

## РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ РОТОРА ЧАСТОТНО-УПРАВЛЯЕМОГО АСИНХРОННОГО ДВИГАТЕЛЯ НА ОСНОВЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

*Розроблена математична модель температурного поля ротора частотно-керваного асинхронного двигуна на основі диференціальних рівнянь теплопровідності. Отримана модель була апробована в ході експериментальних досліджень даних двигуна.*

*Разработана математическая модель температурного поля ротора частотно-управляемого асинхронного двигателя на основе дифференциальных уравнений теплопроводности. Полученная модель была апробирована в ходе экспериментальных исследований рассматриваемых двигателей.*

### ВВЕДЕНИЕ

Метод эквивалентных тепловых схем (метод ЭТС), широко используемый при проектировании и исследовании электрических машин, позволяет определить средние температуры отдельных элементов конструкции электрических машин. Этого, как правило, достаточно для большинства практических задач расчета нагрева электрических машин. Однако, при частотном регулировании асинхронных двигателей, как показано в [1], возникают добавочные потери в обмотках и магнитопроводе от действия высших гармоник тока и магнитного потока, обусловленных ступенчатой формой напряжения, и одновременно изменяются условия охлаждения двигателей. Все это приводит к существенному искажению температурных полей по сравнению с питанием двигателей синусоидальным напряжением. При этом наличие добавочных потерь изменяет величины и соотношение между мощностями потерь элементов конструкции двигателя. Увеличение средних по двигателю температур может достигать 29 % (регулирование "вниз" по пропорциональному закону) [2, 3]. Наиболее существенно совместное влияние добавочных потерь и изменение условий охлаждения в процессе регулирования для ротора, так как добавочные электрические потери в роторе составляют примерно 65 % от суммы добавочных потерь двигателя. Расчетное и экспериментальное исследование теплового состояния частотно-управляемых двигателей при различных законах регулирования позволило установить, что распределение температуры по ветви ротора имеет форму несимметричного колокола. Однако количество точек определения температуры по ветви ротора при исследовании по методу ЭТС и в эксперименте ограничено (одна и три точки соответственно) [2-4]. В связи с этим, представляет интерес исследование температурных полей отдельных элементов конструкции асинхронных частотно-управляемых двигателей и в частности роторов.

Целью данной работы является разработка математической модели температурного поля ротора частотно-управляемого асинхронного двигателя.

### ОСНОВНЫЕ ДОПУЩЕНИЯ

Математическая модель основывается на дифференциальных уравнениях теплопроводности, составленных для отдельных участков ротора. В дифференциальных уравнениях и граничных условиях тепловые связи устанавливаются на основе результатов теплового расчета методом ЭТС [2-4].

При анализе температурного поля ротора принимаются следующие допущения [5]:

1) при отношении длины ротора к его диаметру (0,5-1,0) температурное поле ротора можно считать одномерным;

2) в силу высокой теплопроводности стали вдоль

листов и алюминиевых стержней и плотного прилегания алюминия и стали, в каждом поперечном сечении ротора температура принимается одинаковой;

3) в каждом поперечном сечении ротора поле температур имеет круговую симметрию относительно оси ротора;

4) при одностороннем наружном обдуве орбитального корпуса температурное поле ротора несимметрично относительно его середины;

5) в пределах длины сердечника теплообмен с окружающей средой происходит через поверхность ротора в воздушный зазор при среднем коэффициенте теплоотдачи  $\alpha_s$  (предполагаем, что аксиальные каналы в роторе отсутствуют).

6) в торцевых частях ротора (короткозамыкающие кольца и роторные лопатки) теплообмен с окружающей средой происходит при среднем коэффициенте теплоотдачи  $\alpha_{т.р.}$ ;

7) поперечное сечение ротора  $S_p$  в пределах длины сердечника состоит из сечения стали  $S_{Fe}$  и суммарного сечения стержней обмотки  $S_{Al}$ . Теплоотдающий периметр  $P_s$  есть периметр по внешнему диаметру листов ротора. Поперечное сечение роторных лопаток  $S_{р.л.}$ , а их теплоотдающий периметр –  $P_{р.л.}$ . Поперечное сечение короткозамыкающего кольца (поперек оси двигателя) –  $S_{к.к.}$ , а его теплоотдающий периметр –  $P_{к.к.}$ .

8) удельные потери ротора (потери на единицу длины) складываются из основных и дополнительных потерь от первой гармоники напряжения и добавочных потерь от высших гармоник напряжения;

9) в аксиальном направлении ротор разбивается на расчетные участки.

Разбивку ротора в аксиальном направлении начинаем со стороны вентилятора наружного обдува и выделяем следующие участки:

- 1 – роторные лопатки;
- 2 – короткозамыкающее кольцо обмотки ротора;
- 3 – сердечник и стержни обмотки ротора;
- 4 – короткозамыкающее кольцо обмотки ротора;
- 5 – роторные лопатки.

Разбиение на расчетные участки, с соответствующей им нумерацией, показано на рис. 1.

В пределах 3-го участка, который показан на рис. 1, сечение проходит по стержню обмотки ротора.

### РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

На каждом  $i$ -ом расчетном участке выделяется элементарный объем  $dV_i$  с длиной  $dx_i$ . Для каждого элементарного объема составляется уравнение теплового баланса и формулируются граничные условия. При этом учитывается, что условия теплообмена и

тепловыделения на участках 1, 2, 3 различны, что определяет структуру уравнений.

Уравнение теплового баланса для элементарного объема в пределах 1-го участка имеет вид:

$$Q_{x1} = Q_{x1+dx1} + dQ_{\alpha1}; \quad 0 \leq x_1 \leq l_1, \quad (1)$$

где  $l_1$  – аксиальный размер роторных лопаток, замененных эквивалентными прямоугольными;  $Q_{x1}$  – тепловой поток, входящий через правый торец рассматриваемого элементарного объема  $dV_1$ ;  $Q_{x1+dx1}$  – тепловой поток, выходящий через левый торец  $dV_1$ ;  $dQ_{\alpha1}$  – конвективный тепловой поток от  $dV_1$  к внутреннему воздуху.

В соответствии с законами Фурье и Ньютона-Рихмана:

$$Q_{x1} = -\lambda_{Al} \cdot S_{p.l.} \cdot \frac{dT_1}{dx_1}; \quad (2)$$

$$Q_{x1+dx1} = -\lambda_{Al} \cdot S_{p.l.} \cdot \frac{d}{dx_1} \left( T_1 + \frac{dT_1}{dx_1} \cdot dx_1 \right); \quad (3)$$

$$dQ_{\alpha1} = \alpha_{т.р.} \cdot \Pi_{p.l.} \cdot dx_1 \cdot (T_1 - \theta_{1в.в.}), \quad (4)$$

где  $\theta_{1в.в.}$  – температура внутреннего воздуха со стороны вентилятора наружного обдува, определяемая в ходе теплового расчета по методу ЭТС [2, 3].

После подстановки уравнений (2), (3), (4) в (1) и преобразований получим дифференциальное уравнение теплопроводности:

$$\frac{d^2 T_1}{dx_1^2} = \frac{\alpha_{т.р.} \cdot \Pi_{p.l.}}{\lambda_{Al} \cdot S_{p.l.}} \cdot T_1 - \frac{\alpha_{т.р.} \cdot \Pi_{p.l.} \cdot \theta_{1в.в.}}{\lambda_{Al} \cdot S_{p.l.}}. \quad (5)$$

Пренебрегая тепловым потоком, сходящим с торцов роторных лопаток, получим:

$$\frac{dT_1}{dx_1} = 0 \text{ при } x_1 = 0.$$

Уравнение теплового баланса для элементарного объема  $dV_2$  в пределах 2-го участка:

$$Q_{x2} + Q_2 \cdot dx_2 = Q_{x2+dx2} + dQ_{\alpha2}; \quad (6)$$

$$0 \leq x_2 \leq l_2,$$

где  $Q_{x2}$ ,  $Q_{x2+dx2}$ ,  $dQ_{\alpha2}$  – аналогичны  $Q_{x1}$ ,  $Q_{x1+dx1}$ ,  $dQ_{\alpha1}$ ;  $Q_2$  – удельные (на единицу длины) потери в короткозамкнутом кольце обмотки ротора.

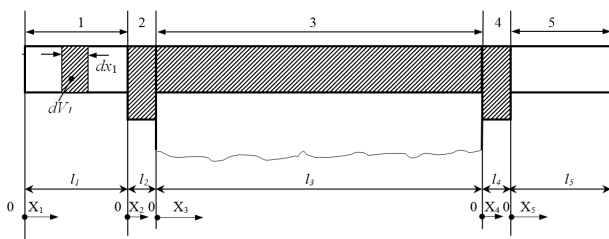


Рис. 1. Разбивка ротора асинхронного двигателя на расчетные участки

Удельные потери в короткозамкнутом кольце обмотки ротора определяются по формуле

$$Q_2 = \frac{P_{к.к.}}{l_2}, \quad (7)$$

где  $P_{к.к.}$  – сумма основных и дополнительных электрических потерь от первой гармоники напряжения и добавочных электрических потерь от высших гармоник напряжения в одном короткозамкнутом кольце;  $l_2$  – аксиальный размер короткозамкнутого кольца.

После преобразований (6) получим дифференциальное уравнение теплопроводности

$$\frac{d^2 T_2}{dx_2^2} = \frac{\alpha_{т.р.} \cdot \Pi_{к.к.}}{\lambda_{Al} \cdot S_{к.к.}} \cdot T_2 - \frac{\alpha_{т.р.} \cdot \Pi_{к.к.} \cdot \theta_{1в.в.} + Q_2}{\lambda_{Al} \cdot S_{к.к.}}. \quad (8)$$

Уравнение теплового баланса для элементарного объема  $dV_3$  в пределах 3-го участка:

$$Q_{x3} + (Q_{3Fe} + Q_{3Al}) \cdot dx_3 = Q_{x3+dx3} + dQ_{\alpha\delta}, \quad (9)$$

$$0 \leq x_3 \leq l_3.$$

Ротор в пределах  $l_3$  рассматривается как тело, состоящее из сердечника ротора и стержней обмотки ротора с коэффициентами теплопроводности  $\lambda_{Fe}$  и  $\lambda_{Al}$  соответственно ( $\lambda_{Fe}$  для шихтованного пакета в направлении – поперек шихтовки). В связи с этим, члены уравнения (9) имеют вид:

$$Q_{x3} = -(\lambda_{Fe} \cdot S_{Fe} + \lambda_{Al} \cdot S_{Al}) \cdot \frac{dT_3}{dx_3}; \quad (10)$$

$$Q_{x3+dx3} = -(\lambda_{Fe} \cdot S_{Fe} + \lambda_{Al} \cdot S_{Al}) \cdot \frac{d}{dx_3} \left( T_3 + \frac{dT_3}{dx_3} \cdot dx_3 \right); \quad (11)$$

$$dQ_{\alpha\delta} = \alpha_{\delta} \cdot \Pi_{\delta} \cdot dx_3 \cdot (T_3 - \theta_{\delta}); \quad (12)$$

$$Q_{3Fe} = \frac{\sum P_{3Fe}}{l_3}; \quad (13)$$

$$Q_{3Al} = \frac{\sum P_{3Al}}{l_3}, \quad (14)$$

где  $\sum P_{3Fe}$  – сумма добавочных магнитных потерь от высших гармоник напряжения;  $\sum P_{3Al}$  – сумма основных и дополнительных электрических потерь от первой гармоники напряжения и добавочных электрических потерь от высших гармоник напряжения;  $\theta_{\delta}$  – средняя температура воздуха в воздушном зазоре;  $\theta_{1в.в.}$ ,  $\theta_{2в.в.}$  – температуры внутреннего воздуха со стороны вентилятора наружного обдува и со стороны привода, определяемые в ходе теплового расчета по методу ЭТС [2, 3].

После преобразований (9) получим дифференциальное уравнение теплопроводности:

$$\frac{d^3 T_3}{dx_3^3} = \frac{\alpha_{\delta} \cdot \Pi_{\delta}}{\lambda_{Fe} \cdot S_{Fe} + \lambda_{Al} \cdot S_{Al}} \cdot T_3 - \frac{\alpha_{\delta} \cdot \Pi_{\delta} \cdot \theta_{\delta} + Q_{3Fe} + Q_{3Al}}{\lambda_{Fe} \cdot S_{Fe} + \lambda_{Al} \cdot S_{Al}}. \quad (15)$$

Уравнение теплового баланса для элементарного объема  $dV_4$  в пределах 4-го участка подобно уравнению (6), дифференциальное уравнение теплопроводности подобно (7):

$$\frac{d^2 T_4}{dx_4^2} = \frac{\alpha_{т.р.} \cdot \Pi_{к.к.}}{\lambda_{Al} \cdot S_{к.к.}} \cdot T_4 - \frac{\alpha_{т.р.} \cdot \Pi_{к.к.} \cdot \theta_{2в.в.} + Q_2}{\lambda_{Al} \cdot S_{к.к.}}; \quad (16)$$

$$0 \leq x_4 \leq l_4.$$

Уравнение теплового баланса для элементарного объема  $dV_5$  в пределах 5-го участка подобно уравнению (1), дифференциальное уравнение теплопроводности подобно (5):

$$\frac{d^2 T_5}{dx_5^2} = \frac{\alpha_{т.р.} \cdot \Pi_{p.l.}}{\lambda_{Al} \cdot S_{p.l.}} \cdot T_5 - \frac{\alpha_{т.р.} \cdot \Pi_{p.l.} \cdot \theta_{2в.в.}}{\lambda_{Al} \cdot S_{p.l.}}; \quad (17)$$

$$0 \leq x_5 \leq l_5.$$

При решении системы уравнений теплопроводности (5), (7), (15) – (17) используем граничные условия:

1) условия непрерывности температурного поля и теплового потока

$$\left. \begin{aligned} T_1 &= T_2 \\ \frac{dT_1}{dx_1} &= \frac{dT_2}{dx_2} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &\text{при } x_1 = l_1; \\ &x_2 = 0; \end{aligned} \quad \left. \begin{aligned} T_2 &= T_3 \\ \frac{dT_2}{dx_2} &= \frac{dT_3}{dx_3} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &\text{при } x_2 = l_2; \\ &x_3 = 0; \end{aligned}$$

$$\left. \begin{array}{l} T_3 = T_4 \\ \frac{dT_3}{dx_3} = \frac{dT_4}{dx_4} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{при } x_3 = l_3; \\ x_4 = 0; \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} T_4 = T_5 \\ \frac{dT_4}{dx_4} = \frac{dT_5}{dx_5} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{при } x_4 = l_4; \\ x_5 = 0. \end{array}$$

2) условия конвективного теплообмена торцов роторных лопаток. С учетом ранее принятого допущения относительно теплового потока с торцов роторных лопаток, получим:

$$\frac{dT_1}{dx_1} = 0 \text{ при } x_1 = 0; \quad \frac{dT_5}{dx_5} = 0 \text{ при } x_5 = l_5.$$

Решение системы дифференциальных уравнений теплопроводности для всех участков с учетом принятых допущений и граничных условий позволит получить распределение температур вдоль длины ротора, т.е. температурное поле ротора.

Полученная математическая модель была использована при исследовании теплового состояния (поля) асинхронных двигателей АИР160S4 и АИР90В4 [6-9]. Исследования проводились как для стационарного, так и для переходного режимов работы двигателя, а также при разных законах регулирования частоты вращения.

Результаты теоретических исследований были подтверждены экспериментальными исследованиями двигателя АИР90В4, замеры температурного поля которого производились с помощью температурных датчиков установленных в двигателе. Расхождение результатов исследований не превысило шести процентов.

#### ВЫВОДЫ

1. Разработана математическая модель температурного поля ротора частотно-управляемого асинхронного двигателя на основе дифференциальных уравнений теплопроводности.
2. Следующим этапом исследований будет разработка аналогичной математической модели для статора.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Осташевский Н.А. Потери частотно-управляемого асинхронного двигателя в при различных законах регулирования и типах преобразователей [Текст] / Н.А. Осташевский, В.Н. Иваненко, А.Н. Петренко // *Электротехника і електромеханіка*. – 2009. – № 3. – С. 37-41.
2. Осташевский Н.А. Математическая модель теплового состояния частотно-управляемого асинхронного двигателя в стационарных режимах [Текст] / Н.А. Осташевский, А.Н. Петренко // *Проблемы автоматизированного электропривода. Теория и практика. Тематич. вып. науч-техн. журнала "Электроинформ"*. – 2009. – С. 266-270.
3. Осташевский Н.А. Исследование теплового состояния частотно-управляемого асинхронного двигателя при различных законах регулирования [Текст] / Н.А. Осташевский, А.Н. Петренко // *Вестник НТУ "ХПИ"*. Сборник научных трудов. Тематический выпуск "Проблемы совершенствования электрических машин и аппаратов". – 2010. – № 16. – С. 89-102.
4. Петренко А.Н. Экспериментальное исследование нагрева частотно-управляемого асинхронного двигателя при различных источниках питания [Текст] // *Электротехника і електромеханіка*. – 2010. – № 5. – С. 21-23.
5. Борисенко А.И. Аэродинамика и теплопередача в электрических машинах / А.И. Борисенко, В.Г. Данько, А.И. Яковлев. – М.: Энергия, 1974. – 560 с.
6. Осташевский Н.А. Математическая модель теплового состояния частотно-управляемого асинхронного двигателя в нестационарных [Текст] / Н.А. Осташевский, В.П. Шайда, А.Н. Петренко // *Електромашинобудування та електрообладнання*. – 2010. – № 75. – С. 46-51.
7. Осташевский Н.А. Исследование теплового состояния частотно-управляемого асинхронного двигателя при изменении нагрузки [Текст] / Н.А. Осташевский, А.Н. Петренко // *Електротехніка і електромеханіка*. – 2010. – № 3. – С. 25-29.

8. Осташевский Н.А. Нагрев частотно-управляемого асинхронного двигателя в перемежающемся режиме [Текст] / Н.А. Осташевский, В.П. Шайда, А.Н. Петренко // *Восточно-европейский журнал передовых технологий*. – 2010. – № 3/5 (45). – С. 61-64.

9. Осташевский Н.А. Исследование теплового состояния частотно-управляемого асинхронного двигателя с помощью метода конечных элементов [Текст] / Н.А. Осташевский, В.П. Шайда, А.Н. Петренко // *Електротехніка і електромеханіка*. – 2011. – № 5. – С. 39-42.

**Bibliography (transliterated):** 1. Ostashevskij N.A. Poteri chastotno-upravlyаемого asinhronnogo dvigatelya v pri razlichnykh zakonah regulirovaniya i tipah preobrazovatelej [Текст] / N.A. Ostashevskij, V.N. Ivanenko, A.N. Petrenko // *Elektrotehnika i elektromehanika*. - 2009. - № 3. - S. 37-41. 2. Ostashevskij N.A. Matematicheskaya model' teplovogo sostoyaniya chastotno-upravlyаемого asinhronnogo dvigatelya v stacionarnykh rezhimakh [Текст] / N.A. Ostashevskij, A.N. Petrenko // *Problemy avtomatizirovannogo "elektroprivoda. Teoriya i praktika. Tematich. vyp. nauch-tehn. zhurnala "Elektroinform"*. - 2009. - S. 266-270. 3. Ostashevskij N.A. Issledovanie teplovogo sostoyaniya chastotno-upravlyаемого asinhronnogo dvigatelya pri razlichnykh zakonah regulirovaniya [Текст] / N.A. Ostashevskij, A.N. Petrenko // *Vestnik NTU "ХПИ"*. Sbornik nauchnykh trudov. Tematicheskij vypusk "Problemy sovershenstvovaniya `elektricheskikh mashin i apparatov". - 2010. - № 16. - S. 89-102. 4. Petrenko A.N. `Eksperimental'noe issledovanie nagreva chastotno-upravlyаемого asinhronnogo dvigatelya pri razlichnykh istochnikakh pitaniya [Текст] // *Elektrotehnika i elektromehanika*. - 2010. - № 5. - S. 21-23. 5. Borisenko A.I. A'эродинамика i teploperedacha v `elektricheskikh mashinakh / A.I. Borisenko, V.G. Dan'ko, A.I. Yakovlev. - M.: `Energiya, 1974. - 560 s. 6. Ostashevskij N.A. Matematicheskaya model' teplovogo sostoyaniya chastotno-upravlyаемого asinhronnogo dvigatelya v nestacionarnykh [Текст] / N.A. Ostashevskij, V.P. Shayda, A.N. Petrenko // *Elektromashinobuduvannya ta elektroobladnannya*. - 2010. - № 75. - S. 46-51. 7. Ostashevskij N.A. Issledovanie teplovogo sostoyaniya chastotno-upravlyаемого asinhronnogo dvigatelya pri izmenenii nagruzki [Текст] / N.A. Ostashevskij, A.N. Petrenko // *Elektrotehnika i elektromehanika*. - 2010. - № 3. - S. 25-29. 8. Ostashevskij N.A. Nagrev chastotno-upravlyаемого asinhronnogo dvigatelya v peremezhauyushchey rezhime [Текст] / N.A. Ostashevskij, V.P. Shayda, A.N. Petrenko // *Vostochno-evropejskij zhurnal peredovykh tehnologiy*. - 2010. - № 3/5 (45). - С. 61-64. 9. Ostashevskij N.A. Issledovanie teplovogo sostoyaniya chastotno-upravlyаемого asinhronnogo dvigatelya s pomoshch'yu metoda konechnykh `elementov [Текст] / N.A. Ostashevskij, V.P. Shayda, A.N. Petrenko // *Elektrotehnika i elektromehanika*. - 2011. - № 5. - S. 39-42.

Поступила (received) 12.07.2013

*Осташевский Николай Александрович<sup>1</sup>, к.т.н., проф., Шайда Виктор Петрович<sup>1</sup>, к.т.н., доц., Петренко Александр Николаевич<sup>2</sup>, к.т.н.*

<sup>1</sup>Национальный технический университет "Харьковский политехнический институт", кафедра "Электрические машины", 61002, Харьков, ул. Фрунзе, 21, e-mail: viktorshayda08@rambler.ru

<sup>2</sup>Харьковский национальный университет городского хозяйства им. А.Н. Бекетова, кафедра электрического транспорта, 61002, Харьков, ул. Революции, 12

*Ostashevskiy N.A.<sup>1</sup>, Shayda V.P.<sup>1</sup>, Petrenko A.N.<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>National Technical University "Kharkiv Polytechnic Institute" 21, Frunze Str., Kharkiv, 61002, Ukraine

<sup>2</sup>O.M. Beketov Kharkiv National University of Municipal Economy 12, Revolution Str., Kharkiv, 61002, Ukraine

#### **Development of a mathematical model for a frequency-controlled asynchronous motor rotor temperature field on the basis of differential equations of heat conduction.**

A mathematical model of the temperature field of a frequency-controlled asynchronous motor rotor is made out on the basis of differential equations of heat conduction. The model developed is approved in the course of experimental research on the motors examined.

**Key words – frequency-controlled asynchronous motor, method of equivalent thermal charts, thermal field of rotor.**