

В.Л. Хавин, канд. техн. наук, Л.В. Автономова, канд. техн. наук,
А.В. Степук, канд. техн. наук, Харьков, Украина

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАСЧЕТА ВИБРАЦИОННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ДЛЯ ПРОЦЕССОВ ФРЕЗЕРОВАНИЯ

Робота присвячена розробки математичної моделі вібраційних процесів при фрезеруванні з урахуванням інерції обертання і кручення фрези. Запропонована вдосконалена математична модель, в якій враховано лінійні переміщення у напрямі головних осей, кутові переміщення в головних площинах і крутильні переміщення інструменту.

Work is devoted to construction of mathematical model of vibration processes at milling taking into account inertia of turn and twisting of milling cutter. The improved mathematical model is offered the linear displacements in the direction of main axes, angular displacements in main planes and turning displacement of instrument.

Универсализация металлообрабатывающего оборудования, появление многоцелевых обрабатывающих центров привели к созданию множества режущих инструментов одного вида. При этом недостаточное развитие получили расчетные подходы для оценки динамического поведения инструментов на стадии подготовки технологических операций, что позволяет обосновано выбирать оптимальное сочетание элементов в системе инструмент-технологический режим.

До настоящего времени для описания динамического поведения режущего инструмента использовались одномассовые колебательные модели с двумя степенями свободы [1-3], в которых влияние системы заготовки заменялось действием динамической силы резания. В последние годы появились модели, где помимо одномассовой динамической модели инструмента рассматривалась взаимодействующая с ней одномассовая динамическая модель системы заготовки, имеющая 3 степени свободы [3], что позволило повысить точность динамических расчетов. Однако для определенного класса режущих инструментов- торцевых фрез большого диаметра корректно оценить взаимодействие подсистем инструмента и заготовки можно лишь при более точном учете реальных массогабаритных и геометрических параметров инструмента, путем более точного учета его инерционных свойств при изгибе, а также крутильных перемещений.

Цель данной работы – разработка усовершенствованной динамической модели режущего инструмента (фрезы), в которой учитываются изгиб и кручение инструмента.

Инструмент (фреза) представляется в виде одномассовой модели с 5-ю степенями свободы, которым соответствуют приведенные массово-жесткостные характеристики.

На рис. 1 показаны схема инструмента и степени свободы его динамической модели: x, y – линейные перемещения относительно главных осей ox, oy , ψ_x, ψ_y – угловые перемещения в плоскостях xoz и yoz , θ – угол закручивания; ω – угловая скорость вращения инструмента; D – диаметр фрезы; S_z – подача на один зуб; ϕ – угол поворота фрезы; ϕ_F – центральный рабочий угол фрезы; $\phi_{\text{вх}}$ – угол входа фрезы.

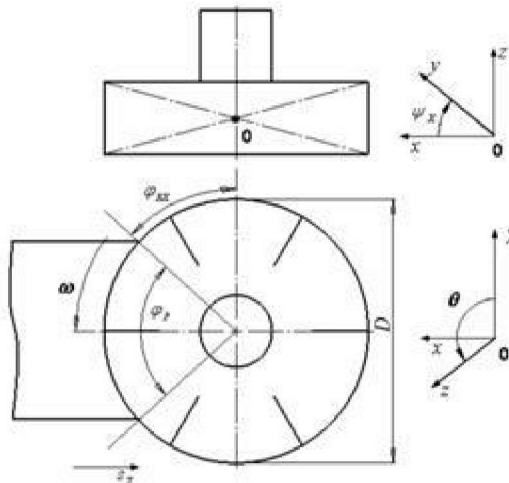


Рис. 1. Схема инструмента и степени свободы динамической модели

Система дифференциальных уравнений процесса имеет вид:

$$\begin{cases} m_x \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} + \eta_x \frac{\partial x}{\partial t} + C_x x = P_x(x, y, \psi_x, \psi_y, \theta, t) \\ m_y \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + \eta_y \frac{\partial y}{\partial t} + C_y y = P_y(x, y, \psi_x, \psi_y, \theta, t) \\ I_x \frac{\partial^2 \psi_x}{\partial t^2} + \eta_{\psi x} \frac{\partial \psi_x}{\partial t} + C_{\psi x} \psi_x = M_x(x, y, \psi_x, \psi_y, \theta, t) \\ I_y \frac{\partial^2 \psi_y}{\partial t^2} + \eta_{\psi y} \frac{\partial \psi_y}{\partial t} + C_{\psi y} \psi_y = M_y(x, y, \psi_x, \psi_y, \theta, t) \\ I_\theta \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} + \eta_\theta \frac{\partial \theta}{\partial t} + C_\theta \theta = M_\theta(x, y, \psi_x, \psi_y, \theta, t) \end{cases} \quad (1)$$

где m_x, m_y – приведенные массы для направлений ox, oy ; I_x, I_y, I_θ – приведенные моменты инерции инструмента относительно главных осей ox, oy, oz ; $\eta_x, \eta_y, \eta_{\psi x}, \eta_{\psi y}, \eta_\theta$ – коэффициенты демпфирования; $C_x, C_y, C_\theta, C_{\psi x}, C_{\psi y}$ – приведенные жесткости; $P_x, P_y, M_x, M_y, M_\theta$ – соответственно усилия в направлении ox, oy и внешние моменты относительно главных осей ox, oy, oz ; t – время.

Взаимодействие между инструментом и деталью при фрезеровании заменяется действием на систему инструмента сил резания: осевой – P_0 , радиальной – P_R , тангенциальной – P_T . В зависимости от типа материала и условий обработки из экспериментальных результатов для усилий резания имеет место следующие соотношения:

$$P_R / P_0 = 0,3 \div 0,4; P_\theta / P_0 = 0,4 \div 0,45, \quad (2)$$

где

$$P_0 = \sum_K P_{K0}, \quad P_{K0} = k_{K0} a_K(t) b_K(t), \quad k_{K0} = k a^\alpha b^\beta, \quad (3)$$

где P_0 – суммарное усилие по всем зубьям, находящимися в контакте с обрабатываемым материалом; $a_K(t)$ и $b_K(t)$ – динамическая толщина и ширина среза для K -го зуба; k_{K0} – удельная сила резания; k, α, β – экспериментальные константы.

Определение правых частей системы (1) предусматривает суммирование элементарных силовых и моментных составляющих для зубьев фрезы, находящейся в контакте с обрабатываемым материалом.

В работе [4] получены выражения для сил и моментов, действующих на систему инструмента со стороны K -го зуба фрезы.

$$\begin{aligned} P_{xK} &= P_{RK} \sin(\phi_K + \theta) + P_{TK} \cos(\phi_K + \theta), \\ P_{yK} &= P_{RK} \cos(\phi_K + \theta) - P_{TK} \sin(\phi_K + \theta), \end{aligned}$$

$$M_{xK} = \frac{D}{2} P_{TK} \sin(\phi_K + \theta); \quad M_{yK} = \frac{D}{2} P_{RK} \cos(\phi_K + \theta); \quad M_{\theta K} = \frac{D}{2} P_{TK} \cos(\phi_K + \theta). \quad (6)$$

Суммированием сил и моментов для всех зубьев, которые находятся в данный момент времени в контакте с заготовкой, определяются результирующие усилия:

$$\begin{aligned} P_x &= \sum_{K=1}^N P_{xK}; \quad P_y = \sum_{K=1}^N P_{yK}; \quad M_{xK} = \sum_{K=1}^N M_{xK}; \\ M_{yK} &= \sum_{K=1}^N M_{yK}; \quad M_\theta = \sum_{K=1}^N M_{\theta K}, \end{aligned} \quad (7)$$

где N – количество контактирующих зубьев фрезы.

Перемещения $x, y, \psi_x, \psi_y, \theta$ изменяют исходную толщину и ширину среза, это обуславливает наличие влияния следа обработки от прохода предыдущего зуба, а следовательно, изменяет и усилие резания. Также известно, что изменение силы резания отстает во времени на некоторую величину τ от изменения геометрических параметров слоя, который срезается [1], в (3) при определении выражений $a(t)$ и $b(t)$ учитывается инерционность этого процесса (отставание на τ) и работа по «следу».

Значения мгновенной толщины среза a_K^D и мгновенной ширины среза $b_K(t)$, следуя [4], определяются следующим образом

$$\begin{aligned} a_K^D &= a_{K0} + y(t - \tau) \cos(\phi_K + \theta) + x(t - \tau) \sin(\phi_K + \theta) - \\ &- y(t - T - \tau) \cos(\phi_K + \theta) - x(t - T - \tau) \sin(\phi_K + \theta), \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} b_K(t) &= b_0 + [\psi_x(t - \tau) \sin(\phi_K + \theta) + \psi_y(t - \tau) \cos(\phi_K + \theta) - \\ &- \psi_x(t - T - \tau) \sin(\phi_K + \theta) - \psi_y(t - T - \tau) \cos(\phi_K + \theta)] * \frac{D}{2}, \end{aligned} \quad (9)$$

где

$$a_{K0} = z_s \sin(\phi_K + \theta), \quad (10)$$

а T – время одного оборота фрезы.

Таким образом, зависимости (2)-(9) позволяют определить правые части системы (1) с учетом силового воздействия всех зубьев фрезы, которые находятся в данный момент времени в контакте с заготовкой.

Начальные условия для системы (1) принимаются в виде (11) и отражают тот факт, что за счет влияния фазовой характеристики силовое воздействие начинается через время τ , а влияние работы по следу – через интервал времени $\tau + T$.

$$\begin{cases} x(t-\tau) = 0 & \text{при } t-\tau \leq 0; \\ y(t-\tau) = 0 & \text{при } t-\tau \leq 0; \\ x(t-T-\tau) = 0 & \text{при } t-T-\tau \leq 0; \\ y(t-T-\tau) = 0 & \text{при } t-T-\tau \leq 0; \\ \psi_x(t-\tau) = 0 & \text{при } t-\tau \leq 0; \\ \psi_y(t-\tau) = 0 & \text{при } t-\tau \leq 0; \\ \psi_x(t-T-\tau) = 0 & \text{при } t-T-\tau \leq 0; \\ \psi_y(t-T-\tau) = 0 & \text{при } t-T-\tau \leq 0; \\ \theta(0) = 0; \\ \dot{\theta}(0) = 0. \end{cases} \quad (11)$$

Для интегрирования системы уравнений (1) в реальном времени была применена система моделирования динамических систем – Simulink, обеспечивающая автоматизацию всех этапов применения численных методов решения математических задач в реальном времени, а также используется графический интерфейс. Поскольку в правой части дифференциальных уравнений (1), которые описывают процесс возникновения и развития вибраций при фрезеровании, возможно наличие разрывов, связанных с выходом инструмента из контакта с изделием, то в выборе метода интегрирования принималась следующая последовательность:

- производится проверка условия непрерывности контакта зубьев фрезы с обрабатываемым материалом и если гарантирован постоянный контакт хотя бы одного зуба с заготовкой, то применяется многошаговый метод интегрирования Адамса-Башворта-Мултона переменного порядка, предназначенный для интегрирования «гладких» систем (функция Matlab ode115);

- в случае нарушения контакта фрезы с заготовкой, что приводит к разрывам в правых частях системы (1), применялся метод интегрирования **ode15s** (Matlab), разработанный для интегрирования «жестких» систем дифференциальных уравнений. Шаг интегрирования выбирался переменным и обеспечивал погрешность $\varepsilon_0 = 5e - 6$. Периодически, для проверки точности использовалось интегрирование с малым постоянным шагом интегрирования $T_{min}/4$, где T_{min} – минимальный период колебаний, соответствующий максимальной частоте спектра частот системы.

Для определения силы резания, которая действует в направлении оси ox , входными данными являются значения перемещений (кроме крутильных), вычисляемые на предыдущих этапах с запаздыванием на время T и $\tau + T$. Также задаются номинальное значение ширины среза и текущий угол поворота фрезы. При этом процесс расчета содержит два цикла с вложенными в них условиями. Первый цикл служит для непосредственного определения зубьев, которые находятся в контакте с заготовкой на данном обороте. Второй - проверяет возможность наличия в контакте зубьев из предыдущего оборота. Затем для положения каждого зуба проводится вычисление динамической толщины и ширины среза и вычисляется сила резания в необходимом направлении. В конце обоих циклов происходит накопление суммы, которая отвечает силе, что возникает в направлении $0x$.

Для численного расчета по предлагаемой модели была разработано программное обеспечение, соответствующая блок-схема которого изображена на рис.2. В ее состав входят пять маскированных подсистем для решения дифференциальных уравнений второго порядка; пять маскированных подсистем для замедления соответствующих сигналов; мультиплексор на 10 сигналов; пять блоков функций Matlab, обеспечивающих получение приведенных динамических усилий для всех степеней свободы; а также блоки для задания исходных параметров и представления результатов.

В качестве примера рассмотрен расчет вибраций для процесса обработки сплава АК32ПКМ торцевым фрезерованием [3]. Инструмент – торцевая фреза диаметром $D = 125$ мм, ширина фрезерования $B = 110$ мм, скорость фрезерования $v = 110$ м/мин, удельная сила резания $k = 3580$ Н/м³, фазовая характеристика $\tau = 0,001$ с, количество зубьев $z = 6$, подача на зуб $S_Z = 0,1$ мм/зуб.

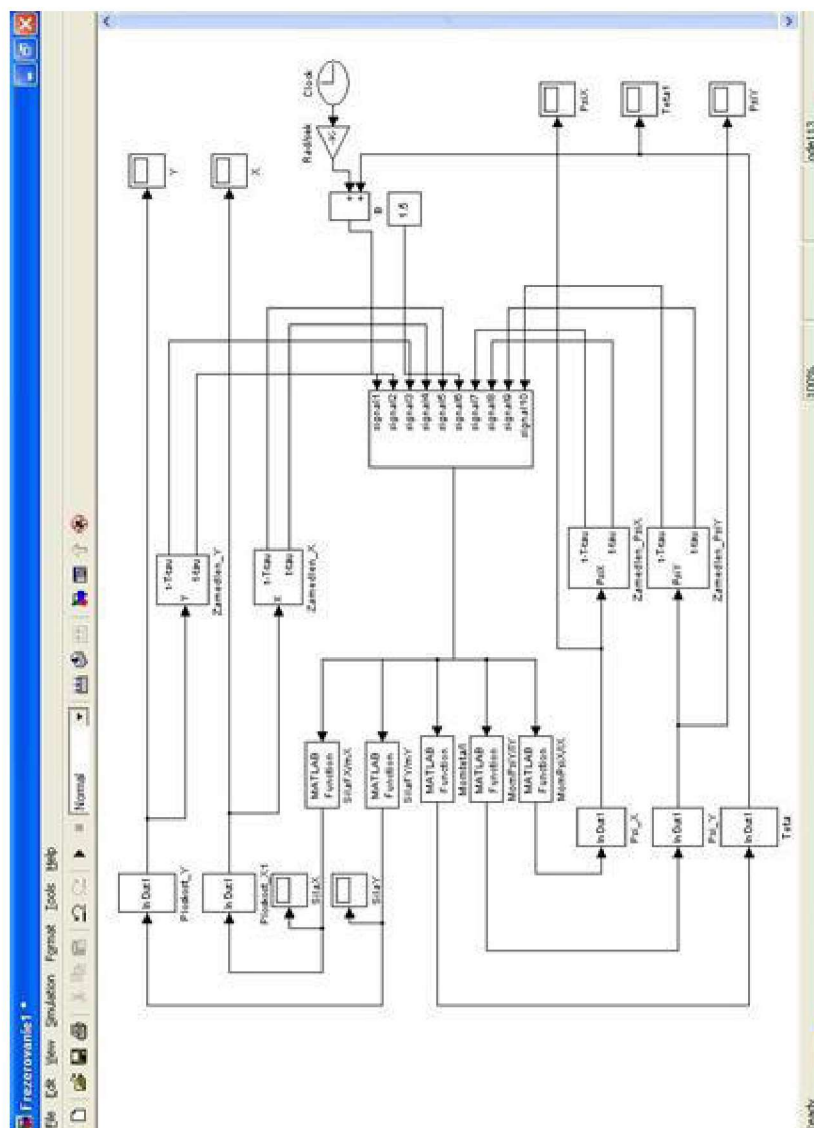


Рис. 2. Структурная схема Simulink, для вычисления амплитуд вибраций по уточненной модели

Характеристики динамической модели с пятью степенями свободы приведены в табл. 1.

Таблица 1 – Исходные данные

Направление	Частота $f_b, \text{с}^{-1}$	Жесткость c , $\text{Н/м} \cdot 10^6$	Масса $m, \text{Н} \cdot \text{с}^2/\text{м}$	Демпфирование $\eta, \text{Н} \cdot \text{с}/\text{м} \cdot 10^3$
X	213	3,7	20,6	2,3
Y	200	3,2	20,3	1,9
θ	416	0,0893	0,13	1,4
ψ_X	660	0,112	0,065	1,4
ψ_Y	660	0,112	0,065	1,5

Метод интегрирования – ode113 (Matlab) с переменным шагом интегрирования. Каждый пятый расчет был проведен методом ode45(Matlab) с постоянным шагом интегрирования $\Delta t = 1e-6$.

Результаты расчетов в виде зависимости средней амплитуды колебаний от ширины среза глубины резания представлены на рис. 3, 4, где нижняя кривая – результаты работы [3], верхняя – результаты вычислений, проведенных в данной работе. Как видно из приведенных результатов учет дополнительных степеней свободы позволяет на 10 % уточнить значение средней амплитуды вибраций.

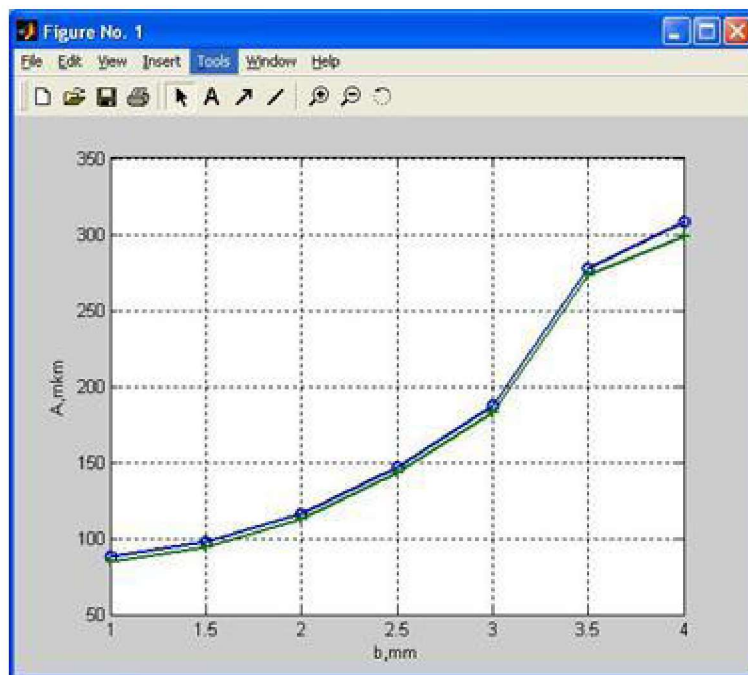


Рис. 3. Зависимость амплитуды вибраций от ширины среза в направлении OX

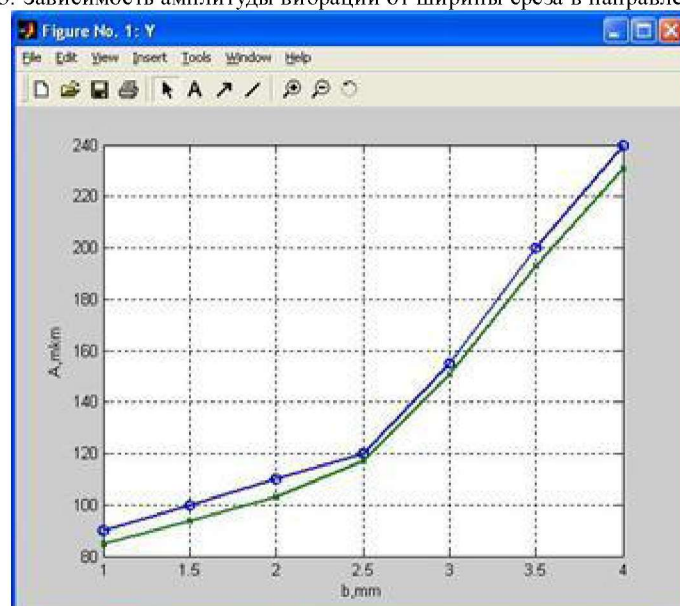


Рис. 4. Зависимость амплитуды вибраций от ширины среза в направлении OY

Выводы:

1. Предложена динамическая модель инструмента (фрезы) для расчета вибраций при фрезеровании, имеющая 5 степеней свободы.
2. На основе псевдоаналогового моделирования при помощи подсистемы Simulink создано программное обеспечение, позволяющее путем численного интегрирования получить характеристики вибраций инструмента в реальном времени.
3. Учет дополнительных степеней свободы позволяет на 10 % уточнить значение амплитуды вибраций по сравнению с расчетами, проведенными на более простых моделях.

Список литературы: 1. Жарков Г.И. Вибрации при обработки лезвийным инструментом. – Ленинград: Машиностроение, 1986. – 178 с. 2. Yusuf Altintas Manufacturing automation: metal cutting mechanics, machine tool vibrations, and CNC design // Cambridge University press, Australia, 2000. – 282 p. 3. Подураев В.М., Малигин В.И., Кремльова Л.В. Динамічна модель елементів технологічної системи з урахуванням кінематичної нестабільності процесу різання // Вісник машинобудування. – 1996. – № 6. – С.18-23. 4. Автономова Л.В., Погорелов С.Ю., Прево И.Д., Хавин В.Л. Динамическая модель процессов фрезерования // Вестник Национального технического университета «Харьковский политехнический институт». – Харьков: НТУ «ХПИ». – 2008. – Вып. 47. – С.13-18.

Поступила в редколлегию 16.04.09.