вимірювання окремого виду обмежена кількість класів точності, яка визначається техніко-економічними обґрунтуваннями. Якщо у стандарті чи технічних умовах, що регламентують технічні вимоги до засобів вимірювань окремого типу, встановлено декілька класів точності, то припускається присвоювати клас точності при випуску з виробництва, а також знижувати клас точності за результатами повірки у порядку передбаченому нормативною документацією.

Межі припустимих основної і додаткової похибок засобів вимірювань підлягають нормуванню і можуть бути виражені у формі абсолютної, відносної і наведеної похибки. Форма вираження межі припустимих похибок залежить від характеру зміни границь абсолютної похибки по діапазону вимірювання, а також від умов застосування і призначення засобів вимірювання окремого виду. При цьому, якщо границі абсолютної похибки у

межах діапазону вимірювань можна вважати практично незмінними (адитивний характер), то межі припустимих похибок виражають у формі наведеної похибки, а у протилежному випадку (мультиплікативний характер) – у формі відносної похибки. У формі абсолютних похибок характеризують ці межі, якщо похибку результатів вимірювань прийнято виражати в одиницях вимірюваної величини. Основні формули та відомості по вище переліченим похибкам наведені у розд. 8. Слід відзначити, що форма виразу меж припустимої похибки у вигляді відносних і наведених похибок є більш переважною, бо вони дозволяють визначати межі припустимої похибки числом, яке залишається тим самим для засобів вимірювань одного рівня точності, але з різними межами вимірювань.

Межі припустимої додаткової похибки можливо представляти у формі, відмінної від форми вираження меж припустимої основної похибки, серед яких розповсюджені наступні: у вигляді постійного значення для всієї робочої області величини, що впливає на результат вимірювання; шляхом зазначення відношення межі припустимої додаткової похибки, що відповідає регламентованому інтервалу величини, яка впливає на результат вимірювання, до цього інтервалу; шляхом зазначення залежності межі припустимої додаткової похибки від величини, що впливає на результат вимірювання; шляхом зазначення функціональної залежності меж припустимих відхилень від номінальної функції впливу. При цьому, межі припустимої додаткової похибки найчастіше встановлюють у вигляді частки від значення межі припустимої основної похибки. Межі припустимих похибок повинні бути виражені не більш ніж двома значущими цифрами, при цьому похибка округлення при обчисленні меж не має перевищувати 5%.

Позначення класів точності залежить від способу нормування похибки засобу вимірювання і наносяться на циферблати, щитки і корпуси засобів вимірювань, а також надаються у нормативно-технічній документації (НТД). Приклади позначення класів точності наведені у табл. 9.1.

Таблиця 9.1

Приклади позначення класів точності у НТД та на засобах вимірювання

Формула для визначення меж припустимих похибок вимірювання	Приклади меж припустимої основної похибки	Позначення класів точності		Спосіб вираження нормованого значення X_N
		У НТД	на засобах вимірювання	
$\Delta_D = \pm a$	–	Клас точності М	М	–
$\Delta_D = \pm(a + bX_{II})$	–	Клас точності С		–
$\gamma = \pm \left(\frac{\Delta_D}{X_N} \right) 100$	$\gamma = \pm 1,5$	Клас точності 1,5	1,5	Якщо X_N виражено у одиницях величини
	$\gamma = \pm 0,25$	Клас точності 0,25	0,25	Якщо X_N визначається довжиною шкали (її частини)
$\delta = \pm \left(\frac{\Delta_D}{X_{II}} \right) 100$	$\delta = \pm 0,5$	Клас точності 0,5	0,5	–
$\delta = \pm \left[c + d \left(\left \frac{X_K}{X_{II}} \right - 1 \right) \right]$	$\delta = \pm \left[0,02 + 0,01 \left(\left \frac{X_K}{X_{II}} \right - 1 \right) \right]$	Клас точності 0,02/0,01	0,02/0,01	–

Примітка: Δ_D – межі припустимої абсолютної основної похибки, що виражена в одиницях вимірюваної величини на вході (виході) чи умовно у поділках шкали; X_{II} – значення вимірюваної величини на вході (виході) засобів вимірювань чи число поділок, відрахованих по шкалі; a і b – позитивні числа, що незалежні від X_{II} ; $c = b + d$ і $d = a/X_K$ – позитивні числа, що обираються з ряду класів точності; X_K – більша (за модулем) з меж вимірювань.

Згідно стандарту класи точності засобів вимірювання обираються з ряду: $1 \cdot 10^n$; $1,5 \cdot 10^n$; $1,6 \cdot 10^n$; $2 \cdot 10^n$; $2,5 \cdot 10^n$; $3 \cdot 10^n$; $4 \cdot 10^n$; $5 \cdot 10^n$; $6 \cdot 10^n$ ($n=1; 0; -1; -2$; і т. ін.). У залежності від точності всі засоби вимірювань розподіляють таким чином на еталони, зразкові і робочі засоби вимірювань.

При виборі приладу для вимірювань слід враховувати, що клас точності приладу визначається основною найбільшою абсолютною похибкою, якій на різних позначках шкали будуть відповідати різні значення відносної похибки. Наприклад, для електронного автоматичного моста зі шкалою $0 \div 150^{\circ}\text{C}$ класу точності $1,0$ ($\gamma = 1,0$) основна найбільша абсолютна похибка згідно формули (див. табл. 9.1) дорівнює: $\Delta_D = 150 \cdot 1/100 = 1,5^{\circ}\text{C}$. При цьому відносна похибка δ на позначках шкали 15 і 100°C будуть відповідно складати: $\delta_{15} = 1,5 \cdot 100/15 = \pm 10\%$; $\delta_{100} = 1,5 \cdot 100/100 = \pm 1,5\%$. Отже, з метою зменшення відносної похибки необхідно обирати верхню межу вимірювань шкали вимірювального приладу таку, щоб очікуване значення вимірюваної величини (показання) знаходилось в останній її третині.

Клас точності відіграє важливу роль при вимірюванні технологічних параметрів. У залежності від вимог до точності вимірювань визначають необхідний для цього клас точності.

Приклад. Необхідно визначити клас точності манометра для вимірювання тиску у діапазоні $0,1 \div 0,4$ МПа з кінцевою межею вимірювання $0,4$ МПа за умови, щоб відносна похибка δ вимірювання не перевищувала 1% у всьому діапазоні.

Визначається абсолютна похибка Δ_D на позначці $0,1$ МПа: $\Delta_D = 1 \cdot 0,1/100 = \pm 1 \cdot 10^{-3}$ МПа. Тоді клас точності манометра за величиною наведеної похибки складе: $\gamma = 1 \cdot 10^{-3} \cdot 100/0,4 = \pm 0,25\%$. Таким чином, клас точності манометра слід обрати із значенням $0,25$.

Приклади визначення границь похибки вимірювання за класом точності, що наведений в НТД на вимірювальний прилад або на шкалі цього приладу.

а) Позначення на приладі класу точності наведено у вигляді $0,2/0,1$, що відповідає згідно табл. 9.1 відносній похибці. Шкала приладу $0 \div 200^{\circ}\text{C}$. Визначити похибку приладу у точці 120°C .

$$\delta = \pm \left[0,2 + 0,1 \left(\left| \frac{300}{120} \right| - 1 \right) \right] = \pm 0,27\%$$

$$\Delta = \frac{0,27 \cdot 120}{100} = \pm 0,324^{\circ}C.$$

б) Позначення на приладі класу точності наведено у вигляді $(1,5)$, що відповідає згідно табл. 9.1 відносній похибці. Шкала приладу $0 \div 200^{\circ}C$. Визначити похибку приладу у точці $120^{\circ}C$.

$$\Delta = \pm \frac{1,5 \cdot 120}{100} = \pm 1,8^{\circ}C.$$

в) Позначення на приладі класу точності наведено у вигляді 1,5, що відповідає згідно табл. 9.1 наведеній похибці. Шкала приладу $0 \div 200^{\circ}C$. Визначити похибку приладу у точці $120^{\circ}C$.

$$\Delta_n = \pm \frac{1,5 \cdot 200}{100} = \pm 3^{\circ}C.$$

Як правило автоматичне вимірювання технологічного параметра здійснюється за допомогою вимірювального комплексу, до складу якого входять датчик (первинний перетворювач), проміжний перетворювач (не завжди обов'язковий) та вторинний прилад (вимірювальний). За таких обставин похибка вимірювання буде залежати від похибки усіх складових, що утворюють цей комплект вимірювання. При цьому згідно регламентованому стандарту визначення загальної похибки вимірювання здійснюється у передбаченні, що найбільш ймовірним значенням параметру є лише один результат вимірювань, а складовими похибки результату вимірювання є абсолютні основна і додаткові похибки (невиключені систематичні) засобу вимірювання, які обчислюються за даними наведеними у НТД. Отже сумарна похибка визначається величиною середньоквадратичного відхилення σ за формулою:

$$\sigma = \pm 1,1 \sqrt{\sum_{i=1}^m \Delta_i^2}, \quad (9.1)$$

де 1,1 – коефіцієнт визначає ймовірністю $P=0,95$ попадання похибки у заданий довірчий інтервал; Δ_i – основна, додаткова та інші можливі похибки складових вимірювального комплекту; m – кількість складових похибок засобів вимірювання.

У випадку, коли відомі тільки основні похибки засобів вимірювання такого комплекту, а по іншим похибкам (додатковим) інформація відсутня, то загальна похибка розраховується за рівнянням:

$$\sigma = \pm 1,3 \sqrt{\sum_{i=1}^m \Delta_{oi}^2}, \quad (9.2)$$

де Δ_{oi} – величина основної похибки i -го засобу вимірювання, що входить до вимірювального комплекту.

Як правило припустимо за нормою технологічного регламенту відхилення показань від номінального в процесі вимірювання задається виразом у вигляді:

$$(X \pm \Delta), \quad (9.3)$$

де X – номінальне значення згідно технологічного регламенту; Δ – абсолютна похибка вимірювального комплекту (довірчий інтервал згідно регламенту).

Згідно правила трьох сигм 3σ (яке буде розглянуто у наступних лекціях) абсолютна похибка не може перевищувати її величини. Тому після визначення величини середньоквадратичної похибки вимірювального комплекту перевіряється умова:

$$\sigma \leq \Delta/3. \quad (9.4)$$

Виконання цієї умови свідчить, що обрані засоби вимірювального комплексу з їх нормованими метрологічними показниками відповідають вимогам технологічного регламенту. У протилежному випадку необхідно розробити заходи щодо підвищення точності вимірювання параметра X , а саме обрати засоби вимірювання з більш високим класом точності, зменшити діапазон шкали вимірювання або усунути умови, що впливають на підвищення додаткових похибок.

Приклад. Вимірювання надмірного тиску газу у реакторі здійснюється за допомогою показуючого манометра МП2-У, встановленого за місцем, класу точності 1,5 з діапазоном шкали $0 \div 1,6$ МПа і ціною поділки 0,02 МПа. В процесі експлуатації відлік показань склав 1,2 МПа при навколишній температурі 35°C (нормативна 20°C). Необхідно оцінити точність вимірювання тиску, використавши показники НТД на прилад.

Розглянемо можливі складові загальної похибки Δ , серед яких слід виділити наступні: Δ_D – основна; Δ_I – додаткова температурна, що обумовлена відхиленням навколишньої температури від нормативної; Δ_2 – додаткова, що може бути викликана підвищеним нахилом манометра; Δ_3 – додаткова, обумовлена наявністю підвищеної вібрації; $\Delta_{зч}$ – зчитування результату; Δ_M – методична.

Границі основної похибки обчислюються за формулою (табл. 9.1):

$$\Delta_D = \pm (1,5 \cdot 1,6) / 100 = \pm 0,024 \text{ МПа.}$$

Границі температурної похибки в умовах зміни температури (Δt) повітря від 20 до 35°C визначаються за рівнянням:

$$\Delta_I = \pm (X_N \cdot k_t \cdot \Delta t) / 100 ;$$

$$\Delta_I = \pm [1,6 \cdot 0,06(35 - 20)] / 100 = \pm 0,014 \text{ МПа,}$$

де $k_t = 0,06\% / ^\circ C$ – температурний коефіцієнт згідно НТД на прилад.

Границі похибки від нахилу і вібрації не враховуються у зв'язку з тим, що манометр встановлено у відповідності з вимогами монтажу на прилад і забезпечення умов, за яких вібрація не призводить до коливань стрілки більш 0,1 довжини найбільшої поділки шкали. Похибка зчитування визначається половиною ціни поділки і складатиме: $\Delta_{зч} = \pm 0,02/2 = \pm 0,01$ МПа. Методична похибка може бути обумовлена різницею рівнів розташування манометра і точкою виміру тиску, гідравлічними втратами у трубопроводі поміж місцем відбору тиску і місцем установки манометра, а також відхиленням тиску навколишнього повітря від нормального (101,3 кПа). За невеликої довжини трубопроводної з'єднувальної лінії і відхиленнях тиску навколишнього повітря від барометричного, а також у разі незначної густини (газів) середовища, що вимірюється, методичну похибку можна не враховувати. Отже, підсумкова оцінка похибки вимірювання тиску за формулою (9.1) буде становити:

$$\Delta = \pm 1,1 \sqrt{0,024^2 + 0,014^2 + 0,01^2} = \pm 0,032 \text{ МПа},$$

Результат вимірювання буде мати наступний вигляд:

$$(1,2 \pm 0,032) \text{ МПа}; P = 0,95.$$

Контрольні запитання для самостійної підготовки за темою 3

1. Способи виразу похибок вимірювання фізичних величин.

2. Систематичні похибки вимірювання фізичних величин та причини їх виникнення.
3. Способи усунення систематичних похибок вимірювання фізичних величин.
4. Яким чином здійснюється повірка засобів вимірювань?
5. Випадкові похибки вимірювань фізичних величин та причини їх виникнення.
6. Грубі похибки вимірювань фізичних величин та причина їх виникнення.
7. Яким чином визначається динамічна похибка вимірювань?
8. Класи точності засобів вимірювання.
9. Яким чином здійснюється присвоєння класу точності засобу вимірювання?
10. Основні позначення класів точності для засобів вимірювання згідно нормативно-технічної документації.
11. Виходячи з яких міркувань обирається верхня межа вимірювань вимірювального приладу?
12. Яким чином обчислюється сумарна похибка вимірювального комплексу?
13. Про що свідчить правило трьох сигм?
14. Виконання якої умови свідчить, що обрані засоби вимірювального комплексу відповідають вимогам технологічного регламенту?
15. За якою формулою визначається середньоквадратична похибка одиничного вимірювання?
16. Як визначають похибку вимірювального приладу по класу точності?

ВИПАДКОВІ ПОХИБКИ ВИМІРЮВАННЯ ТА МЕТОДИ ЇХ ОЦІНКИ

Лекція 10

Опис результатів вимірювань чи похибок вимірювань: функції розподілу та числові характеристики

Для опису результатів чи похибок вимірювань в теорії ймовірності використовують функції розподілу та числові характеристики.

Функції розподілу, що визначають ймовірність попадання випадкової величини у деяку намічену сукупність чисел, відрізняють інтегральні і диференціальні. Під *інтегральною функцією розподілу* результатів вимірювань (рис. 10.1) розуміють ймовірність того, що результат вимірювання X прийме значення менше деякого значення x , тобто

$$F(x) = P(X < x). \quad (10.1)$$

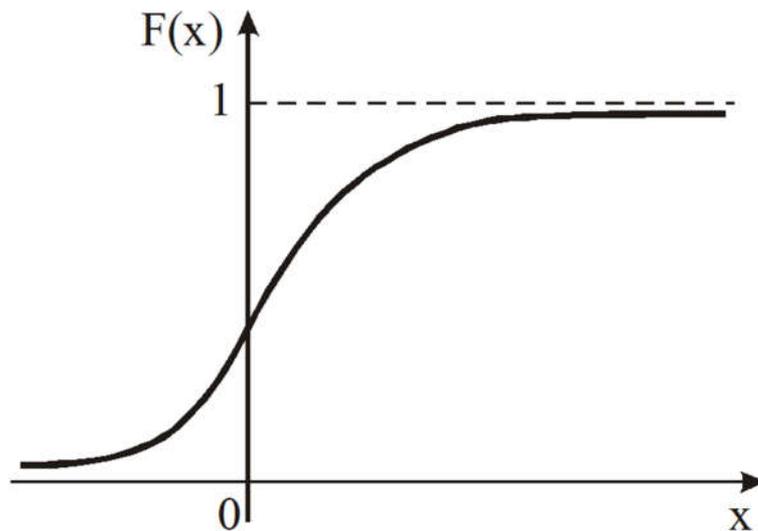


Рис. 10.1. Графік інтегральної функції розподілу

Для випадкової похибки вимірювання рівність (10.1) буде мати вигляд:

$$F(\Delta^0) = P(\Delta_i^0 < \Delta^0) \quad (10.2)$$

Як усяка ймовірність інтегральна функція розподілу задовольняє нерівностям (не може бути негативною і більше одиниці):

$$0 \leq F(x) \leq 1 \quad (10.3)$$

Ймовірність попадання результату вимірювання X чи випадкової похибки Δ^0 в інтервал $(x_1; x_2)$ чи $(\Delta_1^0; \Delta_2^0)$ визначають за формулами:

$$P(x_1 \leq X \leq x_2) = F(x_2) - F(x_1). \quad (10.4)$$

$$P(\Delta_1^0 \leq \Delta^0 \leq \Delta_2^0) = F(\Delta_2^0) - F(\Delta_1^0). \quad (10.5)$$

Функція розподілу $F(x)$ випадкової величини не дозволяє отримати ймовірностей по окремим значенням цієї величини. Збільшуючись від значення до значення, вона є як би функцією “накопиченої ймовірності”. Тому для визначення наскільки часто випадкова величина приймає значення поблизу окремої точки застосовують диференціальну функцію розподілу $f(x)$, яка має більш прикладний характер.

Диференціальна функція розподілу або функція щільності розподілу є похідною від інтегральної за своїм аргументом:

$$f(x) = \frac{dF(x)}{dx}; f(\Delta^0) = \frac{dF(\Delta^0)}{d\Delta^0} \quad (10.6)$$

Графіки диференціальних функцій розподілу називають також кривими розподілу. У низці випадків вони мають дзвоноподібну форму з максимумом при $x=x_{icm}$ чи $\Delta^0 = 0$ відповідно (рис. 10.2).

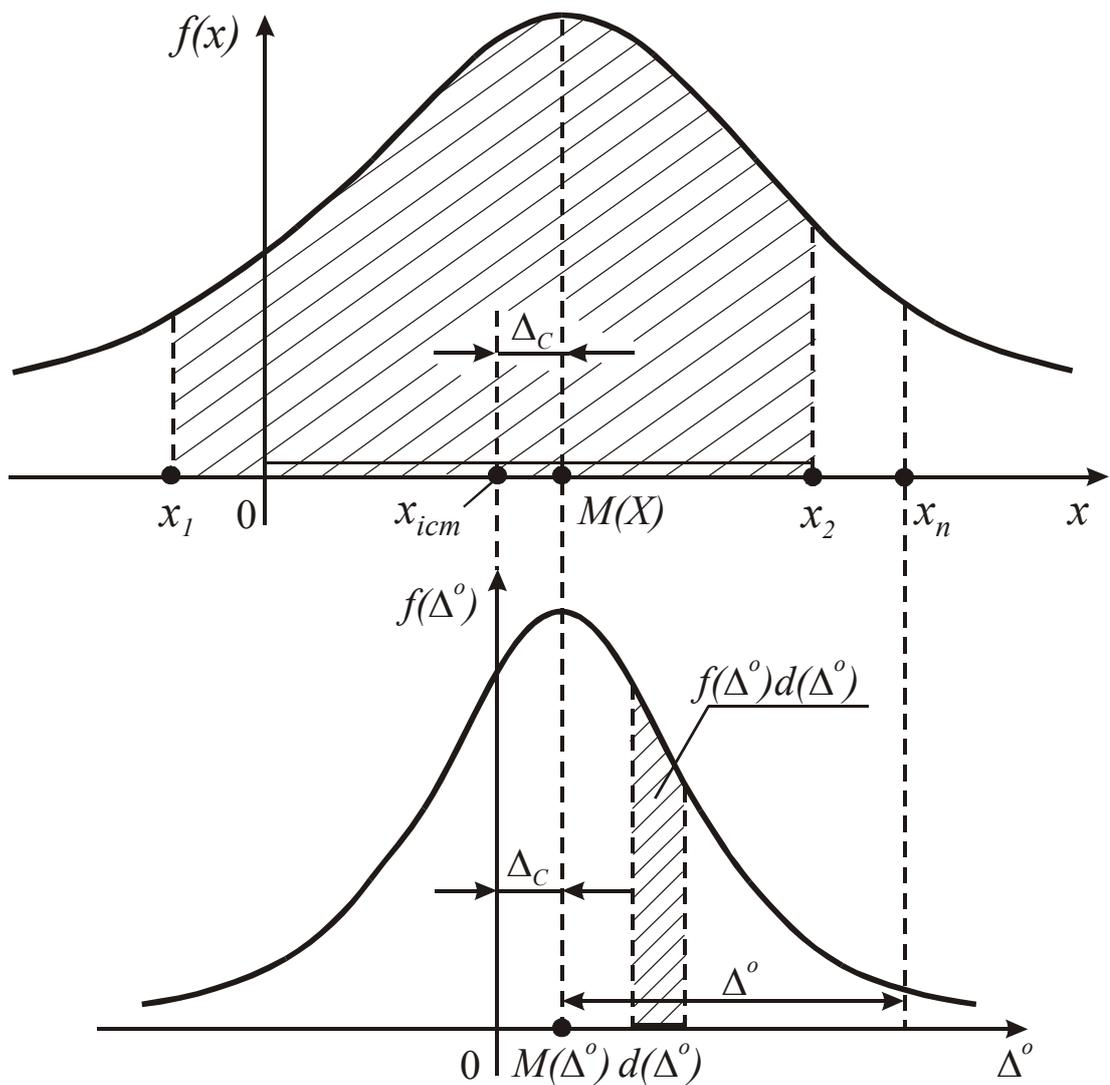


Рис. 10.2 Графік функції щільності розподілу

Перехід від диференціальної функції розподілу до інтегральної здійснюється шляхом інтегрування.

$$F(x) = f(x)dx; F(\Delta^0) = \int_{-\infty}^{\Delta^0} f(\Delta^0)d\Delta^0. \quad (10.7)$$

Враховуючі згідно з теорією ймовірності, що $F(+\infty) = 1$, отримаємо

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1. \quad (10.8)$$

Тобто попадання випадкової величини в інтервал $(-\infty < X < \infty)$ є вірогідною подією, а площа, що заключна поміж кривою розподілу і віссю абсцис, дорівнює одиниці.

За допомогою функції щільності розподілу можна оцінювати ймовірність попадання результату вимірювання чи випадкової похибки у деякий інтервал за формулами:

$$P(x_1 \leq X \leq x_2) = \int_{x_1}^{x_2} f(x) dx. \quad (10.9)$$

$$P(\Delta_1^0 \leq \Delta^0 \leq \Delta_2^0) = \int_{\Delta_1^0}^{\Delta_2^0} f(\Delta^0) d\Delta^0. \quad (10.10)$$

Добутки $f(x)dx$ і $f(\Delta^0)d\Delta^0$ називаються елементами ймовірності і дорівнюють ймовірності того, що випадкові величини X і Δ^0 приймуть деякі значення в інтервалах dx і $d\Delta^0$ відповідно. Форма кривої розподілу (див. рис. 10.2) дозволяє судити про те, які інтервали значень випадкових похибок більш, а які менш ймовірні. Функція розподілу значень X чи похибок Δ^0 дає вичерпну інформацію про випадкові величини. Проте в практичній діяльності іноді достатньо знати лише числові характеристики законів розподілу.

Числові характеристики розподілу випадкових величин дозволяють оцінити властивості законів розподілу і повністю охарактеризувати розподіл результату вимірювання чи похибки вимірювання. Ці числові характеристики називають *моментами* і на практиці визначаються по окремим вибіркам експериментальних даних, безумовно, приблизно, але потрібна точність досягається за набагато менших об'ємах вибірок. Розрізняють початкові моменти, що знайдені без виключення систематичної складової, і центральні моменти. Найбільше прикладне значення мають початкові моменти першого порядку (математичне очікування) і центральні

моменти другого (дисперсія), третього (асиметрія) і четвертого (ексцес) порядку.

В процесі спостережень при встановленні значень числових характеристик (параметрів розподілу) керуються теоремою Глівенко: з ймовірністю одиниця при $n \rightarrow \infty$ максимальна різниця між функціями розподілу величини X , що вивчається, і вибіркової величини x_n прямує до нуля. Практично це означає, що за достатньо великого об'єму вибірки функцію розподілу генеральної сукупності (області всіх припустимих значень деякої випадкової величини X) можна приблизно замінювати вибірковою функцією розподілу. У зв'язку з тим, що числові характеристики визначаються через свої функції розподілу, тому і параметри розподілу генеральної сукупності також можна замінювати вибілковими параметрами розподілу, які прийнято називати оцінками параметрів генеральної сукупності.

Математичне очікування $M(X)$ безперервної випадкової величини X (результату вимірювань) характеризує центр групування випадкової величини і визначається за формулою:

$$M(X) = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx. \quad (10.11)$$

Для безмежної кількості вимірювань величина $M(X)$ згідно теореми Глівенко дорівнює середньоарифметичному значенню \bar{x} результатів вимірювань. В умовах обмеження кількості вимірювань величину $M(X)$ можна замінювати її оцінкою – середнім значенням вибірки спостережень і визначати \bar{x} за рівнянням:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i. \quad (10.12)$$

Похибка такої заміни тим менше, чим більше об'єм вибірки.

За таких обставин систематична похибка визначиться (див. рис.10.2) як відхилення математичного очікування результатів вимірювання від істинного значення вимірюваної величини:

$$\Delta_c = M(X) - x_{icm}. \quad (10.13)$$

Тоді випадкова похибка буде становити різницю поміж результатом одиночного вимірювання і математичним очікуванням результатів:

$$\Delta^0 = X - M(X). \quad (10.14)$$

При цьому істинне значення вимірюваної величини складе:

$$x_{icm} = X - (\Delta_c + \Delta^0). \quad (10.15)$$

Математичне очікування похибки вимірювання $M(\Delta) = \Delta_c$. За умов усунення систематичних похибок величина $M(\Delta) = M(\Delta^0) = 0$.

Дисперсія характеризує міру розсіювання випадкової величини відносно її математичного очікування:

$$D(X) = M[X - M(X)]^2. \quad (10.16)$$

В практичних задачах розсіювання частіше характеризують *середнім квадратичним відхиленням (стандарт)* $\sigma = \pm\sqrt{D(X)}$, яке має ту саму розмірність, що і випадкова величина. Для вибірки об'єму n величина оцінки середньоквадратичного відхилення s (*вибірковий стандарт*) визначається за формулою:

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}. \quad (10.17)$$

Використовуючи властивість математичного очікування (математичне очікування суми випадкових величин дорівнює сумі математичних очікувань доданків) формулу (10.17) можна представити у вигляді:

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \left[\sum_{i=1}^n x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2 / n \right]}. \quad (10.18)$$

Значення \bar{x} , отримане в одній із серій вимірювань, є випадковим наближенням до x_{ict} . Щоб мати уяву про можливі відхилення \bar{x} від x_{ict} , необхідно визначити середньоквадратичне відхилення середньоарифметичного. Оцінка такого середнього квадратичного відхилення \bar{x} , тобто результату вимірювання обчислюється за формулою:

$$s_x = s / \sqrt{n}. \quad (10.19)$$

Для більш детального опису розподілу випадкових величин використовують моменти третього і четвертого порядків. Центральний момент третього порядку, віднесений до кубу середнього квадратичного відхилення, характеризує асиметричність розподілу і називається коефіцієнтом асиметрії (рис. 10.3):

$$\gamma_a = \mu_3(X) / \sigma^3(X), \quad (10.20)$$

де $\mu_3(X) = [X - M(X)]^3$ – центральний момент третього порядку.

Вибірковий коефіцієнт асиметрії γ_a визначається за рівнянням:

$$\gamma_a = \frac{1}{s^3} \left[\frac{\sum_{i=1}^n n_i x_i^3}{n} - \frac{3 \sum_{i=1}^n n_i x_i^2 \sum_{i=1}^n n_i x_i}{n^2} - \frac{2 \left(\sum_{i=1}^n n_i x_i \right)^3}{n^3} \right]. \quad (10.21)$$

Гостроверхів'я розподілу і крутизну кривої характеризує центральний момент четвертого порядку який називається коефіцієнт ексцесу γ_e (рис. 10.4) і визначається за рівнянням:

$$\gamma_e = [\mu_4(X) / \sigma^4(X)] - 3, \quad (10.22)$$

де $\mu_4(X) = [X - M(X)]^4$ – центральний момент четвертого порядку.

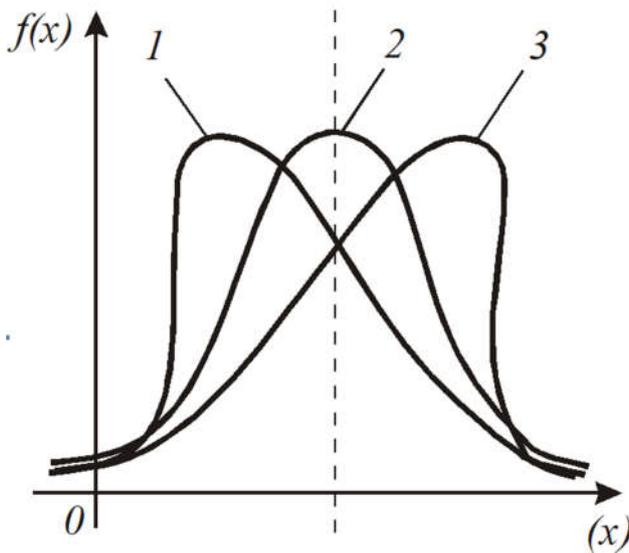


Рис. 10.3. Графік функцій розподілу:
1 – $\gamma_a > 0$; 2 – $\gamma_a = 0$; 3 – $\gamma_a < 0$.

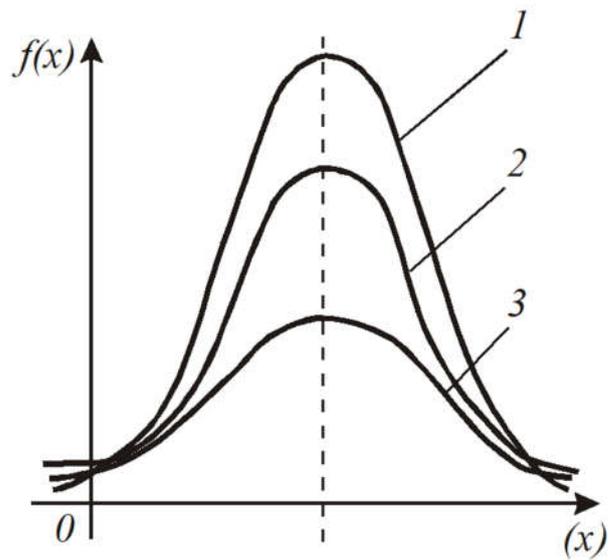


Рис. 10.4. Графік функцій розподілу:
1 – $\gamma_e > 0$; 2 – $\gamma_e = 0$; 3 – $\gamma_e < 0$.

Вибірковий коефіцієнт ексцесу обчислюється за формулою:

$$\gamma_e = \frac{1}{s^4} \left[\frac{\sum_{i=1}^n n_i x_i^4}{n} - \frac{4 \sum_{i=1}^n n_i x_i^3 \sum_{i=1}^n n_i x_i}{n^2} + \frac{6 \sum_{i=1}^n n_i x_i^2 \left(\sum_{i=1}^n n_i x_i \right)^2}{n^3} - \frac{3 \left(\sum_{i=1}^n n_i x_i^4 \right)}{n^4} \right] - 3. \quad (10.23)$$

Центральні і початкові моменти випадкових похибок збігаються поміж собою і з центральними моментами результатів вимірювань у зв'язку з тим, що математичне очікування випадкових похибок (за відсутності систематичних і грубих похибок) дорівнює нулю.

Кількість всіляких типів розподілу, звичайно, необмежена. Проте на практиці далеко не всі розподіли зустрічаються однаково часто. Аналіз різних випадкових величин, вивчених як теоретично, так і обчислених за результатами експериментів, показує, що найчастіше зустрічається нормальний (чи близький до нього) розподіл.

Лекція 11

Основні закони розподілу випадкових похибок. Довірча ймовірність та довірчий інтервал

У практиці вимірювань застосовуються різні закони розподілу випадкових похибок: трикутний, трапецієподібний, прямокутний, симетричний, нормальний. Проте найбільше значення має нормальний закон розподілу (закон Гаусса). Головна особливість нормального закону розподілу полягає в тому, що він є граничним законом, до якого наближаються інші закони розподілу при типових для вимірювання умовах, при $n \rightarrow \infty$. Тому при вивченні випадкових похибок найчастіше використовується нормальний закон розподілу.

Нормальний закон розподілу завдяки своїй детальній вивченості найбільш зручний для практичної роботи. Тому при обробці спостережень перша ж гіпотеза, що перевіряється – це нормальність відповідного розподілу (основна гіпотеза). Приналежність розподілу випадкової величини, що вивчається, до нормального визначається сукупністю її властивостей. Властивості перевіряються значно легше, ніж безпосередньо сам розподіл. У зв'язку з цим необхідно з'ясувати основні властивості нормального розподілу.

Випадкова величина X (результат вимірювання) є розподіленою за нормальним законом, якщо її функція розподілу і функція щільності розподілу відповідають наступним залежностям:

$$F(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{[x-M(x)]^2}{2\sigma^2}} dx. \quad (11.1)$$

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{[x-M(x)]^2}{2\sigma^2}}. \quad (11.2)$$

Аналогічним чином можна записати вирази цих функцій для випадкової похибки Δ^0 :

$$F(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\Delta^0} e^{-\frac{(\Delta^0)^2}{2\sigma^2}} d\Delta^0. \quad (11.3)$$

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\Delta^0)^2}{2\sigma^2}}. \quad (11.4)$$

Графік щільності нормального розподілу називається *нормальною кривою чи кривою Гауса*. Він визначається значеннями параметрів розподілу $M(X)$ і σ . На рис. 11.1 представлена нормальна крива при $M(X)=2$ і $\sigma = 0,5$. Нормальна крива симетрична відносно прямої $x = M(X)$ і при $x \rightarrow \pm\infty$ необмежено наближується до осі абсцис (ця вісь є асимптотою кривої). При $x=M(X)$ крива має максимум, що дорівнює $1 / \sigma\sqrt{2\pi}$. Якщо навколо кожної точки осі абсцис взяти невелике оточення заданого радіусу ε (тобто інтервал довжиною 2ε з центром у цій точці), то ймовірність попадання у такий інтервал пропорційна значенню щільності у точці, що розглядається. Без посередньо з графіку видно, що для нормального розподілу найбільш ймовірне попадання в оточення математичного очікування, а по обидва боки від нього ця ймовірність монотонно спадає. Швидкість спадання при цьому залежить від крутизни нормальної кривої, яка у свою чергу залежить від σ . На рис. 11.2 наведені для порівняння три нормальні криві $f(\Delta^0)$ при $M(\Delta^0) = 0$ і різних σ . Як виходить з рис. 11.2, чим менше σ тим сильніше спадає ймовірність, тобто тим щільніше навколо математичного очікування розташовані значення випадкової похибки, маючи при цьому достатньо суттєву ймовірність.

Для нормального розподілу ймовірність попадання випадкової величини X у будь-який заданий інтервал $(x_1; x_2)$ визначається за формулою:

$$P\{x_1 \leq X \leq x_2\} = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{x_1}^{x_2} e^{-\frac{[x-M(x)]^2}{2\sigma^2}} dx. \quad (11.5)$$

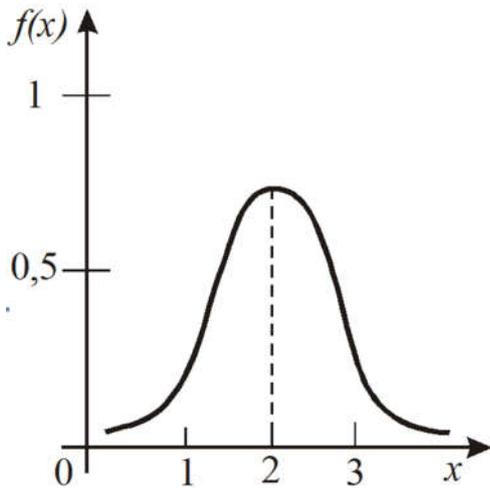


Рис. 11.1. Графік щільності розподілу вимірюваної величини

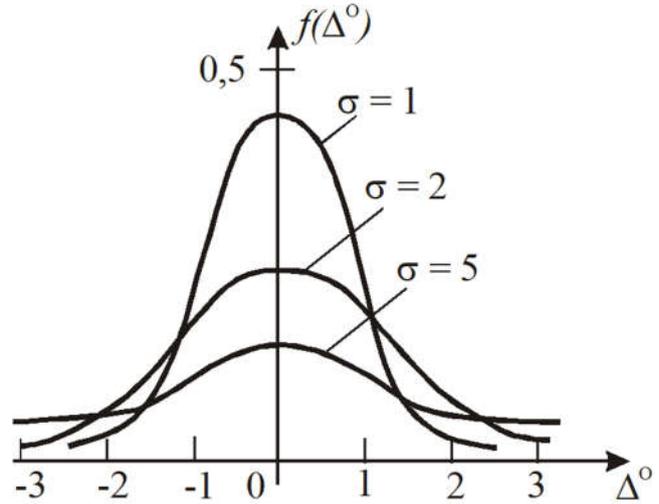


Рис. 11.2. Порівнювальний графік нормальних кривих розподілу випадкової похибки

Обчислення цього складного інтегралу здійснюється достатньо складними методами, тому щоб не проводити кожного разу громіздкі розрахунки складені спеціальні таблиці. В таблицях наведені значення функції розподілу $F(x)$, по яких і обчислюють ймовірність попадання у деякий інтервал за формулою (10.4) чи (10.5). Табулювання функції $F(x)$ нашоувхується на одну трудність – для кожних конкретних значень $M(X)$ і σ необхідно складати окрему таблицю. Запобігання цього недоліку здійснено за рахунок приведення нормального розподілу до такого, у якого $M(X)=0$ і $\sigma=1$. Нормальний розподіл з нульовим математичним очікуванням і одиничним стандартом називається *стандартним*, а його функція розподілу для результату вимірювання і випадкової похибки визначається відповідно за рівняннями:

$$F_0(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{x^2}{2}} dx. \quad (11.6)$$

$$F_0(\Delta^0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\Delta^0} e^{-\frac{(\Delta^0)^2}{2}} d\Delta^0. \quad (11.7)$$

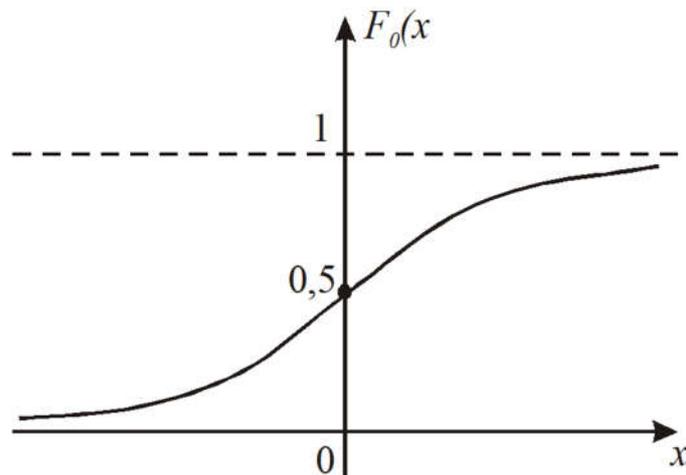


Рис. 11.3. Графік стандартної функції розподілу результату вимірювання

Графік цієї функції представлено на рис. 11.3. Для скорочення таблиць визначення $F_0(x)$ Лапласом була запропонована функція $\Phi(x) = [F_0(x) - 0,5]$, яка є непарною, тобто $\Phi(-x) = -\Phi(x)$. Завдяки цьому було складено таблицю значень функції $\Phi(x)$ лише для $x \geq 0$. Функція $\Phi(x)$ називається функцією Лапласа, яку можна записати у вигляді:

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{x^2}{2}} dx. \quad (11.8)$$

Таблиця значень для цієї функції представлена у табл.11.1. Випадкова величина X_0 , що має стандартний розподіл, називається нормованою. Для такої величини справедлива рівність:

$$P\{x_1 \leq X_0 \leq x_2\} = \Phi(x_2) - \Phi(x_1). \quad (11.9)$$

Таблиця 11.1

Значення функції розподілу Лапласу $\Phi(x)$

x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$
0,00	0,0000	1,20	0,3849	2,40	0,4918
0,10	0,0398	1,30	0,4032	2,50	0,4938
0,20	0,0793	1,40	0,4192	2,60	0,4953
0,30	0,1179	1,50	0,4332	2,70	0,4965
0,40	0,1554	1,60	0,4452	2,80	0,4974
0,50	0,1915	1,70	0,4554	2,90	0,4981
0,60	0,2257	1,80	0,4641	3,00	0,49865
0,70	0,2580	1,90	0,4713	3,50	0,49977
0,80	0,2881	2,00	0,4772	3,80	0,499928
0,90	0,3159	2,10	0,4821	4,00	0,499968
1,00	0,3413	2,20	0,4861	4,50	0,499998
1,10	0,3643	2,30	0,4893	5,00	0,499999

Якщо будь-яке із значень x_1 чи x_2 негативне, то для нього функцію Лапласа обчислюють з урахуванням властивості її непарності.

Приклад. Знайти ймовірність того, що нормована величина прийме значення поміж $x_1 = -1$ і $x_2 = 0,5$.

Згідно формули (11.9) $P\{-1 \leq X_0 \leq 0,5\} = \Phi(0,5) - \Phi(-1)$. По табл. 11.1 знаходимо, що $\Phi(0,5) = 0,1915$, а $\Phi(-1) = -\Phi(1) = -0,3413$. Отже, остаточно отримаємо: $P\{-1 \leq X_0 \leq 0,5\} = 0,1915 + 0,3413 = 0,5328$.

Операція нормування випадкової величини (результату чи похибки вимірювання) виконується за рівняннями:

$$X_0 = [X - M(X)] / \sigma. \quad (11.10)$$

$$\Delta^0 = \Delta^0 / \sigma. \quad (11.11)$$

Для отриманої, таким чином, після нормування випадкової величини будуть справедливі усі знайдені вище формули, тобто ймовірність попадання результату вимірювання в інтервал $(x_1; x_2)$ у відповідності з (11.9) буде мати вигляд:

$$P\{x_1 \leq X \leq x_2\} = \Phi\left[\frac{x_2 - M(X)}{\sigma}\right] - \Phi\left[\frac{x_1 - M(X)}{\sigma}\right]. \quad (11.12)$$

У разі симетричних відхилень x_1 і x_2 відносно математичного очікування буде справедливою рівність: $\Delta^0 = |x - M(X)|$. При цьому ймовірність того, що результати вимірювання не вийдуть за межі якого-небудь інтервалу похибки ε буде визначатись рівнянням:

$$P\{\Delta^0 \leq \varepsilon\} = P\left\{\Delta_0^0 \leq \frac{\varepsilon}{\sigma}\right\} = 2\Phi\left(\frac{\varepsilon}{\sigma}\right). \quad (11.13)$$

Такий інтервал ε прийнято називати *довірчим*, а відповідну йому ймовірність появи випадкової похибки – *довірчою ймовірністю*. Довірчий інтервал, що характеризує ступінь відтвореності результатів вимірювання, може мати різні значення і більшому довірчому інтервалу відповідає більша довірна ймовірність. Довірчий інтервал ε (гранична випадкова похибка, що характеризує довірчий інтервал) як правило виражають відносною величиною $t = \varepsilon / \sigma$. Виходячи з цього рівняння (11.13) для довірчої ймовірності прийме наступний вигляд:

$$P\{\Delta^0 \leq t\sigma\} = 2\Phi(t). \quad (11.14)$$

Аналіз виразу (11.14) свідчить, що ймовірність $P\{\Delta^0 \leq t\sigma\}$ не змінюється у разі постійності t , яку б випадкову величину з нормальним розподілом ми не розглядали. Це дозволяє зробити такий висновок: ймовірність, що випадкова похибка з нормальним розподілом не перевищить деякої межі, залежить тільки від того, у скільки разів ця межа більше стандарту випадкової похибки. Від цього до речі і стає зрозумілим назва “стандарт” – величина, з якою порівнюються усі відхилення.

Задаючись різними значеннями t можна визначити ймовірність появи випадкових похибок для конкретного довірчого інтервалу. Для деяких значень t корисно пам’ятати наступні значення $\Phi(t)$, тобто

$$P\{\Delta^0 \leq \sigma\} = 2\Phi(1) = 0,6826;$$

$$P\{\Delta^0 \leq 2\sigma\} = 2\Phi(2) = 0,9544;$$

$$P\{\Delta^0 \leq 3\sigma\} = 2\Phi(3) = 0,9973.$$

Отримані значення дозволяють зробити наступні для запам’ятовування висновки: Ймовірність стандартного відхилення дорівнює 68% (правило сигми); ймовірність подвоєного стандарту дорівнює 95% (правило двох сигм); ймовірність потроєного стандарту складає 100% (правило трьох сигм). Останнє положення свідчить, що похибки більш ніж потроєний стандарт, практично неможливі. По довірчій ймовірності $\Phi(t)$ можна визначати і значення граничної похибки вимірювання. Досвід засвідчив, що для практичних цілей цілком достатня величина $\Phi(t) = 0,9 \div 0,95$.

Приклад. За результатами відомого числа вимірювань концентрації метану x_i у танкових газах виробництва аміаку отримані відповідно значення $\bar{x} = 1,27\% \text{ об.}$ і $s = 0,025\% \text{ об.}$ Визначити ймовірність того, що випадкова похибка Δ^0 окремого вимірювання X не вийде за межі обраного довірчого інтервалу $\varepsilon = \pm 0,01\% \text{ об.}$, тобто має місце нерівність $1,26 < X < 1,28$.

Знаходимо відносну величину $t = 0,01/0,025 = 0,4$. За формулою (11.14) довірча ймовірність $P\{\Delta^0 \leq 0,01\} = 2\Phi(0,4) = 0,3108$. Отже, біля 30%

загального числа вимірювань будуть мати випадкову похибку Δ^0 , що не перевищить $\pm 0,01\%$ об.

Приклад. Визначити границі довірчого інтервалу похибки вимірювання температури T , розподіленою за нормальним законом. З ймовірністю 0,95 за великої кількості вимірювань було встановлені наступні оцінки: $\bar{x} = 145,6^0\text{C}$, а $s = 0,9^0\text{C}$.

Для ймовірності $(0,95/2)$ згідно рівняння (11.14) величина $t = 1,96$. Тоді ширина довірчого інтервалу $\varepsilon = 1,96 \cdot 0,9 = 1,764^0\text{C}$, а загальна границя довірчого інтервалу буде мати вигляд:

$$T_{0,95} = \left[(\bar{x} - \varepsilon); (\bar{x} + \varepsilon) \right] = (143,836; 147,364)^0\text{C}. \quad (11.15)$$

Розглянутий вище закон нормального розподілу справедливий за достатньо великої (понад 20) кількості спостережень однієї і тієї ж фізичної величини. Проте на практиці найчастіше доводиться мати справу з обробкою обмеженої кількості (менше 20) спостережень. За таких умов закон розподілу випадкових похибок відрізняється від нормального і суттєво залежить від числа спостережень. Дослідження питання про реальні закони розподілу випадкових похибок показали, що за малої кількості вимірювань поведінка випадкових похибок більш точно виражається законом розподілу Стьюдента.

Закон розподілу Стьюдента (t_s – розподіл) встановлює, що розподіл щільності ймовірності за малого числа вимірювань залежить не тільки від значення випадкової похибки Δ^0 , але і від числа n спостережень та визначається формулою:

$$f(\Delta^0, n) = \frac{\Gamma(n/2)}{\sqrt{\pi} \sqrt{n-1} \Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right) \left(1 + \frac{t_s^2}{n-1}\right)^{n/2}}. \quad (11.16)$$

де $f(\Delta^0, n)$ – щільність ймовірності випадкової похибки при заданій кількості вимірювань n ; $\Gamma(n)$ – гама-функція, значення якої залежить від числа вимірювань n та така, що володіє рекурентною властивістю $\Gamma(n + 1) = n\Gamma(n)$; $t_s = \Delta^0/s_x$ – значення випадкової похибки, що виражена у долях середньоквадратичного відхилення s_x (коефіцієнт Стюдента).

Графічне зображення кривих розподілу випадкових похибок t_s за законом Стюдента для різної кількості вимірювань наведено на рис. 11.4.

Крива розподілу Стюдента нагадує за формою щільність нормального розподілу, але при $t \rightarrow \pm\infty$ значно повільніше наближується до осі абсцис. При $n \rightarrow \infty$ (практично при $n \geq 20$) дисперсія $s^2 \rightarrow \sigma^2$, тому розподіл Стюдента переходить у нормальний розподіл, тобто випадкова величина t_s становить собою величину t .

За малої ж кількості n розподіл Стюдента суттєво відрізняється від нормального, внаслідок чого його t_s – розподіл відіграє особливу роль у статистиці малих вибірок. У табл. 11.2 наведені значення коефіцієнтів розподілу Стюдента за різних кількостей спостережень n і значень довірчих ймовірностей P .

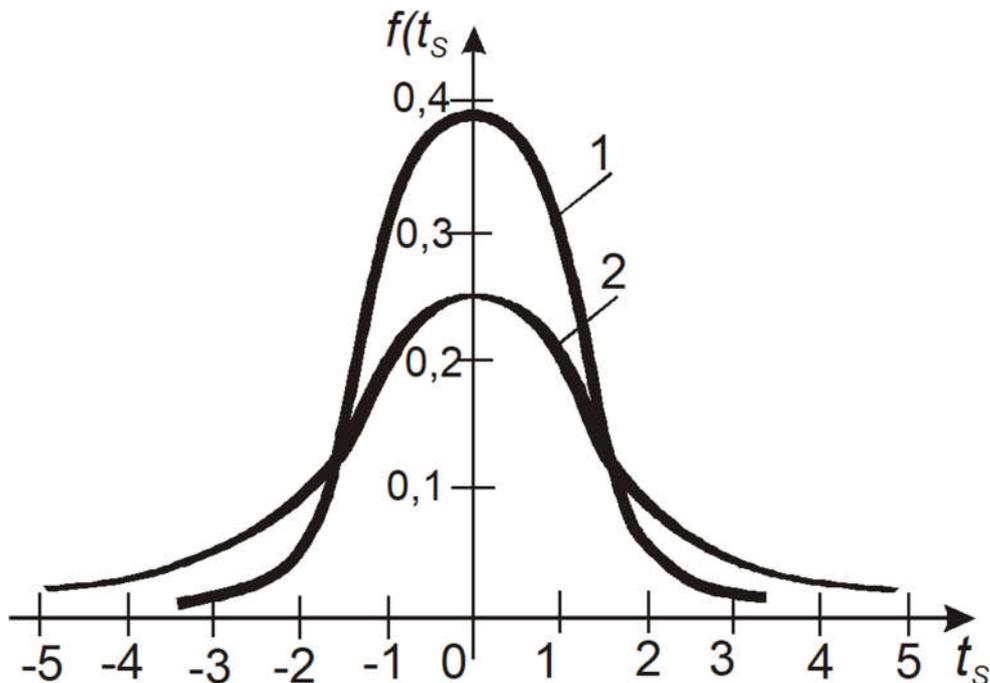


Рис. 11.4. Криві розподілу Стюдента для різних значень n : 1 – $n = \infty$; 2 – $n = 2$.

Таблиця 11.2.

Значення коефіцієнту розподілу Стюдента t_S

$n-1$	Довірча ймовірність P				
	0,9	0,95	0,98	0,99	0,999
1	6,31	12,71	31,82	63,88	636,62
2	2,92	4,30	6,97	9,93	31,60
3	2,35	3,18	4,54	5,84	12,92
4	2,13	2,78	3,75	4,60	8,61
5	2,02	2,57	3,37	4,03	6,87
6	1,94	2,45	3,14	3,71	5,96
7	1,90	2,37	3,00	3,50	5,41
8	1,86	2,31	2,90	3,36	5,04
9	1,83	2,26	2,82	3,25	4,78
10	1,81	2,23	2,76	3,17	4,59
11	1,80	2,20	2,72	3,11	4,44
12	1,78	2,18	2,68	3,06	4,32
13	1,77	2,16	2,65	3,01	4,22
14	1,76	2,15	2,62	2,98	4,14
15	1,75	2,13	2,60	2,95	4,07
16	1,75	2,12	2,58	2,92	4,02
17	1,74	2,11	2,57	2,90	3,97
18	1,73	2,10	2,55	2,88	3,92
19	1,73	2,09	2,54	2,86	3,88
∞	1,65	1,98	2,33	2,58	3,29

Приклад. Для $n = 6$ зважувань злитку з дорогоцінного металу були отримані такі результати (z): 72,361; 72,357; 72,352; 72,346; 72,344; 72,340. Визначити довірчий інтервал Δ^0 для середнього значення при довірчій ймовірності $P = 0,99$.

Середньоарифметичне значення \bar{x} за формулою (10.12) дорівнює 72,35 г. По табл. 11.2 для $n-1 = 5$ і $P = 0,99$ значення коефіцієнту $t_s = 4,03$. По відхиленням від середньоарифметичного значення результатів зважування знаходимо середньоквадратичне відхилення за формулою (10.17):

$$s = \sqrt{326 / 5} = 8,06 \text{ мг}$$

Середньоквадратичне відхилення середнього значення за формулою (10.19) складе:

$$s = 8,06 / \sqrt{6} = 3,29 \text{ мг}$$

Довірчий інтервал Δ^0 для середнього \bar{x} буде дорівнювати:

$$\Delta^0 = t_s s_x = \pm(4,03 \cdot 3,29) \approx \pm 13 \text{ мг}$$

Отже, маса злитку складе $(72,35 \pm 0,013)$ г.

Лекція 12

Практичні рекомендації щодо визначення граничних випадкових похибок. Виключення грубих похибок. Приблизні обчислення

Визначення граничних випадкових похибок здійснюється згідно положень теорії математичної статистики. При цьому за великої кількості незалежних випадкових величин (спостережень) n з невідомим законом розподілу можна стверджувати, що оцінка математичного очікування \bar{x} (за відсутності систематичної похибки) є близькою до нормального закону. Параметри (числові характеристики) цього закону обчислюються за рівняннями (10.12; 10.17 – 10.19), а довірчий інтервал (гранична випадкова похибка) ε визначається за формулою

$$\varepsilon = t \frac{S}{\sqrt{n}} = tS_x, \quad (12.1)$$

де t – параметр розподілу визначається по таблицям Лапласу (табл. 11.1) за відповідної довірчої ймовірності.

За невеликої кількості спостережень (вимірювань) для побудови довірчого інтервалу необхідна інформація щодо закону розподілу випадкової величини. За таких обставин тип закону розподілу встановлюють наступним чином. Якщо середньоквадратичне відхилення σ відоме, а невідоме лише математичне очікування $M(x)$, то при незалежних спостереженнях (вимірюваннях) користуються властивістю сталості нормального розподілу. Згідно такої властивості сума незалежних випадкових величин, що мають нормальний закон розподілу, сама має нормальний закон. Тому в таких умовах та невеликої кількості вимірювань можна стверджувати, що оцінка математичного очікування \bar{x} має нормальний закон розподілу, що дозволяє використовувати формулу (12.1).

Якщо середньоквадратичне відхилення σ невідоме, то за невеликої кількості вимірювань його оцінка S_x за результатами спостережень буде грубою. У такому випадку користуються також формулою (12.1), однак відповідне значення параметра t для заданої довірчої ймовірності та степені свободи $(n-1)$ знаходять по табл. 11.2 розподілу Стьюдента. Результат вимірювання представляється у стандартному вигляді:

$$(\bar{x} \pm \Delta); P. \quad (12.2)$$

В процесі обчислень результатів вимірювання, зокрема абсолютної похибки вимірювань, доводиться задавати їх приблизним числом з певною точністю.

Приблизне число має записуватися з таким числом значущих цифр, яке гарантує достовірність усіх цифр, окрім останньої. При цьому точність числа визначається не кількістю цифр після коми, а кількістю значущих цифр. *Значущими цифрами* вважаються усі цифри певного числа від першої зліва, яка не дорівнює нулю, до останньої цифри праворуч (включаючи і нулі). Проте нулі, що виходять з множника 10^n , не є значущими. Наприклад, число 0,008, що дорівнює числу $8 \cdot 10^{-3}$ мають всього по одній значущій цифрі. Числа 0,0384 та $3,84 \cdot 10^{-2}$ мають по три значущих цифри, а їх точність є однаковою. Значення довжини 1,00 м та 100,0 см мають різне число значущих цифр, а отже вони записані з різною точністю (друге значення довжини більш точне). Для запису результатів з однаковою точністю (з однаковим числом значущих цифр) застосовують округлення чисел.

Правила округлення результатів вимірювання та обчислень виконуються у відповідності із стандартом (СТ СЭВ 543-77) наступні:

– якщо за останньою (зліва направо), що зберігається цифрою, впливає цифра 0, 1, 2, 3 або 4, то при округленні цифри, які залишаються не змінюються;

– якщо за останньою зберігаємою цифрою впливає цифра 9, 8, 7, 6 або 5, то остання зберігаєма цифра збільшується на одиницю;

– округлення до бажаного числа значущих цифр виконують одразу, а не поетапно.

Приклади: $0,54448=0,54$; $0,5483=0,55$; $0,5453=0,5$.

Наступні приклади пояснюють округлення чисел до двох значущих цифр:

$2148=2,1 \cdot 10^3$; $217,02=2,2 \cdot 10^2$; $225=0,23 \cdot 10^3$.

В останньому прикладі при округленні цілої частини числа, що відкидаються, замінені степенями 10, а не нулями з метою запобігання непорозуміння щодо визначення кількості значущих цифр.

Для представлення результату вимірювання у вигляді (12.2) округлення рекомендуються виконувати у такому порядку. Спочатку необхідно округлити значення абсолютної похибки Δ до двох значущих цифр, якщо перша з них дорівнює 1 чи 2, і до однієї цифри, якщо перша цифра 3 та більше. Потім необхідно округлити значення \bar{x} таким чином, щоб останні цифри результату вимірювання \bar{x} і округленого значення похибки Δ знаходились в одному розряді. Наприклад: $m = (197 \pm 3) \cdot 10^{-3}$ кг, $P = 0,95$ або $L = (68,4 \pm 1,5) \cdot 10^{-3}$ м, $P=0,95$; $t = (172,0 \pm 1,6) ^\circ\text{C}$ $P = 0,95$; $t = (172,0 \pm 4) ^\circ\text{C}$, $P = 0,99$.

Дії з приблизними числами, що характеризуються виконанням арифметичних обчислень для встановлення результатів вимірювання, також регламентовані стандартом. При складанні та відніманні приблизних чисел кінцевий результат після округлення не повинен мати значущих цифр у тих розрядах, які відсутні хоча б в одному з чисел, що складають цю суму або різницю.

Приклади: $22,2 + 3,47 = 25,7$; $45,340 - 10 = 35$.

При множенні і діленні число значущих цифр добутку та частки має дорівнювати числу значущих цифр вихідного числа з найменшим їх числом.

Приклади: $0,2 \cdot 35,5 = 7$; $(1000/5) = 2 \cdot 10^2$; $(242696/145) = 2,13 \cdot 10^3$.

При піднесенні у степінь і витягання кореня будь-якої степені результат повинен мати стільки значущих цифр, скільки їх у основання або у числі під коренем.

Приклади: $\sqrt{22,5} = 4,74$; $42^2 = 0,20 \cdot 10^3$; $14,56^2 = 2120$.

Якщо деякі приблизні числа містять більше десятичних знаків, ніж інші (при складанні і відніманні) або більше значущих цифр (при множенні і діленні, піднесенні у степінь, витягання кореня), то їх попередньо округляють. Далі виконують обчислення та округляють результат.

Приклад: $4,31 \cdot 0,12 \cdot 2,358 = 4,31 \cdot 0,12 \cdot 2,36 = 1,2$

Слід відзначити, щоб процес обчислень при обробці результатів спостережень не вносив додаткової похибки у результат вимірювання, необхідно у проміжних результатах залишати на одну-дві цифри більше, ніж існує у вихідних даних з найменшим числом значущих цифр.

Однією з найважливіших умов правильного застосування статистичних оцінок є відсутність грубих помилок при спостереженнях. Тому всі грубі помилки (похибки) повинні бути виявлені і виключені з розгляду на самому початку обробки результатів спостережень (вимірювань). Єдиним достатньо надійним способом виявлення грубих помилок є ретельний аналіз умов самих вимірювань. Проте, на практиці не завжди вдається провести такий аналіз, внаслідок чого дослідник має справу з остаточним цифровим матеріалом, у якому окремі значення фізичних величин викликають сумнів лише своїм суттєвим відхиленням від інших. Науково-обґрунтований аналіз вибірки спостережень може бути проведений тільки статистичними методами, за умови, якщо результати спостережень можна віднести до нормального розподілу.

Виключення грубих похибок (помилки) здійснюється найчастіше в практичних умовах за допомогою τ - критерію. Це викликано тим, що в процесі обробки результатів вибірки невідомі як правило обидва генеральних параметра розподілу $M(X)$ і σ . Одночасна заміна цих параметрів вибірковими

\bar{x} і s змушує відмовитись від використання довірчих границь (квантилів) нормального розподілу. За таких обставин виключення грубих помилок виконується із застосуванням τ - розподілу.

Якщо x – крайній елемент вибірки, по якій обчислюють \bar{x} і s , то випадкова величина τ (максимальне відносне відхилення) визначиться наступним відношенням:

$$\tau = |x - \bar{x}| / s \quad (12.3)$$

Максимальне відносне відхилення τ має спеціальний розподіл, що залежить тільки від об'єму вибірки n рівня значимості $\alpha = 1 - P$ (P – довірна ймовірність). В табл. 12.1 наведені квантилі цього розподілу при різних n .

Згідно τ - критерію крайнє значення x відкидається як грубо помилкове (на рівні значущості α), якщо має місце нерівність:

$$\tau = |x - \bar{x}| / s > \tau_\alpha. \quad (12.4)$$

Приклад. Десятикратне вимірювання сили струму дало наступні значення (A): 10,07; 10,08; 10,10; 10,12; 10,13; 10,13; 10,16; 10,17; 10,20; 10,40. Результат 10,40 A суттєво відрізняється від інших. Необхідно перевірити чи є цей результат грубою помилкою.

Обчисленнями за формулою (10.12) і (10.17) встановлюються параметри $\bar{x} = 10,164$ і $s = 0,0944$, значення яких визначають $\tau = (10,40 - 10,16)/s = 2,55$. Приймається $\alpha = 0,01$ і по табл. 12.1 знаходимо $\tau_\alpha = 2,62$. Перевірка нерівності (12.4) свідчить, що $\tau = 2,55 < 2,62 = \tau_\alpha$, тобто результат вимірювання з обраним рівнем значущості не є грубою помилкою.

Приклад. При восьми вимірюваннях концентрації водню у циркуляційному газі відділення синтезу аміаку за короткий термін отримані наступні оцінки: $\bar{x} = 62\%$ об., а $s = 1,3\%$ об. Мінімальне значення з отриманих результатів, що викликало сумнів, склало 58,6% об.

Квантилі розподілу максимального відносного відхилення τ_a

Число спостережень	Рівень значимості α				
	0,001	0,005	0,01	0,05	0,1
3	1,414	1,414	1,414	1,414	1,412
4	1,732	1,730	1,728	1,710	1,689
5	1,994	1,982	1,972	1,917	1,869
6	2,212	2,183	2,161	2,067	1,996
7	2,395	2,344	2,310	2,182	2,093
8	2,547	2,476	2,431	2,273	2,172
9	2,677	2,586	2,532	2,349	2,238
10	2,788	2,680	2,616	2,414	2,294
11	2,884	2,760	2,689	2,470	2,343
12	2,969	2,830	2,753	2,519	2,387
13	3,044	2,892	2,809	2,563	2,426
14	3,111	2,947	2,859	2,602	2,461
15	3,171	2,997	2,905	2,638	2,494
16	3,225	3,042	2,946	2,670	2,523
17	3,274	3,083	2,983	2,701	2,551
18	3,320	3,120	3,017	2,728	2,577
19	3,361	3,155	3,049	2,754	2,601
20	3,400	3,187	3,079	2,779	2,623
21	3,436	3,217	3,106	2,801	2,644
22	3,469	3,245	3,132	2,823	2,664
23	3,500	3,271	3,158	2,843	2,683
24	3,529	3,295	3,179	2,862	2,701
25	3,556	3,318	3,200	2,880	2,718
26	3,582	3,340	3,22	2,897	2,734
27	3,606	3,360	3,239	2,913	2,749
28	3,629	3,380	3,258	2,929	2,764
29	3,651	3,399	3,275	2,944	2,778
30	3,672	3,416	3,291	2,958	2,792

Для перевірки цього результату розраховується відносне відхилення $\tau = (62 - 58,6) / 1,3 = 2,62$. По табл. 12.1 для обраного рівня $\alpha = 0,05$ і $n = 8$ величина $\tau_a = 2,27$. Отже, на рівні значущості $0,05$ значення $58,6\%$ об. слід вважати грубим, виключивши його з подальших розрахунків та знову винайшовши \bar{x} і s .

Лекція 13

Критерії узгодження по асиметрії і ексцесу розподілу та графічний (візуальний)

Всі попередні оцінки суттєво спираються на нормальність експериментального розподілу. Тому застосування багатьох оцінок припустимо лише у разі впевненості, що експериментальний розподіл близький до нормального. Гіпотеза нормальності перевіряється безпосередньо по спостереженням (по виборці) з використанням так званих критеріїв узгодження.

Критерії узгодження передбачають порівняння окремих параметрів теоретичного розподілу та їх оцінок, отриманих з вибірки результатів спостережень. Існують декілька критеріїв узгодження, застосування яких в основному обумовлюється об'ємом вибірки.

Критерій узгодження за асиметрією і ексцесом розподілу є вельми наближеними. Застосовується лише найчастіше за невеликого об'єму вибірки ($n \leq 20$). Згідно цього критерію розподіл, що спостерігається, можна вважати нормальним, якщо вибіркові асиметрія і ексцес задовольняють нерівностям:

$$|\overline{\gamma}_a| \leq 3\sqrt{D(\overline{\gamma}_a)}, \quad |\overline{\gamma}_e| \leq 5\sqrt{D(\overline{\gamma}_e)}. \quad (13.1)$$

При цьому γ_a і γ_e визначаються за рівняннями (10.20; 10.22) чи (10.21; 10.23), а формули для розрахунку дисперсій цих величин мають вигляд:

$$D(\overline{\gamma}_a) = \frac{6(n-1)}{(n+1)(n+3)}, \quad D(\overline{\gamma}_e) = \frac{24n(n-2)(n-3)}{(n+1)^2(n+3)(n+5)}. \quad (13.2)$$

Дисперсії $D(\bar{\gamma}_a)$ і $D(\bar{\gamma}_e)$ дозволяють оцінювати, значимо чи ні вибіркові асиметрія і ексцес відхиляються від своїх математичних очікувань, тобто від нуля.

Приклад. За результатами спостережень в процесі вимірювання тиску отримана вибірка об'єму $n = 15$, значення для якої зведені до перших двох стовпчиків табл. 13.1.

Таблиця 13.1.

Результати спостережень і розрахунків.

Номер спостереження, i	Значення тиску, кПа	Розрахункові показники			
		$(x_i - \bar{x})$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(x_i - \bar{x})^3$	$(x_i - \bar{x})^4$
1	15,61	-9,798	96,00	-940,61	9216,15
2	20,71	-4,698	22,07	-103,69	487,14
3	21,68	-3,728	13,89	-51,81	193,15
4	22,28	-3,128	9,78	-30,60	95,73
5	23,22	-2,188	4,78	-10,47	22,92
6	24,14	-1,268	1,61	-2,04	2,58
7	24,59	-0,818	0,67	-0,55	0,45
8	26,18	0,772	0,59	0,46	0,35
9	26,23	0,822	0,67	0,55	0,45
10	27,59	2,182	4,76	10,38	22,66
11	27,88	2,472	6,11	15,10	37,34
12	28,74	3,332	11,10	36,99	123,25
13	29,34	3,932	15,46	60,79	239,03
14	30,86	5,432	29,72	162,05	883,53
15	32,08	3,372	44,52	297,00	1981,63
Сума	381,13	-	261,73	-556,45	13306,36

Використовуючи формули (10.12) і (10.17) та підсумкові значення другого і четвертого стовпчиків табл. 13.1 обчислюються параметри \bar{x} і s :

$$\bar{x} = 381,13/15 = 25,408 \text{ кПа}, s = \sqrt{261,73/14} = 4,324 \text{ кПа}.$$

Підсумкові значення п'ятого і шостого стовпчиків табл. 13.1 дозволяють виконати розрахунки оцінок $\overline{\gamma}_a$ і $\overline{\gamma}_e$:

$$\overline{\gamma}_a = \frac{1}{ns^3} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^3 = \frac{1}{15 \cdot 4,324^3} (-556,45) = -0,458;$$

$$\overline{\gamma}_e = \frac{1}{ns^4} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^4 - 3 = \frac{1}{15 \cdot 4,324^4} (13306,36 - 3) = -0,462.$$

За формулами (13.2) визначаються дисперсії $D(\overline{\gamma}_a)$ і $D(\overline{\gamma}_e)$

$$D(\overline{\gamma}_a) = \frac{6 \cdot 14}{16 \cdot 18} = 0,292, \quad D(\overline{\gamma}_e) = \frac{24 \cdot 15 \cdot 13 \cdot 12}{16^2 \cdot 18 \cdot 20} = 0,355.$$

Перевірка умов нерівностей (13.1) свідчить, що $|\overline{\gamma}_a| = 0,458 \leq 3\sqrt{0,292} = 1,62$ і $|\overline{\gamma}_e| = 0,462 \leq 5\sqrt{0,355} = 2,98$, тобто результати спостережень відповідають нормальному закону розподілу.

Критерій узгодження графічний зручний своєю наочністю, проте не може бути достатньо точним за відсутності надійної кількісної оцінки. Він передбачає побудову вибіркової (емпіричної) і теоретичної (нормальної) функцій щільності розподілу. Розбіжність поміж цими функціями щільності оцінюється спостерігачем по графіку і якщо вона невелика, то гіпотеза про нормальність емпіричного розподілу приймається. Проте, якщо кількість спостережень $n > 20$, то розрахунки параметрів і значень функцій щільності розподілу достатньо громіздкі. Тому при побудові графіків щільності застосовується метод групування результатів спостережень, що передбачає розділення низки експериментальних значень від x_{\min} до x_{\max} на інтервали. Кількість інтервалів K найчастіше визначається за формулою Старджеса:

$$K = 1 + 3,3 \cdot \lg n. \quad (13.3)$$

Визначення ширини інтервалу h здійснюється за рівнянням:

$$h = (x_{\max} - x_{\min})/K . \quad (13.4)$$

Значення h , що розраховане за рівнянням (13.4), округляється до величини кратної ціні поділки вимірювального приладу, після чого встановлюється середина інтервалу. Результати групування зводять до таблиці. До кожного, отриманого таким чином інтервалу K , потрапляє якась кількість елементів вибірки, число яких позначають через n_i (абсолютна частота). Отже, замість попередньої вибірки буде розглядатись сукупність інтервалів. Обираючи у якості представника інтервалу його середину, згрупована вибірка (x_1, x_2, \dots, x_k) має об'єм значно менший ніж первісний, тобто у новій вибірці стають непомітними елементи попередньої вибірки, що відрізняються менше ніж на h . При цьому всі вони замінюються серединою відповідного інтервалу x_k . Розрахунки \bar{x} і s за такого розділення виконуються за рівняннями:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k n_i x_i; \quad (13.5)$$

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^k n_i (x_i - \bar{x})^2 - h^2 / 12}, \quad (13.6)$$

де $h^2/12$ – поправка Шепарда викликана зміщенням дисперсії при групуванні, причиною якої є перевищення довжини інтервалу над точністю отриманих даних.

Для зручності розрахунків параметру s формула (13.6), враховуючі властивості математичного очікування, може бути перетвореною до вигляду:

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \left[\sum_{i=1}^k n_i x_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^k n_i x_i)^2}{n} \right] - \frac{h^2}{12}}. \quad (13.7)$$

Нижче розглянуто застосування методу групування для попереднього прикладу в процесі перевірки гіпотези про нормальність розподілу за допомогою графічного критерію узгодження.

Приклад. Вихідні дані наведені у табл. 13.1.

За формулою (13.3) і (13.4) кількість і ширина інтервалів будуть становити:

$$K = 1 + 3,3 \lg 15 = 4,88 \approx 5;$$

$$h = (32,08 - 15,61)/5 = 3,29 \text{ кПа}.$$

З урахуванням встановлених границь інтервалів попередня табл. 13.1 вихідних даних прийме вигляд у відповідності з табл. 13.2.

Для визначення значень теоретичної функції щільності розподілу будується табл. 13.3. Використовуючи рівняння (13.5) і (13.6) та підсумкові значення третього і четвертого стовпчиків табл. 13.3 обчислюються \bar{x} і s :

$$\bar{x} = 380,56 / 15 = 25,37 \text{ кПа};$$

$$s = \sqrt{\frac{1}{14} \left(9869,12 - \frac{380,56^2}{15} \right) - \frac{3,29^2}{12}} = 3,79 \text{ кПа}.$$

Визначаються значення теоретичної функції щільності розподілу з встановленими оцінками \bar{x} і s за формулою (11.12), значення якої для всіх інтервалів зведені до табл. 13.3. Для першого інтервалу значення $f(x_1)$ буде становити:

$$f(x_1) = P\{15,61 \leq x_1 \leq 18,9\} = \Phi\left(\frac{18,9 - 25,37}{3,79}\right) - \Phi\left(\frac{15,61 - 25,37}{3,79}\right) = \\ = \Phi(-1,707) - \Phi(-2,575) = -0,4561 + 0,495 = 0,0389.$$

Таблиця 13.2.

Результати застосування методу групування
для експериментальних даних табл. 13.1.

Номер інтервалу K	Границя інтервалу $(x_K^H - x_K^B)$, кПа	Абсолютна частота n_i	Відносна частота $f^*(x_K) = n_i/n$	Середина інтервалу x_K , кПа
1	15,61÷18,9	1	0,066	17,25
2	18,9÷22,19	2	0,134	20,54
3	22,19÷25,48	4	0,266	28,83
4	25,48÷28,77	5	0,334	27,13
5	28,77÷32,06	3	0,2	30,42
Сума	x_K^H, x_K^B – відповідно нижня і верхня границі	15	1,00	-

За результатами, що наведені у табл. 13.2 і 13.3, будується графік для теоретичної $f(x_K)$ і емпіричної $f(x_K)$ функцій щільності (рис. 13.1). Отриманий ступінчастий графік у вигляді прямокутників називають *гістограмою розподілу* результатів вимірювань, а крива, проведена через середини відрізків прямокутників – *полігоном розподілу*. Сукупність точок середини відрізків прямокутників називається *огівом випадкової величини*.

Таблиця 13.3.

Результати розрахунків значень функції щільності розподілу.

Номер інтервалу K	Середина інтервалу x_K , $кПа$	Добутки		Функція щільності теоретична $f(x_K)$
		$n_i x_K$	$n_i x_K^2$	
1	17,25	17,25	297,56	0,0389
2	20,54	41,08	843,78	0,1566
3	23,83	95,32	2271,47	0,3115
4	27,13	135,65	3680,18	0,3040
5	30,42	91,26	2776,13	0,1582
Сума	–	380,56	9869,12	–

Порівняння кривих розподілу у відповідності з рис. 13.1 свідчить, що експериментальний розподіл достатньо близько збігається з нормальним (теоретичним), тобто основна гіпотеза виконується.

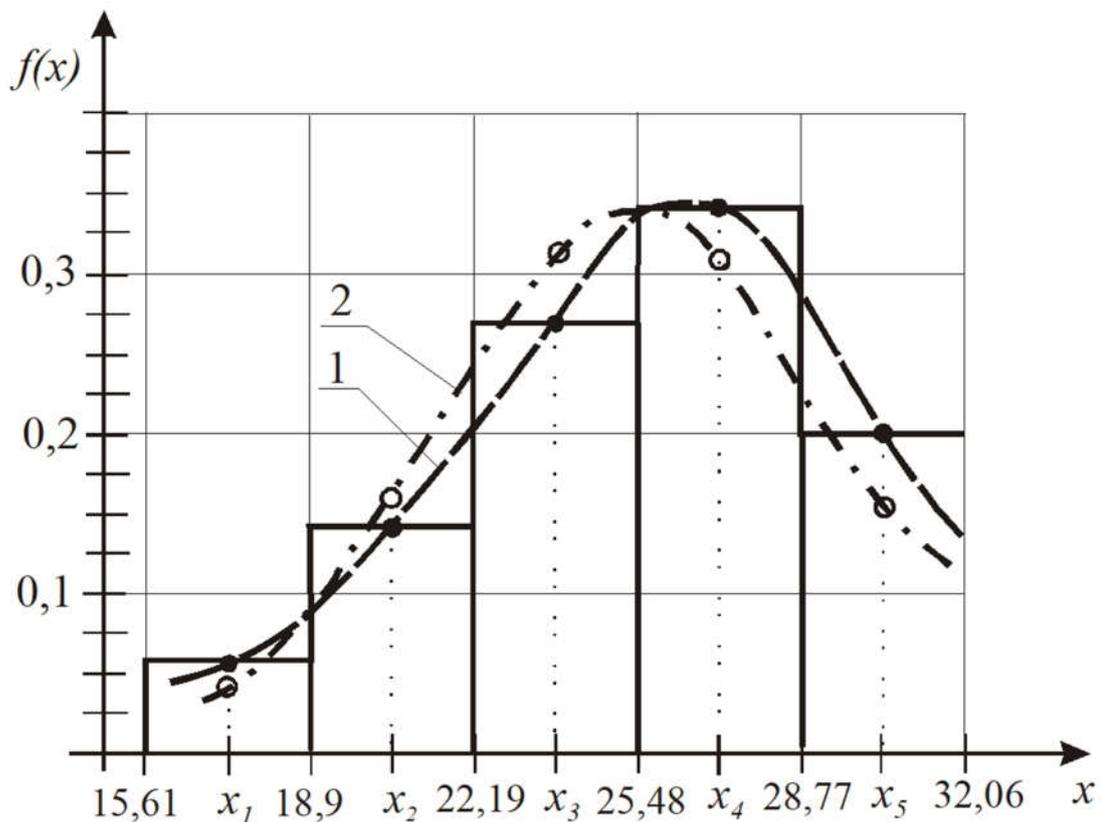


Рис. 13.1. Криві щільності розподілу результатів вимірювання: 1 – теоретична; 2 – емпірична.

Лекція 14

Критерій узгодження Пірсона і Колмогорова. Складовий критерій узгодження

Критерій узгодження Пірсона (χ^2 – критерій) зв'язаний з методом групування результатів спостережень та є найбільш розповсюдженим і надійним критерієм узгодження. Застосовується за великого числа спостережень ($n > 50$). В процесі перевірки гіпотези про нормальність характеру розподілу обчислюються теоретичні значення для ймовірностей $f(x_k)$ попадання спостереження в i -й інтервал, для чого використовується формула (11.12). Після того як знайдене $f(x_k)$ підраховується найімовірніше число попадання результатів вимірювань в i -й інтервал – $nf(x_k)$. Далі, якщо $nf(x_k) \leq 5$ для деяких інтервалів, то слід об'єднати інтервал, у якому спостерігається ця нерівність, з одним чи декількома сусідніми інтервалами таким чином, щоб у новому інтервалі (сумарному) виконувалась нерівність $nf(x_k) \geq 5$. В процесі порівняння емпіричного розподілу з нормальним (теоретичним) обчислюється величина χ^2 за формулою:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{[n_i - nf(x_k)]^2}{nf(x_k)} \quad (14.1)$$

Обравши рівень значимості α і знайшовши по табл. 14.1 розподілу Пірсона для числа ступенів вільності $f = k - 3$ значення $\chi^2_{1-\alpha}$, необхідно гіпотезу щодо нормальності для емпіричного розподілу відхилити за умови $\chi^2 \geq \chi^2_{1-\alpha}$ і вважати правильною при $\chi^2 \leq \chi^2_{1-\alpha}$.

Приклад. За результатами вимірювань концентрації аміаку у циркуляційному газі на дільниці вторинної конденсації агрегатів синтезу отримана вибірка з 200 значень, які були згруповані у 10 інтервалів. Середини інтервалів, число спостережень потрапляння у кожний інтервал і допоміжні розрахункові показники, за розглянутою вище схемою, наведені у табл. 14.2.

Квантилі розподілу Пірсона $\chi^2_{1-\alpha}$

Число ступенів вільності f	Рівень значимості α							
	0,99	0,98	0,95	0,90	0,80	0,70	0,50	0,30
1	0,00016	0,0006	0,0039	0,016	0,064	0,148	0,455	1,07
2	0,020	0,040	0,103	0,211	0,446	0,713	1,386	2,41
3	0,115	0,185	0,352	0,584	1,005	1,424	2,366	3,66
4	0,30	0,43	0,71	1,06	1,65	2,19	3,36	4,9
5	0,55	0,75	1,14	1,61	2,34	3,00	4,35	6,1
6	0,87	1,13	1,63	2,20	3,07	3,83	5,35	7,2
7	1,24	1,56	2,17	2,83	3,82	4,67	6,35	8,4
8	1,65	2,03	2,73	3,49	4,59	5,53	7,34	9,5
9	2,09	2,53	3,32	4,17	5,3	6,39	8,34	10,7
10	2,56	3,06	3,94	4,86	6,18	7,27	9,34	11,8
11	3,1	3,6	4,6	5,6	7,0	8,1	10,3	12,9
12	3,6	4,2	5,2	6,3	7,8	9,0	11,3	14,0
13	4,1	4,8	5,9	7,0	8,6	9,9	12,3	15,1
14	4,7	5,4	6,6	7,8	9,5	10,8	13,3	16,2
15	5,2	6,0	7,3	8,5	10,3	11,7	14,3	17,3
16	5,8	6,6	8,0	9,3	11,2	12,6	15,3	18,4
17	6,4	7,3	8,7	10,1	12,0	13,5	16,3	19,5
18	7,0	7,9	9,4	10,9	12,9	14,4	17,3	20,6
19	7,6	8,6	10,1	11,7	13,7	15,4	18,3	21,7
20	8,3	9,2	10,9	12,4	14,6	16,3	19,3	22,8
21	8,9	9,9	11,6	13,2	15,4	17,2	20,3	23,9
22	9,5	10,6	12,3	14,0	16,3	18,1	21,3	24,9
23	10,2	11,3	13,1	14,8	17,2	19,0	22,3	26,0
24	10,9	12,0	13,8	15,7	18,1	19,9	23,3	27,1
25	11,5	12,7	14,8	16,5	18,9	20,9	24,3	28,2
26	12,2	13,4	15,4	17,3	19,8	21,8	25,3	29,3
27	12,9	14,1	16,2	18,1	20,7	22,7	26,3	30,3
28	13,6	14,8	16,9	18,9	21,6	23,6	27,3	31,4
29	14,3	15,6	17,7	19,8	22,4	24,6	28,3	32,5
30	15,0	16,3	18,5	20,6	23,4	25,5	29,3	33,5

Число ступенів вільності f	Рівень значимості α							
	0,20	0,10	0,05	0,02	0,01	0,005	0,02	0,001
1	1,64	2,7	3,8	5,4	6,6	7,9	9,5	10,8
2	3,22	4,6	6,0	7,8	9,2	10,6	12,4	13,8
3	4,64	6,3	7,8	9,8	11,3	12,8	14,8	16,3
4	6,0	7,8	9,5	11,7	13,3	14,9	16,9	18,5
5	7,3	9,2	11,1	13,4	15,1	16,3	18,9	20,5
6	8,6	10,6	12,6	15,0	16,8	18,6	20,7	22,5
7	9,8	12,0	14,1	16,6	18,5	20,3	22,6	24,3
8	11,0	13,4	15,5	18,2	20,1	21,9	24,3	26,1
9	12,2	14,7	16,9	19,7	21,7	23,6	26,1	27,9
10	13,4	16,0	18,3	21,2	23,2	25,2	27,7	29,6
11	14,6	17,3	19,7	22,6	24,7	26,8	29,4	31,3
12	15,8	18,5	21,0	24,1	26,2	28,3	31,0	32,9
13	17,0	19,	22,4	25,5	27,7	29,8	3235	34,5
14	18,2	21,1	23,7	26,9	29,1	31,3	34,0	36,1
15	19,3	22,3	25,0	28,3	30,6	32,8	35,5	37,7
16	20,5	23,5	26,3	29,6	32,0	34,3	37,0	39,2
17	21,6	24,8	27,6	31,0	33,4	35,7	38,5	40,8
18	22,8	26,0	28,9	32,3	34,8	37,2	40,0	42,3
19	23,9	27,2	30,1	33,7	36,2	38,6	41,5	43,8
20	25,0	28,4	31,4	35,0	37,6	40,0	43,0	45,3
21	26,2	29,6	32,7	36,3	38,9	41,4	44,5	46,8
22	27,3	30,8	33,9	37,7	40,3	42,8	46,0	48,3
23	28,4	32,0	35,2	39,0	41,6	44,2	47,5	49,7
24	29,6	33,2	36,4	40,3	43,0	45,6	48,5	51,2
25	30,7	34,4	37,7	41,6	44,3	46,9	50,0	52,6
26	31,8	35,6	38,9	42,9	45,6	48,3	51,5	54,1
27	32,9	36,7	40,1	44,1	47,0	49,6	53,0	55,5
28	34,0	37,9	41,3	45,4	48,3	51,0	54,5	56,9
29	35,1	39,1	42,6	46,7	49,6	52,3	56,0	58,3
30	36,3	40,3	43,8	48,0	50,9	53,7	57,5	59,7

За формулами (13.5) і (13.6) обчислюються параметри \bar{x} і s :

$$\bar{x} = 816/200 = 4,08 \text{ \%об};$$

$$s = \sqrt{\frac{1}{199} \left[3341,6 - \frac{816^2}{200} \right]} - \frac{0,2^2}{12} = 0,25 \text{ \%об}.$$

Визначаються ймовірності $f(x_K)$ і $nf(x_K)$. Для першого інтервалу $f(x_1)$ і $nf(x_1)$, будуть становити:

$$\begin{aligned} f(x_1) &= P\{3,1 \leq x_1 \leq 3,3\} = \Phi\left(\frac{3,3 - 4,08}{0,25}\right) - \Phi\left(\frac{3,1 - 4,08}{0,25}\right) = \\ &= \Phi(-3,13) - \Phi(-3,92) = -0,4989 + 0,4999 = 0,001; \\ nf(x_1) &= 200 \cdot 0,001 = 0,2. \end{aligned}$$

Таблиця 14.2

Результати спостережень і розрахунків при застосування критерію узгодження Пірсона

Номер інтервалу К	Середин а інтервалу x_K , % об.	Абсолютна частота, n_i	Добутки			Величина $[n_i - nf(x_K)] / nf(x_K)$
			$n_i x_K$	$n_i x_K^2$	$nf(x_K)$	
1	3,2	1	3,2	10,24	0,2	}0,65
2	3,4	5	17,00	57,80	1,9	
3	3,6	4	14,4	51,84	10,8	
4	3,8	18	68,4	259,92	34,3	7,75
5	4,0	86	344,0	1376,0	59,2	12,13
6	4,2	62	260,4	1093,6	55,7	0,71
7	4,4	14	61,6	271,04	28,6	7,45
8	4,6	6	27,6	126,96	8,0	}0,05
9	4,8	3	14,4	69,12	1,2	
10	5,0	1	5,0	25,0	0,1	
Сума	—	200	816	3341,6	—	$\chi^2 = 28,74$

Аналогічно визначаються ці ймовірності для інших інтервалів, результати розрахунків яких занесені до табл. 14.2. У зв'язку з тим, що для перших і для останніх двох інтервалів добуток $nf(x_K) \leq 5$, то перші і останні три інтервали відповідно об'єднуються. Знаходиться значення величини $[n_i -$

$nf(x_k)]^2 / nf(x_k)$ для кожного з інтервалів, яке для перших трьох інтервалів складе: $(10 - 12,9)^2 / 12,9 = 0,65$. Обчисленні значення для кожного з інтервалів, а також величина χ^2 представлені в останньому стовпчику табл. 14.2.

Приймається рівень значимості $\alpha = 0,05$ і по табл. 14.1 за числа ступенів вільності $f = 6 - 3 = 3$ визначається $\chi^2_{0,95} = 7,8$. Отже, $\chi^2 = 28,74 > 7,8 = \chi^2_{0,95}$, тобто гіпотезу про нормальність експериментального розподілу слід відхилити.

Критерій узгодження Колмогорова є універсальним і може бути застосований не тільки для нормального, але і для будь-якого теоретичного розподілу, що має неперервний характер. За міру неузгодженості статистичного (спостерігаемого) і теоретичного (нормального) законів розподілу приймається найбільше значення D абсолютної різниці статистичної і теоретичної функцій розподілу. Експериментальне значення D_e величини D визначається за формулою:

$$D_e = \max |F^*(X) - F(X)| \quad (14.2)$$

де $F^*(X)$ і $F(X)$ – відповідно статистична та теоретична інтегральна функція розподілу, тобто функції накопиченої ймовірності.

У випадку, якщо експериментальне значення величини $\lambda_e = D_e \sqrt{n} > \lambda_\alpha$, то гіпотеза щодо узгодження теоретичного закону розподілу з даними вибірки відхиляється. Застосування критерію Колмогорова здійснюється з доволі жорсткими рівнями значимості $\alpha = 0,2$ або навіть $\alpha = 0,3$. Обсяг вибірки n має бути достатньо великим $n \geq 50$. В таблиці 14.3 наведені значення λ_α для розподілу Колмогорова.

Таблиця 14.3

Критичні значення величини λ_α для розподілу Колмогорова

α	0,50	0,40	0,30	0,20	0,10	0,05	0,02	0,01	0,001
λ_α	0,828	0,895	0,974	1,073	1,224	1,358	1,520	1,627	1,950

Приклад. За результатами вимірювань концентрації аміаку у циркуляційному газі на дільниці вторинної конденсації агрегатів синтезу аміаку отримана вибірка з 200 значень, які були згруповані у 10 інтервалів. Середини інтервалів, число спостережень потрапляння у кожний інтервал і допоміжні показники за розглянутою схемою наведені у табл. 14.4, які відповідають даним табл. 14.2.

Таблиця 14.4

Результати спостережень і розрахунків при застосуванні критерію узгодження Колмогорова

Номер інтервалу К	Середина інтервалу X_K , % об.	Абсолютна частота n_K	Інтегральна функція розподілу		Різниця $ F^*(X_K) - F(X_K) $
			емпірична $F^*(X_K)$	теоретична $F(X_K)$	
1	3,2	1	0,005	0,0010	0,0040
2	3,4	5	0,030	0,0105	0,0195
3	3,6	4	0,050	0,0645	0,0145
4	3,8	18	0,140	0,2360	0,0960
5	4,0	86	0,570	0,5320	0,0380
6	4,2	62	0,880	0,8105	0,0695
7	4,4	14	0,950	0,9535	0,0035
8	4,6	6	0,980	0,9935	0,0135
9	4,8	3	0,995	0,9995	0,0045
10	5,0	1	1,000	1,0000	0

Обчислення інтегральних функцій розподілу $F^*(X_K)$ і $F(X_K)$ здійснювалась за результатами значень диференціальних функцій $f^*(X_K)$ і $f(X_K)$. Наприклад, для четвертого інтервалу ці функції визначаються наступним чином:

$$\begin{aligned}
 f(x_4) &= P\{3,5 < x_4 < 3,9\} = \Phi\left(\frac{3,9 - 4,00}{0,25}\right) - \Phi\left(\frac{3,7 - 4,08}{0,25}\right) = \\
 &= \Phi(-0,72) - \Phi(-1,52) = -0,2642 + 0,4357 = 0,1715; \\
 f^*(x_4) &= u_K / n = 18 / 200 = 0,090.
 \end{aligned}$$

При цьому інтегральні функції будуть складати:

$$\begin{aligned} F(x_4) &= f(x_1) + f(x_2) + f(x_3) + f(x_4) = \\ &= 0,0010 + 0,0095 + 0,0540 + 0,1715 = 0,2360; \\ F^*(x_4) &= f^*(x_1) + f^*(x_2) + f^*(x_3) + f^*(x_4) = \\ &= 0,005 + 0,025 + 0,020 + 0,090 = 0,140. \end{aligned}$$

Аналіз останнього стовпчика табл. 14.4 свідчить, що найбільша різниця $|F^*(x_K) - F(x_K)| = D$ дорівнює 0,096. Після цього визначаємо експериментальний показник λ_e , який прийме наступне значення:

$$\lambda_e = 0,096\sqrt{200} = 1,357.$$

Приймаємо рівень значимості $\alpha=0,2$ і визначаємо по табл. 14.3 величину $\lambda_{0,2}=1,073$. Розраховане значення $\lambda_e = 1,357 > \lambda_\alpha$, тому гіпотеза про нормальність емпіричного розподілу відхиляється.

Складовий критерій застосовується, якщо необхідно виконати перевірку гіпотези про нормальність розподілу за невеликої кількості результатів спостережень ($50 > n > 15$). Перевірка здійснюється у два етапи. На першому етапі (критерій 1) перевіряється гіпотеза нормальності для «середини» результатів розподілу, а на другому – для «кінців» розподілу (критерій 2).

За критерієм 1 визначається відношення d у відповідності з рівнянням:

$$\bar{d} = \frac{\sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}|}{n \cdot s^*}, \quad (14.3)$$

де s^* – зміщена оцінка середнього квадратичного відхилення, яка обчислюється за формулою

$$s^* = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}}. \quad (14.4)$$

За обраним рівнем значимості α' по табл. 14.5 знаходяться квантили розподілу $d_{(1 - \alpha'/2)}$ і $d_{\alpha'/2}$. Розподіл результатів спостережень вважають нормальним, якщо виконується умова:

$$d_{(1 - \alpha'/2)} \leq \bar{d} \leq d_{\alpha'/2} \quad (14.5)$$

Таблиця 14.5

Значення квантилів розподілу $d_{(1 - \alpha'/2)}$ і $d_{\alpha'/2}$

Кількість спостережень	При $\alpha'/2$, %			При $(1 - \alpha'/2)$, %		
	1	5	10	90	95	99
11	0,9359	0,9073	0,8899	0,7409	0,7153	0,6675
16	0,9137	0,8884	0,8733	0,7452	0,7236	0,6829
21	0,9001	0,8768	0,8631	0,7495	0,7304	0,6950
26	0,8901	0,8686	0,8570	0,7530	0,7360	0,7040
31	0,8827	0,8625	0,8511	0,7559	0,7404	0,7110
36	0,8769	0,8578	0,8468	0,7583	0,7440	0,7167
41	0,8722	0,8540	0,8436	0,7604	0,7470	0,7216
46	0,8682	0,8508	0,8409	0,7621	0,7496	0,7256
51	0,8648	0,8481	0,8385	0,7636	0,7518	0,7291

За критерієм 2 вважається, що результати спостережень мають приналежність до нормального розподілу, якщо не більше m -різниць $|x_i - \bar{x}|$ перевищило значення $Z_{P/2} \cdot s$, де s – оцінка середньоквадратичного відхилення визначається за формулою (10.47), а $Z_{P/2}$ – верхня квантиль розподілу нормованої функції Лапласа, що відповідає ймовірності $P/2$ і встановлюється по табл. 11.11.

Значення P і m визначаються числом вимірювань n і рівнем значимості α'' у відповідності з табл. 14.6.

Таблиця 14.6

Значення довірчої ймовірності P і кількості різниць m

Кількість спостережень	Кількість різниць m	Рівень значимості α'' , %		
		1	2	5
10	1	0,98	0,98	0,96
11-14	1	0,99	0,98	0,97
15-20	1	0,99	0,99	0,98
21-22	2	0,98	0,97	0,96
23	2	0,98	0,98	0,96
24-27	2	0,98	0,98	0,97
28-32	2	0,99	0,98	0,97
33-35	2	0,99	0,98	0,98
36-49	2	0,99	0,99	0,98

Для рівня значимості відмінного від передбаченого табл. 14.6 значення P визначається шляхом інтерполяції. До того ж, якщо для “критерію 1” обрано рівень значимості α' , а для “критерію 2” – рівень значимості α'' , то сумарний рівень значимості складового критерію повинен відповідати нерівності $\alpha \leq \alpha' + \alpha''$. Гіпотеза про нормальність розподілу приймається тільки за умови виконання обох критеріїв. При цьому, перевірку проводять як правило з рівнем значимості α від 10 до 2%.

У випадку $n \leq 15$ приналежність до нормального розподілу за цим критерієм не перевіряється.

Приклад. Для результатів спостережень в процесі вимірювання тиску, представлених у табл. 13.1, необхідно перевірити гіпотезу про нормальність розподілу за складовим критерієм.

Раніше встановлені $\bar{x} = 25,408$ кПа і $s = 4,324$ кПа.

Обчислюється зміщена оцінка s^* за рівнянням (14.4):

$$s^* = \sqrt{261,73/15} = 4,177 \text{ кПа.}$$

Відношення \bar{d} за формулою (14.3) складе:

$$\bar{d} = 51,265/(15 \cdot 4,177) = 0,8182.$$

Приймається рівень значимості $\alpha' = \alpha'' = 2\%$ і за табл. 14.5 для $n = 15$ і $\alpha = 2\%$ встановлюється шляхом інтерполяції параметри $d_{(1 - \alpha/2)} = 0,67982$ і $d_{\alpha/2} = 0,91814$. Перевірка умови (14.5) свідчить, що для $\bar{d} = 0,8182$ вона виконується.

За табл. 14.6 для $\alpha'' = 2\%$, $n = 15$ і $m = 1$ встановлюється значення ймовірності $P = 0,99$. При цьому за табл. 11.1 для $P/2 = 0,495$ верхня квантиль $Z_{P/2} = 2,6$, а добуток $Z_{P/2} \cdot s = 2,6 \cdot 4,324 = 11,242 \text{ кПа}$. Аналіз різниць $|x_i - \bar{x}|$ табл. 13.1 свідчить, що жодне з цих значень не перевищує величини $11,242 \text{ кПа}$. Отже, за обома критеріями гіпотеза про нормальність емпіричного розподілу підтверджується на загальному рівні значимості $\alpha = 4\%$.

Лекція 15

Представлення результату вимірювання з урахуванням систематичної та випадкової складових похибки

Оскільки випадкова складова похибки зменшується з ростом кількості вимірювань n за законом зворотної пропорційності \sqrt{n} , то їх кількість має сенс збільшувати, доки випадкова похибка не стане суттєво менше систематичної. Тоді похибка результату вимірювання буде повністю визначена невиключеною систематичною похибкою, яка повністю задається класом точності вимірювального приладу. С іншого боку, якщо випадкова похибка у декілька разів перевищує систематичну, то останньою можна зневажити, і абсолютна похибка визначається тільки випадковою похибкою. За невеликої кількості вимірювань випадкова складова похибки ε і систематична складова Θ можуть бути одного порядку. Таким чином, обчислення довірчих границь похибки результатів вимірювань має передбачити оцінку як невиключених систематичних складових так і випадкових похибок. Оцінка довірчих границь невиключеної систематичної похибки здійснюється за припущення, що розподіл її як випадкової величини, відповідає рівномірному. Невиключеними систематичними похибками можуть бути похибки методу, засобів вимірювання та інші, що обумовлені зовнішніми джерелами впливу. У якості границь складових невиключеної систематичної похибки приймаються межі припустимих основних і додаткових похибок засобів вимірювання, якщо випадкові складові похибки зневажливо малі. У випадку рівномірного розподілу невиключених систематичних складових ці границі без урахування знаку обчислюють за формулою:

$$\Theta = k \sqrt{\sum_{i=1}^m \Theta_i^2}, \quad (15.1)$$

де Θ_i – границя і-ої невиключеної систематичної складової похибки; k – коефіцієнт, що визначається довірчою ймовірністю ($k = 1,1$ за довірчої ймовірності $P = 0,95$; $k = 1,4$ для $P = 0,99$).

У залежності від граничного відношення невиключених систематичних складових похибок Θ до середнього квадратичного відхилення s_x результату вимірювання нехтують чи невиключеними систематичними чи випадковими похибками. При цьому, якщо $\Theta / s_x(\bar{x}) < 0,8$, то нехтують невиключеними систематичними похибками і приймають, що границя похибки результату $\Delta = \varepsilon$. Проте, якщо $\Theta / s_x(\bar{x}) > 0,8$, то нехтують випадковою похибкою і приймають, що границя похибки результату $\Delta = \Theta$. У випадку невиконання цих нерівностей границя похибки результату вимірювання визначається сумою випадкової і невиключених систематичних і похибок, що розглядаються як випадкові величини. Обчислення границі похибки результату вимірювання Δ без урахування знаку здійснюється за формулою:

$$\Delta = K \cdot S_{\Sigma}, \quad (15.2)$$

де K – коефіцієнт, що залежить від співвідношення випадкової і невиключеної систематичної похибок; S_{Σ} - оцінка підсумкового середнього квадратичного відхилення результату вимірювання.

Коефіцієнт K розраховується за формулою:

$$K = \frac{\varepsilon + \Theta}{s_x(\bar{x}) + \sqrt{\sum_{i=1}^m (\Theta_i^3 / 3)}}. \quad (15.3)$$

Оцінка S_{Σ} обчислюється у відповідності з рівнянням:

$$S_{\Sigma} = \sqrt{\sum_{i=1}^m (\Theta_i^3 / 3) + s_x^2(\bar{x})}. \quad (15.4)$$

Визначення показників точності прямих багатократних вимірювань здійснюється із використанням статистичних методів оцінки похибок вимірювання. Взагалі, алгоритм обробки результатів вимірювань, що встановлений стандартом, має наступну послідовність.

1). Виключають шляхом уводу поправок відомі систематичні похибки з результатів спостережень.

2). За наявності підозри про можливість присутності у вибірці грубих помилок виконується перевірка гіпотези за τ – критерієм (12.4). При цьому знаходять попередні значення середнього арифметичного, виключивши з нього систематичну похибку шляхом внесення поправки, і середнє квадратичне відхилення за формулами (10.12) і (10.17).

3). Обчислюється середнє значення і середньоквадратичне відхилення з урахуванням вилучення грубих помилок.

4). Визначається оцінка середнього квадратичного відхилення середнього арифметичного значення s_X за рівнянням (10.19).

5). Перевіряється гіпотеза про нормальність розподілу результатів спостережень. За кількості результатів вимірювань $n > 50$ використовують критерій Пірсона, а за $15 < n < 50$ – складовий критерій. Рівень значимості обирається з інтервалу $0,02 \div 0,1$. За $n < 15$ нормальність розподілу не перевіряється і застосовується для оцінки довірчих границь похибки критерій Стьюдента.

6). Визначаються довірчі границі ε випадкової похибки результату вимірювання за формулою $\varepsilon = t_S \cdot s_X$ у відповідності з довірчою ймовірністю P (чи α) та числа n .

7). Встановлюються границі невиключеної систематичної похибки за рівнянням (15.1).

8). Обчислюється співвідношення Θ/s_x та перевіряються його граничні умови для визначення можливості урахування чи невиключених систематичних складових (Θ) чи випадкових (ε) похибок або усіх разом ($\Theta+\varepsilon$) у загальній довірчій границі похибки (Δ) результату вимірювання. В останньому випадку довірча границя похибки результату вимірювання визначається за формулами (15.2 – 15.4).

9). Представляється результат вимірювання і похибки у разі симетричних довірчих границь у формі: $(\bar{x} \pm \Delta)_p$

Приклад. В ході атестації платиного термоопору типу ТСП з НСХ 50П проведено 20 вимірювань його опору при температурі насичених парів киплячої води за нормальних умов, що встановлені НТД на вимірювальний комплект. У якості зразкових засобів вимірювання використовувався подвійний врівноважений міст класу точності 0,02 з діапазоном вимірювання 1000 Ом і зразковий термоопір типу ТСП з НСХ 50П класу допуску А ($\Delta_D^m = 0,067$ Ом), номінальне значення опору якого при 100°C складає 69,55 Ом. Необхідно визначити номінальне значення атестуемого термометра опору і похибку атестації з довірчою ймовірністю 0,95 за нормальних умов. Результати вимірювань наведені у табл. 15.1.

Таблиця 15.1

Результати вимірювання термоопору і допоміжних обчислень

Номер вимірювання	Результат вимірювання x_i , Ом	Допоміжні розрахункові величини			
		$x_i - \bar{x}'$	$(x_i - \bar{x}')^2$	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$
1	70,85	0,73	0,5329	0,45	0,2025
2	69,26	-0,86	0,7396	-0,78	0,6084
3	70,25	0,13	0,0169	0,21	0,0441
4	70,04	-0,08	0,0064	0,00	0,0000
5	70,04	-0,08	0,0064	0,00	0,0000

Таблиця 15.1 Закінчення

6	70,55	0,43	0,1849	0,51	0,2601
7	69,82	-0,30	0,09	-0,22	0,0484
8	69,43	-0,69	0,4761	-0,61	0,3721
9	70,04	-0,08	0,0064	0,00	0,0000
10	69,93	-0,19	0,0361	-0,11	0,0121
11	69,82	-0,30	0,09	-0,22	0,0484
12	69,61	-0,51	0,2601	-0,43	0,1849
13	70,04	-0,08	0,0064	0,00	0,0000
14	69,93	-0,19	0,0361	-0,11	0,0121
15	70,32	0,20	0,04	0,28	0,0784
16	70,41	0,29	0,0841	0,37	0,1369
17	69,43	-0,69	0,4761	-0,61	0,3721
18	70,25	0,13	0,0169	0,21	0,0441
19	69,82	-0,30	0,09	-0,22	0,0484
20	71,61	1,49	2,2201	-	-
Сума	1402,45	-	5,4155	5,34	2,473

Аналіз отриманих результатів вимірювань свідчить, що найбільшу підозру про наявність грубої помилки в процесі вимірювань викликає результат під номером 20. Для перевірки за τ -критерієм необхідно провести обчислення середнього арифметичного \bar{x}' і середньоквадратичного відхилення s' , які для 20-ти спостережень у відповідності з формулами (10.12) і (10.17) будуть дорівнювати:

$$\bar{x}' = 1402,45 / 20 = 70,12 \text{ Ом};$$

$$s' = \sqrt{5,4155 / 19} = 0,5338 \text{ Ом}.$$

Обчислюється величина τ за рівнянням (12.3).

$$\tau = \frac{|71,61 - 70,12|}{0,5338} = 2,79$$

Визначається по табл. 12.1 для $n = 20$ і $\alpha = 0,05$ значення $\tau_\alpha = 2,779$.
Перевірка умови нерівності (12.4) свідчить, що $\tau = 2,79 > 2,779 = \tau_\alpha$, тобто 20-те спостереження слід вилучити з подальшого розгляду. Далі розраховується середнє \bar{x} і середньоквадратичне s для 19-ти спостережень.

$$\begin{aligned}\bar{x} &= 1330,84/19 = 70,04 \text{ Ом}; \\ s &= \sqrt{2,473/18} = 0,37 \text{ Ом}.\end{aligned}$$

Обчислюється середнє квадратичне відхилення результату вимірювання за формулою (10.19):

$$s_x = 0,37 / \sqrt{19} = 0,08 \text{ Ом}.$$

Приналежність результатів спостережень до нормального розподілу перевіряється за складовим критерієм ($15 < n < 50$). Перевірка за критерієм 1 передбачає визначення параметра \bar{d} , для чого спочатку обчислюється зміщена оцінка s^* за формулою (14.4):

$$s^* = \sqrt{2,473/19} = 0,36 \text{ Ом}.$$

При цьому параметр \bar{d} за рівнянням (14.3) буде становити:

$$\bar{d} = 5,34 / (19 \cdot 0,36) = 0,78.$$

Для заданого рівня значимості $\alpha' = \alpha'' = 2\%$ і $n = 19$ по табл. 14.5 шляхом інтерполяції визначаємо $d_{\alpha'/2} = 0,9055$ і $d_{(1-\alpha'/2)} = 0,6901$. Умова (14.5)

за критерієм 1 про нормальність розподілу виконується. Для перевірки за критерієм 2 в табл. 14.6 при $n = 19$ і $\alpha = 2\%$ знаходимо $P = 0,99$ і $m = 1$. По табл. 11.1 для $P/2 = 0,495$ верхня квантиль складе $Z_{P/2} = 2,6$. Обчислюється добуток $Z_{P/2} S = 2,6 \cdot 0,37 = 0,962$. Аналіз різниць $|x_i - \bar{x}|$, наведених у табл. 15.1 показує, що жодна з них не перевищує величини $0,962$. Отже, умови обох критеріїв виконуються, що дозволяє вважати результати спостережень нормально розподіленими.

Обчислюються границі ε випадкової похибки вимірювань. Для цього за $P = 0,95$ і $n = 19$ по табл. 11.2 визначається параметр $t_S = 2,1$. Тоді значення ε буде складати: $\varepsilon = t_S \cdot s_X = 2,1 \cdot 0,08 = 0,168 \text{ Ом}$.

Встановлюються довірчі границі невиключеної систематичної складової похибки вимірювань. При цьому, невиключена систематична похибка вимірювань буде обумовленою двома складовими: похибки атестації зразкового моста і термоопору. Розглядаємо їх як випадкові похибки з рівномірним законом розподілу, а довірчі границі приймаємо такими, що чисельно дорівнюють межах припустимих похибок атестації термоопору $\Delta_D^m = \Theta_T = \pm 0,067 \text{ Ом}$ і моста $\Theta_M = \gamma_M \cdot X_N = 0,02 \cdot 1000 / 100 = \pm 0,2 \text{ Ом}$. Довірча границя сумарної невиключеної систематичної похибки визначиться за рівнянням:

$$\Theta = 1,1 \sqrt{0,067^2 + 0,2^2} = 0,211 \text{ Ом}.$$

Розраховується величина відношення $\Theta / s_X = 0,211 / 0,08 = 2,637$. У зв'язку з тим, що ця величина лежить у межах $0,8 \div 8$, то жодною з складових похибки вимірювання нехтувати неможливо, тобто загальна похибка буде визначатися обома складовими. За формулою (15.4) обчислюється підсумкове значення S_Z :

$$S_{\Sigma} = \sqrt{\frac{1}{3}(0,067^2 + 0,2^2) + 0,08^2} = 0,145 \text{ Ом.}$$

За формулою (15.3) визначається коефіцієнт K :

$$K = \frac{0,168 + 0,211}{0,08 + \sqrt{\frac{1}{3}(0,067^2 + 0,2^2)}} = 1,876$$

Довірчі границі похибки результату вимірювання при атестації за рівнянням (15.2) складуть: $\Delta = 1,876 \cdot 0,145 = \pm 0,272 \text{ Ом}$. Отже, результат вимірювання слід представити у вигляді: $(70,04 \pm 0,27) \text{ Ом}$; $P = 0,95$.

Лекція 16

Визначення показників точності нерівноточних вимірювань.

Розрахунок похибки посередніх вимірювань

Визначення показників точності нерівноточних вимірювань пов'язано із статистичною обробкою декількох рядів результатів спостережень, отриманих різними експериментаторами із застосуванням вимірювальних засобів різної точності чи однакової точності, але з різним числом спостережень або однакової точності за однакового числа спостережень, але проведених у різних умовах. Загальна послідовність обробки результатів нерівноточних вимірювань може бути наступною.

1). Визначаються вагові коефіцієнти g_i як величини, зворотно пропорційні квадратам середніх квадратичних похибок результатів для декількох рядів вимірювань тієї самої величини у відповідності з рівністю:

$$g_1 s_1^2 = g_2 s_2^2 = \dots = g_i s_i^2 = \mu^2. \quad (16.1)$$

Величини g_i становлять собою позитивні числа, а значення μ^2 обирають таким, щоб відношення μ^2/s_i^2 , було якомога ближче до одиниці.

2). Обчислюється загальне середнє зважене для рядів вимірювань за формулою:

$$\bar{x}_g = \frac{\sum_{i=1}^N \bar{x}_i g_i}{\sum_{i=1}^N g_i}, \quad (16.2)$$

де \bar{x}_i – результати окремих рядів вимірювань; g_i вагові коефіцієнти, що відповідають цим результатам; N – загальна кількість окремих рядів вимірювань.

3). Визначається середня квадратична похибка загального середнього зваженого значення за рівнянням:

$$s_g = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N \lambda_i^2 g_i}{(N-1) \sum_{i=1}^N g_i}}, \quad (16.3)$$

де $\lambda_i = (\bar{x}_i - \bar{x}_g)$ – залишкове випадкове відхилення окремого ряду вимірювань по відношенню до середнього зваженого; $\sum_{i=1}^N g_i \lambda_i = 0$ – контрольне значення для формули (16.3).

Приклад. В процесі вимірювання опору трьома способами були отримані наступні результати з оцінками середніх квадратичних відхилень результатів вимірювань за довірчої ймовірності $P = 0,95$: $\bar{x}_1 = (12,045 \pm 0,003)$; $x_2 = (12,048 \pm 0,002)$; $\bar{x}_3 = (12,047 \pm 0,001)$ Ом.

Визначаються вагові коефіцієнти окремих результатів вимірювань згідно рівності (16.1):

$$0,003^2 g_1 = 0,002^2 g_2 = 0,001^2 g_3 = \mu^2.$$

Приймаючи $\mu^2 = 0,001^2$, знаходимо значення вагових коефіцієнтів, щоб були якомога ближче до одиниці: $g_1 = 0,112$; $g_2 = 0,25$; $g_3 = 1$. За рівнянням (16.2) обчислюється середнє зважене значення опору:

$$\bar{x}_g = \frac{12,045 \cdot 0,112 + 12,048 \cdot 0,25 + 12,047 \cdot 1}{0,112 + 0,25 + 1} = 12,04702 \text{ Ом}$$

За формулою (16.3) визначається величина середньої квадратичної похибки середнього зваженого:

$$s_g = \sqrt{\frac{0,00202^2 \cdot 0,112 + 0,00098^2 \cdot 0,25 + 0,00002^2 \cdot 1}{(3-1) \cdot (0,112 + 0,25 + 1)}} = 0,00051 \text{ Ом}.$$

Контрольна перевірка формули (16.3) свідчить, що

$$\sum g_i \lambda_i = -0,00202 \cdot 0,112 + 0,00098 \cdot 0,25 - 0,00002 \cdot 1 = 0.$$

Отже, результат вимірювання опору буде становити: $(12,04702 \pm 0,00051) \text{ Ом}; P = 0,95$.

Посередні вимірювання застосовують у випадках коли неможливо визначити значення фізичної величини за допомогою прямих вимірювань. Похибки посередніх вимірювань залежать від виду функції, що визначає ту чи іншу величину, та від похибок прямих вимірювань тих величин, які є аргументами цієї функції. У якості аргументів можуть бути і постійні величини, значення яких відомі приблизно: $e = 2,718\dots$; $\pi = 3,1415\dots$

Приклад. При посередньому вимірюванні об'єму циліндра $V = \pi d^2 h / 4$ у загальну похибку вимірювання входять як похибки Δd і Δh результатів безпосередніх вимірювань діаметра d і висоти h , так і похибки $\Delta \pi$ приблизного значення числа π (похибка округлення). Число 4 у даній формулі – точне число.

Похибка функції, аргументи якої відомі з деякою похибкою, найчастіше оцінюють за допомогою диференціалу цієї функції. При цьому, абсолютна похибка цієї функції становить собою отриманий нею приріст, коли аргументам цієї функції надані прирости, що дорівнюють їх похибкам.

Нехай пошукова величина x становить собою функцію у вигляді:

$$x = f(a, b, c, \dots). \quad (16.4)$$

Серед величин a, b, c, \dots , що входять у рівняння (16.4) можуть бути: безпосередньо вимірювані величини, дані попередніх вимірювань, константи і довідкові дані. Передбачається, що величини a, b, c, \dots взаємонезалежні. За визначенням, повний диференціал функції – це приріст функції, що викликаний малими приростами аргументів:

$$dx = \frac{\partial x}{\partial a} da + \frac{\partial x}{\partial b} db + \frac{\partial x}{\partial c} dc + \dots \quad (16.5)$$

Оскільки кожний з аргументів функції з деякою похибкою (Δa , Δc , Δb , ...), то кожна з цих похибок вносить свій визначений вклад у загальну похибку Δx величини X .

Якщо припустити, що значення похибок Δa , Δb , Δc , ... значно менше самих значень величин a , b , c , ... відповідно, то згідно формули (16.5) можна визначити величину похибки Δx наступним чином:

$$\Delta x = \frac{\partial x}{\partial a} \Delta a + \frac{\partial x}{\partial b} \Delta b + \frac{\partial x}{\partial c} \Delta c + \dots \quad (16.6)$$

Для практичних розрахунків похибки Δx , посередньо вимірюваної величини X , що виражена функцією (16.4), в передбаченні, що змінні a , b , c , ... є статистично незалежні величини, застосовується статистичне підсумовування, тобто середньоквадратичне відхилення випадкової похибки:

$$\Delta x = \sqrt{\left(\frac{\partial x}{\partial a} \Delta a\right)^2 + \left(\frac{\partial x}{\partial b} \Delta b\right)^2 + \left(\frac{\partial x}{\partial c} \Delta c\right)^2 + \dots} \quad (16.7)$$

При цьому похибки аргументів $\Delta a, \Delta b, \Delta c, \dots$ визначаються довірчим інтервалом ε за $n < 20$ та прийнятою довірчою ймовірністю P за рівнянням:

$$\varepsilon = t S_a \quad (16.8)$$

де S_a – оцінка середньоквадратичного відхилення аргумента; t – коефіцієнт Стьюдента, визначаєміий по табл. 11.2.

Остаточний результат посереднього вимірювання представляється у наступному вигляді:

$$x = \bar{x} \pm \Delta x; P = 0,95 \quad (16.9)$$

У цій формі представлення результату довірна ймовірність P має те саме значення, що і для всіх безпосередньо вимірюваних величин, а середнє значення \bar{x} обчислюється за середніми значеннями аргументів:

$$\bar{x} = f(\bar{a}, \bar{b}, \bar{c} \dots) \quad (16.10)$$

Формула (16.7) зручна в обчисленні похибки посередніх вимірювань, що визначаються рівнянням, до якої входять сума чи різниця, а також рівнянням яке містить степенну функцію. Особливість формули (16.7) у порівнянні з рівнянням (16.6) полягає у наступному. З одного боку, усі додатки в арифметичній сумі (16.6) після піднесення у квадрат у формулі (16.7) підсумовуються з одним знаком і таким чином визначається гранично (максимально) можлива, наперед завищена, оцінка похибки у передбаченні, що окремі похибки підсилюють одна одну. З іншого боку, внаслідок піднесення у квадрат малих величин у круглих скобках різниця поміж доданками зростає, і деякими з них за їх мале значення під час оцінки похибки можна зневажити. Як правило, зневажають теми доданками у формулі (16.7) до піднесення у квадрат, значення яких у $3 \div 5$ разів менше інших.

У випадку, коли похибка приладу задана його класом точності, то оцінка точності посереднього вимірювання визначається за похибками складових прямих (безпосередніх) вимірювань.

Приклад. Визначити абсолютну ΔR і відносну $\delta = \Delta R / R$ похибки посередніх вимірювань опору $R = U / I$ резистора методом "амперметра-вольтметра", якщо показання вольтметра $U = 10\text{В}$, міліамперметра $I = 100\text{ мА}$. Межа вимірювання вольтметра 15В , клас точності $1,0$; межа вимірювання міліамперметра 150 мА , клас точності $1,5$.

Визначається величина опору резистора:

$$R = 10 / 0,1 = 100\text{ Ом.}$$

За класом точності вольтметра і міліамперметра визначаються похибки безпосередніх вимірювань:

$$\Delta U_B = 1 \cdot 15 / 100 = 0,15\text{ В,}$$

$$\Delta I_a = \frac{1,5 \cdot 150}{100} = 2,25\text{ мА.}$$

За формулою (16.7) обчислюється похибка вимірювання опору резистора

$$\begin{aligned} \Delta R &= \pm \sqrt{\left[I^2 (\Delta U_B)^2 + U^2 (\Delta I_a)^2 \right]} / I^2 = \\ &= \pm \sqrt{\left[0,1^2 \cdot 0,15^2 + 10^2 \cdot 0,00225^2 \right]} / 0,1^4 = 2,7\text{ Ом} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta &= \pm \sqrt{\left(\Delta U_B / U \right)^2 + \left(\Delta I_a / I \right)^2} = \\ &= \pm \sqrt{\left(0,15 / 10 \right)^2 + \left(0,00225 / 0,1 \right)^2} = 0,027. \end{aligned}$$

Отже відносна похибка посереднього вимірювання опору резистора складе 2,7%.

Контрольні запитання для самостійної підготовки за темою 4

1. Опис випадкових похибок вимірювання.
2. Інтегральні та диференціальні функції.
3. Моменти випадкових похибок. Дисперсія, математичне сподівання, середньоквадратичне відхилення та ін.
4. Що таке довірна ймовірність та довірчий інтервал?
5. За якими формулами обчислюють середньоквадратичну похибку одиничного вимірювання та середньоквадратичну похибку середньоарифметичного?
6. Опишіть порядок дії при обчисленні випадкової похибки за результатами багатократних вимірювань.
7. Яким чином обчислюється похибка посереднього вимірювання при однократних вимірюваннях та при багатократних вимірюваннях безпосередньо спостерігаємих величин?
8. Що розуміють під стандартним розподілом випадкової величини.
9. Як між собою співвідносяться інтегральна функція та функція Лапласа?
10. Приведіть рівняння за якими здійснюється операція нормування результату вимірювання та похибки вимірювання.
11. За якої умови розподіл Стюдента переходить у нормальний розподіл?
12. Про що свідчить правило трьох сигм?
13. Які числа вважаються значущими?
14. Основні правила запису результатів арифметичних дій з двома приблизними числами з урахуванням кількості значущих цифр.

15. Скільки значущих цифр слід залишати у значенні похибки та як відповідно округлити середнє значення вимірюваної величини при запису довірчого інтервалу?

16. Яким чином здійснюється виключення грубих похибок з результатів вимірювань?

17. Основні критерії узгодження та основні їх умови що відповідають нормальному закону розподілу випадкових похибок чи результатів вимірювань.

18. Основні поняття гістограма розподілу, полігон розподілу та огіва випадкової величини.

19. За якою формулою визначається ймовірність попадання випадкової величини в той чи інший інтервал?

ПРИКЛАДИ ТЕСТОВИХ МОДУЛЬНИХ КОНТРОЛЬНИХ РОБІТ

Модульна контрольна робота № 1

1. Визначити класифікацію щодо одноразового вимірювання опору в електричному полі методом «амперметра-вольтметра» з застосуванням залежності Ома для кола постійного струму. Клас точності амперметра – 0,5; вольтметра – 0,5.

а) пряме, технічне, рівноточне, відносне, динамічне, багатократне вимірювання;

б) непряме, метрологічне, однократне, статичне, абсолютне, нерівноточне вимірювання;

в) непряме, технічне, рівноточне, абсолютне, статичне, однократне вимірювання;

г) сумісне, технічне, нерівноточне, абсолютне, статичне, однократне вимірювання.

2. Яке основне призначення міри:

а) для відтворення фізичної величини;

б) для перетворення фізичної величини;

в) для отримання значення фізичної величини.

3. Проаналізуйте нижченаведені одиниці вимірювання і вкажіть їх приналежність до тієї чи іншої фізичної величини: г/см^3 ; А; $^{\circ}\text{C}$; м/с^3 ; Ф; $\text{Дж/кг}\cdot\text{К}$; Дж/кг ; $\text{Па}\cdot\text{с}$

а) густина, сила електричного струму, температура, швидкість лінійна, ємність електрична, потужність, ентропія питома, в'язкість кінематична;

б) витрата об'ємна, кількість теплоти, температура, прискорення лінійне, ємність електрична, потужність, ентальпія питома, в'язкість динамічна;

в) густина, сила електричного струму, температура, лінійне прискорення, ємність електрична, теплоємність питома, ентальпія питома, в'язкість динамічна;

г) тиск, сила електричного струму, температура, прискорення лінійне, ємність електрична, потужність, ентропія питома, в'язкість кінематична.

4. Який з перелічених нижче критеріїв якості вимірювань відображає близькість до нуля систематичних похибок?

- а) достовірність;
- б) правильність;
- в) збіжність;
- г) відтворюваність.

5. Визначте відносні похибки вимірювання тиску на рівні 100 кПа двома пружинними манометрами класів точності 0,2 та 1,0 з межами вимірювання відповідно на 600 і 100 кПа:

- а) $\delta_1 = \pm 1,2\%$; $\delta_2 = \pm 1,2\%$;
- б) $\delta_1 = \pm 1,2\%$; $\delta_2 = \pm 1,0\%$;
- в) $\delta_1 = \pm 1,0\%$; $\delta_2 = \pm 1,0\%$;
- г) $\delta_1 = \pm 0,2\%$; $\delta_2 = \pm 1,0\%$

6. Які з перелічених нижче причин є такими, що викликають систематичні похибки: зсув шкали приладу, зміна температури навколишнього повітря, зношення робочих поверхонь деталей засобів вимірювання, помилка оператора в процесі відліку показань, похибка градуювання шкали, вібрація, що перевищує припустиме значення:

а) зсув шкали приладу, помилка оператора в процесі відліку показань, вібрація, що перевищує припустиме значення;

б) зсув шкали приладу, зношення робочих поверхонь деталей засобів вимірювання, похибка градуювання шкали;

в) зміна температури навколишнього повітря, помилка оператора в процесі відліку показань, вібрація, що перевищує припустиме значення;

г) помилка оператора в процесі відліку показань, похибка градування шкали, вібрація, що перевищує припустиме значення.

7. Визначити клас точності рівнеміра для вимірювання рівня у діапазоні 0,5-1 м з кінцевою межею вимірювання 1 м за умови, щоб відносна похибка вимірювання не перевищила 2% у всьому діапазоні:

- а) 2;
- б) 0,5;
- в) 1,5;
- г) 1

8. При встановленні класу точності ватметра з верхньою межею вимірювання 750 Вт отримали наступні експериментальні дані: 115 Вт - при 100 Вт; 204 Вт - при 200 Вт; 47 Вт - при 50 Вт; 413 Вт - при 400 Вт; 722 Вт – при 750 Вт. Визначити клас точності приладу.

- а) 3,0;
- б) 2,0;
- в) 4,0;
- г) 2,5.

9. Для технічного манометра класу 1,5 нормована температура навколишнього середовища $20 \pm 5^\circ\text{C}$, а робоча температура $5 + 50^\circ\text{C}$. Якими похибками будуть характеризуватися показання приладу при температурі навколишнього середовища: $t_1 = 24^\circ\text{C}$; $t_2 = 10^\circ\text{C}$; $t_3 = 55^\circ\text{C}$ за умови, що інші величини, які впливають, мають нормовані значення:

- а) при всіх температурах - основна і додаткова;
- б) при температурі t_1 - основна, а при температурі t_2 і t_3 - основна і додаткова;

в) при температурі t_1 - основна, при температурі t_2 - основна і додаткова; а при t_3 - похибка не нормується;

г) при температурі t_1 і t_2 - основна, при температурі t_3 - основна і додаткова.

Модульна контрольна робота № 2

1. Проведено 10 незалежних вимірювань випадкової величини X , що підпорядкована нормальному закону з невідомими параметрами $M(X)$ і S . Результати вимірювань наступні:

Номер вимірювання	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Результат вимірювання	2,5	2	-2,3	1,9	-2,1	2,4	2,3	-2,5	1,5	-1,7

Необхідно знайти оцінку \bar{X} для математичного очікування та довірчий інтервал, що відповідає довірчій ймовірності $P=0,95$.

А) $-0,976 < M(X) < 1,776$

Б) $-1,586 < M(X) < 1,986$

В) $-1,186 < M(X) < 1,986$

Г) $-1,186 < M(X) < 1,776$

2. Закон нормального розподілу випадкової величини Δ^0 характеризується наступним рівнянням:

$$Y = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\Delta^0{}^2}{2\sigma^2}}.$$

Назвіть величини, що входять до цього рівняння за одним із запропонованих варіантів.

А) Y - густина розподілу; σ - середнє значення випадкової величини; Δ – систематична похибка

Б) Y - результат вимірювання; σ - середнє квадратичне відхилення; Δ – параметр розподілу

В) Y - густина розподілу; σ - середнє квадратичне відхилення; Δ – випадкова похибка

3. Визначити результат наступної арифметичної операції, а саме $\left(\frac{65,58 \cdot 0,49}{45,8}\right)$, користуючись правилами дій з наближеними числами.

А) 0,687

Б) 0,7

В) 0,69

4. При 9 вимірюваннях випадкової величини X отримані наступні результати:

Номер вимірювання	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Результат вимірювання	3,5	2,1	2,4	2,8	0,5	2,5	2,8	0,5	2,5

Необхідно знайти оцінку \bar{X} для математичного очікування та визначити ймовірність P того, що похибка середнього значення \bar{X} не вийде за межі інтервалу $\pm 0,48$.

А) $P=0,8$

Б) $P=0,85$

В) $P=0,9$

Г) $P=0,95$

5. Випадкова величина X має нормальний закон розподілу. Відомо, що $P(-\infty < X < 1) = 0,15866$, а середнє квадратичне відхилення $\sigma = 2$. Необхідно визначити величину математичного очікування M .

А) $M=1$

Б) $M=2$

В) $M=3$

Г) $M=4$

Список літератури

1. Бабіченко А.К. Основи вимірювань та автоматизації технологічних процесів: Підручник / А.К. Бабіченко, В.І. Тошинський, М.О. Подустов та ін.; за ред. А.К. Бабіченко. – Харків: НТУ "ХП", 2009. –616 с.
2. Цюцюра С.В. Метрологія, основи вимірювань, стандартизація та сертифікація: Навч. посібник / С.В. Цюцюра, В.Д. Цюцюра. – К.: Знання, 2006. – 242 с.
3. Бабіченко А.К. Промислові засоби автоматизації. Ч. 1. Вимірювальні пристрої: Навч. посібник / А.К. Бабіченко, В.І. Тошинський, М.О. Подустов та ін.; за ред. А.К. Бабіченка. – Харків: НТУ "ХП", 2001. – 472 с.
4. Бабіченко А.К. Збірник задач з метрології та основ вимірювань: Навч. посібник / А.К. Бабіченко, І.Л. Красніков, В.І. Вельма та ін.; за ред. А.К. Бабіченка. – Харків: Друкарня Мадрид, 2001. – 93 с.
5. Саранча Г.А. Метрологія і стандартизація. - К.: Либідь. 1997. - 190 с.
6. Бабіченко А.К. та ін. «Методичні вказівки для виконання розрахунково- графічного завдання з курсу «Метрологія та основи вимірювань» - Харків: НТУ «ХП», 2019. – 20 с.
7. Кириченко Л.С., Мережко Н.В. Основи стандартизації, метрології та управління якістю - К.: Київ. нац. торг - економ. ун-т, 2001. - 446 с.
8. Таланчук П.М. та ін. Засоби вимірювання в автоматичних інформаційних та керуючих системах. - К.: Райдуга, 1994. 664 с.
9. Бабіченко А.К. Практикум з метрології, основ вимірювань та технічних засобів автоматизації: Навч. посібник / А.К. Бабіченко, М.О. Подустов, Ю.А. Бабіченко та ін.; за ред. А.К. Бабіченка. – Харків: НТУ "ХП", НФаУ, 2019. – 132 с.

ЗМІСТ

Вступ.....	3
Тема 1. Вимірювання фізичних величин, класифікація вимірювань. Державні метрологічні організації.....	4
Лекція 1. Основні поняття метрології та метрологічного забезпечення: фізична величина, системи одиниць, класифікація фізичних величин.....	4
Лекція 2. Класифікація вимірювань по окремим ознакам, Державні метрологічні організації.....	10
Контрольні питання для самостійної підготовки за темою 1	17
Тема 2. Методи, принципи та якість вимірювань. Засоби вимірювань та їх характеристики.....	18
Лекція 3. Методи вимірювань, критерії якості та умови вимірювань. Засоби вимірювань: міри та вимірювальні перетворювачі.....	18
Лекція 4 Засоби вимірювань: вимірювальні прилади, вимірювальні установки і системи, зразкові прилади і еталони.....	23
Лекція 5. Методи та принципи вимірювання технологічних параметрів: температура, тиск та рівень	29
Лекція 6. Методи та принципи вимірювання витрати матеріальних потоків.....	38
Лекція 7. Методи та принципи вимірювання складу, показників якості матеріальних потоків рідини та газових сумішей.....	47
Контрольні питання для самостійної підготовки за темою 2	53
Тема 3. Класифікація похибок вимірювання та класи точності засобів вимірювання.....	55
Лекція 8. Класифікація похибок вимірювання за основними ознаками. Методи усунення систематичних та грубих похибок.....	55
Лекція 9. Класи точності засобів вимірювання. Способи вираження похибок вимірювання, позначення класів точності на засобах вимірювання, основні і додаткові похибки.....	65
Контрольні питання для самостійної підготовки за темою 3	73

Тема 4. Випадкові похибки вимірювання та методи їх оцінки. Обробка та представлення результатів вимірювань.....	74
Лекція 10. Опис результатів вимірювань чи похибок вимірювань: функції розподілу та числові характеристики.....	74
Лекція 11. Основні закони розподілу випадкових похибок. Довірча ймовірність та довірчий інтервал.....	83
Лекція 12. Практичні рекомендації щодо визначення граничних випадкових похибок. Виключення грубих похибок.....	94
Лекція 13. Критерії узгодження по асиметрії і ексцесу розподілу та графічний (візуальний).....	100
Лекція 14. Критерії узгодження Пірсона і Колмогорова. Складовий критерій узгодження.....	107
Лекція 15. Представлення результату вимірювання з урахуванням систематичної та випадкової складових похибки.....	117
Лекція 16. Визначення показників точності нерівноточних вимірювань. Розрахунок похибки посередніх вимірювань.....	125
Контрольні питання для самостійної підготовки за темою 4	131
Приклади тестових модульних контрольних робіт.....	133
Модульна контрольна робота № 1.....	133
Модульна контрольна робота № 2.....	136
Список літератури.....	138

Навчальне видання

БАБІЧЕНКО Анатолій Костянтинович

КРАСНІКОВ Ігор Леонідович

БАБІЧЕНКО Юлія Анатоліївна

ЛИСАЧЕНКО Ігор Григорович

МЕТРОЛОГІЯ ТА ОСНОВИ ВИМІРЮВАНЬ

Навчально-методичний посібник

з вивчення лекційного матеріалу

для студентів спеціальності 174

"Автоматизація, комп'ютерно-інтегровані технології та робототехніка"

В авторській редакції

Підп. до друку 16.07.2023. Формат 60×84 1/16. Папір офсетний.

Гарнітура Times New Roman. Ум. друк. арк. 8,25.

Наклад 50 прим.

Виконавець Мирошниченко Олег Анатолійович

Свідоцтво Державного комітету телебачення і радіомовлення України

Серія ДК № 5818 від 28.11.2017 р. ел.пошта merash@ua

Надруковано у друкарні "Impress"

61002, Харків, вул. Пушкінська, 56

Тел. (057) 714-42-11, 752-08-39

www.impress.biz.ua

