

**Список літератури:** 1. *Степченко А.С.* Численные исследования динамических характеристик системы турбоагрегат-фундамент // Дисс. на соиск. ученой степени канд. техн. наук. Харьков. Гос. политех. ун-тет. 1994 г. – 194 с. 2. *Жовдак В.А., Кабанов А.Ф., Красников С.В., Степченко А.С.* Исследование динамики статорных частей турбин К-300-240 и К-325-23,5 ХТГЗ // Проблемы машиностроения. – Харьков: Контраст. – 2001. – Т. 4, № 3-4. – С. 4-12. 3. *Красников С.В.* Колебания и надежность системы турбоагрегат-фундамент-основание с учетом случайности параметров // Дисс. на соиск. ученой степени канд. техн. наук. НТУ «ХПИ», 2003 г. – 140 с. 4. *Жовдак В.А., Красников С.В., Степченко А.С.* Решение задачи статистической динамики машиностроительных конструкций с учетом случайного изменения параметров // Проблемы машиностроения. – Харьков: Контраст. – 2004. – Т. 7, № 3. – С.39-47.

*Надійшла до редколегії 10.11.2009*

УДК 593.3

**И.Г.ЛЬВОВ**, магистрант, НТУ «ХПИ»;

**О.К.МОРАЧКОВСКИЙ**, докт.техн.наук, проф., НТУ «ХПИ»

## **АНИЗОТРОПНАЯ ПОЛЗУЧЕСТЬ ПОПЕРЕЧНО НАГРУЖЕННЫХ ПЛИТ ИЗ КОМПОЗИТНЫХ МАТЕРИАЛОВ**

Запропоновано розрахунковий метод визначення матеріальних характеристик закону повзучості композитних матеріалів на основі усереднювання на представницькому об'ємі гетерогенної середни. Наведені результати розрахунків на повзучість пластин з волокнистих композитів із застосуванням рівнянь стану початково-анізотропній повзучості гомогенних матеріалів. Метод ілюструється на прикладі повзучості плити під поперечним тиском.

The method of calculations of material characteristics in law of creep of composites materials are proposed on the base of averaging representative volume of creeping heterogeneous medium. Results of calculations of creeping plates which are made from fibrous composites are given by use of the equations of condition the creeping initial - anisotropic homogeneous materials. The method is illustrated on an example of bending plates under transverse pressure.

**Постановка и актуальность проблемы.** Композиционные материалы представляют собой металлические и неметаллические матрицы (основы) с распределенными в них включениями (волокна, дисперсные частицы и др.), что позволяет эффективно использовать индивидуальные свойства составляющих композиции для придания необходимых свойств материалам [1-6]. Сплавы с направленной кристаллизацией эвтектических структур также представляют собой композиционные материалы [6].

Комбинируя объемное содержание компонентов, можно, в зависимости от назначения, получать композиционные материалы с требуемыми свойствами прочности, жаропрочности, жесткости, абразивной стойкости, а также создавать композиционные материалы с необходимыми магнитными, диэлектрическими, радиопоглощающими и другими специальными свойствами.

Области применения композиционных материалов многочисленны, например, авиационно-космическая, ракетная техника, энергетическое турбостроение и двигателестроение, оборудование химической промышленности.

Расчеты на прочность, ползучесть и долговечность элементов конструкций из композиционных материалов актуальны для решения прикладных задач проектирования такой техники. Однако, исследования в этой области ограничены полимерными композитами с вязкоупругими свойствами. Ползучесть металлических композитов мало исследована из-за сложности возникающих при этом проблем.

В данной работе конкретизированы уравнения состояния анизотропной ползучести материалов, для которых методом гомогенизации свойств гетерогенной среды определены коэффициенты матриц материальных постоянных упругости и ползучести волокнистых композитов. Рассмотрены конечно-элементные расчеты в ПК ANSYS анизотропной ползучести плит из композитных материалов. Приведены расчетные данные ползучести поперечно нагруженных плит из однонаправленных волокнистых композитных материалов.

**Анализ известных подходов.** В немногочисленных публикациях по методам расчетов элементов конструкций из композитных материалов в основном используется подход, основанный на принципе гомогенизации гетерогенных структурно неоднородных материалов, позволяющий учесть неоднородность композитов. Характеристики структурно-неоднородных сред можно изучить на основе подходов механики сплошных сред, в которых малый объем рассматривается как сплошное однородное тело.

Использованный в данной работе принцип гомогенизации композитов был изложен в работах в применении к задачам упругости и пластичности [1-5]. Гомогенный материал эквивалентный волокнистому композиту – ортотропный. Теория ползучести ортотропных материалов рассмотрена в [6,7].

**Принцип эффективной гомогенизации.** В микро- и мезо - масштабе все материалы гетерогенные, однако многие их свойства можно определить в рамках континуальной модели с привлечением принципа эффективной гомогенизации. Согласно этому принципу для гетерогенной среды предполагается существование представительного объема с характерным размером неоднородности, в пределах которого свойства можно усреднить. Масштаб представительного объема усреднения должен быть значительно больше характерного размера неоднородности и мал по сравнению с характерным размером тела. При этих условиях гетерогенный материал можно идеализировать, рассматривая его как эквивалентный гомогенному материалу с усредненными на представительном объеме свойствами. Задачи деформирования тел из композитного материала решают с использованием усредненных свойств.

**Уравнения состояния ползучести гомогенных материалов.** Принимая принцип эффективной гомогенизации, определим материальные характеристики свойств ползучести, используя усреднение законов ползучести по представительному объему гетерогенной среды композитных материалов.

Рассмотрим соотношения закона ползучести ортотропных материалов в виде:

$$\dot{\epsilon} = \frac{\dot{D}}{\sigma_V} \left( a + \frac{1}{\sigma_2} [B] \sigma \right), \quad (1)$$

где

$$\dot{\underline{c}} = (\dot{c}_{11}, \dot{c}_{22}, \dot{c}_{33}, \dot{c}_{12}, \dot{c}_{23}, \dot{c}_{31})^T, \quad \underline{\sigma} = (\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}, 2\sigma_{12}, 2\sigma_{23}, 2\sigma_{31})^T$$

– векторы, составленные по компонентам тензоров напряжений и деформаций ползучести;  $\sigma_{\nu} = \sigma_1 + \sigma_2$ ,  $\sigma_1 = \underline{\sigma}^T \underline{a}$ ,  $\sigma_2 = \sqrt{\underline{\sigma}^T [B] \underline{\sigma}}$  – эквивалентные напряжения;  $\dot{D} = \sigma_{ij} \dot{c}_{ij} = \underline{\sigma}^T \dot{\underline{c}}$  – удельная мощность диссипации вследствие ползучести;  $\underline{a} = (a_{11}, a_{22}, a_{33}, 0, 0, 0)^T$ ,

$$[B] = \begin{vmatrix} b_{1111} & b_{1122} & b_{1133} & 0 & 0 & 0 \\ b_{1122} & b_{2222} & b_{2233} & 0 & 0 & 0 \\ b_{1133} & b_{2233} & b_{3333} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b_{1212} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & b_{2323} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b_{3131} \end{vmatrix}$$

– вектор и матрица материальных постоянных свойств ползучести, которые введены для учета разносопротивляемости и исходной ортотропии гомогенного материала.

Рассмотрим сечение представительного объема композитного трансверсально-изотропного материала, показанное на рис. 1.

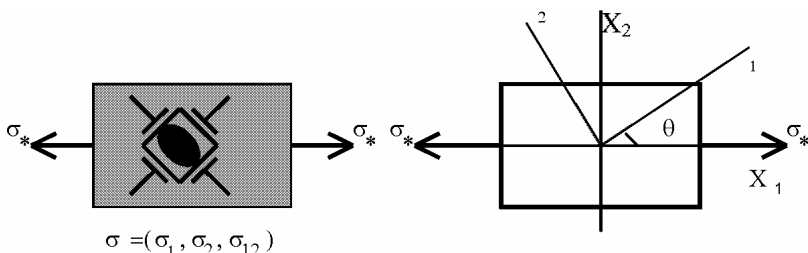


Рисунок 1 – Сечение объема композита и главные оси анизотропии материала

Примем плоскость  $X_1, X_2$  плоскостью с анизотропией свойств материала, а плоскость, ей перпендикулярную – плоскостью изотропии свойств материала.

Преобразуем (1) с учетом условий симметрии трансверсально-изотропного материала. Дополнительно примем условие несжимаемости материала при ползучести, что позволит получить следующие равенства:

$$\begin{aligned} a_{11} + a_{22} + a_{33} &= 0, & b_{1111} + b_{1122} + b_{1133} &= 0, \\ b_{1122} + b_{2222} + b_{2233} &= 0, & b_{1133} + b_{2233} + b_{3333} &= 0. \end{aligned}$$

Для трансверсально-изотропного материала с плоскостью изотропии  $X_2, X_3$  получаем:  $a_{22} = a_{33}$ ,  $b_{2222} = b_{3333}$ ,  $b_{1122} = b_{1133}$ ,  $b_{1313} = b_{2323}$ , что с учетом предыдущих равенств сокращает количество независимых материальных постоянных.

Если  $a_{11}, b_{1111}, b_{2222}, b_{2233}, b_{1212}, b_{1313}$  принять независимыми постоянными, тогда легко определить, что  $b_{1122} = -0,5b_{1111}; b_{1133} = -0,5b_{1111}; a_{22} = a_{33} = -0,5a_{11}$ .

Далее для определенности будем рассматривать плоское напряженное состояние, когда  $\sigma_{33} = \sigma_{13} = \sigma_{23} = 0$ . В этом случае закон ползучести (1) для трансверсально-изотропных материалов преобразуется к виду:

$$\dot{c}_{11} = \frac{\dot{D}}{\bar{\sigma}_V} \left( \alpha_{11} + \frac{\sigma_{11} + \beta_{12}\sigma_{22}}{\bar{\sigma}_2} \right), \quad \dot{c}_{22} = \frac{\dot{D}}{\bar{\sigma}_V} \left( \alpha_{22} + \frac{\beta_{12}\sigma_{11} + \beta_{22}\sigma_{22}}{\bar{\sigma}_2} \right),$$

$$2\dot{c}_{12} = \frac{\dot{D}}{\bar{\sigma}_2\bar{\sigma}_V} 4\beta\sigma_{12}, \quad (2)$$

где введены следующие обозначения:

$$\alpha_{11} = \frac{a_{11}}{\sqrt{b_{1111}}}, \quad \alpha_{22} = \frac{a_{22}}{\sqrt{b_{1111}}} = -\frac{1}{2}\alpha_{11},$$

$$\beta_{12} = \frac{b_{1122}}{b_{1111}} = -\frac{1}{2}, \quad \beta_{22} = \frac{b_{2222}}{b_{1111}}, \quad \beta = \frac{b_{1212}}{b_{1111}},$$

$$\bar{\sigma}_1 = \alpha_{11} \left( \sigma_{11} - \frac{1}{2}\sigma_{22} \right), \quad \bar{\sigma}_2^2 = \sigma_{11}^2 + 2\beta_{12}\sigma_{11}\sigma_{22} + \beta_{22}\sigma_{22}^2 + 4\beta\sigma_{12}^2.$$

В матрично-векторной форме уравнения закона ползучести для трансверсально-изотропного материала при плоском напряженном состоянии теперь можно записать так:

$$\dot{\underline{c}} = \frac{\dot{D}}{\bar{\sigma}_V} \left( \underline{\alpha} + \frac{1}{\bar{\sigma}_2} [B] \underline{\sigma} \right), \quad (3)$$

где

$$\underline{\dot{c}} = (\dot{c}_{11}, \dot{c}_{22}, 2\dot{c}_{12})^T, \quad \underline{\sigma} = (\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{12})^T, \quad \underline{\alpha} = (\alpha_{11}, \alpha_{22}, 0)^T,$$

$$[B] = \begin{pmatrix} 1 & \beta_{12} & 0 \\ \beta_{21} & \beta_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 4\beta \end{pmatrix},$$

$$\bar{\sigma}_V = \bar{\sigma}_1 + \bar{\sigma}_2, \quad \bar{\sigma}_1 = \bar{\sigma}^T \underline{\alpha}, \quad \bar{\sigma}_2 = \sqrt{\bar{\sigma}^T [B] \bar{\sigma}}.$$

Если асимметрия свойств не наблюдается:  $\alpha_{11} = \alpha_{22} = 0, \bar{\sigma}_1 = 0, \bar{\sigma}_V = \bar{\sigma}_2$ , то уравнения состояния для ползучести преобразуется к виду

$$\dot{\underline{c}} = \frac{\dot{D}}{\bar{\sigma}_2^2} [B] \underline{\sigma}. \quad (4)$$

Для установившейся ползучести в уравнениях состояния (3-4) можно принять

$$\dot{D} = \sigma_2^{N+1} = b_{1111}^{(N+1)/2} \bar{\sigma}_2^{N+1},$$

где N – показатель степени в законе ползучести.

Уравнения состояния (4) для средних напряжений и деформаций прини-

мают следующий вид:

$$\langle \dot{\underline{c}} \rangle = b_{1111}^{\frac{N+1}{2}} \langle \bar{\sigma} \rangle_2^{N-1} [B] \langle \underline{\sigma} \rangle, \quad \langle \underline{\sigma} \rangle = \frac{1}{V} \int_V \underline{\sigma} dv, \quad \langle \underline{c} \rangle = \frac{1}{V} \int_V \underline{c} dv. \quad (5)$$

При растяжении выбранного объема композита в направлении оси  $X_1$  заданным напряжением  $\langle \underline{\sigma} \rangle$ , в сечении с нормалью, которая образует с осью  $X_1$  угол  $\theta$ , напряжения будут равны ( $m = \cos \theta$ ,  $n = \sin \theta$ ):

$$\sigma_{11} = \langle \underline{\sigma} \rangle \cos^2 \theta = \langle \underline{\sigma} \rangle m^2, \\ \sigma_{22} = \langle \underline{\sigma} \rangle \sin^2 \theta = \langle \underline{\sigma} \rangle n^2, \quad \sigma_{12} = \langle \underline{\sigma} \rangle \cos \theta \sin \theta = \langle \underline{\sigma} \rangle mn.$$

Скорость деформации образца в направлении  $\theta$  будет равна:

$$\dot{c} = \dot{c}_{11} \cos^2 \theta + 2\dot{c}_{12} \sin \theta \cos \theta + \dot{c}_{22} \sin^2 \theta.$$

В этом случае с использованием уравнений (5) будем иметь:

$$\dot{c} = b_{1111}^{\frac{n+1}{2}} F(\theta)^{\frac{n+1}{2}} \langle \underline{\sigma} \rangle^n, \quad (6)$$

$$F(\theta) = m^4 + 2\beta_{12} m^2 n^2 + \beta_{22} n^4 + 4\beta m^2 n^2, \quad \bar{\sigma}_2 = \sqrt{F(\theta)} \langle \underline{\sigma} \rangle.$$

Ориентируя малые представительные объемы гетерогенного материала под разными углами (рис. 2), численно, используя МКЭ, найдем усредненные кривые установившейся ползучести при заданном одноосном растяжении, которые, опишем зависимостями:

$$\dot{c}_i = A_i \sigma^{n_i}, \quad i = 1, 2, 3, \quad (7)$$

где нижним индексом обозначены направления деформации:  $i = 1$  ( $\theta = 0^\circ$ ),  $i = 2$  ( $\theta = 90^\circ$ ),  $i = 3$  ( $\theta = 45^\circ$ ).

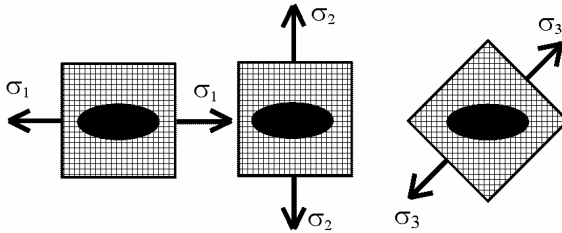


Рисунок 2 – Ориентация гетерогенных областей

Сопоставив зависимости (7) с теми, что следуют из (6) для каждого значения угла  $\theta$  (принимая, что  $n_1 = n_2 = n_3 = N$ ), получаем следующие равенства:

$$b_{1111} = A_1^{2/N+1}, \quad \beta_{22} = (A_2 / A_1)^{\frac{2}{N+1}}, \\ \beta = \frac{1}{4} [(A_3 / A_1)^{\frac{2}{N+1}} / \cos^4(\pi/4) - (A_2 / A_1)^{\frac{2}{N+1}}].$$

Эти равенства позволяют окончательно установить значения постоянных, входящих в уравнения состояния (5) по данным (7):

$$b_{1111} = A_1^{\frac{2}{N+1}}, \quad b_{1122} = -\frac{1}{2} A_1^{\frac{2}{N+1}}, \quad b_{2222} = A_2^{\frac{2}{N+1}},$$

$$b_{1212} = \frac{1}{4} [A_3^{\frac{2}{N+1}} / \cos^4(\pi/4) - (A_2/A_1)^{\frac{2}{N+1}}]. \quad (8)$$

Для ползучести металлического композитного эвтектического сплава с направленной кристаллизацией Co-Cr-C при  $T = 825$  °C [1]:

$$\dot{\epsilon} = aF^{\frac{N+1}{2}}(\theta)\sigma^N, \quad F(\theta) = \lambda m^4 + (\nu - \lambda)m^2 n^2 + \mu n^4.$$

Эти зависимости точно совпадают с (6) при

$$b_{1111} = \lambda a^{\frac{2}{N+1}}, \quad \beta_{12} = -\frac{1}{2}, \quad \beta_{22} = \frac{\mu}{\lambda}, \quad 4\beta = \frac{\nu}{\lambda}. \quad (9)$$

По полученным расчетным данным:  $N = 5,5$ ;  $\lambda = 0,556$ ;  $\mu = 5,85$ ;  $\nu = 11,2$ ;  $a = 3,16 \cdot 10^{-17}$ , МПа<sup>-N/4</sup>, можно определить материальные постоянные, входящие в (5). Отметим, что при сопоставлении экспериментальных [1] и расчетных кривых ползучести образцов, вырезанных из композитной заготовки под различными углами ( $\theta = 0 \dots 90^\circ$ ) к главному направлению с минимальной скоростью ползучести, установлено весьма удовлетворительное их соответствие.

**Метод определения характеристик ползучести волокнистых композитов.** Предположим, что материалы матрицы и волокон деформируются совместно, их свойства однородны и изотропны, а характеристики упругости и ползучести известны.

Выберем в композите представительный объем  $V$  (прямоугольник со сторонами  $a \times b \times c$ ), в матрице которого в определенных направлениях уложены волокна.

Рассмотрим напряженно-деформированное состояние при ползучести выбранного объема композита при растяжении нормальными напряжениями, приложенными на граничных поверхностях с нормальными направленными по осям  $X_i$ ,  $i = 1, 2, 3$ .

Результаты расчетов усредняются согласно (5), и для установившихся значений напряжений  $\langle \sigma_{ii} \rangle$ ,  $i = 1, 2, 3$  находятся скорости установившейся ползучести  $\langle \dot{\epsilon}_{ii} \rangle$ , что с использованием (5) позволит записать:

$$\langle \dot{\epsilon}_{11} \rangle = b_{1111}^{\frac{n+1}{2}} \langle \sigma_{11}^n \rangle, \quad \langle \dot{\epsilon}_{22} \rangle = b_{2222}^{\frac{n+1}{2}} \langle \sigma_{22}^n \rangle, \quad \langle \dot{\epsilon}_{33} \rangle = b_{3333}^{\frac{n+1}{2}} \langle \sigma_{33}^n \rangle, \quad (10)$$

Рассмотрим напряженно-деформированное состояние при ползучести выбранного объема композита при сдвиге касательными напряжениями, приложенными на граничных координатных плоскостях  $X_i X_j$ ,  $ij = 12, 23, 31$ .

Как и в предыдущем случае, результаты расчетов после усреднения с использованием (5), позволят записать:

$$\langle \dot{\epsilon}_{12} \rangle = b_{1212}^{\frac{n+1}{2}} \langle \sigma_{12}^n \rangle, \quad \langle \dot{\epsilon}_{23} \rangle = b_{2323}^{\frac{n+1}{2}} \langle \sigma_{23}^n \rangle, \quad \langle \dot{\epsilon}_{31} \rangle = b_{3131}^{\frac{n+1}{2}} \langle \sigma_{31}^n \rangle, \quad (11)$$

Последовательно, рассматривая ползучесть представительного объема структурно-неоднородного композита под приложенными на его противоположных сторонах осевыми напряжениями, расчетами определяем распределения полей напряженно-деформированного состояния, и после их усреднения

устанавливаем законы изменения во времени средних значений деформаций ползучести и напряжений в осевых направлениях.

Аналогично, проводим расчеты сдвиговой ползучести принятого представительного объема КМ, и устанавливаем законы изменения во времени средних значений сдвиговых деформаций ползучести и касательных напряжений в координатных плоскостях.

Отметим, что зависимости (10), (11) отвечают усредненным кривым установившейся ползучести КМ при растяжении в координатных направлениях  $X_i$ ,  $i = 1, 2, 3$ , и сдвиге в координатных плоскостях  $X_i X_j$ ,  $ij = 12, 23, 31$ .

Далее, после обработки участков установившейся ползучести усредненных расчетных кривых для двух уровней приложенных к сторонам объема осевых и сдвиговых напряжений, можно определить:

$$n = \frac{\lg \langle \dot{\epsilon}_{ii}^I \rangle - \lg \langle \dot{\epsilon}_{ii}^{II} \rangle}{\lg \langle \sigma_{ii}^I \rangle - \lg \langle \sigma_{ii}^{II} \rangle}, \quad ii = 11, 22, 33,$$

$$b_{1111} = \left( \frac{\langle \dot{\epsilon}_{11} \rangle}{\langle \sigma_{11}^n \rangle} \right)^{\frac{2}{n+1}}, \quad b_{2222} = \left( \frac{\langle \dot{\epsilon}_{22} \rangle}{\langle \sigma_{22}^n \rangle} \right)^{\frac{2}{n+1}}, \quad b_{3333} = \left( \frac{\langle \dot{\epsilon}_{33} \rangle}{\langle \sigma_{33}^n \rangle} \right)^{\frac{2}{n+1}}, \quad (12)$$

$$b_{1212} = \left( \frac{\langle \dot{\gamma}_{12} \rangle}{\langle \sigma_{12}^n \rangle} \right)^{\frac{2}{n+1}}, \quad b_{2323} = \left( \frac{\langle \dot{\gamma}_{23} \rangle}{\langle \sigma_{23}^n \rangle} \right)^{\frac{2}{n+1}}, \quad b_{3131} = \left( \frac{\langle \dot{\gamma}_{31} \rangle}{\langle \sigma_{31}^n \rangle} \right)^{\frac{2}{n+1}}. \quad (13)$$

### Расчет характеристик ползучести однонаправленного композита.

Рассмотрим периодически однонаправленный волокнистый композит (ВК), для которого известны характеристики упругости и закон ползучести материала волокна и матрицы:

$$E_v = 2 \cdot 10^5, \text{ МПа}; \quad \nu_v = 0,3; \quad \dot{\epsilon}_v = 2 \cdot 10^{-11} \sigma^3, \quad c^{-1};$$

$$E_m = 2 \cdot 10^4, \text{ МПа}; \quad \nu_m = 0,17; \quad \dot{\epsilon}_m = 1 \cdot 10^{-11} \sigma^2, \quad c^{-1}.$$

Приведем ВК к гомогенному трансверсально-изотропному материалу с плоскостью симметрии свойств – 12, нормальной к оси волокна – 3.

Решением задач об упругом деформировании представительного объема ВК при растяжении в осевых направлениях – 1, 2, 3 и сдвиге в координатных плоскостях – 12, 23, 31, найдены средние значения характеристик упругости:

$$E_1 = E_2 = 1,013 \cdot 10^5, \text{ МПа}; \quad E_3 = 1,608 \cdot 10^5, \text{ МПа}; \quad G_{12} = 3,88 \cdot 10^4, \text{ МПа};$$

$$G_{23} = G_{31} = 4,514 \cdot 10^4, \text{ МПа}; \quad \nu_{12} = 0,15; \quad \nu_{23} = \nu_{31} = 0,18.$$

Решением задач деформирования при ползучести представительного объема ВК при растяжении в осевых направлениях – 1, 2, 3 и сдвиге в координатных плоскостях – 12, 23, 31, найдены средние значения характеристик закона ползучести ВК:

$$n = 3;$$

$$b_{1111} = b_{2222} = 3 \cdot 10^{-9}, \quad b_{3333} = 1,8 \cdot 10^{-9}, \quad \text{Па}^{\frac{2n}{n+1}} \text{с}^{\frac{2}{n+1}};$$

$$b_{1212} = 7,7 \cdot 10^{-8}, \quad b_{2323} = b_{3131} = 6,68 \cdot 10^{-8}, \quad \text{Па} \frac{2n}{n+1} \frac{2}{n+1};$$

$$b_{1122} = -6,3 \cdot 10^{-8}, \quad b_{1133} = b_{2233} = -5,2 \cdot 10^{-8}, \quad \text{Па} \frac{2n}{n+1} \frac{2}{n+1}.$$

**Ползучесть пластин из однонаправленных волокнистых композитных материалов при поперечном изгибе.** В качестве примера рассмотрим ползучесть квадратной плиты  $a \times b \times h = 1 \times 1 \times 0,1$ , м<sup>3</sup>, изготовленной из рассмотренного выше ВКМ, при поперечном изгибе под действием равномерного поперечного давления – 2 МПа.

Используя ПК ANSYS и два типа конечных элементов: SOLID 186 (1600 КЭ) и SHELL 181 (400 КЭ), расчеты анизотропной ползучести выполнены для плиты, два противоположных края которой закреплены шарнирно, а два других – жестко.

На рис. 3 представлено распределение интенсивности напряжений в плите через час ползучести.

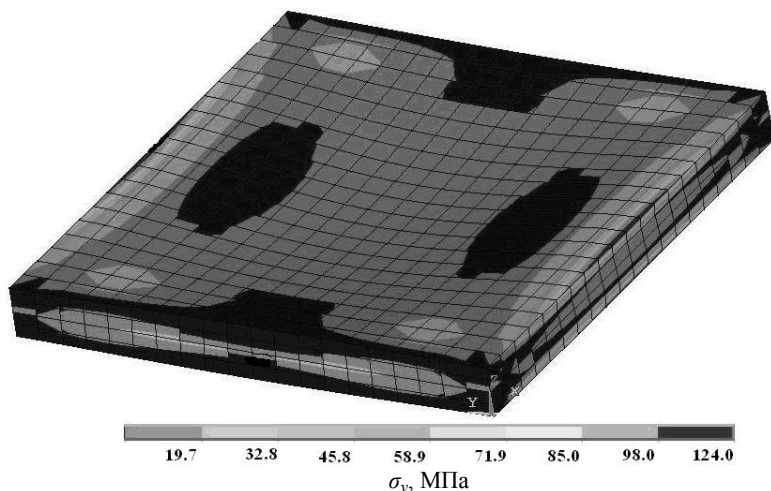


Рисунок 3 – Поле интенсивности напряжений в плите через час ползучести

**Выводы.** В работе предложен подход к расчетам на ползучесть тел из композитных материалов, основанный на принципе гомогенизации структурно-неоднородных материалов. Конкретизированы уравнения состояния анизотропной ползучести композитных материалов, приведенных к гомогенным ортотропным материалам.

Материальные постоянные в уравнениях состояния получены усреднением кривых ползучести композита на представительном объеме с характерным размером структурной неоднородности.

Расчетами определены материальные характеристики свойств упругости и ползучести однонаправленных волокнистых композитов. Рассмотрены конечно-элементные расчеты в ПК ANSYS анизотропной ползучести плит из



композитных материалов. Приведены расчетные данные ползучести при поперечном изгибе пластин из однонаправленных волокнистых композитных материалов.

В дальнейшем, в рамках предложенного подхода, следует учесть повреждаемость вследствие ползучести композитных материалов и получить оценки долговечности разных элементов конструкций из композитных материалов, эксплуатирующихся в условиях ползучести.

**Список литературы:** 1. *Ванин Г.А.* Микромеханика композиционных материалов. – Киев: Наукова думка, 1985. – 304 с. 2. *Победря Б.Е.* Механика композиционных материалов. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 1984. – 336 с. 3. *Кристенсен Р.* Введение в механику композитов. – М.: Мир, 1982. – 336 с. 4. *Макарова И.С., Сараев Л.А.* Теория упругопластического деформирования произвольно армированных композитов // Прикладная механика и техническая физика. – 5. – 1991 – 120 с. 5. *Аношкин А.Н.* Неупругое деформирование однонаправленных композитов при продольном сдвиге // Математическое моделирование систем и процессов. – № 3. – 1995. – С. 4-10. 6. *Johnson A.F.* Creep characterization of eutectic composites // Comportement mecanique des solides anisotropes / Colloques interreerionaux du CNRS. – 295. – 1982. – P. 775-788. 7. *Морачковский О.К., Львов И.Г.* Метод определения гомогенных свойств анизотропной ползучести композитных материалов / Труды 14-й Международной научно-технической конференции «Физические и компьютерные технологии». – Харьков: ХНПК "ФЕД". – 2008. – С. 112-116. 8. *Морачковский О.К., Пасынок М.А.* Исследование влияния на ползучесть материалов приобретенной анизотропии вследствие предварительной ползучести // Вестник ХГПУ. – Харьков: ХГПУ. – Вып. 27. – 1998. – С. 197-203.

*Поступила в редакцию 30.11.2009*

УДК 539.3

*А.А. ЛАРИН*, асс., НТУ «ХПИ»;

*В.А. ЖОВДАК*, докт.техн.наук, проф., НТУ «ХПИ»

## **ИССЛЕДОВАНИЕ ВЫНУЖДЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ ЛОПАТОЧНЫХ АППАРАТОВ СО СЛУЧАЙНОЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЙ РАССТРОЙКОЙ ПО МОДЕЛИ ОДНОГО СЕКТОРА**

Розроблено метод для аналізу рівня вимушених коливань випадково розлагоджених облопачених дисків. Метод базується на підході конденсації стохастичного базису та надає можливість проводити аналіз на основі моделі одного сектору. Метод придатний для випадків локально розташованого технологічного розладу. На основі методу отримані та представлені числові дослідження з усталених вимушених коливань лопаткового апарату 3-го ступеня циліндру низького тиску (ЦНТ) парової турбіни з випадковим технологічним розладом.

A method has been developed for analysis of forced response levels for randomly mistuned bladed discs. The method is based on stochastic reduced basis approach and gives an essential possibility to make an analysis using 1 sector model. The method applicable to cases of locally distributed technological mistuning and allows for this case to use of industrial-size sector models of bladings for analysis of forced vibrations of randomly mistuned system. The numerical researches of steady forced vibrations of technologically mistuned bladed disk of a 3-rd stage low pressure cylinder (LPC) of a steam turbine have been done.