

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
«ХАРКІВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ»

**МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ  
ДЛЯ ВИКОНАННЯ РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНОГО  
ЗАВДАННЯ З КУРСУ «МЕТРОЛОГІЯ ТА ОСНОВИ  
ВИМІРЮВАНЬ»**

**Харків – 2019**

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
«Харківський політехнічний інститут»

**МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ  
ДЛЯ ВИКОНАННЯ РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНОГО  
ЗАВДАННЯ З КУРСУ «МЕТРОЛОГІЯ ТА ОСНОВИ  
ВИМІРЮВАНЬ»**

для студентів спеціальності 151 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології» денної та заочної форм навчання.

Затверджено  
редакційно-видавничою  
радою НТУ «ХПІ»,  
протокол № 2 від 17.05.2019р

Харків  
НТУ «ХПІ»  
2019

Методичні вказівки для виконання розрахунково-графічного завдання з курсу «Метрологія та основи вимірювань» для студентів спеціальності 151 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології» денної та заочної форм навчання / уклад.: А. К. Бабіченко, І. Г. Лисаченко, С. Д. Деменкова та ін. – Харків: НТУ «ХП», 2019. – 21с.

Укладачі: А. К. Бабіченко,  
І. Г. Лисаченко,  
С. Д. Деменкова,  
Я. О. Кравченко,  
І. Л. Красніков

Рецензент: А. О. Бобух

Кафедра автоматизації технологічних систем та екологічного моніторингу

## ВСТУП

Вимірювання у відповідно до поставлених завдань виконуються з метою досягнення кінцевого результату, що необхідний для отримання інформації про кількісні властивості об'єктів або процесів, зокрема і технологічних. Вимірювальна інформація може бути отримана шляхом вимірювання в процесі наукових досліджень, обліку матеріальних і енергетичних ресурсів, контролю зразків продукції, діагностики стану технологічного обладнання та ін.

У процесі вимірювань визначаються фізичні величини, що характеризують властивості фізичного об'єкта, технологічної системи чи окремого процесу. Ці властивості можуть бути спільні у якісному відношенні для багатьох фізичних об'єктів, систем чи процесів, але у кількісному відношенні індивідуальні для кожного з них. Практичне використання результатів вимірювань вимагає оцінки точності отриманих у процесі вимірювань значень фізичних величин.

Точність вимірювання відображає ступінь наближення результатів вимірювання до деякого дійсного значення та дозволяє якісно оцінювати вимірювальні операції. Кількісною оцінкою точності вимірювання є похибки вимірювання. Оцінка похибки вимірювань є необхідною умовою для забезпечення достовірності вимірювань. Висока точність вимірювання та достовірність наукових результатів відіграє велике практичне значення як в інженерній, так і в науковій діяльності. Запропоновані розрахунково-графічні завдання спрямовані на придбання навичок обробки експериментальних даних з метою визначення точності вимірювань.

## **1. Обробка результатів багатократного вимірювання фізичних величин**

Вимірювання слід вважати тим кращими, чим менше їх похибки. Похибка вимірювання може мати як систематичну, так і випадкову складові. Під час повторних вимірювань однієї і тієї ж величини за тих самих умов результати, у випадку наявності випадкової складової похибки вимірювання, виявляються різними. Випадкова складова похибки призводить до неоднозначності результату вимірювання. Для усунення цієї неоднозначності випадкові похибки розглядаються як випадкові величини. Методи математичної статистики дозволяють оцінити похибки результатів вимірювань та охарактеризувати невизначеність отриманих результатів вимірювання. Невизначеність результату вимірювання оцінюють межами похибки результату вимірювання. Якщо ці межі визначають як ті, що відповідають деякій величині, то їх називають довірчими межами похибки результату вимірювання або довірчою похибкою.

Нижче наведені завдання з вихідними даними для самостійного виконання розрахунково-графічної роботи (РГР), що складається з двох частин. Перша передбачає проведення перевірки за допомогою критерію узгодження відповідності спостерігаємого розподілу випадкової величини нормальному закону. Друга частина спрямована на визначення довірчого інтервалу результатів вимірювання.

При цьому кожному студенту викладачем задається номер варіанта індивідуального завдання, вихідні дані для яких зведені до відповідних таблиць кожної частини.

## **2. Перевірка гіпотези про нормальність розподілу випадкової величини**

### **2.1. Основні етапи та вихідні дані для виконання завдання**

Кожен студент відповідно до свого номера варіанта має виконати такі дії:

- а) записати запропоновану вибірку у вигляді таблиці;
- б) побудувати статистичний ряд;
- в) застосувати метод групування випадкових величин та подати згруповану вибірку у вигляді таблиці;

г) перевірити гіпотезу о нормальності розподілу випадкової величини за одним із критеріїв узгодження, що передбачено варіантом завдання;

д) побудувати графік емпіричної функції щільності розподілу у вигляді гістограми і полігону;

є) побудувати графік функції щільності розподілу, що відповідає нормальному закону.

Під час виконання роботи необхідно прийняти відповідний рівень значущості  $\alpha$ , визначити кількість інтервалів за формулою Старджеса та ширину інтервалу. Вихідні дані для виконання завдання зведені до табл. 2.1, а варіанти РГР наведені у табл. 2.2.

Таблиця 2.1. – Вихідні дані для виконання РГР.

Номер рядка	Значення параметра, $x_i$									
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	48	39	43	44	34	34	32	43	40	46
2	25	31	34	49	39	37	45	49	31	49
3	43	46	34	35	42	32	41	34	42	42
4	38	40	46	47	34	42	38	40	38	36
5	30	43	41	40	40	35	35	41	38	45
6	37	42	38	36	44	39	32	48	43	39
7	43	30	32	36	42	34	49	48	49	50
8	37	30	44	48	44	35	45	34	33	41
9	43	45	50	34	33	39	41	39	46	31
10	40	52	44	39	35	45	33	42	42	36
11	44	51	45	39	34	44	40	37	43	32
12	33	42	40	35	37	43	48	48	50	32
13	40	48	45	43	36	36	42	40	37	30
14	44	50	46	39	41	48	44	42	36	51

Продовження табл. 2.1

15	44	50	47	37	33	34	42	43	43	47
16	33	48	38	42	45	32	34	44	39	45
17	48	26	31	34	38	36	46	49	40	48
18	42	47	35	34	41	33	41	35	43	42
19	39	37	47	47	33	42	37	39	39	37
20	43	41	30	39	38	36	36	34	42	46
21	39	44	37	35	43	38	33	47	45	38
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
22	37	48	38	52	40	45	44	42	38	40
23	44	46	37	34	41	37	41	39	30	38
24	32	41	48	36	51	36	33	39	45	40
25	34	41	38	34	33	27	51	45	27	38
26	42	37	46	41	47	36	30	45	41	40
27	37	37	39	42	48	41	36	39	33	47
28	43	49	27	31	41	46	40	36	36	42
29	41	46	33	37	47	35	31	29	30	36
30	48	38	37	34	40	34	36	50	48	39
31	30	38	43	41	44	45	38	37	46	50
32	41	48	41	43	47	37	42	34	32	44
33	37	48	46	41	41	37	37	48	49	46
34	38	44	50	37	47	27	48	37	46	38
35	48	47	38	52	34	36	34	41	41	32
36	31	43	34	46	37	40	41	39	32	42
37	47	33	51	41	40	45	37	36	27	36
38	37	42	46	35	34	38	45	36	20	40
39	34	48	30	51	33	41	44	42	39	39
40	45	45	41	40	36	27	50	44	41	48

Закінчення табл. 2.1.

41	36	36	32	32	36	49	27	45	30	35
42	40	38	45	40	40	50	42	37	50	39
43	43	38	30	59	42	41	33	42	38	44
44	44	41	47	52	51	38	50	39	50	48
45	49	43	52	50	30	30	26	50	27	49
46	27	49	46	39	47	26	49	52	29	44
47	51	53	48	49	53	45	27	43	48	44

Таблиця 2.2. – Варіанти завдань для виконання РГР

Номер варіанта	Обсяг вибірки, $n$	Критерій узгодження	Номер варіанту	Обсяг вибірки, $n$
1	150	Пірсона	16	140
2	100	Асиметрія та ексцес розподілу	17	120
3	150	Колмогорова	18	140
4	20	Складовий	19	30
5	100	Асиметрія та ексцес розподілу	20	110
6	150	Пірсона	21	140
7	20	Складовий	22	30
8	100	Колмогорова	23	120
9	150	Пірсона	24	160
10	100	Асиметрія та ексцес розподілу	25	90
11	150	Колмогорова	26	120
12	20	Складовий	27	30
13	150	Пірсона	28	140
14	100	Колмогорова	29	130
15	30	Складовий	30	20

Слід відзначити, що  $i$ -му варіанту табл. 2.2 відповідає номер рядка, що наведений у табл. 2.1. Наприклад, першому варіанту згідно з табл.2.2 відповідають елементи вибірки, що розташовані у 15-ти рядках табл. 2.1, починаючи з першого. Обсяг вибірки складе відповідно до першого варіанту у кількості  $n=150$ , а перевірка гіпотези має бути виконана за критерієм узгодження Персона. При цьому, вже для четвертого варіанту обсяг вибірки  $n=20$  і відповідають йому елементи, що розташовані в двох рядках табл. 2.1, тобто 4-му і 5-му, а перевірка гіпотези про розподіл випадкової величина має бути виконана за складовим критерієм узгодження.

## 2.2. Приклад виконання завдання.

У табл. 2.3 наведена вибірка певного варіанта завдання, запропонованого для виконання згідно з табл. 2.1 і 2.2.

Таблиця 2.3. – Вихідні дані

№ з/п	Значення параметра									
	1	37	30	44	48	44	35	45	34	33
2	43	45	50	34	33	39	41	39	46	31
3	40	52	44	39	35	45	33	42	42	36
4	44	51	45	39	34	44	40	37	43	32
5	33	42	40	35	37	43	48	48	50	32
6	40	48	45	43	36	36	42	40	37	30
7	44	50	46	39	41	48	44	42	36	51
8	44	50	47	37	33	34	42	43	43	47
9	33	48	38	42	45	32	34	44	39	45
10	48	26	31	34	38	36	46	49	40	48
11	42	47	35	34	41	33	41	35	43	42
12	39	37	47	47	33	42	37	39	39	37

Закінчення табл. 2.3.

13	43	41	30	39	38	36	36	34	42	46
14	39	44	37	35	43	38	33	47	45	38
15	37	48	38	52	40	45	44	42	38	40

Для цієї вибірки обсягу  $n=150$  необхідно перевірити гіпотезу про нормальність розподілу випадкової величини за критерієм Пірсона.

Побудований статистичний ряд згідно з табл. 2.4 буде мати вигляд.

Таблиця 2.4. – Статистичний ряд для вибірки обсягу  $n=150$

Значення параметра, $x_i$	26	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
Кількість повторень, $t$	1	3	2	3	9	8	6	7	10	7	11	8
Значення параметра, $x_i$	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52
Кількість повторень, $t$	6	12	9	11	9	4	6	9	1	4	2	2

Кількість інтервалів визначається за формулою Старджеса:

$$K = 1 + 3,3 \lg n; \quad (2.1)$$

$$K = 1 + 3,3 \lg 150 \approx 8$$

Ширина інтервалу обчислюється за рівнянням:

$$h = \frac{X_{\max} - X_{\min}}{K}; \quad (2.2)$$

$$h = \frac{52 - 26}{8} = 3,25.$$

Результати застосування методу групування щодо експериментальних даних зведені до табл. 2.5.

Ймовірність попадання випадкової величини в інтервал  $f^*(X_k)$ , що подана в останньому стовпчику табл. 2.5, розрахована за рівнянням:

$$f^*(X_k) = n_i / n \quad (2.3)$$

Таблиця 2.5. – Результати обчислень.

Номер інтервалу, $K$	Межі інтервалу, $X_{k-1} \div X_{k+1}$	Середина інтервалу, $X_k$	Емпірична частота попадання в інтервал, $n_i$	Ймовірність попадання величини в інтервал, $f^*(X_k)$
1	26,0 ÷ 29,25	27,625	1	0,0067
2	29,25 ÷ 32,5	30,875	8	0,0533
3	32,5 ÷ 35,75	34,125	23	0,1534
4	35,75 ÷ 39,0	37,375	24	0,1600
5	39,0 ÷ 42,25	40,625	37	0,2467
6	42,25 ÷ 45,5	43,875	29	0,1933
7	45,5 ÷ 48,75	47,125	19	0,1266
8	48,75 ÷ 52,0	50,375	9	0,0600

Вибіркове середнє  $\bar{X}$  визначається за рівнянням:

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k n_i X_i ; \quad (2.4)$$

$$\bar{X} = \frac{1}{150} \cdot 6080,75 = 40,538.$$

Вибіркове середньоквадратичне відхилення  $S$  обчислюється за формулою:

$$S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \left[ \sum_{i=1}^k n_i X_i^2 - \frac{\left( \sum_{i=1}^k n_i X_i \right)^2}{n} \right] - \frac{h^2}{12}}; \quad (2.5)$$

$$S = \sqrt{\frac{1}{149} [250621,716 - 246503,47] - 0,88} = 5,173.$$

Теоретичне значення ймовірності  $f(X_k)$  попадання випадкової величини в інтервал  $K$  визначається за формулою:

$$f(X_k) = \Phi\left(\frac{X_{k+1} - \bar{X}}{S}\right) - \Phi\left(\frac{X_{k-1} - \bar{X}}{S}\right). \quad (2.6)$$

Для першого інтервалу величина  $f(X_k)$  згідно з формулою (2.6) буде дорівнювати:

$$f(X_1) = \Phi\left(\frac{29,25 - 40,538}{5,173}\right) - \Phi\left(\frac{26 - 40,538}{5,173}\right) = 0,0121.$$

При цьому величина добутку  $nf(X_1)$  для першого інтервалу буде мати значення 1,815. Функція  $\Phi(X)$  визначається за таблицями Лапласу. Результати обчислень за формулами (2.4–2.6) подані у табл. 2.6, в якій проведено об'єднання інтервалів у зв'язку з невиконанням умови  $nf(X_i) \geq 5$ .

Кількість степенів вільності  $r$  розраховується за рівнянням:

$$\begin{aligned} r &= K - 3; \\ r &= 6 - 3 = 3, \end{aligned} \quad (2.7)$$

де  $K$  – кількість інтервалів з урахуванням об'єднання перших трьох в один.

За таблицею розподілу Пірсона з урахуванням рівня значущості  $\alpha = 0,05$  та  $r = 3$  визначаємо показник  $\chi^2_{0,05} = 7,8$ .

За умови  $\chi^2 = 4,104 < \chi^2_{0,05} = 7,8$  гіпотеза про нормальність експериментального розподілу приймається. На рис. 2.1. наведені графіки теоретичної та експериментальної функції щільності розподілу випадкової величини, що побудовані за даними табл. 2.5 і 2.6.

Таблиця 2.6. – Результати обчислень.

Номер інтервалу	$n_i X_i$	$n_i X_i^2$	$f(X_i)$	$nf(X_i)$	$\frac{[n_i - nf(X_i)]^2}{nf(X_i)}$
1	27,625	763,14	0,0121	1,815	1,259
2	247,000	7626,125	0,01168	2,520	
3	784,875	26783,859	0,1461	21,915	
4	897,000	33525,375	0,2057	30,855	1,523
5	1503,125	61064,453	0,2461	36,915	0,000
6	1272,375	55825,453	0,2022	30,330	0,058
7	895,375	42194,546	0,1121	16,815	0,284
8	453,375	22838,765	0,0432	6,480	0,980
Сума	6080,75	250621,716			4,104

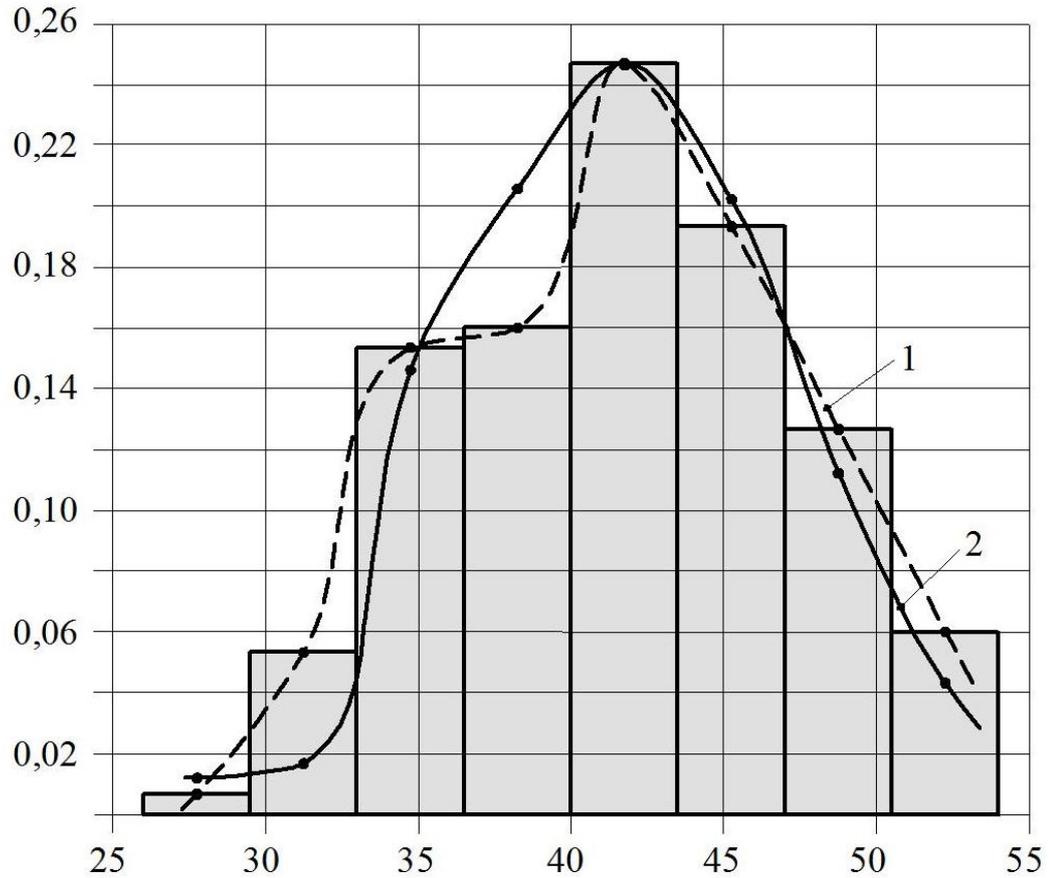


Рис. 2.1. Графіки функцій щільності розподілу випадкової величини: 1 – експериментальна; 2 – теоретична

### 3. Визначення функцій щільності ймовірності та довірчого інтервалу результатів вимірювання

#### 3.1. Основні етапи та вихідні дані для виконання завдання

Зважаючи на те, що випадкова величина  $X$  (результат вимірювання) має нормальний розподіл, необхідно виконати згідно запропонованого нижче завдання таке:

- а) знайти незміщені оцінки математичного очікування  $\bar{X}$  та середньоквадратичного відхилення  $S$ ;
- б) записати щільність ймовірності  $f(X)$  результатів вимірювання;

в) визначити довірчий інтервал  $\varepsilon$ , що накриває математичне очікування результатів вимірювання із заданою довірчою ймовірністю 0,95 та 0,99, зважаючи на те, що  $S$  невідоме.

Проаналізувати отримані результати щодо визначеного довірчого інтервалу;

г) визначити, за якої мінімальної кількості вимірювань при довірчій ймовірності  $P = 0,95$  можна було б стверджувати, що за визначеною оцінкою математичного очікування  $\bar{X}$  похибка не перевищить величини  $\varepsilon = 0,25$ , враховуючи, що  $\sigma = S$ ;

д) визначити ймовірність попадання результатів вимірювання  $X$  у заданий інтервал  $(\alpha; \beta)$ .

Вихідні дані для виконання варіантів завдання зведені до табл. 3.1 і 3.2.

### 3.2. Приклад виконання завдання

За результатами вимірювань визначена концентрація ( $X$ ) активної речовини у шести пробах продукту, отриманого в періодичному процесі виробництва. Отримані такі значення концентрації (г/л): 4,45; 4,40; 4,45; 4,38; 4,42.

Визначаються оцінки математичного очікування  $\bar{X}$  та середньоквадратичного відхилення  $S$  за такими формулами:

Таблиця 3.1. – Вихідні дані за результатами випробування резисторів.

Номер варіанта	Величина опору резистора, кОм													
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1 $\alpha = 5.5,$ $\beta = 5.9$	4,8	6,2	6,0	5,9	5,6	4,9	6,0	6,1	5,5	5,8	5,7	5,1	5,5	6,2

Закінчення таблиці 3.1.

2 $\alpha = 4.9,$ $\beta = 5.1$	5,3	5,2	5,4	5,7	5,62	4,3	5,3	5,1	5,4	5,2	5,6	5,2	5,8	4,9
3 $\alpha = 33.2,$ $\beta = 33.4$	33,4	35,4	32,4	33,1	33,2	33,2	33,4	33,6	33,3	33,3	32,9	33,0	33,2	33,2
4 $\alpha = 44.6,$ $\beta = 44.9$	45,6	45,4	44,2	44,1	44,1	44,2	44,7	44,2	44,1	44,5	44,8	44,9	44,2	40,0
5 $\alpha = 5.3,$ $\beta = 5.8$	4,8	6,2	6,0	5,9	5,6	4,9	6,0	6,1	5,5	5,8	5,7	5,1	5,5	6,2
6 $\alpha = 4.9,$ $\beta = 5.7$	5,3	5,2	5,4	5,7	5,62	4,3	5,3	5,1	5,4	5,2	5,6	5,2	5,8	4,9
7 $\alpha = 33.25,$ $\beta = 33.48$	33,4	35,4	32,4	33,1	33,2	33,2	33,4	33,4	33,6	33,3	33,3	32,9	33,0	33,2
8 $\alpha = 44.35,$ $\beta = 45.1$	45,6	45,4	44,2	44,1	44,1	44,2	44,7	44,2	44,1	44,5	44,8	44,9	44,2	40,0
9 $\alpha = 8.343,$ $\beta = 8.346$	8,345	8,346	8,348	8,342	8,343	8,345	8,343	8,347	8,344	8,347	8,349	8,341	8,349	8,344
10 $\alpha = 7.3,$ $\beta = 7.5$	7,3	7,2	7,4	7,7	7,6	7,3	7,3	7,1	7,4	7,2	7,6	7,2	7,8	6,9
11 $\alpha = 53.2,$ $\beta = 53.4$	53,4	55,4	52,4	53,1	53,2	53,2	53,4	53,4	53,6	53,3	53,3	52,9	53,0	53,2

Таблиця 3.2. – Вихідні дані за результатами вимірювання концентрації

Номер варіанта	Величина концентрації, % об.													
12 $\alpha = 4.35,$ $\beta = 8.1$	2,2	4,5	4,8	5,0	3,0	6,0	12,0	8,0	14,2	15,0	2,0	1,0		

Закінчення таблиці 3.2.

13 $\alpha = 6.35,$ $\beta = 9.4$	2,4	4,5	4,8	2,1	3,0	6,0	9,0	8,0	14,2	15,0	2,0	11,0
14 $\alpha = 5.3,$ $\beta = 9.0$	2,4	4,5	4,8	2,1	3,0	6,0	9,0	8,0	14,2	15,0	2,0	11,0
15 $\alpha = 5.3,$ $\beta = 9.5$	2,4	4,5	4,8	2,1	5,0	6,0	9,0	8,0	10,2	14,0	2,0	11,0
16 $\alpha = 5.3,$ $\beta = 9.0$	2,8	4,9	4,4	3,4	3,7	6,8	9,5	8,4	14,6	14,3	4,0	11,0
17 $\alpha = 6.0,$ $\beta = 10.0$	2,8	4,9	4,4	3,4	3,7	6,8	9,5	8,4	14,6	14,3	4,0	11,0
18 $\alpha = 5.9,$ $\beta = 9.8$	2,4	4,5	4,8	2,1	3,0	6,0	9,0	8,0	14,2	15,0	2,0	11,0
19 $\alpha = 4.35,$ $\beta = 9.1$	2,2	4,5	4,8	7,0	3,0	6,0	12,0	8,0	14,2	15,5	2,0	1,0
20 $\alpha = 5.0,$ $\beta = 9.8$	2,4	4,5	4,8	2,1	5,0	6,0	9,0	8,0	10,2	14,0	2,0	11,0

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i; \quad (3.1)$$

$$\bar{X} = \frac{1}{6} 26,52 = 4,42 \text{ г/л};$$

$$S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}; \quad (3.2)$$

$$S = \sqrt{\frac{1}{5} \cdot 0,0038} = 0,028 \text{ г/л}.$$

Функція щільності ймовірності для концентрації буде мати вигляд:

$$f(X) = \frac{1}{0,028\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(X-4,42)^2}{0,016}\right]. \quad (3.3)$$

Функція розподілу (інтегральна) визначиться такими рівнянням:

$$F(X) = \frac{1}{0,028\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^X \exp\left[-\frac{(X-4,42)^2}{0,016}\right] dx. \quad (3.4)$$

За малої вибірки та невідомому  $S$  для визначення довірчого інтервалу, що накриває математичне очікування, здійснюється з використанням периметру розподілу Стюдента  $t_{cm}$  довірчої ймовірності  $P=0,95$  та кількістю степенів вільності  $\nu=6-1=5$ . За таблицями розподілу  $t_{cm} = 2,57$ . При цьому довірчий інтервал  $\varepsilon$  прямо визначиться за формулою:

$$\varepsilon = t_{cm} \frac{S}{\sqrt{n}}; \quad (3.5)$$

$$\varepsilon = 2,57 \cdot \frac{0,028}{\sqrt{6}} = 0,029 \text{ г/л.}$$

При довірчій ймовірності  $P=0,99$ ,  $\nu=5$  периметр розподілу  $t_{cm}=4,03$ . За такої умови величина  $\varepsilon$  набуде такого значення:

$$\varepsilon = 4,03 \frac{0,028}{\sqrt{6}} = 0,046 \text{ г/л.}$$

Мінімальна кількість вимірювань  $n$  при  $P=0,95$ , за якої похибка  $\varepsilon$  не перевищить  $0,2S=0,0056$ , вважаючи, що  $\sigma=S$ , визначиться рівнянням:

$$n = \frac{S^2 Z_{P/2}^2}{\varepsilon^2}; \quad (3.6)$$

$$n = \frac{0,023^2 \cdot 1,96^2}{0,0056} \geq 96 \text{ проб,}$$

де  $Z_{P/2} = 1,96$  – параметр розподілу нормованої функції Лапласу, що відповідає ймовірності  $P/2$ .

Ймовірність попадання концентрації в інтервал  $(4,41 \div 4,43)$  обчислюється за формулою:

$$P\{\alpha < X < \beta\} = \Phi\left(\frac{\beta - \bar{X}}{S}\right) - \Phi\left(\frac{\alpha - \bar{X}}{S}\right); \quad (3.7)$$

$$P\{4,41 < \bar{X} < 4,43\} = \Phi\left(\frac{4,43 - 4,42}{0,028}\right) - \Phi\left(\frac{4,41 - 4,42}{0,028}\right) = 2\Phi(0,357) = 0,277.$$

Отже, ймовірність складе біля 30 %.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Основи вимірювань та автоматизації технологічних процесів: підруч. для студ. вищ. навч. закладів / А. К. Бабіченко, В. І. Тошинський, Ю. А. Бабіченко та ін.; за ред. А. К. Бабіченка. – Харків: вид-во ТОВ «С.А.М.», 2009. – 616 с.
2. Маркин Н. С. Метрология. Введение в специальность / Н. С. Маркин, В. С. Ершов. – М. : Изд-во стандартов, 1991. – 208 с.
3. Бурдун Г. Д. Основы метрологии: учеб. пособ. для вузов / Г. Д. Бурдун, Б. Н. Маркин. – Изд. третье, перераб. – М. : Изд-во стандартов, 1985. – 256 с.
4. Практикум з метрології, основ вимірювань та технічних засобів автоматизації: навч. посіб. / А. К. Бабіченко, М. О. Подустов, І. Г. Лисаченко та ін.; за ред. А.К. Бабіченка. – Харків: НТУ «ХПШ», НФаУ, 2019. – 132 с.

## ЗМІСТ

Вступ.....	3
1. Обробка результатів багатократного вимірювання фізичних величин .....	4
2. Перевірка гіпотези про нормальність розподілу випадкової величини .....	4
2.1. Основні етапи та вихідні дані для виконання завдання.....	4
2.2. Приклад виконання завдання.....	8
3. Визначення функцій щільності ймовірності та довірчого інтервалу результатів вимірювання .....	13
3.1. Основні етапи та вихідні дані для виконання завдання.....	13
3.2. Приклад виконання завдання .....	14
Список літератури.....	19

Навчальне видання

**МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ  
для виконання розрахунково-графічного  
завдання з дисципліни «Метрологія та основи  
вимірювань»**

для студентів спеціальності 151 – «Автоматизація та комп'ютерно-  
інтегровані технології» денної та заочної форми навчання

Укладачі: БАБІЧЕНКО Анатолій Костянтинович  
ЛИСАЧЕНКО Ігор Григорович  
ДЕМЕНКОВА Світлана Дмитрівна  
КРАВЧЕНКО Яна Олегівна  
КРАСНІКОВ Ігор Леонідович

Відповідальний за випуск М. О. Подустов  
Роботу до видання рекомендував С. І. Кондрашов

Редактор Н. В. Верстюк

План 2019 р., поз. 245

Підп. до друку \_\_.\_\_.18. Формат 60x84 1/16. Папір офсетний.  
Друк – різнографія. Гарнітура Times. Ум. друк. арк. 5,2.  
Наклад 50 прим. Зам. №\_\_. Ціна договірна.

---

Видавець НТУ "ХП", 61002, Харків вул. Кипичова, 2  
Свідоцтво про державну реєстрацію ДК № 5478 от 21.08.2017 г.

---

Виготовлювач