

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
«ХАРКІВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ»

Г.Ю. Мартиненко, Л.В. Розова

**КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЕЛЕМЕНТІВ
КОНСТРУКЦІЙ ТА ВИЗНАЧЕННЯ ЇХ МІЦНОСТІ ПРИ
СТАТИЧНИХ НАВАНТАЖЕННЯХ**

Навчальний посібник
для студентів спеціальностей 113 «Прикладна математика»,
122 «Комп'ютерні науки»

Рекомендовано вченою радою НТУ «ХП»

Рекомендовано
редакційно-видавничою
радою університету,
протокол 2 від 25.06.2020 р.

Харків
НТУ «ХП»
Естет «Принт»
2021

УДК 539.3
М 29

Рецензенти:

О.О. Стрельнікова, д-р. техн. наук, професор, Інститут проблем машинобудування ім. А.М. Підгорного НАН України;
Д.М. Крицький, канд. техн. наук, доцент, Національний аерокосмічний університет ім. М.С. Жуковського «Харківський авіаційний інститут»

*Рекомендовано вченою радою НТУ «ХПІ»,
як навчальний посібник для студентів спеціальностей
113 «Прикладна математика», 122 «Комп'ютерні науки»,
протокол № 7 від 02.07.2021 р.*

Мартиненко Г.Ю.

М 29 Комп'ютерне моделювання елементів конструкцій та визначення їх міцності при статичних навантаженнях: навч. посіб. / Мартиненко Г.Ю., Розова Л.В. –Харків: НТУ «ХПІ», ТОВ «Естет Принт», 2021. –242 с.

ISBN 978-617-95124-4-5

У посібнику викладено основи геометричного моделювання різних елементів реальних конструкцій за допомогою багаточільового пакета проєктування та аналізу. Дано практичне формулювання методу скінченних елементів, який використовується в цьому пакеті автоматизованого інженерного аналізу для розв'язання задач статичної міцності конструкцій, а саме для дослідження напружено-деформованого стану при різних навантаженнях, що не залежать від часу. Наведено різнопланові і різноскладні практичні приклади чисельного аналізу поведінки елементів конструкцій та оцінки їх міцності при статичних навантаженнях.

Призначено для студентів спеціальностей 113 «Прикладна математика» та 122 «Комп'ютерні науки».

Іл. 166. Табл. 23. Бібліогр. 14 назв.

УДК 539.3

ISBN 978-617-95124-4-5

© Г.Ю. Мартиненко, Л.В. Розова, 2021

ЗМІСТ

Список умовних позначень і скорочень.....	5
ВСТУП.....	6
1. ПОБУДОВА ГЕОМЕТРИЧНОЇ МОДЕЛІ НА ОСНОВІ МЕХАНІЧНОЇ МОДЕЛІ РЕАЛЬНОЇ КОНСТРУКЦІЇ.....	10
1.1. Загальні відомості про організацію ПК ANSYS	11
1.2. Можливості геометричного моделювання в ПК ANSYS.....	12
1.3. Засоби побудови геометричної моделі в ПК ANSYS.....	13
2. ПРАКТИЧНІ ПРИКЛАДИ.....	17
2.1. Загальні положення	17
2.2. Практичний приклад 1. Побудова стрижневої конструкції.....	18
2.3. Практичний приклад 2. Побудова перерізу профілю прокатної сталі.....	24
2.4. Практичний приклад 3. Твердотільне моделювання з використанням примітивів. Булеві операції.....	31
2.5. Практичний приклад 4. Твердотільне моделювання із застосуванням об'ємних примітивів і булевих операцій	39
2.6. Практичний приклад 5. Твердотільне моделювання із застосуванням об'ємних примітивів і булевих операцій	51
2.7. Практичний приклад 6. Твердотільне моделювання із застосуванням об'ємних примітивів, булевих операцій, операцій обернення, масштабування, переміщення, копіювання і відображення.....	65
3. ЛІНІЙНИЙ СТАТИЧНИЙ МІЦНІСНИЙ АНАЛІЗ У ПК ANSYS З ВИКОРИСТАННЯМ МЕТОДУ СКІНЧЕННИХ ЕЛЕМЕНТІВ	83
3.1. Формулювання задачі методами теорії пружності.....	83
3.1.1. Основні поняття і положення теорії пружності.....	85
3.1.2. Теорія напружень і співвідношення статичної рівноваги.....	88
3.1.3. Теорія деформацій та геометричні співвідношення	91
3.1.4. Фізичні співвідношення теорії пружності.....	95
3.1.5. Замкнена система диференційних рівнянь теорії пружності та її розв'язок у загальному випадку	99
3.2. Формулювання задачі методом скінченних елементів	103
3.2.1. Метод скінченних елементів і його основна ідея	103
3.2.2. Знаходження функцій шуканих величин за допомогою МСЕ..	104

3.2.3. Типи скінченних елементів.....	108
3.2.4. Графічне уявлення, характеристики та математичні співвідношення скінченних елементів основних типів.....	108
3.2.5. Створення сітки скінченних елементів.....	120
3.2.6. Узагальнюючі положення.....	121
4. РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ СТАТИЧНОЇ МІЦНОСТІ.....	122
5. ПРАКТИЧНІ ПРИКЛАДИ.....	125
5.1. Практичний приклад 7. Плоский згин балок. Балковий скінченний елемент.....	125
5.2. Практичний приклад 8. Статичний аналіз кронштейна. Розв'язання задачі в припущенні плосконапруженого стану і в об'ємній постановці.....	138
5.3. Практичний приклад 9. Застосування лінійних і квадратичних плоских елементів для статичного аналізу пластинки з отвором.....	154
5.4. Практичний приклад 10. Постановка умов сумісності деформацій при розбитті моделі бруса на несумісні області. Задача статичної міцності вала при навантаженні односпрямованим рівномірно розподіленим поверхневим навантаженням.....	165
5.5. Практичний приклад 11. Статичний аналіз балково-оболонкової конструкції під дією гідростатичного тиску..	182
5.6. Практичний приклад 12. Вісесиметрична задача статичної міцності. Прикладення тиску газу і відцентрових сил.....	195
5.7. Практичний приклад 13. Статичний аналіз зігнутого стрижня. Покрокове прикладення навантаження.....	210
5.8. Практичний приклад 14. Задача згину бруса. Побудова «грубої» і точної впорядкованої SE-сітки. Оцінка похибки.....	221
ВИСНОВОК.....	237
СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ.....	240

Список умовних позначень і скорочень

CAD (Computer-Aided Design) – система автоматизованого проектування (САПР), загальний термін для визначення всіх аспектів проектування з використанням засобів обчислювальної техніки, що зазвичай охоплює створення геометричних моделей виробів, а також генерацію креслень виробу та їх супровід;

CAE (Computer-Aided Engineering) – система автоматизованого інженерного аналізу;

CAM (Computer-Aided Manufacturing) – системи автоматизованої підготовки виробництва;

GUI (Graphical User Interface) – графічний інтерфейс користувача;

WP (Work Plane) – робоча площина;

CE – скінченний елемент;

ПП – практичний приклад;

MCE – метод скінченних елементів;

ПК – програмний комплекс;

СО – система одиниць;

СК – система координат.

ВСТУП

Створення нових варіантів конструкцій або модернізація вже існуючих вимагають або проведення трудомістких і дорогих експериментальних досліджень, або виконання розрахункових експериментів, кінцевою метою яких у більшості випадків є визначення працездатності конструкції [1–12].

Проведення інженерних розрахунків конструкцій, таких як міцнісний статичний або динамічний аналіз, стаціонарний або нестационарний тепловий аналіз та ін., також досить трудомісткий процес, що вимагає спеціальних знань і високої кваліфікації співробітників у різних галузях інженерної діяльності. У загальному випадку час, що витрачається на виконання інженерних розрахунків, перевищує час виконання графічної частини, під якою розуміють створення моделей конструкцій (геометричних твердотільних, тривимірних, складових тощо, а також скінченноелементних).

Основні етапи чисельного дослідження конструкцій:

- 1) побудова фізичної моделі;
- 2) побудова математичної моделі;
- 3) метод дослідження математичної моделі та розрахунки;
- 4) аналіз отриманих результатів.

Побудова фізичної моделі включає ідеалізацію властивостей конструкції і зовнішніх впливів. У загальному випадку конструкція, виготовлена з реального матеріалу, що знаходиться під дією зовнішніх навантажень, може мати багато особливостей, що включають в себе недосконалість форми, несучільність та неоднорідність властивостей матеріалу, особливо в характері зовнішнього навантаження тощо. В практичних розрахунках урахувати всі наявні особливості конструкції, матеріалу і навантаження неможливо.

Тому, приступаючи до практичних розрахунків, дослідник змушений підміняти реальні тіла деякими ідеалізованими об'єктами – «механічними моделями». При цьому фізична модель може бути наділена лише частиною властивостей реальної конструкції, а тому – простіший її математичний опис. Отже, від того, наскільки успішно обрана фізична модель конструкції, залежить, в кінцевому підсумку,

трудомісткість розрахунку і точність його результатів.

Наступним етапом розрахунку є математичний опис поведінки моделі, або побудова математичної моделі. У найзагальніших рисах вона містить вхідні та вихідні дані і математично сформульований оператор переходу від перших до других.

При математичному описі поведінки моделі часто доводиться вводити додаткові спрощуючі припущення про характер окремих властивостей моделі та її матеріалу. Цим пояснюється, зокрема, існування для однієї і тієї ж фізичної моделі декількох різних математичних моделей.

Дослідити математичну модель можна за допомогою різних методів, таких, як узагальнений метод початкових параметрів, метод Рітца, метод сіток, метод колокацій тощо. У теперішній час у більшості програмних комплексів інженерного аналізу використовується метод скінченних елементів [2]. Вибір методу дослідження математичної моделі може істотно позначитися на стійкості алгоритму – чутливості результату розрахунку до похибок обчислювальних операцій.

Таким чином, будь-який чисельний аналіз, до якого належить і МСЕ, вимагає деякої ідеалізації реальної конструкції. Тому, незважаючи на потужний розвиток обчислювальної техніки, результати розрахунків МСЕ не вільні від помилок. Ці помилки можуть виникати або вноситься дослідником при побудові математичної моделі і використанні обраного метода дослідження математичної моделі.

Проте точність результатів розрахункових досліджень конструкцій також багато в чому залежить і від створеної геометричної моделі цієї конструкції, а саме від тих спрощень, які вносяться в неї на етапі фізичного моделювання, а також від того, як безпосередньо виконане геометричне моделювання конструкції. Тут важливим є визначення структури об'єкта, розбиття її на елементи геометричної моделі, вибір типів геометричних примітивів для кожного з них, а також способу моделювання з наявних у пакеті, що використовується.

Якщо в подальшому для проведення досліджень передбачається застосування методу скінченних елементів, то при створенні геометричної моделі цей факт повинен обов'язково враховуватися,

тому що ця модель повинна бути адаптована до передбаченого при використанні способу генерації скінченноелементної сітки і типів скінченних елементів. Наприклад, якщо при створенні об'ємної скінченноелементної моделі будуть використовуватися об'ємні шестигранні скінченні елементи (СЕ) і буде створюватися регулярна (впорядкована) сітка СЕ [3], то геометрична твердотільна модель повинна бути розбита на регулярні області, тобто чотирьох-, п'яти- або шестигранні об'єми.

Крім того, при побудові геометричної моделі необхідно уникати вироджених об'єктів (поверхонь, об'ємів), тому що їх наявність може призвести до виникнення похибок розрахунку значних величин, порівнянних з самими результатами.

У теперішній час побудова моделей конструкцій для подальшого проведення розрахункових досліджень можлива за допомогою великої кількості САД-систем або САПР. Слід зазначити, що вітчизняний термін «САПР» по відношенню до промислових систем має більш широке тлумачення, ніж «САД», бо містить як САД, так і САМ, а іноді і елементи САЕ.

Сучасні САЕ-системи являють собою потужні засоби інженерного аналізу з розвиненим сервісним інструментарієм, які успішно застосовуються для розв'язання всіх практичних задач. У наш час існує велика кількість найрізноманітніших розрахункових пакетів: ANSYS [3-6], MSK NASTRAN [7], COSMOSM і SolidWorks Simulation інтегрований в SolidWorks [8] та ін. Серед них за багатьма критеріями лідируюче місце займає ANSYS, тому що він володіє однією з головних властивостей багатодисциплінарності, тобто можливістю розв'язання за допомогою одного пакета задач з різних областей фізики (механіки, теплофізики, електромагнетизму, гідрогазодинаміки тощо), а також пов'язаних задач.

Тому в рамках курсів «Програмні комплекси проектування та аналізу», «Моделювання об'єктів і процесів в комп'ютерних системах», «Програмні засоби моделювання фізичних процесів» за допомогою пакета ANSYS і пропонуються до виконання практичні приклади, метою яких є набуття практичних навичок створення

геометричних моделей конструкцій та їх аналізу з визначенням напружено-деформованого стану при статичних навантаженнях різного типу для оцінки статичної міцності.

Під час підготовки даного навчального посібника була використана учбова версія програмного комплексу ANSYS Student 2020 R2 (Academic) з вільною ліцензією, яку розміщено на офіційному сайті компанії в розділі ANSYS Free Student Software Downloads [9]. Для виконання моделювання і міцнісного аналізу пропонується до застосування варіант пакета ANSYS Mechanical APDL.

У порівнянні з пакетом Ansys Mechanical в середовищі Ansys Workbench пакет ANSYS Mechanical APDL має переваги через свою гнучкість і високий потенціал автоматизації при створенні складних розрахункових моделей та сценаріїв, написаних з умовними переходами і циклами на мові APDL (Ansys Parametric Design Language). Крім того, він дозволяє при використанні досконало розібратися з можливостями розрахунків на міцність балкових, оболонкових та твердотільних моделей з застосуванням великої кількості спеціальних скінченних елементів різних типів та з урахуванням можливих спрощень, до яких належать площинна та осьова симетрії, плоска постановка задач теорії пружності тощо.

Оволодіння практичними навичками при використанні ANSYS Mechanical APDL дозволяє отримати достатній обсяг знань і чітке розуміння всіх стадій розрахункового процесу для того, щоб згодом розв'язувати задачі з використанням різних засобів інженерного аналізу. Цьому сприяє також те, що розробниками приділено велику увагу довідковій документації, а розділ довідки ANSYS Mechanical APDL досі є одним з найбільш повних за змістом та структурованістю теоретичних і алгоритмічних відомостей для інженерів-розраховувачів.

Цей варіант пакета дає можливість інженеру-розраховувачу повністю контролювати і визначати всі налаштування розв'язувача, реалізовувати абсолютно всі можливості мови APDL для розв'язання зач механіки деформованого твердого тіла при дослідженні об'єктів з не дуже складною геометричною топологією.

1. ПОБУДОВА ГЕОМЕТРИЧНОЇ МОДЕЛІ НА ОСНОВІ МЕХАНІЧНОЇ МОДЕЛІ РЕАЛЬНОЇ КОНСТРУКЦІЇ

Побудова геометричної моделі конструкції входить в етап побудови фізичної моделі, який нерозривно пов'язаний з механічною моделлю конструкції. Тобто, по-перше, пов'язаний з тим, розв'язання якої інженерної задачі передбачається проводити з використанням цієї моделі. По-друге, які спрощення можна внести в модель в зв'язку з використанням тієї чи іншої теорії, і, по-третє, якщо як метод дослідження математичної моделі обрано метод скінченних елементів, то геометрична модель безпосередньо залежить від типів СЕ, які будуть застосовуватися.

Тому, перед тим як приступати до створення геометрії моделі, необхідно визначитися з відповідями на такі запитання [1]:

1. Розділ науки, до якого належить задача.
 2. Тип або постановка задачі. Наприклад, якщо розглядається задача про міцність конструкції при статичному навантаженні, то тип задачі теорії пружності, наприклад, плоска задача.
 3. Чим можна знехтувати при моделюванні і чи можна знизити розмірність задачі, наприклад, за допомогою урахування симетрії?
 4. Яке реальне закріплення і як його адекватно змодельовати?
 5. Який вид навантаження і як його адекватно змодельовати?
- Слід зазначити, що для відповіді на ці запитання необхідно знати обмеження моделей теорії пружності і типів СЕ (див. таблицю 1.1).

Таблиця 1.1 – Відповідність механічної і геометричної моделей

Механічна модель, тип задачі	Геометрична модель
Тривимірне тіло	об'єми
Оболонки	поверхні
Пластини (тонкі, товсті)	поверхні
Плоско-деформований стан	поверхні
Плоско-напружений стан	поверхні
Балки, стрижні	лінії

У таблиці 1.1 надано механічні моделі, типи (постановки) задач про міцність елементів конструкцій при статичному навантаженні та геометричні моделі, що відповідають цим постановкам.

1.1. Загальні відомості про організацію ПК ANSYS

Програмний комплекс (ПК) ANSYS Mechanical APDL допускає два режими роботи: пакетний (Batch) та інтерактивний (Interactive).

При пакетному режимі робота ANSYS-програми задається програмою користувача, яка може бути занесена в текстовий файл як послідовність команд. Цей режим особливо ефективний при розв'язанні задач, які потребують постійного зв'язку з комп'ютером.

Інтерактивний режим передбачає постійну взаємодію з комп'ютером у такій послідовності: запуск команди, виконання її програмою з відміткою, що вона виконана, потім запуск іншої команди і т.д. У даному посібнику при моделюванні буде використовуватися саме інтерактивний режим, тому що він дозволяє використовувати найбільш придатні властивості графічного режиму, порядкові підказки, системне меню, графічний вибір об'єктів та ін.

При роботі в інтерактивному режимі діалог користувача з програмою здійснюється через багатовіконний «Графічний інтерфейс користувача» (GUI), меню якого являє собою перелік кількох логічно пов'язаних процедур керування програмою, розташованих в окремих розділах цього інтерфейсу (рис. 1.1). При цьому існують декілька засобів введення інструкцій для програми.

Перший засіб (1) являє собою декілька меню, а саме: меню утиліт (Utility Menu), що містить низку інструментів для роботи з файлами, виведення інформації, як в графічному вигляді, так і в текстовому, задання різних налаштувань тощо, а також головне меню (Main Menu), яке перераховує основні функції програми, що групуються в розташовані збоку спливаючі (динамічні) меню, вид яких залежить від просування по програмі.

Другий засіб (2) – це графічна область (Graphics), що являє собою частину інтерфейсу для виведення графічної інформації та графічного вибору об'єктів під час взаємодії користувача з програмою

через деякі меню. При цьому в лівій нижній частині інтерфейсу можуть з'являтися повідомлення-підказки програми щодо очікуваних дій.

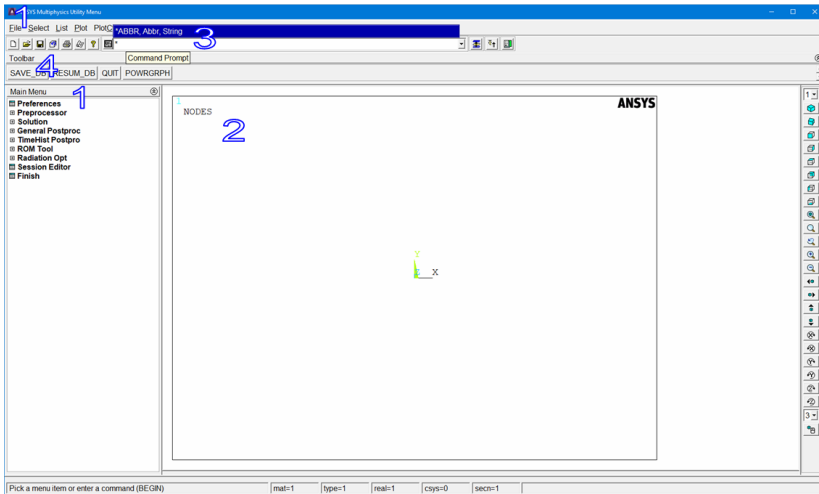


Рисунок 1.1 – Зовнішній вигляд графічного інтерфейсу користувача (GUI)

Третій (3) – це командний рядок (Command Window або Command Promt), який призначений для безпосереднього текстового введення команд зі спливаючою областю підказок під час набору команд.

І нарешті, четвертий (4) допоміжний засіб – це лінійка інструментів (Toolbar), яка призначена для розміщення піктограм команд, що часто використовуються, або їх наборів. Існує ще одне окреме вікно – це вікно виведення (Output), яке фіксує відгук програми на команди і дії користувача.

1.2. Можливості геометричного моделювання в ПК ANSYS

Засоби геометричного моделювання (або препроцесінга) ПК ANSYS дозволяють реалізувати такі можливості:

1. Створення геометричних моделей зверху-вниз (операції з геометричними примітивами) і знизу-вгору (точки – лінії – поверхні – об'єми). Тобто побудова твердотільної моделі можлива в ПК ANSYS

двома шляхами: за допомогою набору готових плоских (круг або круговий сегмент, багатокутник та ін.) і об'ємних примітивів (паралелепіпед, циліндр та ін.), або послідовною «висхідною» побудовою, починаючи з опорних точок, за ними ліній або сплайнів, далі поверхонь і нарешті об'єму твердого тіла. Для побудови моделі можна вибрати будь-який з цих методів або використовувати їх комбінацію.

2. Незалежно від засобу побудови моделі, яка використовується, є можливість застосування операцій булевої алгебри для об'єднання наборів даних і за рахунок цього створення «скульптури» моделі. Програма має набір таких булевих операцій, як додавання, віднімання, перетин, поділ, склеювання і об'єднання. Булеві операції можуть застосовуватися як над моделями, що створені безпосередньо в ПК ANSYS, так і над імпортованими моделями.

3. Можливість використання засобів твердотілого моделювання, які дозволяють «буксувати», «видавлювати» або екструдувати, обертати, переміщати або копіювати об'єкти моделі.

4. Можливість використання при моделюванні різних систем координат (декартова, циліндрична, сферична та ін.).

5. Зв'язок з більшістю CAD-систем і можливість імпортування геометрії за допомогою файлів декількох стандартів, серед яких: IGES (розширення *.igs), CATIE (розширення *.model), ACIS (розширення *.sat), PARASOLID (розширення *.x_t), PTC Creo Parametric – раніше Pro/ENGINEER (розширення *.prt для деталі або *.asm для збірки), NX – раніше Unigraphics» (розширення *.prt для деталі).

6. Можливість злиття декількох геометричних моделей в одну (як власних, так і імпортованих з різнорідних CAD-систем).

7. Можливість використання командних файлів або макросів при створенні геометрії.

8. Можливість параметричного задання геометрії для подальшої оптимізації конструкції.

1.3. Засоби побудови геометричної моделі в ПК ANSYS

Геометричне моделювання в інтерактивному режимі роботи ПК ANSYS здійснюється за допомогою препроцесора, доступ до якого, як і

до більшості процесорів здійснюється через **Main Menu**, кожен пункт меню якого запускає той чи інший процесор, що виконує свої функції. Доступ до команд препроцесора зокрема проводиться через підменю **Main Menu > Preprocessor**, а команди моделювання зібрані в його розділі (підменю) **Modeling**.

Як вже раніше зазначалося, при геометричному моделюванні створення геометрії відбувається за допомогою геометричних примітивів (точки, лінії, поверхні, об'єми).

При цьому для створення або видалення примітивів використовуються підменю **Create** і **Delete** відповідно.

Підменю **Create**:

- > **Keypoints** – точки;
- > **Lines** – побудова ліній;
 - > **Lines** – лінії;
 - > **Arcs** – дуги;
 - > **Splines** – сплайни;
 - > **Line Fillet** – скруглення ліній;
- > **Areas** – побудова поверхонь;
 - > **Arbitrary** – поверхні довільно;
 - > **Rectangle** – прямокутник;
 - > **Circle** – окружність;
 - > **Polygon** – багатокутник;
 - > **Area Fillet** – скруглення поверхонь;
- > **Volumes** – побудова об'ємів;
 - > **Arbitrary** – обмежений поверхнями або точками вершин;
 - > **Block** – прямокутний паралелепіпед;
 - > **Cylinder** – суцільний або порожній циліндр, сектор циліндра;
 - > **Prism** – правильна призма;
 - > **Sphere** – суцільна або порожниста сфера, сектор сфери;
 - > **Cone** – конус, усічений конус, сектор конуса;
 - > **Torus** – суцільний або порожнистий тор, сектор тора...

Підменю **Delete**:

- > **Keypoints** – точки;
- > **Hard Points** – строго визначені («жорсткі») точки;

- > **Lines Only** – тільки лінії;
- > **Lines and Below** – лінії і точки, що пов'язані тільки з цими лініями;
- > **Areas Only** – тільки поверхні;
- > **Areas and Below** – поверхні, а також точки і лінії, що пов'язані тільки з цими поверхнями;
- > **Volumes Only** – тільки об'єми;
- > **Volumes and Below** – об'єми, а також точки, лінії і поверхні, що пов'язані тільки з цими об'ємами.

Незалежно від засобу побудови моделі, що використовується, більшість операцій виконується на «робочій площині».

Робоча площина (Work Plane) – це плоска координатна система (прямокутна або полярна), де будуються окремі складові частини моделі або модель цілком. За замовчуванням робоча площина прив'язується до декартової системи координат. На екрані вона може мати вигляд регулярної сітки сірого кольору. Робочу площину можна зрушувати та/або повертати відносно її поточного стану, задаючи зсув або поворот в напрямках координат XYZ, переміщати в зазначені точки, вузли і т.д. Нову робочу площину можна зв'язати з активною системою координат (локальною або глобальною).

Управління робочою площиною і системами координат здійснюється через підміню **Utility Menu > WorkPlane:**

- > **Display Working Plane** – відобразити робочу площину;
- > **Show WP Status** – показати положення робочої площини;
- > **WP Settings...** – властивості робочої площини;
- > **Offset WP by Increments...** – перенесення за приростом;
- > **Offset WP to** – перенести робочу площину в точку, вузол і т.д.;
- > **Align WP with** – сумістити робочу площину з визначеною СК;
- > **Change Active CS to** – змінити активну систему координат;
- > **Change Display CS to** – змінити зображення системи координат;
- > **Local Coordinate Systems** – задання локальних систем координат.

Як вже зазначалося, при створенні поверхонь або об'ємів можна використовувати булеві операції та операції витягування, обертання і масштабування, а також операції копіювання, переміщення і відображення.

Робота з булевими операціями, а також з операціями витягування, обертання і масштабування здійснюється за допомогою підменю головного меню **Main Menu > Preprocessor > Modeling > Operate**:

> **Extrude** – витягування або обертання;

> **Extend Line** – продовження ліній;

> **Booleans** – булеві операції:

> **Intersect** – перетин;

> **Add** – об'єднання;

> **Subtract** – віднімання;

> **Divide** – ділення;

> **Glue** – склеювання;

> **Overlap** – перекриття;

> **Partition** – ділення;

> **Settings...** – установлення параметрів булевих операцій;

> **Show Degeneracy** – відображення виродженої геометрії;

> **Scale** – масштабування;

> **Calc Geom Items** – геометричні обчислення (відстань, довжина).

Моделювання із застосуванням копіювання, переміщення і відображення здійснюється за допомогою підменю головного меню **Main Menu > Preprocessor > -Modeling- Copy, Move/Modify** и **Reflect** відповідно.

Підменю **Copy, Reflect, Move/Modify** (основні пункти):

> **Keypoints** – точки;

> **Lines** – лінії;

> **Areas** – поверхні;

> **Volumes** – об'єми ...

При моделюванні слід враховувати, що якщо побудова геометричних примітивів здійснюється в спеціальній плоскій системі координат – Work Plane, в якій вісь z служить тільки для задання висоти об'ємних примітивів, то копіювання, переміщення і відображення виконуються в активній системі координат, за яку може бути обрана декартова, циліндрична, сферична, робоча площина або локальна система координат, створена користувачем.

2. ПРАКТИЧНІ ПРИКЛАДИ

2.1. Загальні положення

Метою виконання практичних прикладів є закріплення теоретичних знань та отримання практичних навичок створення геометричних моделей, а також проведення статичного міцнісного аналізу елементів реальних конструкцій за допомогою ПК ANSYS.

Кожен практичний приклад складається з таких розділів:

1. Тема практичного прикладу і короткий перелік команд, операцій, застосування яких у даному прикладі демонструються.
2. Постановка задачі (ілюструється кресленнями з поясненнями).
3. Вихідні дані за варіантами.
4. Методика виконання практичного прикладу.
5. Контрольні запитання.

У методичі є багато пунктів, що містять два способи введення інструкцій для програми і дозволяють виконати потрібні дії. Перший з них полягає у використанні пунктів меню графічного інтерфейсу користувача і позначений аббревіатурою **GUI**. Другий – у використанні команд, імена яких разом зі значенням аргументів вводяться в командний рядок **Command Promt.** Ім'я команди і кожен аргумент відокремлюються комами. Коми, які йдуть одна за одною, можуть бути використані для пропуску поля. В цьому випадку для даного аргументу приймається значення за замовчуванням відповідно до опису команди.

Команда, що відповідає пункту меню **GUI**, наводиться після слова **Command(s)**. Слід зазначити, що при використанні першого способу, тобто при використанні пунктів меню, значення аргументів відповідної йому команди вводяться і підтверджуються (за допомогою **OK** або **Apply**) послідовно. При цьому вимога введення кожного з аргументів супроводжується підказкою, яка відображається в лівому нижньому куті інтерфейсу. Більш детальну інформацію про будь-яку команду та її параметри можна отримати, звернувшись за довідкою за допомогою кнопки **Help** в панелях діалогу даної команди.

Доступ до деяких команд з меню неможливий. Прикладом може служити команда установки системи одиниць (CO) **/UNITS, Lab**, де аргумент **Lab** може набувати одного з наступних значень **SI** – міжнародна система одиниць **SI**, **CGS** – система одиниць **КГС**, **BFT** і **BIN** – британські **CO**, що використовують фути і дюйми відповідно.

2.2. Практичний приклад 1. Побудова стрижневої конструкції

1) **Тема:** Побудова стрижневої конструкції методом висхідного моделювання (використання геометричних примітивів точка, лінія).

2) **Постановка задачі:** Засобами ПК ANSYS побудувати дві стрижневі (балкові) конструкції (завдання 1 і 2) заданого вигляду [3] (побудову провести в системі одиниць СИ).

3) **Вихідні дані:** Для завдання 1 схема конструкції зображена на рис. 2.1, а розміри стрижнів (відстані між точками) наведені в таблиці 2.1, а для завдання 2 – на рис. 2.2 і в таблиці 2.2.

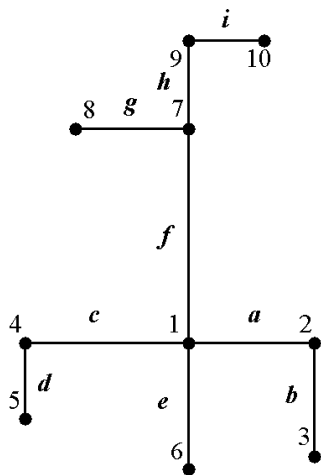


Рисунок 2.1 – Схема стрижневої конструкції для завдання 1

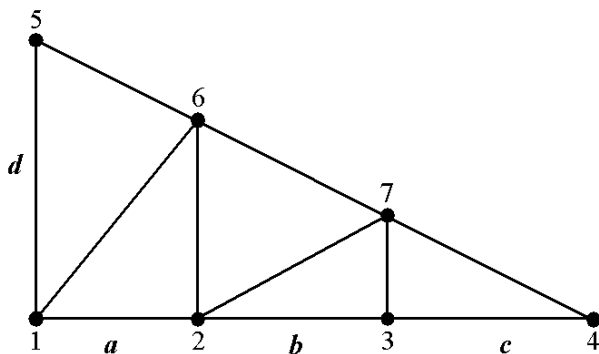


Рисунок 2.2 – Схема стрижневої конструкції для завдання 2

Таблиця 2.1 – Геометричні розміри для завдання 1

Відстань між точками за варіантами [см]	№ варіанта									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<i>a</i>	10	12	15	7	5	10	10	17	15	10
<i>b</i>	20	23	25	18	15	22	25	20	25	10
<i>c</i>	15	17	15	18	10	12	20	15	10	15
<i>d</i>	10	10	15	12	10	17	20	17	15	10
<i>e</i>	25	23	30	22	20	27	20	18	15	15
<i>f</i>	40	37	45	40	35	37	35	42	30	35
<i>g</i>	15	17	10	22	20	17	10	20	25	25
<i>h</i>	15	12	20	17	15	15	10	15	20	25
<i>i</i>	20	20	10	15	15	18	15	18	10	25

Таблиця 2.2 – Геометричні розміри для завдання 2

Відстань між точками за варіантами [см]	№ варіанта									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<i>a</i>	12	10	7	10	15	10	9	5	10	15
<i>b</i>	24	25	21	10	25	20	18	15	22	25
<i>c</i>	18	20	14	15	15	15	21	10	12	10
<i>d</i>	20	30	20	20	20	20	30	20	30	30

4) Методика виконання завдання 1:

Eman 1 – Вхід у програму.

1. Вхід в інтерактивний режим: «Пуск» > «Програми» > «ANSYS 2020 R1» > «Mechanical APDL Product Launcher» (задати – *License*: ANSYS Multiphysics; вкладка *File Management*: робочу директорію, ім'я задачі, наприклад, **LabWork01frm**, і вкладка *Customization/Preferences*: графічний драйвер, наприклад, **win32**).

2. Запуск сесії: **Run** (рис. 2.3).

3. Вибір системи одиниць:

Command(s): /UNITS, Lab (в командному рядку **Command Prompt**), для системи одиниць **SI** – **/UNITS, Si** .

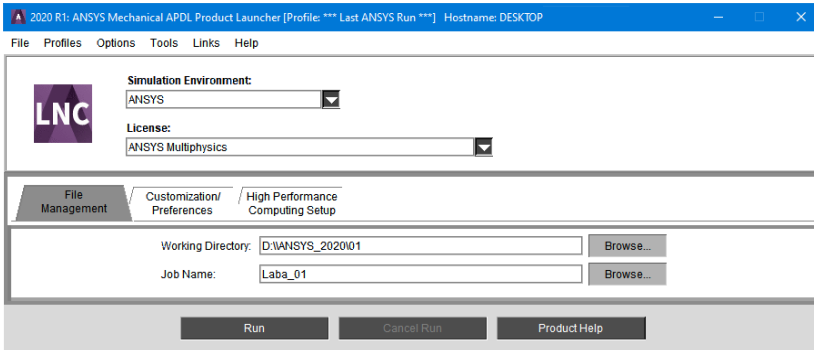


Рисунок 2.3 – Вхід в інтерактивний режим

Етап 2 – Побудова моделі.

4. Створення **ключових точок за координатами** в активній системі координат:

GUI: Main Menu > Preprocessor > Modeling > Create> Keypoints > In Active CS .

При цьому необхідно задати такі параметри: **NPT** – номер ключової точки та її координати **X, Y, Z** (оскільки створюється плоска модель, то для всіх точок **Z=0**, а **X, Y** – відповідно до варіанта завдання) (рис. 2.4).

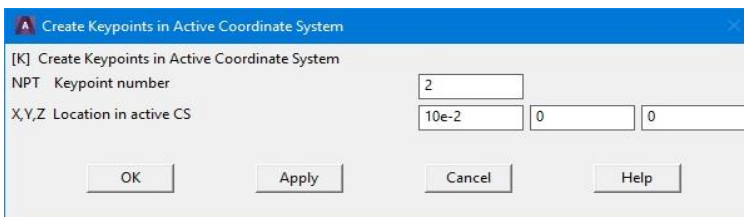


Рисунок 2.4 – Створення ключових точок за координатами

Увага! При введенні координат з переведенням у систему СІ може використовуватися декілька рівнозначних форм запису десяткового дробу, наприклад, $10 \text{ [cm]} = 10/100 = 0.01 = 10\text{e-}2 \text{ [m]}$. Роздільником цілої і дробової частини десяткового дробу в ANSYS завжди є точка «.»,

незалежно від системного роздільника. Кома «,» служить для поділу параметрів команд.

Увага! Якщо точка з номером **NPT** вже існує, то вона перевизначається (в разі якщо не пов'язана з лінією).

5. При необхідності для видалення ключових точок можна скористатися пунктом меню:

GUI: Main Menu > Preprocessor > Modeling > Delete > Keypoints .

6. Задання способу графічного відображення ключових точок:

GUI: Utility Menu > PlotCtrls > Numbering (вибрати **KP=On** і **Numbering show with= Colors & numbers**) і відображення на екрані створених точок з їх номерами (рис. 2.5):

GUI: Utility Menu > Plot > Keypoints .

7. Виведення списку ключових точок і їх координат для перевірки правильності їх побудови:

GUI: Utility Menu > List > Keypoints (та обрати **Coordinates Only**) – рис. 2.6.

8. Створення ліній за двома ключовими точками:

GUI: Main Menu > Preprocessor > Modeling > Create > Lines > Lines > In Active Coord .

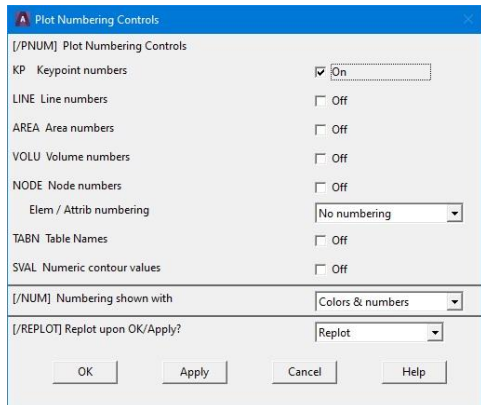


Рисунок 2.5 – Задання параметра для відображення номерів точок

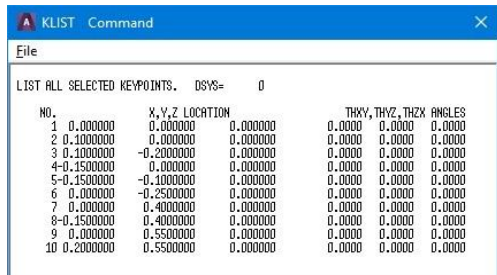


Рисунок 2.6 – Виведення списку створених точок

Далі курсором необхідно виділити дві точки, між якими повинна бути створена лінія, і побудувати лінію (**Apply**). Виділення точок проводиться при установці **Pick**, скасування виділення при **Unpick**. Перейти з одного режиму до іншого можливо за допомогою правої кнопки маніпулятора «миша» (рис. 2.7).

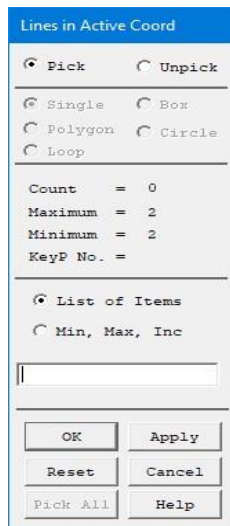


Рисунок 2.7

9. При необхідності для видалення тільки ліній (або ліній разом з точками, що їм належать) можна скористатися пунктом меню:

GUI: Main Menu > Preprocessor > Modeling > Delete > Line Only (або **Lines Only and Below**) – видалити тільки лінії (видалити лінії та точки, що їх обмежують).

10. **Відобразити на екрані** побудовані лінії можна за допомогою підменю:

GUI: Utility Menu > Plot > Lines, завчасно зробивши відповідні налаштування в підменю:

GUI: Utility Menu > PlotCtrls > Numbering (LINE=On).

11. Для перевірки правильності введення ключових точок треба вивести їх список:

GUI: Utility Menu > List > Lines (обрати Orientation KP) (рис. 2.8).

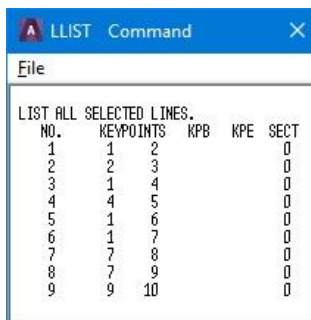


Рисунок 2.8

5) Методика виконання завдання 2:

1. Виконати завдання 2 за тією ж методикою, попередньо зберігши результати:

GUI: Utility Menu > File > Save as Jobname.db, змінивши ім'я задачі:

GUI: Utility Menu > File > Change Jobname ([/FILNAM]=нове ім'я, New log...=Yes)

та очистивши поточну базу:

GUI: Utility Menu > File > Clear & Start New (Read start.ans...=Read file).

Увага! Геометрична модель у завданні 2 повинна складатися з 7 ключових точок і 11 ліній, при цьому для виконання завдання 2 розглянутих вище команд цілком достатньо.

2. У разі виникнення необхідності в полях, в яких задаються значення аргументів, можуть вводитися не тільки числа, а й математичні вирази з використанням таких функцій:

+, -, *, / – додавання, віднімання, множення, ділення;

ABS(x) – абсолютне значення x (модуль);

$x**y$ – x в степені y ;

SQRT(x) – корінь квадратний з x ;

EXP(x) – e в степені x ;

LOG(x) – натуральний логарифм $\ln(x)$;

LOG10(x) – десятковий логарифм $\log_{10}(x)$;

MOD(x,y) – залишок від ділення x/y ;

SIN(x), COS(x), TAN(x) – синус, косинус і тангенс x відповідно;

ASIN(x), ACOS(x), ATAN(x) – арксинус, арккосинус і арктангенс x відповідно;

SINH(x), COSH(x), TANH(x) – гіперболічний синус, косинус і тангенс x відповідно.

Контрольні запитання

1. У яких одиницях у системі одиниць СІ вимірюється відстань?
2. У якій системі координат задаються координати створюваних точок та у якій будуються лінії?
3. Як відключити нумерацію точок і ліній, залишивши активним виділення кольором?
4. Який пункт меню дозволяє разом з лініями видаляти точки, що належать їм і не належать іншим геометричним об'єктам (лініям, поверхням, об'ємам)?
5. Якими способами можна визначити координати точок 6 і 7?

2.3. Практичний приклад 2. Побудова перерізу профілю прокатної сталі

1) **Тема:** Створення поверхні по замкнутому контуру (демонструється використання геометричних примітивів: точка, лінія, побудова лінії під кутом до існуючої лінії і створення поверхні методом висхідного моделювання).

2) **Постановка задачі:** Засобами ПК ANSYS побудувати переріз швелера з ухилом внутрішніх граней полиць – завдання 1 і переріз двотаврової балки – завдання 2, ГОСТ 8240(39)-72 [10, с. 391–392] (побудову провести в системі одиниць СІ, одиниці вимірювання кутів – градуси).

3) **Вихідні дані:** Для завдання 1 креслення перерізу зображено на рис. 2.9,а, а геометричні розміри наведено в таблиці 2.3, а для завдання 2 – на рис. 2.9,б і в таблиці 2.4.

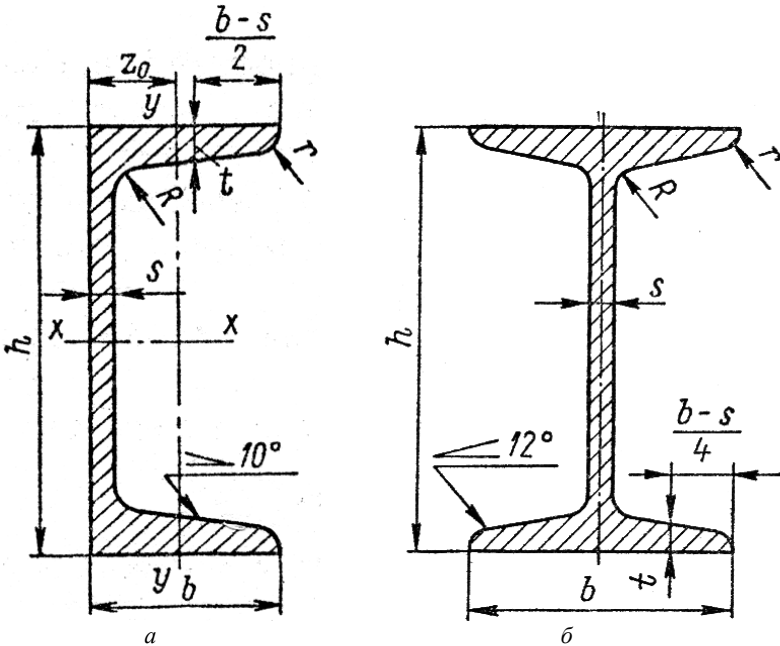


Рисунок 2.9 – Креслення перерізу [10, с. 391-392]:

а – швелера (завдання 1); б – балки двотаврової (завдання 2)

Пояснення:

1. На кресленнях значком \angle позначений кут ухилу внутрішніх полиць швелера і двотаврової балки.
2. Перетин x і y є центром мас (ваги) перерізу.

Таблиця 2.3 – Геометричні розміри перерізу швелера

Параметри за варіантами	№ варіанта									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Номер швелера	5	6.5	8	10	12	14	16	18	20	22
h [мм]	50	65	80	100	120	140	160	180	200	220
b [мм]	32	36	40	46	52	58	64	70	76	82
s [мм]	4.4	4.4	4.5	4.5	4.8	4.9	5.0	5.1	5.2	5.4
t [мм]	7.0	7.2	7.4	7.6	7.8	8.1	8.4	8.7	9.0	9.5
R [мм]	6.0	6.0	6.5	7.0	7.5	8.0	8.5	9.0	9.5	10.0
r [мм]	2.5	2.5	2.5	3.0	3.0	3.0	3.5	3.5	4.0	4.0
Площа S [см ²]	6.16	7.51	8.98	10.9	13.3	15.6	18.1	20.7	23.4	26.7
z_0 [см]	1.16	1.24	1.31	1.44	1.54	1.67	1.80	1.94	2.07	2.21

Таблиця 2.4 – Геометричні розміри двотаврової балки

Параметри за варіантами	№ варіанта									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Номер профілю	10	12	14	16	18	20	22	24	27	30
h [мм]	100	120	140	160	180	200	220	240	270	300
b [мм]	55	64	73	81	90	100	110	115	125	135
s [мм]	4.5	4.8	4.9	5.0	5.1	5.2	5.4	5.6	6.0	6.5
t [мм]	7.2	7.3	7.5	7.8	8.1	8.4	8.7	9.5	9.8	10.2
R [мм]	7.0	7.5	8.0	8.5	9.0	9.5	10.0	10.5	11.0	12.0
r [мм]	2.5	3.0	3.0	3.5	3.5	4.0	4.0	4.0	4.5	5.0

4) Методика виконання завдання 1:

Eman 1 – Вхід у програму.

1. Вхід в інтерактивний режим: «Пуск» > «Програми» > «ANSYS 2020 R1» > «Mechanical APDL Product Launcher» (задати – *License*: ANSYS Multiphysics; вкладка *File Management*: робочу директорію, ім'я задачі, наприклад, **LabWork02chn**, і вкладка *Customization/Preferences*: графічний драйвер, наприклад, **win32**).

2. Запуск сесії: **Run**.

3. Вибір системи одиниць:

Command(s): /UNITS, Lab (в командному рядку **Command Promt**), для системи одиниць СІ – /UNITS, Si .

4. Вибір одиниць вимірювання кутів:

GUI: Utility Menu > Parameters > Angular Units (обрати градуси – DEG);

Command(s): *AFUN, Lab (задати градуси – Lab=DEG).

Eman 2 – Побудова моделі.

5. Створення **ключових точок** 1–10, позначених на рис. 2.10, за координатами в активній системі координат:

GUI: Main Menu > Preprocessor > Modeling > Create > Keypoints > In Active CS .

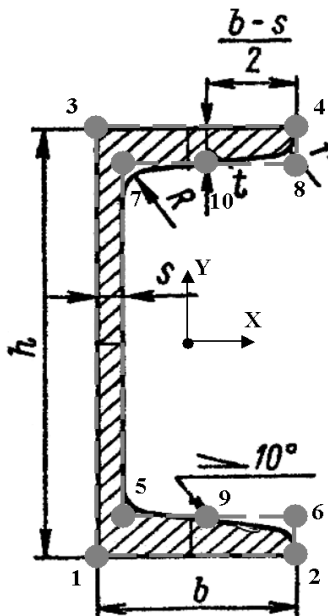


Рисунок 2.10 – Побудова 10-ти точок перерізу швелера

При цьому необхідно встановити такі параметри: **NPT** – номер ключової точки і її координати **X**, **Y**, **Z** (оскільки будується плоска

модель, то для всіх точок $Z = 0$, а X, Y – відповідно до варіанта завдання).

Увага! Якщо точка з номером NPT вже існує, то вона перевизначається заново даною командою (якщо не прив'язана до лінії).

6. Створення **ліній** по побудованих 10-ти точках (паралельні осям системи координат):

GUI: Main Menu > Preprocessor > Modeling > Create > Lines > Lines > In Active Coord (курсором виділити дві точки, між якими повинна бути створена лінія, і побудувати цю лінію > **Apply**).

7. При необхідності для **видалення ключових точок** (ліній), можна скористатися пунктом меню:

GUI: Main Menu > Preprocessor > Modeling > Delete > Keypoints (Lines Only).

8. Задання способу графічного відображення точок та ліній:

GUI: Utility Menu > PlotCtrls > Numbering (обрати KP=On і Lines=On) та Numbering show with=Colors & numbers) і відображення їх на екрані разом з їх номерами:

GUI: Utility Menu > Plot > Keypoints (або **Lines**).

9. Виведення списку ключових точок та їх координат, а також ліній і точок, за якими вони побудовані, для перевірки правильності побудови:

GUI: Utility Menu > List > Keypoints (або **Lines**).

10. Побудова ліній, що проходить через точки 9, 10 (див. рис. 2.10) і під кутом до відповідних ліній, як показано на рис. 2.11,*a*:

GUI: Main Menu > Preprocessor > Modeling > Create > Lines > Lines > At angle to line (вказати лінію > **OK** > вказати точку > **OK** > задати кут > **OK**);

Command(s): LANG, NL1, P3, ANG, PHIT, LOCAT, де **NL1** – номер лінії, до якої під кутом **ANG** будується нова лінія, **P3** – номер точки, через яку проводиться нова лінія, **PHIT** – номер нової точки, яка створюється на існуючій прямій, яку ця точка ділить в пропорції **LOCAT**, при цьому **LOCAT** вказується приблизно.

Увага! Необхідно створити чотири лінії, що проходять через точки 9 або 10 (рис. 2.10) під кутами до відповідних вертикальних ліній. Кути

залежно від послідовності з'єднання точок при побудові цих ліній (тобто від напрямку ліній) можуть мати значення $90 \pm 10^\circ$. **ANG** дорівнює куту між позитивними напрямками ліній. Їх можна відобразити за допомогою:

GUI: Utility Menu > PlotCtrls > Symbols (LDIR=On).

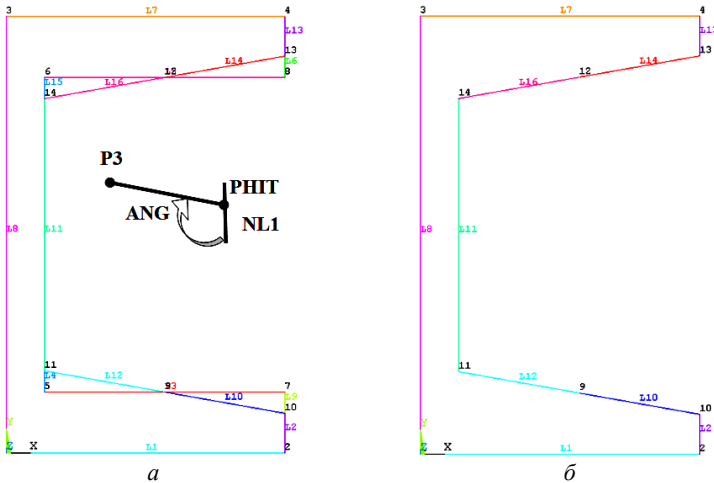


Рисунок 2.11 – Побудова полиць швелера під нахилом:

- a* – побудова ліній під кутом до існуючих і ілюстрація до команди [LANG];
- б* – модель після видалення непотрібних ліній

11. **Видалення непотрібних ліній і точок**, із залишенням тільки ліній, що показані на рис. 2.11,б.

12. Побудова плавних скруглень між двома пересічними лініями, як показано на рис. 2.12 з радіусами, зазначеними в таблиці 2.3:

GUI: Main Menu > Preprocessor > Modeling > Create > Lines > Line Fillet ;

Command(s): LFILLT, NL1, NL2, RAD, PCENT, де **NL1, NL2** – номери ліній, **RAD** – радіус, **PCENT** – номер центральної точки, яка створюється, якщо **0** – центральна точка не створюється.

Увага! Якщо при виконанні команди виникає помилка, то необхідно підібрати менший радіус *r*, при якому вона буде виконана.

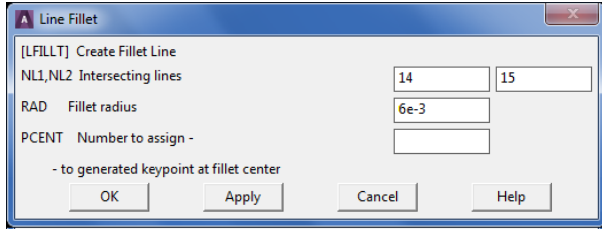


Рисунок 2.12 – Створення скруглень

13. Створення поверхні, обмеженої лініями (периметром):

GUI: Main Menu > Preprocessor > Modeling > Create > Areas > Arbitrary > By Lines ;

Command(s): AL, L1, L2, L3, L4, L5, L6, L7, L8, L9, L10, де L1-L10 – номери ліній.

14. Задання способу відображення графічних об'єктів – точок, ліній, поверхонь:

GUI: Utility Menu > PlotCtrls > Numbering (обрати KP=On, Line=On, Areas=On)

і відображення всіх графічних об'єктів на екрані одночасно:

GUI: Utility Menu > Plot > Multi-Plot .

15. Розрахунок площі отриманої поверхні.

GUI: Main Menu>Preprocessor> Modeling > Operate > Calc Geom Items > Of Areas (Fine facets);

Command(s): ASUM, LAB, де LAB – степінь теселяції (замощення).

Звірити з наведеними в таблиці 2.3 – площу перерізу (**TOTAL SURFACE AREA OF ALL SELECTED AREAS**) і координату центра ваги перерізу (**CENTER OF MASS**, перетин осей x і y – див. рис. 2.9).

5) Методика виконання завдання 2:

1. **Виконати завдання 2** за тією ж методикою, попередньо зберігши результати:

GUI: Utility Menu > File > Save as Jobname.db ,

змінивши ім'я задачі:

GUI: Utility Menu > File > Change Jobname ([/FILNAM]=нове ім'я, New log...=Yes)

та очистивши поточну базу

GUI: Utility Menu > File > Clear & Start New (Read start.ans...=Read file).

Контрольні запитання

1. В яких одиницях у системі одиниць СІ вимірюється відстань між точками, довжина ліній і площа поверхонь?
2. В якій системі координат задаються координати створюваних точок і в якій будуються лінії?
3. Як відключити виділення кольором точок і ліній, залишивши активну нумерацію цих об'єктів?
4. Який пункт меню дозволяє відобразити на екрані не тільки один тип геометричних об'єктів, таких, як точки, лінії, поверхні, а й всі геометричні об'єкти одночасно?
5. Де знаходиться центр ваги перерізу двотаврової балки, зображеної на рис. 2.9,б?

2.4. Практичний приклад 3. Твердотільне моделювання з використанням примітивів. Булеві операції

1) **Тема:** Створення поверхні з застосуванням плоских примітивів і булевих операцій (демонструється використання плоских геометричних примітивів – прямокутник, круговий сегмент і створення поверхні методом спадного твердотільного моделювання).

2) **Постановка задачі:** Засобами ПК ANSYS побудувати проекції в плані кронштейна – завдання 1 і шліцьової гайки [10, с. 347] – завдання 2 (побудову провести в СО – СІ, одиниці вимірювання кутів – градуси).

3) **Вихідні дані:** Для завдання 1 геометрія кронштейна зображена на рис. 2.13, а геометричні розміри наведені в таблиці 2.5, а для завдання 2 – на рис. 2.14 і в таблиці 2.6.

Таблиця 2.5 – Геометричні розміри кронштейна

Параметри за варіантами	№ варіанта									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
H_1 [мм]	50	55	60	50	55	60	45	80	70	60
d_1 [мм]	20	30	30	25	25	20	15	40	30	30
B_1 [мм]	70	80	75	70	80	75	60	90	70	90
H_2 [мм]	60	50	55	50	60	55	40	80	60	70
d_2 [мм]	30	25	20	20	25	20	15	40	30	35
B_2 [мм]	100	110	90	100	95	110	80	120	120	100
R_1, h [мм]	5	7	5	7	5	7	5	7	5	7

Таблиця 2.6 – Геометричні розміри шліцьової гайки

Параметр	№ варіанта									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
D [мм]	50	55	60	50	55	60	45	80	70	60
d [мм]	20	30	30	25	25	20	15	40	30	30
b [мм]	5	7	5	7	5	7	5	7	5	7
h [мм]	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
D_c	$D_c=(D+d)/2$									
D_a	$D_a=h$									

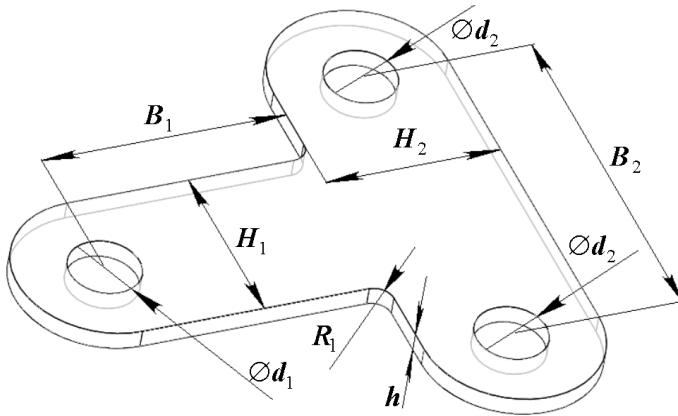


Рисунок 2.13 – Геометрія кронштейна

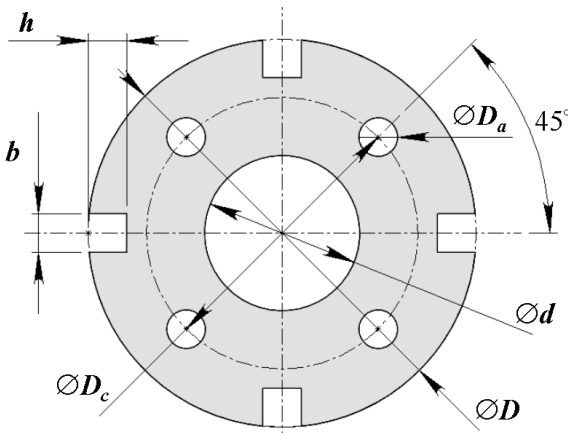


Рисунок 2.14 – Креслення шліцьової гайки

4) Методика виконання завдання 1:

Eman 1 – Вхід у програму.

1. Вхід в інтерактивний режим: «Пуск» > «Програми» > «ANSYS 2020 R1» > «Mechanical APDL Product Launcher» (задати – *License*: ANSYS Multiphysics; вкладка *File Management*: робочу директорію, ім'я задачі, наприклад, *LabWork03brc*, і вкладка *Customization/Preferences*: графічний драйвер, наприклад, *win32*).

2. Запуск сесії: **Run**.

3. Вибір системи одиниць:

Command(s): /UNITS, Lab (в командному рядку **Command Prompt**), для системи одиниць СІ – /UNITS, Si .

4. Вибір одиниць вимірювання кутів:

GUI: Utility Menu > Parameters > Angular Units (обрати градуси – DEG);

Command(s): *AFUN, Lab (задати градуси – Lab=DEG).

Eman 2 – Побудова моделі.

У цьому завданні модель створюється за допомогою геометричних примітивів. Проекція кронштейна може бути побудована за допомогою комбінацій таких примітивів: двох прямокутників, кругових секторів і повних кругів з подальшим застосуванням до них булевих операцій [3]. Оскільки модель симетрична відносно, наприклад, координатної площини Oxz , то можлива побудова половини кронштейна (рис. 2.15) з подальшим відображенням відносно координатної площини для створення повної моделі.

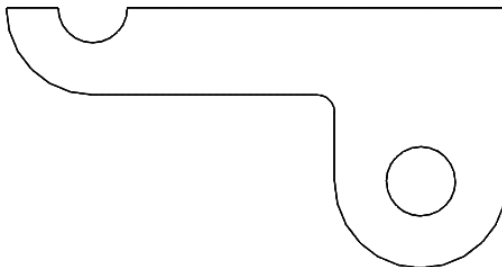


Рисунок 2.15 – Симетрична частина моделі

5. Спочатку будуються «скелет» конструкції – два прямокутника (рис. 2.16). Існує декілька способів генерації цих геометричних об'єктів. Запропонований тут спосіб – це створення прямокутника однією командою за його розмірами, які визначаються кутівими точками 1, 2 і 1, 3, з урахуванням паралельності сторін координатним осям. Альтернативний спосіб – побудова геометрії «знизу-вгору», починаючи з нульвимірних примітивів (ключових точок **Keypoints**), по них одновимірних (ліній **Lines**), далі двовимірних (поверхонь **Areas**) (див. ПП 1 і ПП 2) і тривимірних (об'ємів **Volumes**).

Побудова двох прямокутників, що визначають «скелет» конструкції по двох вершинах на одній діагоналі (див. рис. 2.16):

GUI: Main Menu > Preprocessor > Modeling > Create > Areas > Rectangle > By Dimensions ;

Command(s): RECTNG, X1, X2, Y1, Y2 – прямокутник за координатами кутових точок, розташованих на одній діагоналі **X1, X2, Y1, Y2**.

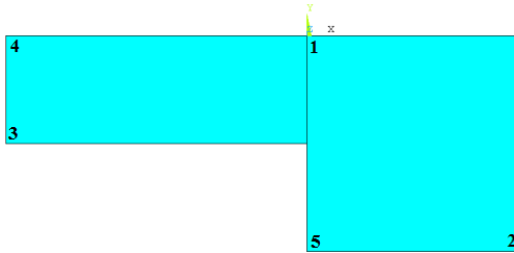




Рисунок 2.16 – Побудова двох прямокутників

6. Задання способу відображення поверхонь з відображенням виділення кожної поверхні своїм кольором і включення їх нумерації для більш наочного:

GUI: Utility Menu > PlotCtrls > Numbering (обрати Areas=On і Numbering show with=Colors & numbers).

7. Зміна масштабу зображення:

GUI: Utility Menu > PlotCtrls > Pan, Zoom, Rotate (натискання кнопки  приводить до зменшення зображення,  – до збільшення тощо).

8. Для побудови кругів або кругових секторів необхідне переведення робочої площини (**Work Plane**) в полярну систему координат.

Пояснення. Робоча площина – основний інструмент для побудови об'єктів складної просторової орієнтації з використанням геометричних примітивів. За замовчуванням робоча площина прив'язується до декартової системи координат. На екрані показується у вигляді регулярної сітки сірого кольору. Функції керування робочою площиною розташовані в пункті **Work Plane** меню **Utility Menu**.

9. Відображення робочої площини:

GUI: Utility Menu > WorkPlane > Display Working Plane (приводить до відображення робочої площини – особливої системи координат).

10. Переведення робочої площини в полярну систему координат:

GUI: Utility Menu > WorkPlane > WP Settings (натиснути Polar; Grid & Triad – показати сітку й осі; Snap incr=**0.001** – точність установки графічного курсора; Spacing = **0.001** – установка полярного радіуса > **OK**).

11. Переміщення центра полярної системи координат або робочої площини в точку, що відповідає точці 4 на рис. 2.16:

GUI: Utility Menu > WorkPlane > Offset WP to > Keypoints (вказати точку, що відповідає точці 4 на рис. 2.16 > **OK**).

12. Створення кругового сектора (з радіусом $H/2$ від **180** до **270°**), як показано на рис. 2.17:

GUI: Main Menu > Preprocessor > Modeling > Create > Areas > Circle > By Dimensions ;

Command(s): PCIRC, RAD1, RAD2, THETA1, THETA2, де **RAD1** і **RAD2** – внутрішній і зовнішній радіуси, **THETA1** і **THETA2** – початковий і кінцевий кути (в будь-якому порядку), що обмежують сектор кільця (згідно з налаштуваннями п. 4 задаються в ° і рахуються від **X** до **Y** проти годинникової стрілки).

13. Переміщення центру полярної системи координат у нову точку – центр кола, що створюється:

GUI: Utility Menu > Work Plane > Offset WP to > Keypoints (відзначити «мишею» ключову точку, що відповідає точці 2 на рис. 2.16; відзначити мишею ключову точку, що відповідає точці 5 на рис. 2.16 > **OK**);

Command(s): KWPAVE, P1, P2, P3, P4, P5, P6, P7, P8, P9 – переміщення центру **WP** в середнє місце розташування ключових точок **P1-P9**.

14. Створення круга, як показано на рис. 2.17 (з центром в початку координат робочої площини $WP X=WP Y=0$ і радіусом $H/2$):

GUI: Main Menu > Preprocessor > Modeling > Create > Areas > Circle > Solid Circle ;

Command(s): CYL4, XCENTER, YCENTER, RAD1, THETA1, RAD2, THETA2, DEPTH, де **XCENTER, YCENTER** – координати центра, **RAD1** і **RAD2** – зовнішній і внутрішній радіуси; **THETA1** і **THETA2** – початковий і кінцевий кут сектора, **DEPTH** – висота циліндра, яка для плоскої фігури дорівнює 0.

15. Збереження даних у файлі: **GUI: Toolbar > SAVE_DB .**

16. Об'єднання поверхонь в одну за допомогою булевої операції:

GUI: Main Menu > Preprocessor > Modeling > Operate > Booleans Add > Areas (натиснути Pick All – об'єднання всіх площ);
Command(s): AADD, NA1, NA2, NA3, NA4, NA5, NA6, NA7, NA8, NA9, де **NA1-NA9** номери поверхонь, що об'єднуються, якщо об'єднуються всі поверхні, то **NA1=ALL**, а параметри **NA2-NA9** – ігноруються.

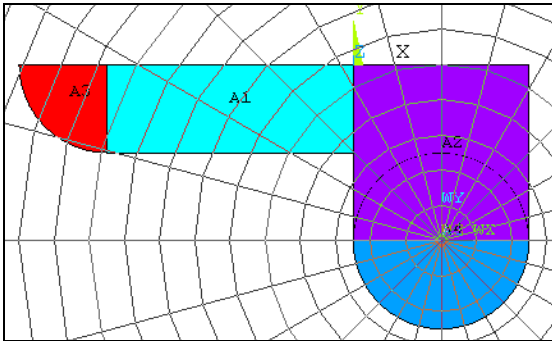


Рисунок 2.17 – Побудова кругового сектора і кола

17. Створення скруглення між лініями (галтелі):

– *увімкнути* відображення нумерації ліній в графічному вікні:

GUI: Utility Menu > PlotCtrls > Numbering (KP=On, LINE=On);

– *прибрати* зображення робочої площини:

GUI: Utility Menu > Workplane > Display Work Plane ;

– *створити* скруглення (галтель) між лініями на внутрішньому вигині кронштейна:

GUI: Main Menu > Preprocessor > Modeling > Create > Lines > Line Fillet ;

Command(s): LFILLT, NL1, NL2, RAD, PCENT, де **NL1, NL2** – номери ліній, **RAD** – радіус скруглення, **PCENT** - номер центральної точки, яка створюється, якщо 0 – центральна точка не створюється.

18. Створення нової поверхні по контуру галтелі (рис. 2.18):

– *відобразити* лінії в графічному вікні:

GUI: Utility Menu > Plot > Lines ;

– *збільшити* масштаб зображення:

GUI: Utility Menu > PlotCtrls > Pan Zoom Rotate ... (Zoom або Box Zoom);

– *створити* нову поверхню по контуру галтелі:

GUI: Main Menu > Preprocessor > Modeling > Create > Areas Arbitrary > By Lines ;

– *автоматично масштабувати* всю модель в графічному вікні:

GUI: Utility Menu > PlotCtrls > Pan Zoom Rotate ... (Fit);

– *відобразити* всі поверхні в графічному вікні;

– *об'єднати* всі поверхні в одну.

19. Створення отворів:

– *створити* два кола, як показано на рис. 2.18, з центрами в точці, що відповідає точці 4 на рис. 2.16, і точці, розташованій між точками, які відповідають точкам 2 і 5, та з радіусами $d_1/2$ і $d_2/2$ (для *переміщення* центра полярної системи координат в нову точку – центр круга, що створюється (див. п.п. 11, 13), для *побудови* круга (див. п. 14);

– *видалити* з раніше створеної об'єднанням поверхні двох кругів для створення двох отворів:

GUI: Main Menu > Preprocessor > Modeling > Operate > Booleans Subtract > Areas (вказати поверхню, з якої видаляється – весь кронштейн > **OK** > вказати поверхні, що видаляються – два кола > **OK**);

– *перемістити* робочу площину (**Work Plane**) в початок глобальної системи координат (**Global Origin**):

GUI: Utility Menu > Work Plane > Offset WP > Global Origin ;

– *перевести* робочу площину до декартової системи координат:

GUI: Utility Menu > Workplane > WP Settings (Cartesian);

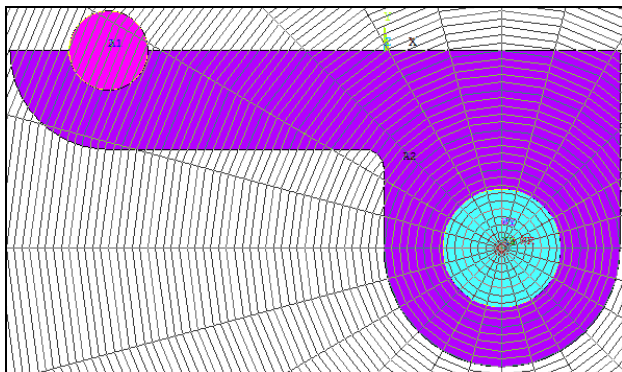


Рисунок 2.18 – Побудова галтелі і кругів для створення отворів

– *прибрати* відображення на екрані робочої площини:

GUI: Utility Menu > Work Plane > Display Work Plane .

20. Створення повної проекції кронштейна (див. рис. 2.18):

– *створити* нову поверхню відображенням існуючої поверхні:

GUI: Main Menu>Preprocessor> Modeling > Reflect > Areas (вказати координатну площину, відносно якої буде проводитися відображення **X-Z plane Y > OK**) ;

– *об'єднати* всі поверхні в одну.

21. Збереження геометрії в окремому файлі:

GUI: Utility Menu > File > Save as (ввести ім'я файлу, наприклад, **Model3.db**, замість * перед **.db > OK**).

22. Збереження протокольного (журнального) файлу (log-файлу):

GUI: Utility Menu > File > Write DB Log File... .

5) Методика виконання завдання 2:

1. Виконати завдання 2 за тією ж методикою, попередньо зберігши результати, помінявши ім'я завдання і очистивши поточну базу:

GUI: Utility Menu > File > Save as Jobname.db ;

GUI: Utility Menu > File > Change Jobname ([/FILNAM]=нове ім'я, New log...=Yes);

GUI: Utility Menu > File > Clear & Start New (Read start.ans...=Read file).

Контрольні запитання

1. Що таке робоча площина?
2. Чим визначається крок сітки робочої площини, показаної на рис. 2.17 і 2.18?
3. Які булеві операції застосовувалися при побудові проекції кронштейна в плані і проекції шліцьовій гайки в плані?
4. Які операції, не пов'язані з булевими, застосовувалися при побудові проекції кронштейна в плані і проекції шліцьової гайки?
5. Яким чином були побудовані отвори гайки з діаметрами D_a ?

2.5. Практичний приклад 4. Твердотільне моделювання із застосуванням об'ємних примітивів і булевих операцій

1) **Тема:** Створення тривимірних моделей із застосуванням об'ємних примітивів і булевих операцій (демонструється використання об'ємних геометричних примітивів – усічений конус, циліндр, паралелепіпед, шестигранна призма і створення моделі методом спадного твердотільного моделювання).

2) **Постановка завдання:** Засобами ПК ANSYS побудувати тривимірну твердотільну модель ультразвукового хвилеводу (побудову провести в системі одиниць СІ, одиниці вимірювання кутів – градуси).

3) **Вихідні дані:** Геометрія хвилеводу і креслення надані на рис. 2.19 і 2.20, а геометричні розміри наведені в таблиці 2.7.

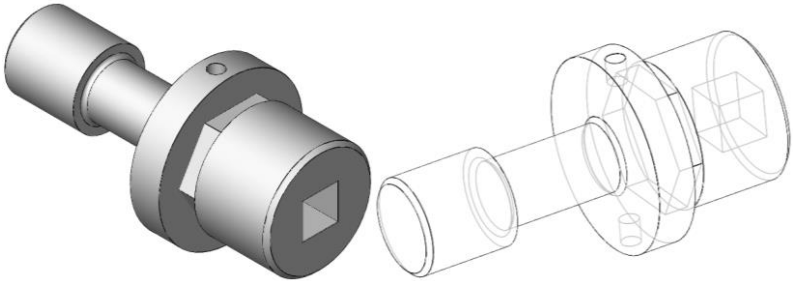


Рисунок 2.19 – Геометрія ультразвукового хвилеводу

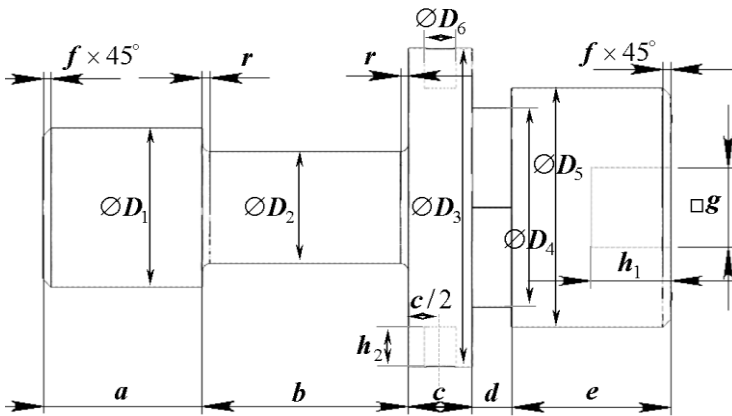


Рисунок 2.20 – Креслення ультразвукового хвилеводу

Таблиця 2.7 – Геометричні розміри ультразвукового хвилеводу

Параметри за варіантами	№ варіанта									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
D_1 [мм]	20	25	30	28	23	26	18	17	22	25
D_2 [мм]	14	20	18	16	12	18	12	11	16	18
D_3 [мм]	40	45	40	38	41	42	36	35	38	50
D_4 [мм]	25	20	30	26	18	30	20	18	24	32
D_5 [мм]	30	30	35	32	25	36	26	23	27	38
D_6 [мм]	4	5	7	6	5	6	3	3	4	5
a [мм]	20	15	30	24	18	25	17	18	21	25
b [мм]	26	30	35	32	24	32	23	22	24	33
c [мм]	8	10	12	10	11	12	7	8	9	10
d [мм]	5	8	10	8	7	6	4	5	9	6
e [мм]	20	15	25	22	23	24	18	17	22	25
f [мм]	1	1	2	2	1	1	1	1	2	1
g [мм]	10	10	15	16	14	12	8	9	10	12
h_1 [мм]	10	8	10	8	7	12	9	8	9	12
h_2 [мм]	5	7	6	4	5	6	4	5	7	6
r [мм]	1	1	2	2	1	2	1	1	2	2

Пояснення: f – розмір фаски; r – радіус скруглення.

4) Методика виконання завдання:

Eman 1 – Вхід у програму.

1. Вхід в інтерактивний режим: «Пуск» > «Програми» > «ANSYS 2020 R1» > «Mechanical APDL Product Launcher» (задати – *License*: ANSYS Multiphysics; вкладка *File Management*: роботу директорію, ім'я задачі, наприклад, **LabWork04wav**, і вкладка *Customization/Preferences*: графічний драйвер, наприклад, **win32**).

2. Запуск сесії: **Run**.

3. Вибір системи:

Command(s): /UNITS, Lab (в командному рядку **Command Prompt**), для системи одиниць СІ – /UNITS, Si .

4. Вибір одиниць вимірювання кутів:

GUI: Utility Menu > Parameters > Angular Units (обрати градуси – DEG);

Command(s): *AFUN, Lab (задати градуси – Lab=DEG).

Eman 2 – Побудова моделі.

Дана модель створюється за допомогою геометричних примітивів: конус, циліндр, призма, паралелепіпед. Основи об'ємних примітивів будуються відносно початку координат робочої площини (**Work Plane**) і паралельні їй, а бічні поверхні – перпендикулярні. Скруглення радіусами r будуються таким чином: спочатку будується перетин скруглення (поверхня по лініях), а потім створення об'єму здійснюється обертанням цієї поверхні навколо заданої осі.

5. Побудова області деталі з фаскою за допомогою об'ємного примітиву «усічений конус» – створення конуса заданих розмірів з центром в початку координат, як показано на рис. 2.21.



GUI: Main Menu > Preprocessor > Modeling > Create > Volumes > Cone > By Dimensions (RBOT= $D_1/2-f$, RTOP= $D_1/2$, Z1=0, Z2= f);

Command(s): CONE, RBOT, RTOP, Z1, Z2, THETA1, THETA2, де **RBOT** і **RTOP** – радіуси нижньої і верхньої основ відповідно, **Z1** і **Z2** – координати площин верхньої і нижньої основ конуса по осі Z – осі, перпендикулярній робочій площині, **THETA1** і **THETA2** – початковий і кінцевий кут сектора основи конуса.

6. При необхідності для більш наочного відображення геометрії можуть встановлюватися опції, які включають виділення кольором і нумерацію об'єктів **Keypoints**, **Lines**, **Areas**, **Volumes** тощо:

GUI: Utility Menu > PlotCtrls > Numbering (VOLUME=On).

7. Зміна масштабу зображення, його поворот або зміщення:

GUI: Utility Menu > PlotCtrls > Pan Zoom Rotate ... (натискання кнопки  приводить до зменшення зображення  – до збільшення, **Fit** – автомасштабування за розміром графічного екрана, **▲▶▼◀** – зміщення зображення, **X-↺↻+X** – обертання навколо відповідної осі (у даному випадку **X**), установка опції **Dynamic Mode** вмикає динамічний режим керування графічним зображенням за допомогою маніпулятора «миша»: при натисканні лівої кнопки здійснюється зміщення, правої – обертання).

Увага! Аналогом **Dynamic Mode** є одночасне натискання клавіші **Ctrl** і кнопки маніпулятора «миша»: Ctrl + «ліва кнопка» – зміщення, Ctrl + «права кнопка» – поворот, Ctrl + «колесо» (натискання) – зменшення/

збільшення з поворотом, «колесо» (поворот) – зменшення/збільшення, «права кнопка» – збільшення обведеної області.

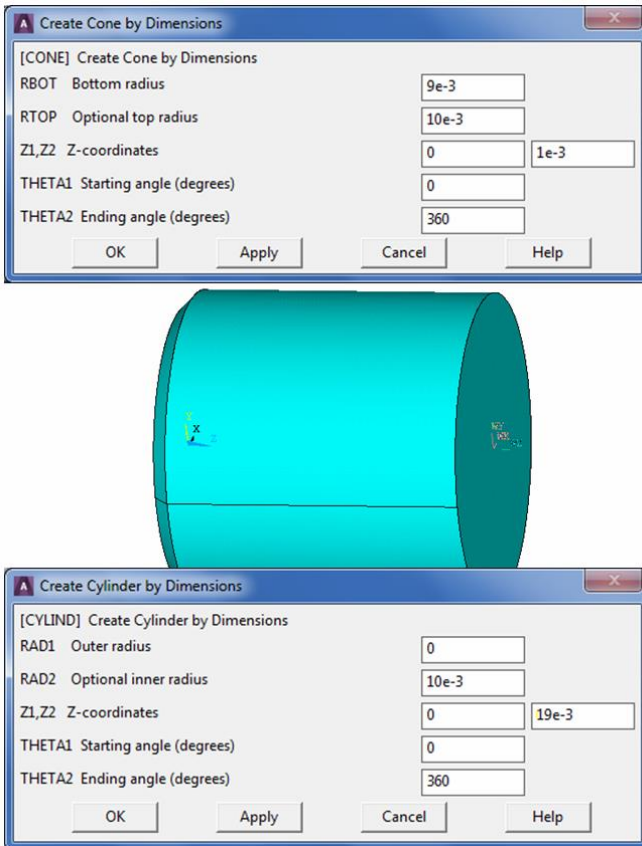


Рисунок 2.21 – Побудова усіченого конуса і циліндра

8. Переміщення центру робочої площини (**Work Plane**) – декартової системи координат у нову точку, а саме центр більшої основи створюваного конуса, з яким буде сполучатися наступний об’ємний примітив – циліндр. Центр буде визначатися посередині між двома обраними ключовими точками (**Keypoints**), які сгенеровані програмою при побудові об’ємного примітиву «конус»:

GUI: Utility Menu > Work Plane > Offset WP to > Keypoints

(відмітити вказівником «мишею» ключові точки, між якими буде знаходитися центр робочої площини) або

Command(s): KWPAVE, P1, P2, P3, P4, P5, P6, P7, P8, P9 – переміщення центру WP в середнє місцєположеннє ключових точок P1-P9.

9. Побудова циліндричної частини деталі (з радіусом $D_1/2$ і висотою $a-f$) за допомогою об'ємного примітиву «циліндр» – створення циліндра заданого радіуса і висоти з центром на початку координат (див. рис. 2.21):

GUI: Main Menu > Preprocessor > Modeling > Create > Volumes> Cylinder > By Dimensions ;

Command(s): CYLIND, RAD1, RAD2, Z1, Z2, THETA1, THETA2, где RAD1 і RAD2 – зовнішній та внутрішній радіуси, Z1 і Z2 – координати площин верхньої та нижньої основ циліндра по осі Z, THETA1 і THETA2 – початковий та кінцевий кути сектора основи.

10. Побудова циліндричних частин деталі (з радіусами $D_2/2$, $D_3/2$ і висотами b , c відповідно) за допомогою примітиву «циліндр», як наведено на рис. 2.22 (для побудови необхідно виконати дії, аналогічні наведеним у п.п. 8 і 9).

11. Побудова шестигранної призми – правильної призми з центром на початку координат з урахуванням п. 8, як наведено на рис. 2.23, і радіусом вписаної в шестигранну основу окружності (з радіусом $D_4/2$ і висотою d):

GUI: Main Menu > Preprocessor > Modeling > Create > Volumes> Prism > By Inscribed Rad ;

Command(s): RPRISM, Z1, Z2, NSIDES, LSIDE, MAJRAD, MINRAD, де NSIDES (>2) – кількість сторін багатокутника, MINRAD – радіус вписаного круга (у нашому випадку $D_4/2$), визначальний розмір багатокутника, Z1 і Z2 – координати площин основ.

12. Побудова циліндричних частин деталі (з радіусом $D_5/2$ і висотою e) за допомогою методики, описаної в п.п. 8–9, як показано на рис. 2.24.

14. Об'єднання об'ємів в один шляхом додавання:

GUI: Main Menu > Preprocessor > Modeling > Operate > Booleans >

Add > Volumes (Pick All);

Command(s): **VADD**, NV1, NV2, NV3, NV4, NV5, NV6, NV7, NV8, NV9, де **NV1-NV9** – номери об'ємів, з яких створюється новий об'єм шляхом додавання, а якщо об'єднуються усі об'єми, то **NV1=ALL**.

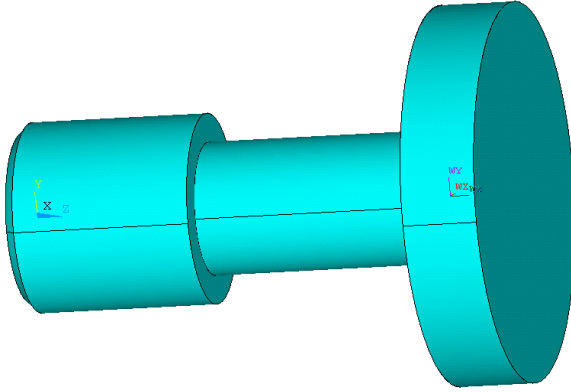


Рисунок 2.22 – Побудова циліндричних частин деталі

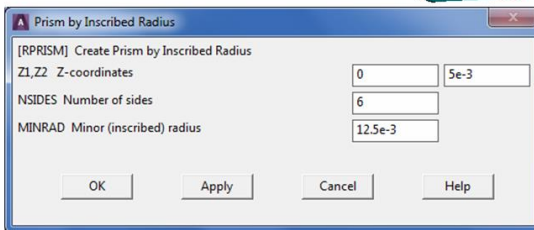
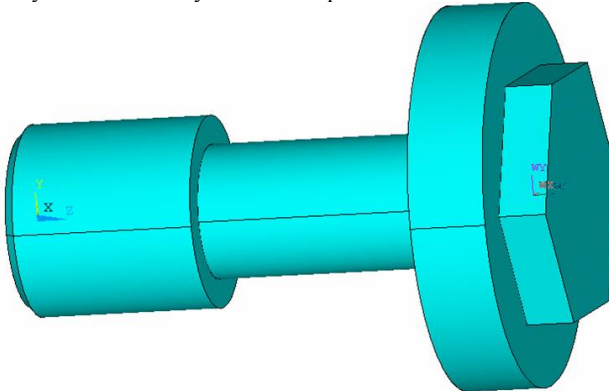


Рисунок 2.23 – Побудова циліндричних частин деталі

13. Побудова областей деталі з фаскою (див. рис. 2.24) за допомогою примітиву «усічений конус» (для побудови необхідно виконати дії, аналогічні наведеним у п.п. 8 і 5).

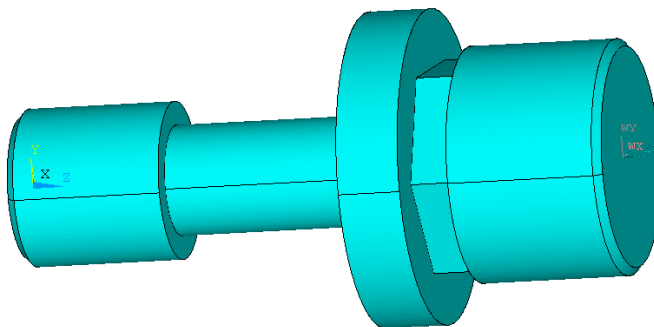


Рисунок 2.24 – Побудова областей з фаскою

15. Створення вирізу у вигляді паралелепіпеда (з розмірами $g \times g \times h_1$):

– *перенести* центр робочої площини (**Work Plane**) у точку посередині між двома обраними ключовими точками, які сгенеровано програмою при побудові об'ємного примітиву «конус» на зовнішній круглій поверхні (див. п. 8);

– *побудувати* об'ємний примітив паралелепіпед – створити прямокутний паралелепіпед за координатами центральної точки і кутів:
GUI: Main Menu > Preprocessor > Modeling > Create > Volumes > Block > By Centr, Cornr, Z (WP X=WP Y=0, Width=g, Height=g, Depth= h_1);

Command(s): BLC5, XCENTER, YCENTER, WIDTH, HEIGHT, DEPTH, де **XCENTER** и **YCENTER** – координати X і Y центра прямокутника або передньої грані паралелепіпеда, **WIDTH, HEIGHT** і **DEPTH** відповідно – ширина, висота і глибина (по осі **Z**);

– *зробити* виріз – віднімання одного об'єму з іншого (рис. 2.25):

GUI: Main Menu > Preprocessor > Modeling > Operate > Booleans > Subtract > Volumes ;

Command(s): VSBV, NV1, NV2, SEPO, KEEP1, KEEP2, де **NV1** номер об'єму, з якого віднімається область, яка належить об'єму з номером

NV2, **KEEP1** і **KEEP2** – параметри, які відповідають за видалення вихідних об'ємів після виконання операції: **DELETE** – видалити, **KEEP** – не видалити.

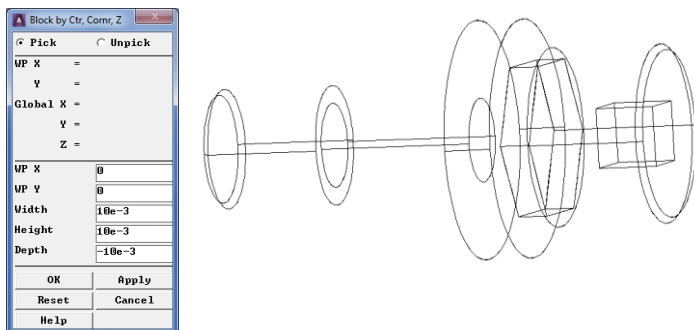


Рисунок 2.25 – Створення вирізу у вигляді паралелепіпеда

16. Створення вирізів у вигляді циліндрів (з радіусами $D_5/2$ і глибиною h_2):

– *перенести* центр робочої площини в точку посередині між основами циліндра з діаметром D_3 і розташовану на циліндричній поверхні у верхній (або нижній) частині так, щоб площина XY робочої площини була дотичною до цієї поверхні. Для цього використовується інтерактивне меню (рис. 2.26). Треба задавати у відповідних полях меню зміщення по осях системи координат (**Snaps**) і кути повороту щодо осей (**Degrees**):

GUI: Utility Menu > Work Plane > Offset WP by Increments...

Увага! Дану операцію можна виконати або задати у відповідних вікнах зміщення за осями системи координат **Work Plane** і кути повороту відносно осей **Work Plane**, або встановити за допомогою «бігунка» дискретне значення зміщення або кута повороту і натиснути відповідну кнопку для зміщення або повороту в позитивному або негативному напрямі;

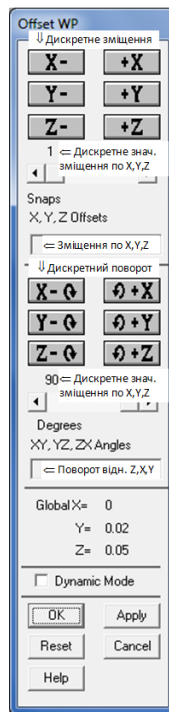


Рисунок 2.26

– побудувати циліндричні об’єми (з радіусами $D_6/2$ і висотою h_2 , які витягнуті всередину деталі) за допомогою об’ємного примітиву «циліндр», за допомогою створення циліндра з основою заданого радіуса і центром у заданій точці робочої площини см. п. 9 (рис. 2.27,*a*) (**Command(s): CYLIND**) або:

GUI: Main Menu > Preprocessor > Modeling > Create > Volumes > Cylinder > Solid Cyl ;

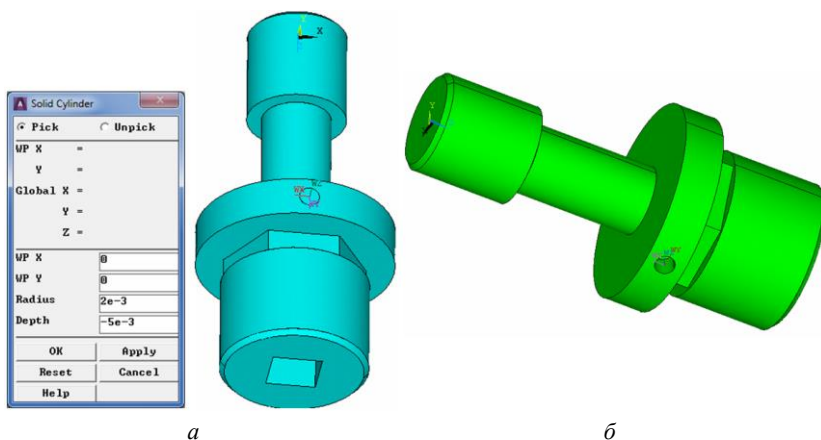


Рисунок 2.27 – Створення вирізів у вигляді циліндрів:

a – перенесення робочої площини, побудова циліндрів; *б* – віднімання об’ємів

Command(s): CYL4, XCENTER, YCENTER, RAD1, THETA1, RAD2, THETA2, DEPTH, де **XCENTER, YCENTER** – координати точки робочої площини, через яку проходить вісь циліндра, перпендикулярна робочій площині, **RAD1** і **RAD2** – зовнішній і внутрішній радіуси циліндра, **THETA1** і **THETA2** – початковий і кінцевий кут сектора основи циліндра, **DEPTH** – висота циліндра;

– зробити вирізи – віднімання об’ємів з об’єму, як показано на рис. 2.27,*б* (аналогічно п. 15);

Увага! Якщо при виконанні операції віднімання програма видає помилку, то потрібно видалити побудовані для вирізання циліндри, встановити площину **XY Work Plane** не дотично, а паралельно

дотичній площині, але на деякій відстані від неї поза циліндричною частиною деталі (так щоб величина заглиблення мала задане значення h_2 , а зовнішні кругові основи були б висунуті на деяку довільну величину), *перебудувати* циліндри, що віднімаються, і *виконати* віднімання об'ємів з об'єму (при відніманні одного циліндра з іншого з основою, дотичною циліндричній поверхні, в деяких версіях ANSYS виникає проблема «нульової геометрії»).

Інший спосіб – при побудові циліндрів для вирізання встановити площину **XY Work Plane**, як і пропонувалося раніше, відносно циліндричної поверхні циліндра з діаметром D_3 , але скористатися командою [CYLIND] (див. п. 9), вказавши одну з координат Z_1 або Z_2 , рівну h_2 , а другу, що відповідає основі поза циліндром з діаметром D_3 , не рівну 0 (так, щоб ця основа не була дотична до циліндричної поверхні більшого циліндра, тобто щоб менший циліндр виступав на деяку величину) і потім зробити вирізи (віднімання).

17. Створення скруглень (галтелей) радіусами r між поверхнями:

– *добудувати* за точками прямі лінії на поверхнях циліндричних частин деталі, скориставшись раніше згенерованими програмою точками при побудові об'ємних примітивів (одну радіальну лінію на плоскій поверхні диска з діаметром D_1 і одну на циліндричній поверхні циліндричної частини з діаметром D_2 , які частково збігаються з лініями L83 і L84 на рис. 2.28,*a*, див. також рис. 2.25);

– *створити* скруглення між побудованими лініями радіусом r :

GUI: Main Menu > Preprocessor > Modeling > Create > Lines > Line Fillet ;

Command(s): LFILLT, NL1, NL2, RAD, PCENT, де **NL1, NL2** – номери ліній, **RAD** – радіус, **PCENT** – номер центральної точки, яку буде створено, якщо 0 – центральна точка не створюється;

– *добудувати* на плоскій поверхні за точками лінію, що обмежує замкнутий контур скруглення (див. рис. 2.28,*a*), і «зниклу» при побудові скруглення;

– *видалити* непотрібні лінії:

GUI: Main Menu > Preprocessor > Modeling > Delete > Line and Below ;

– створити нову поверхню за контуром галтелі (див.рис. 2.28,*a*):

GUI: Main Menu > Preprocessor > Modeling > Create > Areas > Arbitrary > By Lines ;

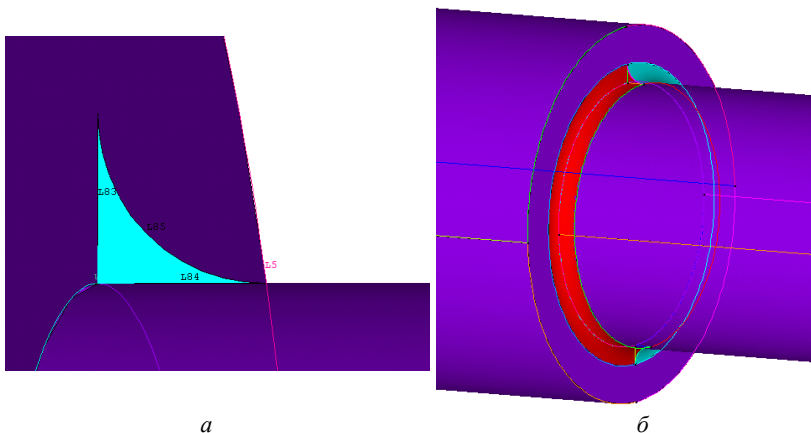


Рисунок 2.28 – Створення скруглень між поверхнями (галтелів):

a – побудова поверхні по контуру галтелі; *б* – створення об’єму скруглення

– *побудувати* дві точки, що визначають в просторі вісь обертання для створення об’єму скруглення (на осі **Z** глобальної декартової системи координат, бажано розташовані поза об’ємами для видимості):

GUI: Main Menu > Preprocessor > Modeling > Create > Keypoints > In Active CS ;

– *провернути* поверхню скруглення відносно осі обертання, яка визначається побудованими точками, для створення об’єму скруглення, як показано на рис. 2.28,*б*:

GUI: Main Menu > Preprocessor > Modeling > Operate > Extrude > Areas>About Axis ;

Command(s): VROTAT, NA1, NA2, NA3, NA4, NA5, NA6, PAX1, PAX2, ARC, NSEG, де **NA1-NA6** – початковий набір поверхонь (максимум 6), **PAX1** і **PAX2** – номери точок, через які проходить вісь обертання, **ARC** – довжина дуги обертання в градусах, **NSEG** – кількість об’ємів у вигляді сегментів (максимум 8 сегментів, за замовчуванням 4), на які створене тіло обертання ділиться по колу;

– виконати аналогічно другий об’єм скруглення з боку сполучення об’ємів з діаметрами D_2 і D_3 .

18. Для створення твердотільної моделі ультразвукового хвилеводу з’єднати об’єми в один шляхом складання (див. рис. 2.29).

19. Збереження геометрії в окремому файлі:

GUI: Utility Menu > File > Save as (ввести ім’я файлу, наприклад, **Model4.db**, замість * перед .db > **OK**).

20. Збереження протокового (журнального) файлу (log-файлу):

GUI: Utility Menu > File > Write DB Log File...

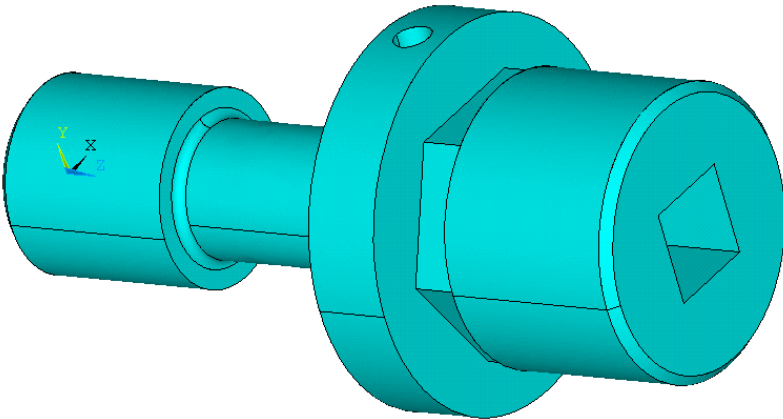


Рисунок 2.29 – Твердотільна модель ультразвукового хвилеводу

Контрольні запитання

1. Перерахуйте геометричні примітиви, які використовувалися при побудові твердотільної моделі ультразвукового хвилеводу?

2. Які параметри необхідно задати для побудови шестигранної призми (див. рис. 2.23)?

3. Які булеві операції застосовувалися при побудові твердотільної моделі ультразвукового хвилеводу?

4. Які операції, не пов’язані з булевими, застосовувалися при побудові твердотільної моделі ультразвукового хвилеводу?

5. При побудові якої частини моделі виконувалися дії, властиві висхідному способу моделювання?

2.6. Практичний приклад 5. Твердотільне моделювання із застосуванням об'ємних примітивів і булевих операцій.

1) Тема: Створення тривимірних моделей із застосуванням об'ємних примітивів, булевих операцій і операцій копіювання та відображення (демонструється використання об'ємних геометричних примітивів – усічений конус, циліндр, паралелепіпед, тор і створення моделі методом спадного твердотільного моделювання).

2) Постановка задачі: Засобами ПК ANSYS побудувати тривимірну твердотільну модель золотника [10, с. 382] (побудову провести в системі одиниць SI, одиниці вимірювання кутів – градуси).

3) Вихідні дані: Геометрія золотника і креслення наведені на рис. 2.30–2.32, а геометричні розміри наведено у таблиці 2.8.

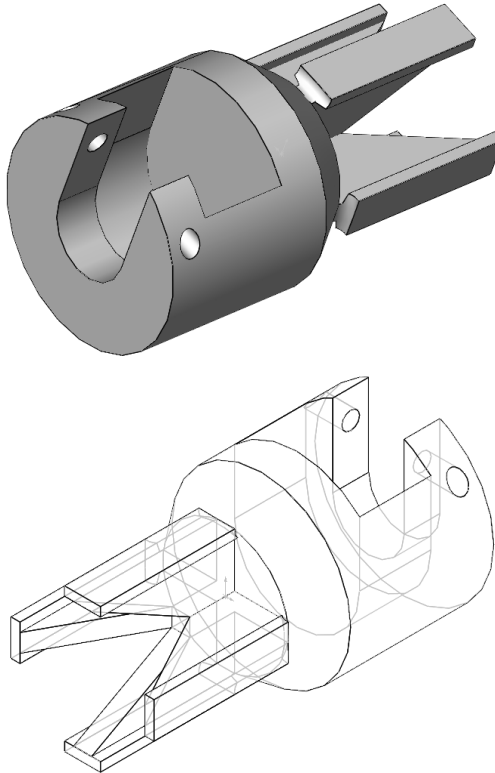


Рисунок 2.30 – Геометрія золотника

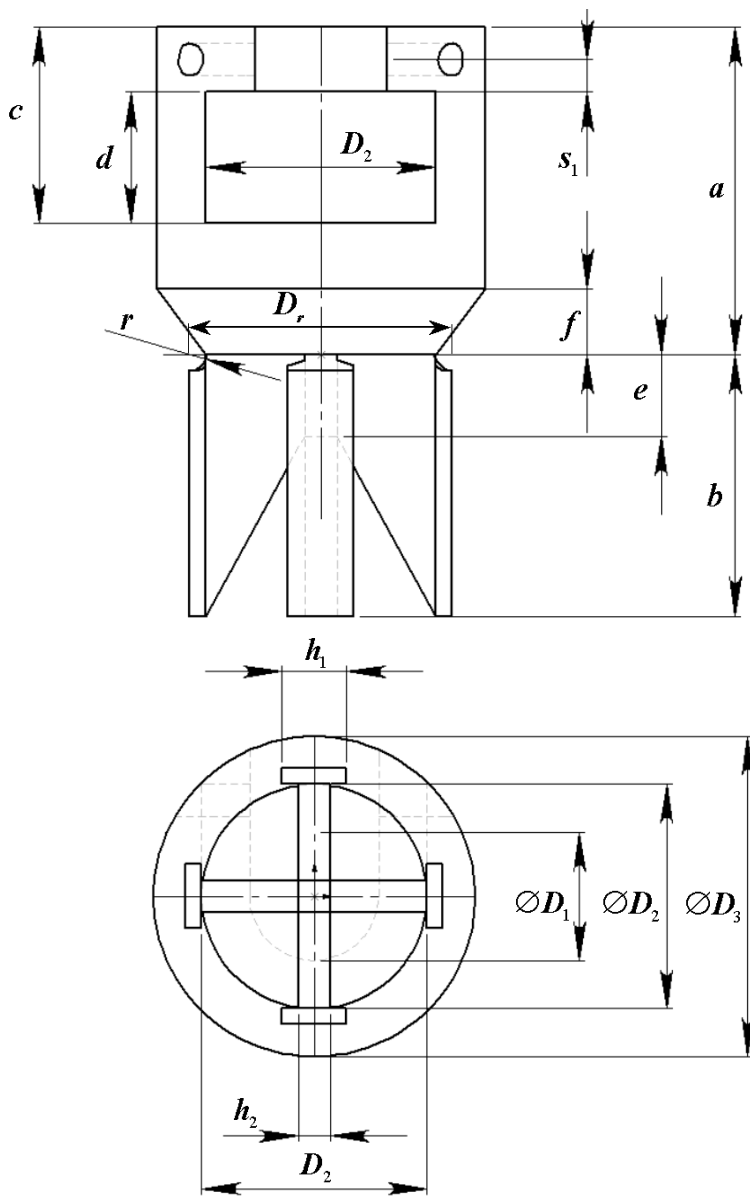


Рисунок 2.31 – Креслення золотника – вигляд спереду і вигляд знизу

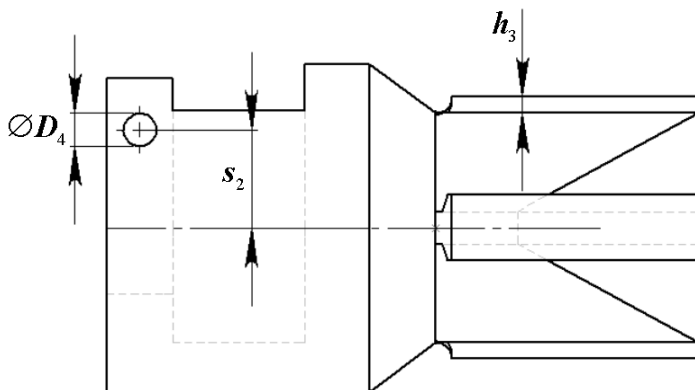


Рисунок 2.32 – Креслення золотника – вигляд зліва (вигляд розгорнутий на 90°)

Пояснення: r – радіус скруглення, що виконане не перпендикулярно кромці, а за заданим радіусом у площині з’єднання конусної частини і напрямних, тобто поверхня скруглення – це поверхня тора (діаметр осі тора $D_r = D_2 + 2h_3$).

Таблиця 2.8 – Геометричні розміри золотника

Параметри за варіантами	№ варіанта									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
D_1 [мм]	40	36	44	32	48	28	52	24	56	20
D_2 [мм]	70	63	77	56	84	49	91	42	98	35
D_3 [мм]	100	90	110	80	120	70	130	60	140	50
D_4 [мм]	10	9	11	8	12	7	13	6	14	5
a [мм]	100	90	110	80	120	70	130	60	140	50
b [мм]	80	72	88	64	96	56	104	48	112	40
c [мм]	60	54	66	48	72	42	78	36	84	30
d [мм]	40	36	44	32	48	28	52	24	56	20
e [мм]	25	23	28	20	30	18	33	15	35	13
f [мм]	20	18	22	16	24	14	26	12	28	10
h_1 [мм]	20	18	22	16	24	14	26	12	28	10
h_2 [мм]	10	9	11	8	12	7	13	6	14	5
h_3 [мм]	5	5	6	4	6	4	7	3	7	3
s_1 [мм]	10	9	11	8	12	7	13	6	14	5
s_2 [мм]	30	27	33	24	36	21	39	18	42	15
r [мм]	5	5	6	4	6	4	7	3	7	3

4) Методика виконання завдання:

Eman 1 – Вхід у програму.

1. Вхід в інтерактивний режим: «Пуск» > «Програми» > «ANSYS 2020 R1» > «Mechanical APDL Product Launcher» (задати – *License*: ANSYS Multiphysics; вкладка *File Management*: робочу директорію, ім'я задачі, наприклад, *LabWork05sld* і вкладка *Customization/Preferences*: графічний драйвер, наприклад, *win32*).

2. Запуск сесії: **Run**.

3. Вибір системи одиниць (міжнародна система одиниць SI):
Command(s): /UNITS, Lab (в командному рядку **Command Prompt**), для системи одиниць СІ – /UNITS, Si .

4. Вибір одиниць вимірювання кутів:

GUI: **Utility Menu** > **Parameters** > **Angular Units** (обрати градуси – DEG);



Command(s): *AFUN, Lab (задати градуси – Lab=DEG).

Eman 2 – Побудова моделі.

Дана модель створюється за допомогою геометричних примітивів: конус, циліндр, паралелепіпед, тор і з застосуванням булевих операцій. Скруглення радіуса r будуються таким чином: спочатку будується тор, а потім здійснюється віднімання одного об'єму з іншого.

5. При необхідності більш наочного відображення геометрії можуть встановлюватися опції, які включають виділення кольором і нумерацію об'єктів Keypoints, Lines, Areas, Volumes и т.д. Подібні функції розташовані в пункті **PlotCtrls** основного меню (**Utility Menu**):
GUI: **Utility Menu** > **Plot Ctrls** > **Numbering** (KP, LINE, AREA, VOLU=On).

6. Зміна масштабу зображення, його поворот або зміщення:

GUI: **Utility Menu** > **Plot Ctrls** > **Pan Zoom Rotate ...** (натискання кнопки  приводить до зменшення зображення,  – до збільшення, **Fit** – автомасштабування за розміром графічного дисплея; **▲▶▼◀** – зміщення зображення, **X-↻+X** – поворот навколо відповідної осі (в даному випадку X), **Dynamic Mode** – динамічний режим керування.

7. Побудова трьох циліндричних частин деталі за допомогою об'ємного примітиву «циліндр» за радіусах і висотою з центром на початку координат (*перший* циліндр висотою $c-d$ з зовнішнім радіусом $D_3/2$ і внутрішнім $D_1/2$, *другий* циліндр висотою d з зовнішнім радіусом $D_3/2$ і внутрішнім $D_2/2$ і *третій* суцільний циліндр висотою $a-c-f$ з зовнішнім діаметром $D_3/2$ і внутрішнім 0), як показано на рис. 2.33:

GUI: Main Menu > Preprocessor > Modeling > Create > Volumes > Cylinder > By Dimensions ;

Command(s): CYLIND, RAD1, RAD2, Z1, Z2, THETA1, THETA2, де **RAD1** і **RAD2** – зовнішній та внутрішній радіуси, **Z1** і **Z2** – координати площин верхньої і нижньої основ циліндра по осі Z, **THETA1** і **THETA2** – початковий і кінцевий кут сектора основи.

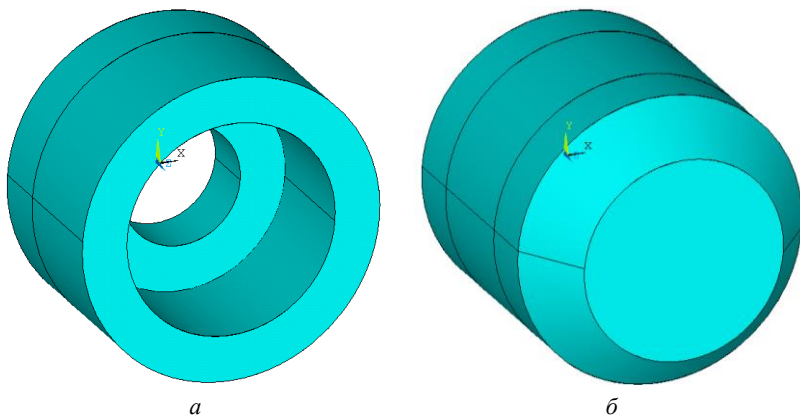


Рисунок 2.33 – Побудова циліндричних і конусної частин деталі:

a – побудова порожніх циліндрів; *б* – побудова суцільного циліндра і конуса

8. Побудова конусної частини деталі за допомогою об'ємного примітиву «усічений конус» з заданими розмірами з центром на початку координат (усічений конус з радіусами нижньої та верхньої основ $D_3/2$ и $D_2/2$ відповідно і висотою f), як зображено на рис. 2.33,б:

GUI: Main Menu > Preprocessor > Create > Volumes > Cone > By Dimensions ;

Command(s): CONE, RBOT, RTOP, Z1, Z2, THETA1, THETA2, де **RBOT** і **RTOP** – радіуси нижньої і верхньої основ, **Z1** і **Z2** –

координати площин верхньої і нижньої основ конуса по осі Z, **THETA1** і **THETA2** – початковий і кінцевий кут сектора основи конуса.

9. Створення вирізів у вигляді паралелепіпедів:

– *сумістити* робочу площину (**Work Plane**) з глобальною декартовою системою координат:

GUI: Utility Menu > WorkPlane> Align WP with > Global Cartesian ;

– *повернути* робочу площину (**Work Plane**) так, щоб вісь Z була направлена радіально:

GUI: Utility Menu > Work Plane > Offset WP by Increments ...

(встановити дискретне значення кута повороту, що дорівнює 90, за допомогою «повзунка» на смужі прокручування **Degrees** і натиснути **X-0** або **0+X**);

– *змістити* її центр на відстань $-(c-d)/2$ або $(c-d)/2$ уздовж осі циліндра, в даному випадку осі **WY** (вказати значення зміщення початку координат робочої площини уздовж осей самої робочої площини в полі для введення тексту **X,Y,Z Offset**, відокремлюючи значення одне від одного комами, див. рис. 2.34);

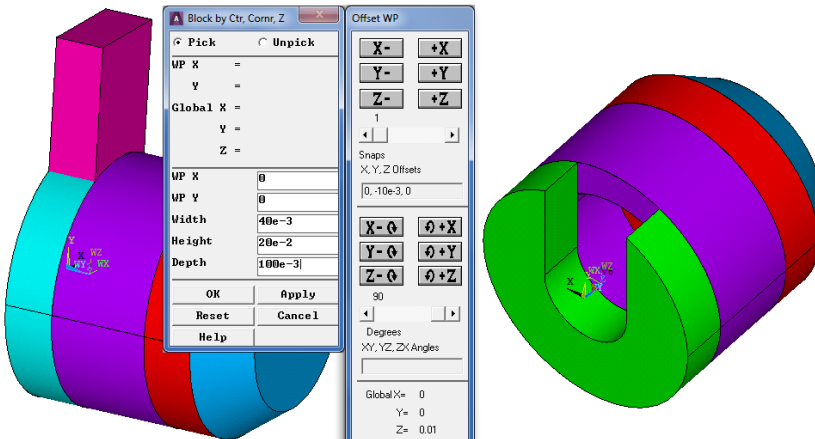


Рисунок 2.34 – Створення вирізу у вигляді паралелепіпеда для першого циліндра

– *побудувати* об'ємний примітив «паралелепіпед» з центром основи на початку координат, шириною D_1 , висотою $c-d$ і глибиною, що перевищує зовнішній радіус циліндра, наприклад, D_3 –

прямокутний паралелепіпед за координатами центральної точки і кутів, як показано на рис. 2.34:

GUI: Main Menu > Preprocessor > Modeling > Create > Volumes > Block > By Centr,Cornr,Z (вказати $WP X=0$, $WP Y=0$, $Width=D_1$, $Height=c-d$, $Depth=D_3$ > **OK**);

Command(s): BLC5, XCENTER, YCENTER, WIDTH, HEIGHT, DEPTH, де **XCENTER** і **YCENTER** – координати X і Y центра прямокутника або передньої грані паралелепіпеда, **WIDTH, HEIGHT** і **DEPTH** відповідно – ширина, висота і глибина (по осі Z);

– зробити виріз – віднімання об'єму з об'єму (див. рис. 2.34);

GUI: Main Menu > Preprocessor > Modeling > Operate > Booleans > Subtract > Volumes ;

Command(s): VSBV, NV1, NV2, SEPO, KEEP1, KEEP2, де **NV1** – номер об'єму, з якого віднімається область, що належить об'єму **NV2**, **KEEP1** і **KEEP2** – параметри, які відповідають за видалення вихідних об'ємів після виконання операції: **DELETE** – видалити, **KEEP** – не видалити;

– повторити операції для створення вирізу в другому циліндрі (рис. 2.35).

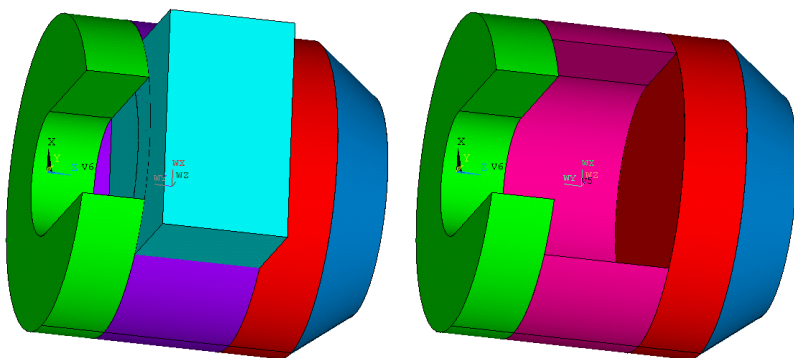


Рисунок 2.35 – Створення вирізу у вигляді паралелепіпеда в іншому циліндрі

10. Переміщення центра робочої площини (**Work Plane**) в точку на меншій основі конуса, що лежить на осі конуса, і поворот робочої площини так, щоб вісь **Z** була спрямована назовні (рис. 2.36). Центр робочої площини може бути переміщений посередині між двома

обраними ключовими точками – точками, що було згенеровано при побудові об’ємного примітиву «конус»:

GUI: Utility Menu > Work Plane > Offset WP to > Keypoints (позначити вказівником маніпулятора «миша» ключові точки, між якими буде розташовуватися центр робочої площини, або

Command(s): KWPAVE, P1, P2, P3, P4, P5, P6, P7, P8, P9 – переміщення центра робочої площини в середнє місце розташування точок **P1-P9**.

Поворот робочої площини на 90° навколо відповідної осі може бути виконаний за допомогою інтерактивного меню (рис. 2.36):

GUI: Utility Menu > Work Plane > Offset WP by Increments ...

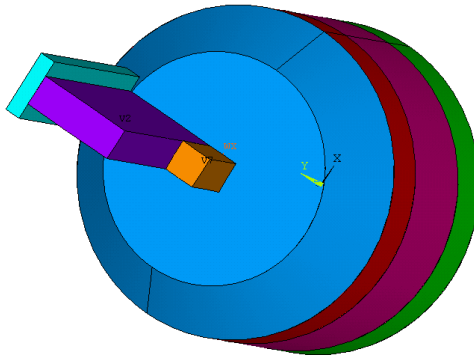


Рисунок 2.36 – Побудова напрямних золотника

11. Побудова напрямних ліній золотника за допомогою об’ємного примітиву – прямокутний паралелепіпед за координатами центральних точок (рис. 2.36) і розмірами (див. п. 9 і рис. 2.36, 2.37).

GUI: Main Menu > Preprocessor > Modeling > Create > Volumes > Block > By Centr,Cornr,Z .

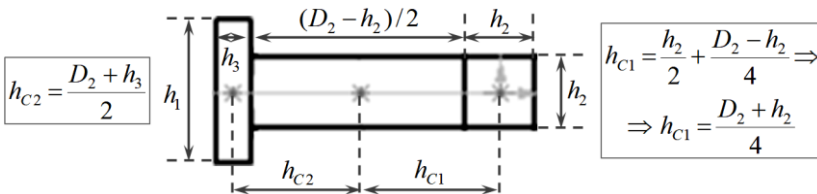


Рисунок 2.37 – Розміри для напрямних золотника

12. Створення скосу на середній напрямній:

– *побудувати* за точками три лінії на поверхні паралелепіпеда, як показано на рис.2.38,*а*, скориставшись раніше згенерованими програмою точками:

GUI: Main Menu > Preprocessor > Modeling > Create > Lines > Lines > Straight Lines або **Command(s): LSTR, P1, P2** ;

– *створити* трикутну поверхню за контуром, визначеним трьома побудованими лініями (див. рис.2.38,*а*):

GUI: Main Menu > Preprocessor > Modeling > Create > Areas Arbitrary > By Lines або **Command(s): AL, L1, ... , L10** ;

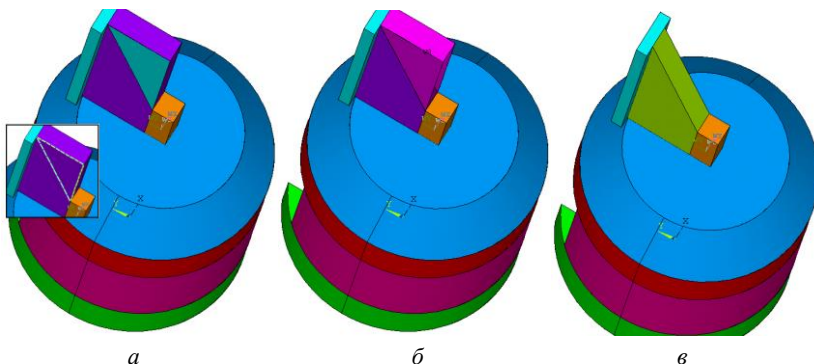


Рисунок 2.38 – Створення скосу на напрямній лінії:

а – побудова поверхні за створеним контуром; *б* – створення об'єму зрізу;
в – віднімання об'ємів

– *протягнути* створену трикутну поверхню вздовж найкоротшого ребра середньої напрямної для створення об'єму зрізу (рис. 2.38,*б*):

GUI: Main Menu > Preprocessor > Modeling > Operate > Extrude > Areas > Along Lines ;

Command(s): VDRAG, NA1, NA2, NA3, NA4, NA5, NA6, NLP1, NLP2, NLP3, NLP4, NLP5, NLP6, де **NA1-NA6** (від 1 до 6 поверхонь) – вихідний набір поверхонь для створення об'ємів шляхом видавлювання вздовж деякої безперервної траєкторії, що складається з ліній **NLP1-**

NLP6 (максимум 6 ліній), причому в кожному вузлі траєкторії мають сходитися не більше 2 ліній;

– *зробити* виріз відніманням із середнього об'єму напрямної новоствореного екструзуванням об'єму (див. п. 9, рис. 2.38,в).

13. Створення другої, протилежно розташованої напрямної за допомогою операції – створення нових об'ємів відображенням існуючих об'ємів із зазначенням координатної площини, відносно якої буде проводитися відображення, як показано на рисунку 2.39,а:

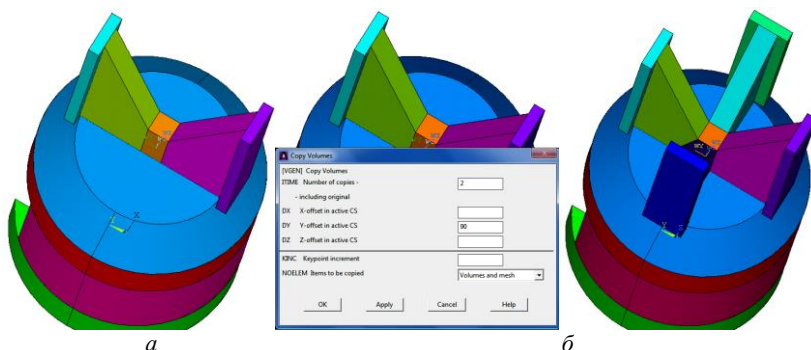


Рисунок 2.39 – Створення на напрямних:

а – відображення об'ємів напрямної; б – копіювання об'ємів напрямних

GUI: Main Menu > Preprocessor > Modeling > Reflect > Volumes (обрати два крайніх об'єми > **OK** > Ncomp – вказати координатну площину активної системи координат, в даному випадку глобальної декартової, відносно якої необхідно відобразити, NOELEM=Volumes only, IMOVE=Copied > **OK**);

Command(s): VSYMM, Ncomp, NV1, NV2, NINC, KINC, NOELEM, IMOVE – створення набору об'ємів шляхом дзеркального відображення зразка, що складається з об'ємів з номерами **NV1-NV2** з кроком **NINC**, **Ncomp** – координатна вісь, уздовж якої йде відображення, тобто $Ncomp=X$, відображення відбувається відносно площини YZ .

14. Створення двох інших напрямних золотника за допомогою операції – створення нових об'ємів копіюванням існуючих об'ємів з поворотом відносно осі, як показано на рис. 2.39,б:

– *перевести* робочу площину (**Work Plane**) в полярну систему координат:

GUI: Utility Menu > WorkPlane > WP Setting ... (Polar);

– *змінити* активну систему координат, вибравши за неї робочу площину (**Work Plane**):

GUI: Utility Menu > WorkPlane > Change Active CS to > Working Plane ;

Command(s): CSYS, KCN (де KCN=4 або WP – робоча площина).

Увага! При використанні як активної системи координат – полярної СК, параметра **DX** відповідає радіус вектор ρ [од. довжини], параметра **DY** – ϕ [од. кута], параметра **DZ** – z [од. довжини];

– *створити* нові об'єми копіюванням існуючих об'ємів з поворотом відносно осі (див. рис. 2.39,б):

GUI: Main Menu > Preprocessor > Modeling > Copy > Volumes (відмітити чотири крайніх об'єми напрямних > **OK** > Item=2, DY=90 > **OK**);

Command(s): VGEN, ITIME, NV1, NV2, NINC, DX, DY, DZ, KINC, NOELEM, MOVE – створення нових об'ємів, копіюванням заданих об'ємів з номерами від NV1 до NV2 з кроком NINC, ITIME – кількість копій (ITIME>1, при ITIME=1 копіювання не відбувається), DX, DY, DZ – в декартовій СК інтервали по осях X, Y, Z, з якими розміщуються новостворювані фігури, KINC – крок, з яким зростають номери ключових точок створюваних об'єктів відносно існуючих;

– *перевести* робочу площину (**Work Plane**) в декартову СК:

GUI: Utility Menu > WorkPlane > WP Setting (Cartesian);

– *змінити* активну систему координат, вибравши за неї глобальну декартову систему координат:

GUI: Utility Menu > WorkPlane > Change Active CS to > Global Cartesian .

15. Об'єднання лише 9-ти об'ємів, що входять в напрямні золотника, в один об'єм шляхом складання, див. рис. 2.40,а:

GUI: Main Menu > Preprocessor > Modeling > Operate > Booleans > Add > Volumes ;

Command(s): VADD, NV1, NV2, NV3, NV4, NV5, NV6, NV7, NV8, NV9, де NV1-NV9 – номери об'ємів, з яких створюється новий об'єм, шляхом складання (вихідні об'єми будуть видалені).

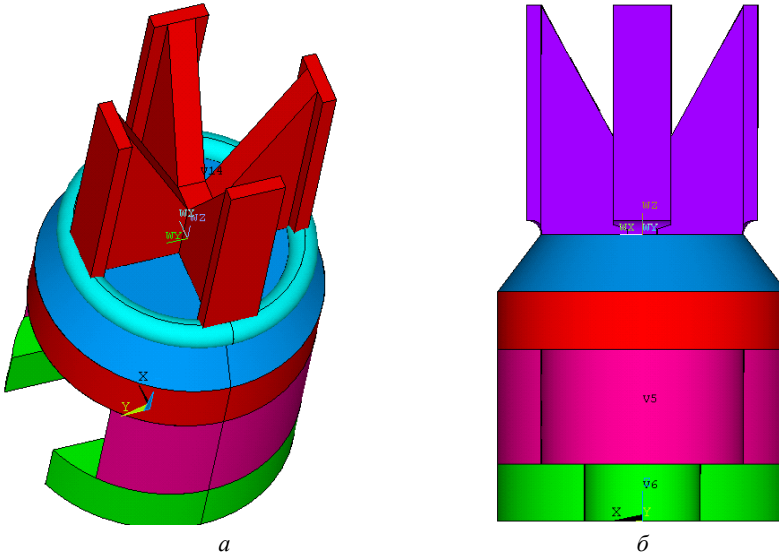


Рисунок 2.40 – Створення скруглень на напрямних:
a – побудова тора; *б* – віднімання об'ємів

16. Створення на напрямних золотника скруглень заданого радіуса, виконаних не перпендикулярно кромці, а за заданим радіусом у площині з'єднання конусної частини і напрямних, тобто поверхня скруглення – поверхня тора (див. пояснення до рис. 2.31):

– *перенести* початок робочої площини на площину з'єднання конусної частини і напрямних та розташувати її центр у центрі кола між двома існуючими точками (див. рис. 2.40,*a*), якщо вона була зміщена з цього положення, і розмістити її так, щоб вісь **WZ** збігалася з віссю конуса і була спрямована з конуса в бік напрямних золотника:

GUI: Utility Menu > Work Plane > Offset WP to > Keypoints ,

поворот робочої площини на 90° навколо відповідної осі може бути виконаний за допомогою інтерактивного меню (див. рис. 2.40):

GUI: Utility Menu > Work Plane > Offset WP by Increments ...;

– *створити* об'єм у формі тора (див. рис. 2.40,*a*):

GUI: Main Menu > Preprocessor > Modeling > Create > Volumes > Torus (RAD1=0, RAD2= r , RADMAJ= $D_r/2$, THETA1=0, THETA2=360);

Command(s): TORUS, RAD1, RAD2, RAD3, THETA1, THETA2, де **RAD1, RAD2, RAD3** – три радіуси, що характеризують тор і задані в довільному порядку, причому найбільше з трьох чисел – радіус осі тора, два інших – внутрішній і зовнішній радіуси перетину тора, **THETA1** і **THETA2** – початковий і кінцевий кути (в будь-якому порядку) сектора;

– *зробити* скруглення – віднімання об'єму тора з об'єму напрямних (див. п. 9), як показано на рис. 2.40,б.

17. Створення отворів з діаметрами D_4 в циліндричній частині деталі, як показано на рис. 2.41:

– *сумістити* робочу площину (**Work Plane**) з глобальною декартовою системою координат (для простоти визначення та задання нового місця розташування робочої площини):

GUI: Utility Menu > WorkPlane > Align WP with > Global Cartesian ;

– *перенести* центр робочої площини, розташувавши її на осі створюваних отворів, і повернути робочу площину так, щоб вісь **Z** збіглася з цією віссю, задавши зміщення по осям системи координат, тобто по осях робочої площині (**WP**) і кути повороту відносно осей **WP** (див. п. 9):

GUI: Utility Menu > Work Plane > Offset WP by Increments ... ;

– *створити* циліндр заданого радіуса ($D_4/2$) з центром на початку координат і з основами, розташованими за межами об'єму, в якому створюються отвори (див. п. 7), як показано на рис. 2.41а;

– *зробити* отвори – віднімання об'єму циліндра з об'єму циліндричної частини конструкції з зовнішнім діаметром D_3 і внутрішнім D_1 (див. п. 9) – див. рис. 2.41,б.

18. З'єднання всіх об'ємів в один шляхом складання (див. рис 2.41,б).

19. Збереження геометрії в окремому файлі:

GUI: Utility Menu > File > Save as (ввести ім'я файлу, наприклад, **Model5**, замість * перед **.db > OK**).

20. Збереження протокольного (журнального) файлу (log-файлу):

GUI: Utility Menu>File>Write DB Log File .

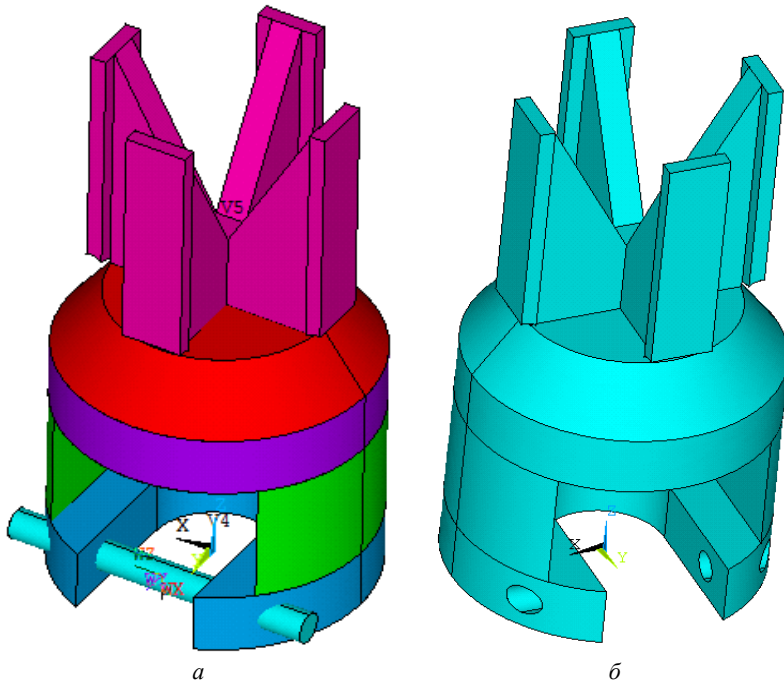


Рисунок 2.41 – Створення кінцевого вигляду моделі золотника:
a – побудова циліндра і створення отворів відніманням об'ємів;
б – об'єднання всіх об'ємів в один шляхом складання

Контрольні запитання

1. Перерахуйте геометричні примітиви, які використовувалися при побудові твердотільної моделі золотника?
2. Які операції, не пов'язані з булевими, застосовувалися при побудові твердотільної моделі золотника?
3. Які булеві операції застосовувалися при побудові моделі?
4. При побудові якої частини моделі виконувалися дії, властиві висхідному способу моделювання?
5. Яким ще способом можна було б створити інші напрямні золотника після побудови першої напрямної (п. 13, 14)?

2.7. Практичний приклад 6. Твердотільне моделювання із застосуванням об'ємних примітивів, булевих операцій, операцій обернення, масштабування, переміщення, копіювання і відображення.

1) Тема: Створення тривимірних моделей із застосуванням об'ємних примітивів, булевих операцій і операцій обернення, масштабування, переміщення, копіювання, відображення (демонструється використання об'ємних геометричних примітивів – усічений конус, циліндр – і створення моделі методом спадного твердотільного моделювання з елементами висхідного моделювання при побудові окремих частин моделі).

2) Постановка задачі: Засобами ПК ANSYS побудувати тривимірну твердотільну спрощену модель планера (побудову провести в системі одиниць SI, одиниці вимірювання кутів – градуси).

3) Вихідні дані: Геометрію планера і креслення наведено на рис. 2.42 і 2.43, а геометричні розміри наведені в таблиці 2.9.

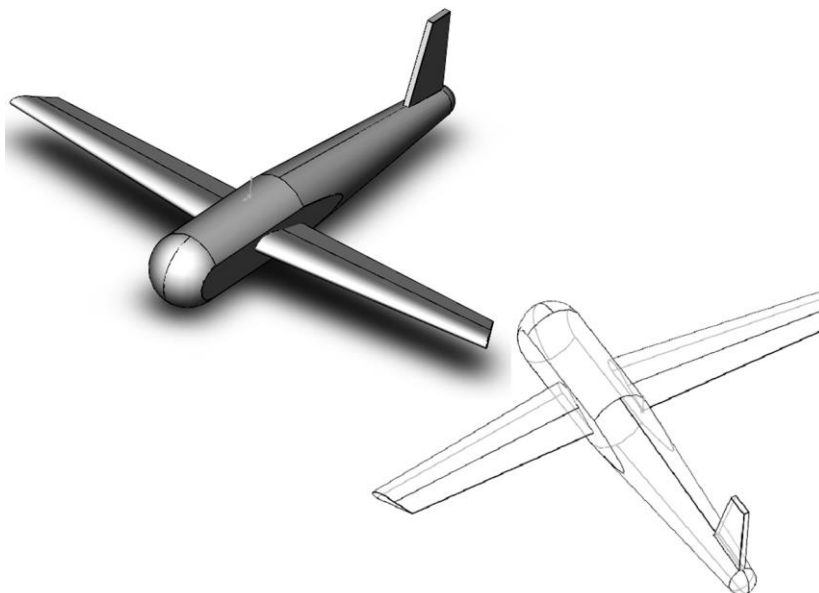


Рисунок 2.42 – Геометрія планера

Пояснення. Твердотільна модель крила (об'єм) будується за обмежувачими її поверхнями, які створюються з використанням ліній, що утворюють периметри двох перерізів крила – Профіль 1 і Профіль 2. Профіль 1 – це торець крила, за допомогою якого крило приєднується до фюзеляжу. При моделюванні він задається п'ятьма точками **A1–A5** (див. табл. 2.9), за якими будуються лінії, що обмежують поверхню перерізу. Профіль 2 є допоміжним і використовується тільки при проміжних побудовах. Він відстоїть від Профілю 1 на відстань **h**, подібний до нього, але має розміри в два рази менші. Решта поверхонь крила створюються шляхом «натягування» поверхонь на відповідні лінії двох перерізів. Після створення об'єму частина його відсікається, при цьому положення січної площини визначається параметрами h_{cp} і α_{cp} .

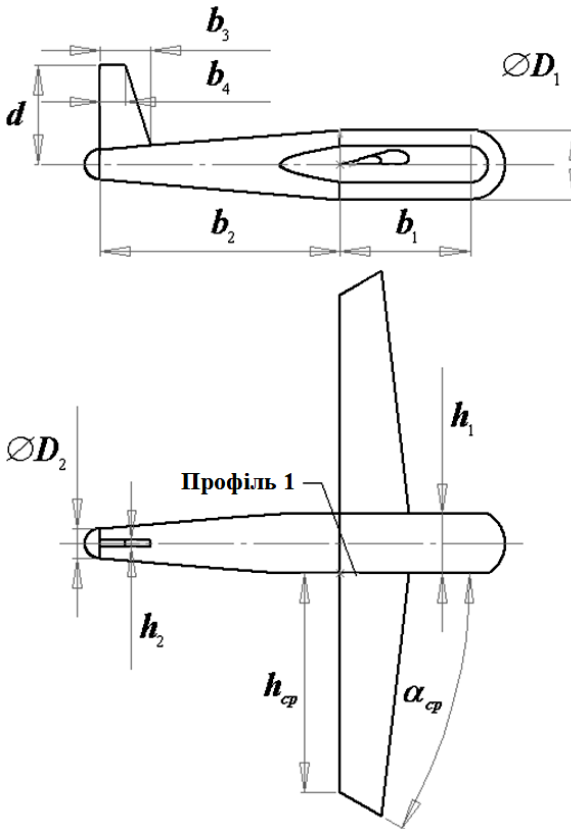


Рисунок 2.43 – Креслення планера – вигляд зліва і вигляд зверху

Таблиця 2.9 – Геометричні розміри планера

Параметри за варіантами		№ варіанта									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A ₁	x ₁ [ММ]	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
	y ₁ [ММ]	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
A ₂	x ₂ [ММ]	60,0	54,0	66,0	48,0	72,0	42,0	78,0	36,0	84,0	30,0
	y ₂ [ММ]	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
A ₃	x ₃ [ММ]	69,0	62,1	75,9	55,2	82,8	48,3	89,7	41,4	96,6	34,5
	y ₃ [ММ]	6,0	5,4	6,6	4,8	7,2	4,2	7,8	3,6	8,4	3,0
A ₄	x ₄ [ММ]	57,0	51,3	62,7	45,6	68,4	39,9	74,1	34,2	79,8	28,5
	y ₄ [ММ]	14,0	12,6	15,4	11,2	16,8	9,8	18,2	8,4	19,6	7,0
A ₅	x ₅ [ММ]	30,0	27,0	33,0	24,0	36,0	21,0	39,0	18,0	42,0	15,0
	y ₅ [ММ]	8,0	7,2	8,8	6,4	9,6	5,6	10,4	4,8	11,2	4,0
h [ММ]		300	270	330	240	360	210	390	180	420	150
h _{ср} [ММ]		220	198	242	176	264	154	286	132	308	110
α _{ср} [°]		30	30	30	30	30	30	30	30	30	30
D ₁ [ММ]		70	63	77	56	84	49	91	42	98	35
D ₂ [ММ]		30	27	33	24	36	21	39	18	42	15
b ₁ [ММ]		130	117	143	104	156	91	169	78	182	65
b ₂ [ММ]		240	216	264	192	288	168	312	144	336	120
b ₃ [ММ]		50	45	55	40	60	35	65	30	70	25
b ₄ =b ₃ /2 [ММ]		25,0	22,5	27,5	20,0	30,0	17,5	32,5	15,0	35,0	12,5
d [ММ]		100	90	110	80	120	70	130	60	140	50
h ₁ [ММ]		60	54	66	48	72	42	78	36	84	30
h ₂ [ММ]		6,0	5,4	6,6	4,8	7,2	4,2	7,8	3,6	8,4	3,0

4) Методика виконання завдання:

Eman I – Вхід у програму.

1. Вхід в інтерактивний режим: «Пуск» > «Програми» > «ANSYS 2020 R1» > «Mechanical APDL Product Launcher» (задати – License: ANSYS Multiphysics; вкладка *File Management*: робочу директорію, ім'я задачі, наприклад, *LabWork06gld* і вкладка *Customization/Preferences*: графічний драйвер, наприклад, *win32*).

2. Запуск сесії: **Run**.

3. Вибір системи одиниць (міжнародна система одиниць SI):

Command(s): /UNITS, Lab (в командному рядку **Command Prompt**), для системи одиниць SI – /UNITS, Si .

4. Вибір одиниць вимірювання кутів:

GUI: Utility Menu > Parameters > Angular Units (обрати градуси DEG);

Command(s): *AFUN, Lab (задати градуси – Lab=DEG).



Eman 2 – Побудова моделі.

Дана модель створюється за допомогою геометричних примітивів: конус, циліндр, паралелепіпед із застосуванням булевих і інших операцій. Створення моделі планера проводиться шляхом побудови за допомогою об'ємних примітивів половини конструкції з подальшим відображенням відносно площини симетрії конструкції.

5. При необхідності для більш наочного відображення геометрії можуть встановлюватися опції, які включають виділення кольором і нумерацію об'єктів **Keypoints, Lines, Areas, Volumes** тощо:

GUI: Utility Menu > Plot Ctrl's > Numbering .

6. Зміна масштабу зображення, його поворот або зміщення:

GUI: Utility Menu > Plot Ctrl's > Pan Zoom Rotate ... (натискання кнопки  приводить до зменшення зображення,  – до збільшення;

Fit – автомасштабування за розміром графічного дисплея, **▲▶▼◀** – зміщення зображення, **X-↻+X** – поворот навколо відповідної осі (у даному випадку **X**), **Dynamic Mode** – динамічний режим керування).

7. Побудова твердотільної моделі крила [1]:

7.1. Створення Профілю 1 крила:

– *побудувати* точки A_1 – A_5 , які задають переріз за координатами за допомогою команди створення ключових точок за координатами в активній системі координат, як показано на рис. 2.44,а:

GUI: Main Menu > Preprocessor > Modeling > Create > Keypoints > In Active CS ;

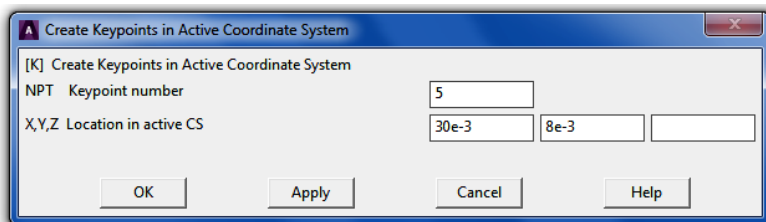
Command(s): K, NPT, X, Y, Z, при цьому необхідно поставити такі параметри: NPT – номер ключової точки і її координати X, Y, Z.

Увага! Точки створюються в одній площині, тому для всіх точок $Z=0$, а X, Y – згідно з варіантом завдання. Якщо точка, не пов'язана з лінією з номером NPT, вже існує, то вона перевизначається даною командою;

– побудувати дві прями лінії за точками **KP1-KP2** і **KP1-KP5** за допомогою команди створення лінії за двома **KP** (див. рис. 2.44,б):

GUI: Main Menu > Preprocessor > Modeling > Create > Lines > Lines > Straight Lines ;

Command(s): LSTR, P1, P2, де P1, P2 – номери ключових точок;

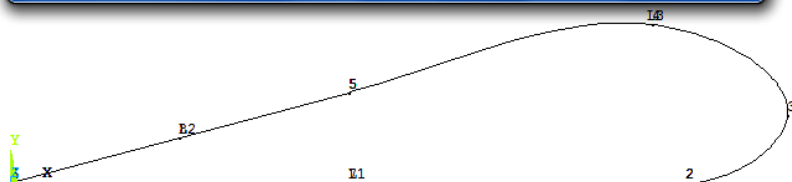
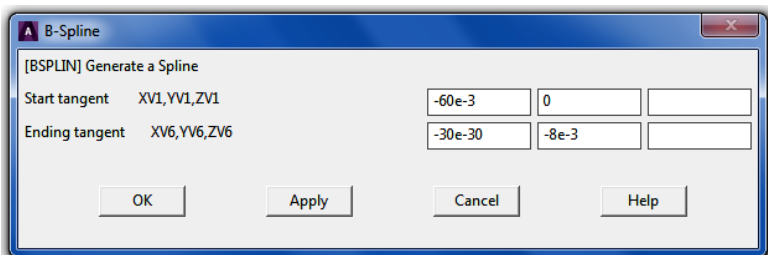


5

3

2

a



б

Рисунок 2.44 – Створення периметра Профілю 1:

a – побудова точок за координатами; б – побудова двох прямих ліній (L1, L2) і лінії сплайну (L3)

– *побудувати* сплайн-лінію за точками **KP2-KP5** за допомогою команди створення лінії-сплайна за ключовими точками (побудову зробити так, щоб кути нахилу векторів дотичних до лінії-сплайна в точках **KP2** і **KP5** збігалися з кутами нахилу відрізків, побудованих за точками **KP1-KP2** і **KP1-KP5** відповідно), як показано на рис. 2.44,б:

GUI: Main Menu > Preprocessor > Modeling > Create > Lines > Splines > With Options > Spline thru KPs ;

Command(s): BSPLIN, P1, P2, P3, P4, P5, P6, XV1, YV1, ZV1, XV6, YV6, ZV6, з'єднує ключові точки з **P1** по **P6** лінією-сплайном, **XV1, YV1, ZV1** і **XV6, YV6, ZV6** описують вектори, дотичні до сплайна в точках **P1** і **P6** (в першій та останній з заданих або вказаних точок).

Увага! В даному випадку для визначення координат векторів, дотичних до сплайна в початковій (**KP2**) і кінцевій (**KP5**) точках (**XV1, YV1, ZV1** і **XV6, YV6, ZV6**), можуть бути задані координати цих точок, але з зворотними знаками $(-x_2, -y_2, -z_2)$ і $(-x_5, -y_5, -z_5)$ відповідно.

7.2. Створення Профілю 2 крила:

– *побудувати* лінії Профілю 2, віддаленого від Профілю 1 на відстані **h**, за допомогою створення ліній копіюванням існуючих, як показано на рис. 2.45,а:

GUI: Main Menu > Preprocessor > Modeling > Copy > Lines (ITIME=2, DX=DY=0, DZ=h);

Command(s): LGEN, ITIME, NL1, NL2, NINC, DX, DY, DZ, KINC, NOELEM, IMOVE – де номери ліній з **NL1** по **NL2** з кроком **NINC** – визначають задану комбінацію ліній; **ITIME** – необхідна кількість копій, **DX, DY, DZ** – в декартовій системі координат інтервали по осях X, Y, Z, з якими розміщуються новостворювані лінії, **KINC** – крок, з яким зростають номери ключових точок кожної наступної лінії, **NOELEM** – вказує, чи слід копіювати також елементи і вузли, **IMOVE** – вказує, чи слід переміщати вихідні лінії;

– *масштабувати* лінії Профілю 2, зменшивши їх в два рази в напрямку осей координат **X, Y** за допомогою команди переміщення або копіювання ліній з масштабуванням, як показано на рис. 2.45,б:

GUI: Main Menu > Preprocessor > Modeling > Operate > Scale > Lines або **Command(s): LSSCALE** (див. нижче);

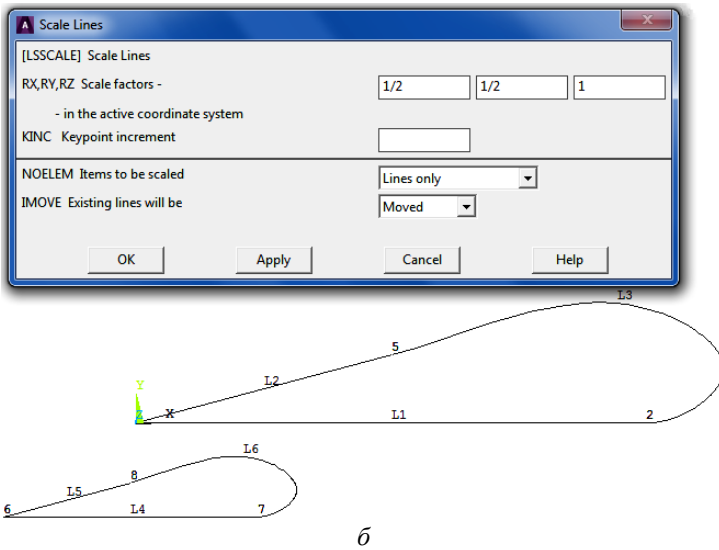
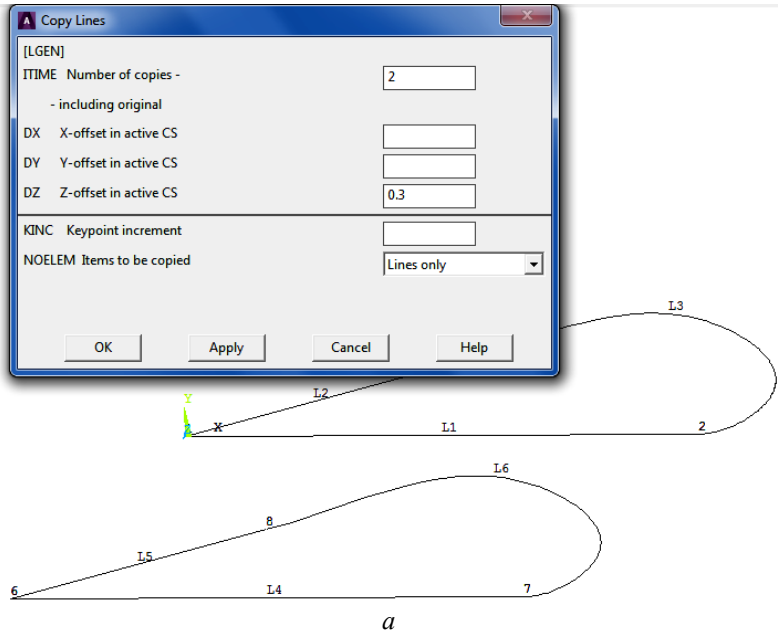


Рисунок 2.45 – Створення периметра Профілю 2:
a – копіювання ліній; *б* – масштабування ліній

Command(s): LSSCALE, NL1, NL2, NINC, RX, RY, RZ, KINC, NOELEM, IMOVE – копіювання набору ліній з номерами **NL1-NL2** з кроком **NINC** (за замовчуванням 1) у масштабі, масштаб за осями X, Y, Z визначається значеннями параметрів **RX, RY, RZ**, параметр **KINC** – крок, з яким зростають номери ключових точок кожної наступної лінії, **NOELEM** – вказує, чи слід копіювати також елементи і вузли, **IMOVE** – вказує, чи слід переміщати вихідні поверхні: 0 тільки створювати нові (Copied), 1 – переміщати вихідні (Moved).

7.3. Створення поверхонь і об'єму крила:

– *створити* торцеві поверхні за лініями **L1-L3** і **L4-L6** за допомогою команди створення поверхні за контуром (див. рис. 2.46):

GUI: Main Menu > Preprocessor > Modeling > Create > Areas Arbitrary > By Lines ;

Command(s): AL, L1, L2, L3, L4, L5, L6, L7, L8, L9, L10;

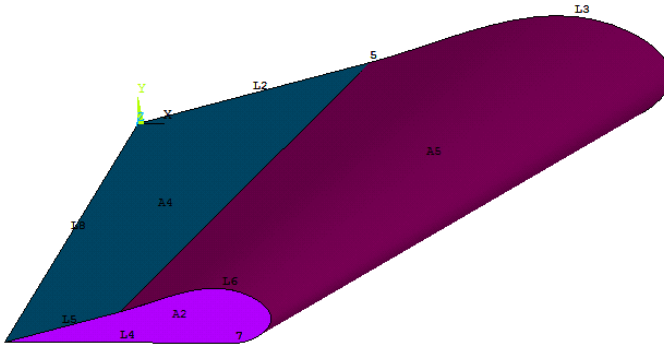


Рисунок 2.46 – Створення поверхонь і об'єму крила

– *створити* інші три поверхні крила шляхом послідовного «натягування» поверхонь на відповідні лінії двох перерізів, тобто на лінії **L1** і **L4**, лінії **L2** і **L5**, лінії **L3** і **L6** (див. рис. 2.46):

GUI: Main Menu > Preprocessor > Modeling > Create > Areas > Arbitrary > By Skinning ;

Command(s): ASKIN, NL1, NL2, NL3, NL4, NL5, NL6, NL7, NL8, NL9;

– *створити* об'єм крила за 5-ти поверхнями за допомогою команди створення об'єму, обмеженого поверхнями (див. рис. 2.46):

GUI: Main Menu > Preprocessor > Modeling > Create > Volumes > Arbitrary > By Areas ;

Command(s): VA, A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7, A8, A9, A10 .

7.4. Створення зрізу крила:

– *перемістити* на відстань h_{cp} і повернути на кут α_{cp} (див. рис. 2.43) робочу площину (**Work Plane**), задаючи зміщення і кути повороту відносно осей **WP**, як показано на рис. 2.47,*a*. Для даної операції треба скористатися меню:

GUI: Utility Menu > Work Plane > Offset WP by Increments... ,

задаючи відносно осей **WP** зміщення (Snaps X, Y, Z Offsets=**0,0, h_{cp}**) і кути повороту (встановити дискретне значення кута повороту **30** за допомогою «повзунка» на смузі прокручування Degrees і натиснути **Y-G**) – див. рис. 2.47,*a*;

– *провести* установку параметрів булевих операцій – вибір опцій логічних (булевих) операцій (видаляти всі вихідні об'єкти):

GUI: Main Menu > Preprocessor > Modeling > Operate > Booleans > Settings (KEEP = No) ;

Command(s): BOPTN, Lab, Value, де за допомогою параметра **Lab** можна вказати, чи слід зберігати вихідні об'єкти після завершення логічної операції (Lab=KEEP), в цьому випадку **Value** може набувати значення NO – видаляти всі вихідні об'єкти, які не входять до складу об'єктів більш високого порядку і для яких не була створена скіченно-елементна сітка, або YES – зберегти вихідні об'єкти;

– *провести* перетин об'єму робочою площиною:

GUI: Main Menu > Preprocessor > Modeling > Operate > Booleans > Divide > Volu by WrkPlane ;

Command(s): VSBW, NV, SEPO, KEEP, де параметр **SEPO** визначає результат операції: відсутність значення приводить до того, що **NV** ділиться на дві взаємопов'язані частини, що мають загальну поверхню; значення **SEPO** вказує, що **NV** ділиться на дві незалежні частини, границі яких збігаються з поверхнею перерізу, за допомогою параметрів **KEEP** визначають, чи слід видалити **NV** після завершення команди: DELETE – видаляти, KEEP – не видаляти. За відсутності цих

параметрів використовують раніше встановлений параметр Lab = KEEP команди [BOPTN].

Увага! Якщо при виконанні цієї операції програма видає помилку через складність математичної обробки команди перетину об'єму, обмеженого істотно нелінійними поверхнями, то можна скористатися альтернативним способом: *зробити* перетин трьох неторцевих поверхонь робочою площиною (GUI: Main Menu > Preprocessor > Modeling > Operate > Booleans > Divide > Area by WrkPlane); *виконати* побудову поверхні перерізу за трьома лініями, отриманими в результаті перетину (GUI: Main Menu > Preprocessor > Modeling > Create > Areas > Arbitrary > By Lines); *провести* перетин об'єму створеною поверхнею (GUI: Main Men > Preprocessor > Modeling > Operate > Booleans > Divide > Volume by Area > вказати об'єм крила > Apply > вказати побудовану поверхню перерізу > OK).

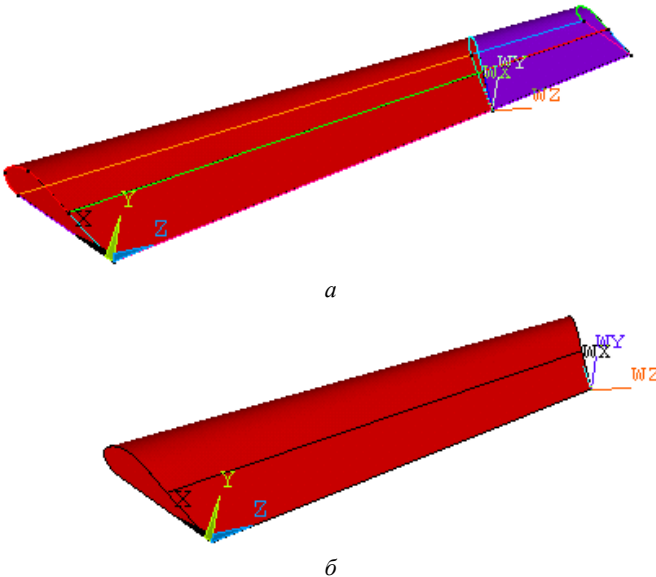


Рисунок 2.47 – Створення зрізу крила

a – ділення об'єму робочою площиною; *б* – видалення об'єму

– *видалити* менший об’єм, його поверхні, лінії і точки (рис. 2.47,б):

GUI: Main Menu > Preprocessor > Modeling > Delete > Volume and Below ;

– *сумістити* робочу площину (**Work Plane**) з глобальною декартовою системою координат:

GUI: Utility Menu > WorkPlane > Align WP with > Global Cartesian .

8. Створення фюзеляжу планера:

– *перемістити* на відстань $-h_1/2$ уздовж осі **Z** і повернути робочу площину (**Work Plane**) так, щоб її вісь **Z** збігалася з віссю циліндричної частини фюзеляжу, задаючи зміщення і кути повороту відносно осей **WP** (рис. 2.48,а):

GUI: Utility Menu > Work Plane > Offset WP by Increments ... ;

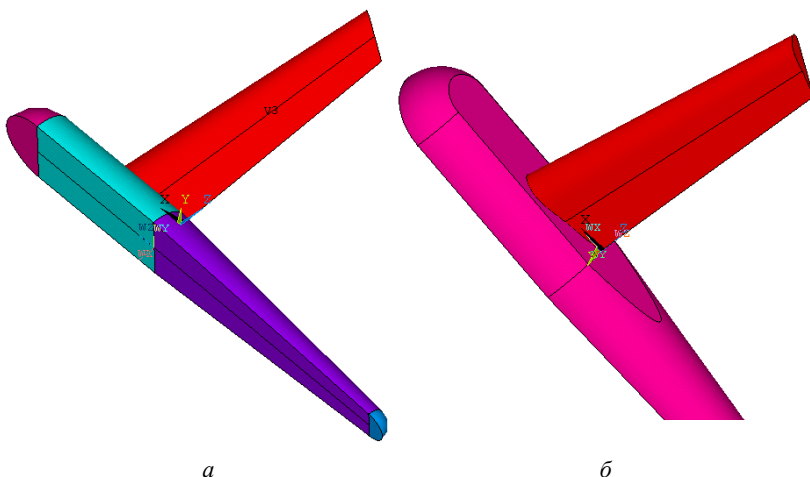


Рисунок 2.48 – Створення моделі фюзеляжу планера:

a – побудова циліндричної, конусної, носової і хвостової частин фюзеляжу;
б – об’єднання всіх об’ємів в один шляхом складання і відсікання частини об’єму

– *побудувати* половину циліндричної частини фюзеляжу за допомогою об’ємного примітиву «циліндр», скориставшись командою побудови циліндра або циліндричного сектора заданого радіуса і висоти з центром на початку координат (див. рис. 2.48,а):

GUI: Main Menu > Preprocessor > Modeling > Create > Volumes > Cylinder > By Dimensions (параметри задати залежно від розташування осей **WP**, наприклад, $RAD1=D_1/2$, $RAD2=0$, $Z1=0$, $Z2=b_1$, $THETA1=90$, $THETA2=270$);

Command(s): CYLIND, $RAD1$, $RAD2$, $Z1$, $Z2$, $THETA1$, $THETA2$, де **RAD1** і **RAD2** – зовнішній і внутрішній радіуси, **Z1** і **Z2** – координати верхньої і нижньої основ, **THETA1** і **THETA2** – початковий і кінцевий кути;

– *побудувати* половину конусної частини фіюзеляжу за допомогою об'ємного примітиву «усічений конус», скориставшись командою побудови конуса або сектора конуса заданих розмірів з центром на початку координат (див. рис. 2.48,a):

GUI: Main Menu > Preprocessor > Modeling > Create > Volumes > Cone > By Dimensions (параметри задати залежно від розташування осей **WP**, наприклад, $RBOT=D_2/2$, $RTOP=D_1/2$, $Z1=-b_2$, $Z2=0$, $THETA1=90$, $THETA2=270$);

Command(s): CONE, $RBOT$, $RTOP$, $Z1$, $Z2$, $THETA1$, $THETA2$, де **RBOT** і **RTOP** – радіуси нижньої і верхньої основ відповідно, **Z1** і **Z2** – координати площин верхньої і нижньої основ конуса по осі **Z**, **THETA1** і **THETA2** – початковий і кінцевий кути сектора основи конуса;

– *побудувати* половину носової і хвостової частин фіюзеляжу за допомогою провороту зовнішніх напівкруглих поверхонь основ секторів циліндра і конуса відносно осей обертання заданих двома точками на їх прямих лініях, причому кожен частину як один сектор (див. рис. 2.48,a):

GUI: Main Menu > Preprocessor > Modeling > Operate > Extrude > Areas > About Axis ($ARC=90$ або -90 , $NSEG=1$);

Command(s): VROTAT, $NA1$, $NA2$, $NA3$, $NA4$, $NA5$, $NA6$, $PAX1$, $PAX2$, ARC , $NSEG$, де **NA1-NA6** – вихідний набір поверхонь, **PAX1** і **PAX2** – номери точок, через які проходить вісь обертання, **ARC** – довжина дуги обертання в градусах, **NSEG** – кількість об'ємів у вигляді сегментів;

Увага! Повинні бути побудовані дві чверті сфер – одна в носовій, а інша в хвостовій частинах фіюзеляжу. Побудова проводиться

«оберненням» (проворотом) відповідних поверхонь – половин кіл, тобто основ половини циліндра і половини конуса. Для задання осі «обернення» можуть бути використані раніше згенеровані при побудові циліндра і конуса точки, які належать оберненим перерізам та лежать на осях обертання.

– *об'єднати* об'єми, що входять у фюзеляж, в один шляхом складання:

GUI: Main Menu > Preprocessor > Modeling > Operate > Booleans > Add > Volumes ;

Command(s): VADD, NV1, NV2, NV3, NV4, NV5, NV6, NV7, NV8, NV9, де **NV1-NV9** – номери об'ємів, з яких створюється новий об'єм шляхом складання;

– *побудувати* зріз фюзеляжу, для чого сумістити **Work Plane** з глобальною декартовою системою координат (див. п. 7), зробити перетин об'єму і робочої площини (див. п. 7) і видалити непотрібний об'єм, як показано на рис. 2.48,б.

9. Створення хвоста планера:

– *перемістити* центр **Work Plane** в точку, що лежить на осі і в площині з'єднання конусної частини і чверті сфери (рис. 2.49,а).

GUI: Utility Menu > Work Plane > Offset WP to > Keypoints ;

Command(s): KWPAVE, P1, P2, P3, P4, P5, P6, P7, P8, P9, переміщення центра робочої площини в середнє місце розташування точок **P1–P9**;

– *повернути* **Work Plane** так, щоб вісь **Z** була спрямована вгору;

– *побудувати* прямокутний паралелепіпед за координатами кутової точки і розмірами (див. рис. 2.49,а):

GUI: Main Menu > Preprocessor > Modeling > Create > Volumes > Block > By 2 Corners & Z ;

Command(s): BLC4, XCORNER, YCORNER, WIDTH, HEIGHT, DEPTH, де **XCORNER** і **YCORNER** – координати X і Y кутової точки прямокутника або передньої грані паралелепіпеда, **WIDTH, HEIGHT** і **DEPTH** відповідно – ширина, висота і глибина;

– *об'єднати* об'єми фюзеляжу і хвоста в один шляхом складання;

– *побудувати* точку на верхньому внутрішньому ребрі хвоста (тобто лінії перетину верхньої грані хвоста і площини симетрії планера) посередині між двома відповідними вершинами паралелепіпеда (див. рис. 2.49,*a*):

GUI: Main Menu > Preprocessor > Modeling > Create > Keypoints > KP between KPs ;

Command(s): KBETW, KP1, KP2, KPNEW, Type, VALUE, де **KP1, KP2** – номери існуючих точок, **KPNEW** – номер нової точки, **Type** – правило, за яким обчислюється розташування нової точки: за співвідношенням між відстанями $(KP1-KPNEW)/(KP1-KP2)$ (Type=RATIO) або по довжині відрізка між KP1 і KPNEW (Type=DIST), **VALUE** – значення;

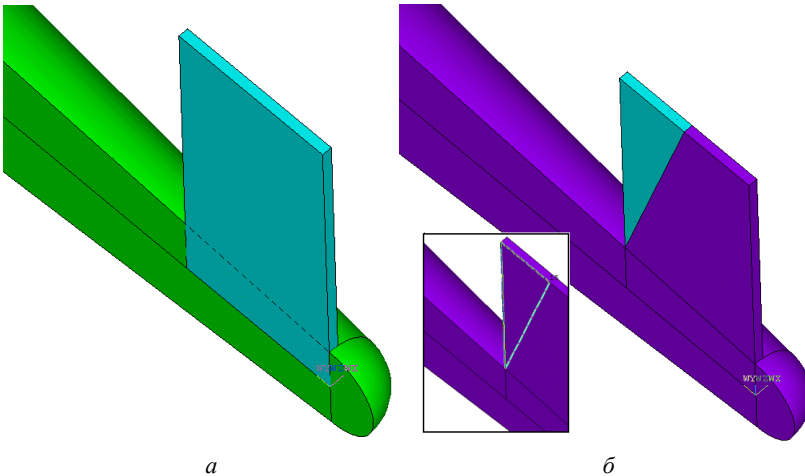


Рисунок 2.49 – Створення хвоста планера:

a – побудова прямокутного паралелепіпеда;

б – побудова об'єму «видавлюванням» поверхні і відніманням об'ємів

– *побудувати* за точками дві лінії на поверхні паралелепіпеда, як показано на рис. 2.49,*б*, скориставшись раніше згенерованими програмою точками (одна лінія під нахилом до середньої точки, а друга – половина верхнього ребра):

GUI: Main Menu > Preprocessor > Modeling > Create > Lines > Lines > Straight Lines або **Command(s): LSTR, P1, P2** ;

– *створити* поверхню по трикутному контуру (див. рис. 2.49,б):

GUI: Main Menu > Preprocessor > Modeling > Create > Areas > Arbitrary > By Lines або **Command(s): AL, L1, ... , L10** ;

– *«протягнути»* поверхню уздовж короткого ребра для створення об'єму (див. рис. 2.49,б) – створення об'єму «видавлюванням» поверхонь по траєкторії:

GUI: Main Menu > Preprocessor > Modeling > Operate > Extrude > Areas > Along Lines ;

Command(s): VDRAG, NA1, NA2, NA3, NA4, NA5, NA6, NLP1, NLP2, NLP3, NLP4, NLP5, NLP6 – створення об'ємів шляхом видавлювання (паралельного перенесення) вихідного набору поверхонь з номерами **NA1-NA6** за деякою безперервною траєкторією, що складається з ліній **NLP1-NLP6** ;

– *зробити* зріз хвоста – віднімання об'єму з об'єму (див. рис. 2.50):

GUI: Main Menu > Preprocessor > Modeling > Operate > Booleans > Subtract > Volumes ;

Command(s): VSBV, NV1, NV2, SEPO, KEEP1, KEEP2 ;

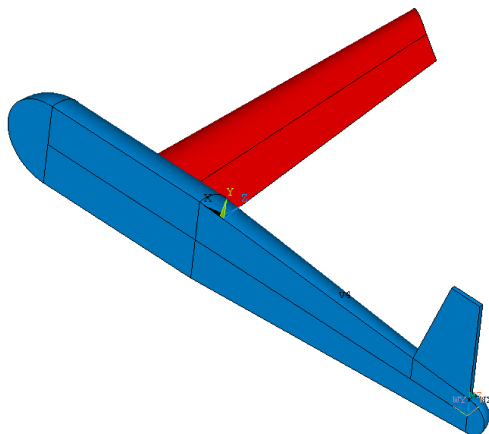


Рисунок 2.50 – Зовнішній вигляд симетричною частині моделі

– *побудувати* криволінійну поверхню по лініях переходу фюзеляж-хвіст, як показано на рис. 2.51;

– *розділити* по побудованій поверхні фюзеляж і хвіст планера шляхом віднімання поверхні з об'єму (рис. 2.52):

GUI: Main Menu > Preprocessor > Modeling > Operate > Booleans > Divide > Volume by Area ;

Command(s): VSBA, NV, NA, SEPO, KEEPV, KEEPA – здійснює віднімання поверхні **NA** з об'єму **NV**, тобто видаляє з **NV** область, що належить **NA**.

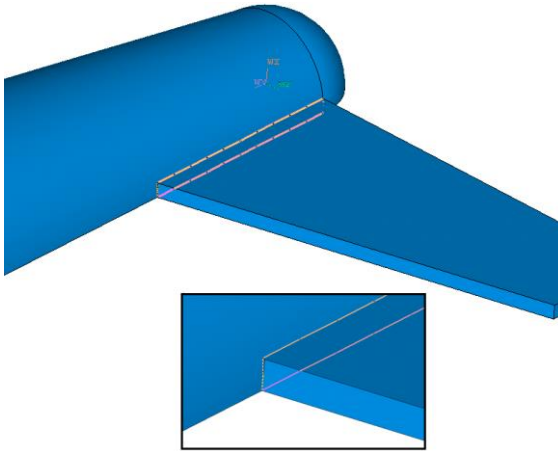


Рисунок 2.51 – Побудова поверхні поділу фюзеляжу і хвоста планера

10. Створення всіх елементів повної моделі планера:

– *змінити* активну систему координат, обравши за неї робочу площину (**Work Plane**):

GUI: Utility Menu > WorkPlane > Change Active CS to > Working Plane ;

Command(s): CSYS, KCN (де KCN=4 або WP – робоча площина);

– *створити* нові об'єми крила, фюзеляжу і хвоста відображенням існуючих об'ємів із зазначенням координатної площини активної СК, відносно якої буде проводитися відображення:

GUI: Main Menu > Preprocessor > Modeling > Reflect > Volumes ;

Command(s): VSYMM, Ncomp, NV1, NV2, NINC, KINC, NOELEM, IMOVE;

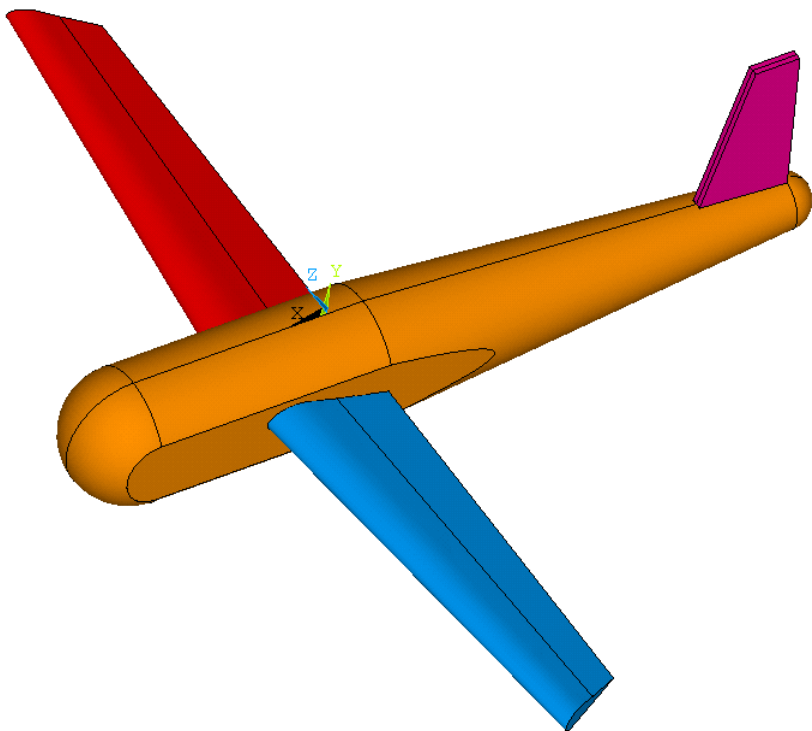


Рисунок 2.52 – Створення кінцевого вигляду моделі планера

– змінити активну систему координат, обравши за неї глобальну декартову систему координат:

GUI: Utility Menu > WorkPlane > Change Active CS to > Global Cartesian ;

Command(s): CSYS, KCN (де KCN=0 – прямокутна (декартова) система координат);

– об'єднати попарно половини фюзеляжу (див. п. 8);

– об'єднати попарно половини хвоста (див. п. 8).

11. Створення повної геометричної моделі планера:

– склеїти попарно фюзеляж і хвіст, ліве крило і фюзеляж, праве крило і фюзеляж (див. рис. 2.52) за допомогою команди – створення об'єму «склеюванням» об'ємів:

GUI: Main Menu > Preprocessor > Modeling > Operate > Booleans > Glue > Volumes ;

Command(s): VGLUE, NV1, NV2, NV3, NV4, NV5, NV6, NV7, NV8, NV9 – створює нові об'єми шляхом «склеювання» вихідних об'ємів **NV1-NV9**.

Увага! Після виконання цієї команди новостворені об'єми займають ту ж саму область, що і вихідні, але при цьому границя будь-яких двох суміжних вихідних об'ємів стає загальною, тобто операція «склеювання» дозволяє пов'язувати окремі частини моделі без об'єднання.

12. Збереження геометрії в окремому файлі:

GUI: Utility Menu > File > Save as (ввести ім'я файлу, наприклад, **Model6**, замість * перед **.db > ОК**);

14. Збереження протокового (журнального) файлу (log-файлу):

GUI: Utility Menu>File>Write DB Log File .

Контрольні запитання

1. Перерахуйте геометричні примітиви, які використовувалися при побудові твердотільної моделі планера?

2. Які операції, не пов'язані з булевими, застосовувалися при побудові твердотільної моделі планера?

3. Які булеві операції застосовувалися при побудові моделі?

4. Яким іншим способом могли бути побудовані носова і хвостова частини фюзеляжу (див. п. 8)?

5. Що змінилося б у моделі планера, якби замість операції склеювання в п. 11 була б застосована операція об'єднання?

3. ЛІНІЙНИЙ СТАТИЧНИЙ МІЦНІСНИЙ АНАЛІЗ У ПК ANSYS З ВИКОРИСТАННЯМ МЕТОДУ СКІНЧЕННИХ ЕЛЕМЕНТІВ

Можливості статичного міцнісного аналізу програми ANSYS використовуються для визначення переміщень, напружень, деформацій і зусиль, які виникають в конструкції або в її складових частинах у результаті прикладення механічних сил, що не залежать від часу. Статичний аналіз придатний для задач, в яких дія сил інерції або процеси розсіювання енергії не роблять істотного впливу на поведінку конструкції. Розв'язання цієї задачі формулюється за допомогою понять теорії пружності, а здійснюється в ANSYS методом скінченних елементів. Результатом розв'язання задачі є параметри напружено-деформованого стану (НДС), а саме розподіл переміщень, деформацій та напружень в межах об'єму моделі конструкції. Цей розподіл, а також максимальні значення вказаних величин дозволяють оцінити стан та міцність конструкції порівнянням з допустимими значеннями.

3.1. Формулювання задачі методами теорії пружності

Всі висновки класичної теорії пружності ґрунтуються на моделі деформованого твердого тіла. Такою моделлю є *ідеально пружне тіло*.

Розглянемо основні властивості, якими наділяється ця модель [13]. Ідеально пружне тіло припускається *цілком пружним*. Під повною пружністю розуміють властивість твердих тіл повністю відновлювати первинну форму і об'єм після усунення зовнішніх фізичних впливів.

Первісний стан передбачається таким, що при відсутності навантажень в тілі не виникає ніяких напружень. Такий стан тіла зазвичай називається *природним*. Він виключає з розгляду початкові напруження, характер і величина яких, як правило, не відомі і залежать від історії виникнення тіла.

При ідеальній пружності передбачається *лінійна залежність між навантаженням тіла і його переміщеннями*, що дозволяє встановити *однозначну залежність між напруженнями і деформаціями* для кожної температури, незалежно від часу.

Ідеально пружне тіло передбачається *суцільним*, тобто

безперервне до деформування, воно залишається безперервним і після деформування. Будь-який об'єм тіла, включаючи мікрооб'єми, не має порожнеч і розривів. Це дає можливість розглядати деформації і переміщення точок тіла як безперервні функції координат. Структура речовини, атоми і молекули, що складають тіло, не беруться до уваги.

Ідеально пружне тіло передбачається *однорідним*. Це означає, що у всіх точках тіла при одних і тих же напруженнях виникають однакові деформації. Це припущення дозволяє вважати величини, що характеризують пружні властивості тіла, постійними по всьому об'єму.

Ідеально пружне тіло передбачається *ізотропним*. Під цим мають на увазі, що пружні властивості тіла однакові в усіх напрямках.

Реальні тіла тією чи іншою мірою відрізняються від розглянутої моделі. Тому *прийнятність рішень, одержуваних у теорії пружності, для реальних тіл залежить від того, наскільки ці тіла можна вважати цілком пружними, суцільними, однорідними і ізотропним*.

Розглянемо основні принципи та припущення теорії пружності [13]. У класичній теорії пружності приймається, що переміщення тіла малі в порівнянні з його лінійними розмірами, а відносні подовження і кути зсуву малі в порівнянні з одиницею.

Малість переміщень і лінійна залежність між напруженнями і деформаціями дозволяють застосувати *принцип незалежності дії сил*. Цей принцип дає можливість підрахувати результат впливу на тіло системи сил складанням результатів впливу кожної сили окремо.

Велике значення при розв'язанні багатьох задач теорії пружності має принцип локальності ефекту самоврівноважених навантажень, або *принцип Сен-Венана*. Згідно з цим принципом система взаємно врівноважених навантажень, прикладена до малої частини тіла, викликає напруження, які швидко убувають у міру віддалення від місця прикладання навантажень (місцеві напруження).

В [13] це пояснюється на наступному прикладі. При захопленні дроту кліщами на нього діють дві рівні і протилежно спрямовані сили. Вони створюють великі напруження і деформації в місці захоплення, які швидко зменшуються при віддаленні вліво і вправо.

Принцип Сен-Венана має інше формулювання: в точках твердого

тіла, досить віддалених від місця прикладання навантажень, напруження досить мало залежать від характеру розподілу цих навантажень по поверхні тіла. На підставі принципу Сен-Венана навантаження, розподілені по невеликій частині поверхні тіла, можна замінювати зосередженою силою.

3.1.1. Основні поняття і положення теорії пружності

Лінійний статичний міцнісний аналіз базується на розв'язанні задач методами теорії пружності [1, 13]. Мета цієї теорії – виведення математичних рівнянь, розв'язання яких дозволяє знайти переміщення точок тіла, його деформації та напруження при навантаженнях заданої величини. Розглянемо основні положення цієї теорії. На рис. 3.1 показано тіло, що знаходиться в стані рівноваги. Під дією зовнішніх сил P_i між частинами тіла виникають внутрішні сили взаємодії.

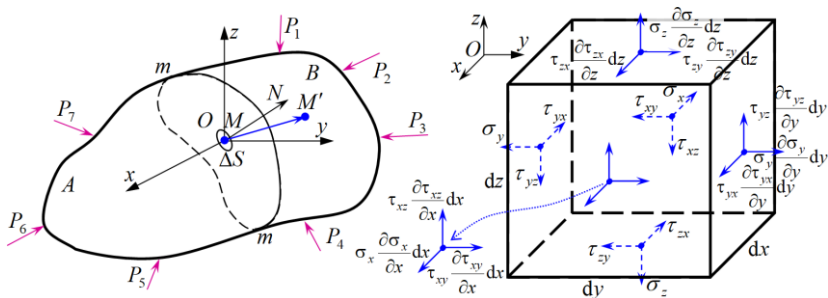


Рисунок 3.1 – Тверде деформоване тіло під дією навантаження та компоненти напружень на нескінченно малому елементі в точці O

Щоб дослідити величину цих сил в довільній точці O , уявімо, що тіло розділене на дві частини A і B поперечним перерізом mm , який проходять через цю точку. Розглядаючи одну з цих частин, наприклад частину A , можна стверджувати, що вона знаходиться в рівновазі під дією зовнішніх сил P_i і внутрішніх сил, розподілених по поперечному перерізу mm , і являють дію матеріалу частини B на матеріал частини A . Припустимо, що ці сили безперервно розподілені по площі перетину mm подібно до того, як розподіляються по поверхні, на яку вони діють, гідростатичний тиск або тиск вітру. Величини таких сил зазвичай визначаються їх інтенсивністю, тобто величиною сили, віднесеної до

одиниці площі, на яку вона діє. *Інтенсивність внутрішніх сил називається напруженням.*

Напруження є результатом взаємодії частинок тіла. Воно з'являється при навантаженні його зовнішніми силами. Дії зовнішніх сил, що прагнуть змінити розташування частинок тіла або викликати їх зміщення, перешкоджають напруження, що виникають при цьому в тілі. Вони обмежують це зміщення деякою малою величиною. В одній і тій же точці напруження в різних напрямках, як правило, будуть різними і тільки в окремих випадках навантаження вони можуть бути однаковими. Цей опис *поняття напруження є певною абстракцією*, що вводиться в теорію пружності, але саме таке зображення дозволяє зробити зрозумілим, що таке міцнісний стан навантаженого тіла.

Щоб отримати величину напруження, на деякій елементарній площинці ΔS , що вирізана з поперечного перерізу mm в точці O , перш за все відзначимо, що сили, які діють на цю елементарну площинку з боку частини тіла B на частину A , можна звести до рівнодійної сили ΔP . Якщо тепер безперервно зменшувати площу елементарної площинки ΔS , то граничне значення відношення $\Delta P/\Delta S$ дасть нам величину повного напруження p , діючого в поперечному перерізі mm в точці O . Граничний напрям рівнодійної ΔP є напрямом напруження в даній точці. У загальному випадку вектор напруження нахилений до площинки ΔS , на якій воно діє, і його можна розкласти на дві компоненти: на нормальне напруження σ (перпендикулярне площинці), і на дотичне напруження τ , що діє в площині площинки ΔS .

Існує два види зовнішніх сил, які можуть впливати на тіло. Сили, що розподілені по поверхні тіла, такі, як тиск одного тіла на інше або гідростатичний тиск, називаються поверхневими силами. Сили, що розподілені по масі тіла, такі, як сили тяжіння, магнітні сили або (в разі руху тіла) сили інерції, називаються об'ємними силами.

Нехай досліджуване пружне тіло розташоване в декартовій системі координат (x, y, z) . Введемо такі позначення: R_x, R_y, R_z – проекції на координатні осі об'ємних сил, що припадають на одиницю об'єму тіла; p_x, p_y, p_z – проекції поверхневих сил, що припадають на одиницю

граничної поверхні тіла.

Розглянемо дуже малий кубічний елемент в точці O (рис. 3.1) з гранями, паралельними координатним осям.

Введемо такі позначення для компонент напружень:

$\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}$ – на площинці, перпендикулярній осі x ,

$\sigma_{yx}, \sigma_{xy}, \sigma_{yz}$ – на площинці, перпендикулярній осі y ,

$\sigma_{zx}, \sigma_{zy}, \sigma_{zz}$ – на площинці, перпендикулярній осі z ,

де $\sigma_{xx}=\sigma_x, \sigma_{yy}=\sigma_y, \sigma_{zz}=\sigma_z$ – нормальні напруження,

$\sigma_{xy}=\tau_{xy}, \sigma_{yx}=\tau_{yx}, \sigma_{yz}=\tau_{yz}, \sigma_{zy}=\tau_{zy}, \sigma_{xz}=\tau_{xz}, \sigma_{zx}=\tau_{zx}$ – дотичні напруження.

Позначення для компонент напружень, що діють по гранях цього елемента, а також позитивні напрями показані на рис 3.1. Перший індекс в цих позначеннях характеризує орієнтацію площинки, а другий – напрям дії відповідної складової напруження.

Нормальні напруження вважаються позитивними, коли вони викликають розтягнення елемента, і негативними, коли вони викликають стиснення. Позитивні напрями дотичних напружень на грані збігаються з позитивними напрямками координатних осей тоді, коли зовнішня нормаль до цієї грані збігається з позитивним напрямком відповідної осі. Якщо ж зовнішня нормаль спрямована протилежно відповідній осі, то позитивні напрями компонент дотичного напруження змінюються на зворотні.

Реальне число різних дотичних напружень не шість, а три, тому що $\tau_{xy}=\tau_{yx}, \tau_{yz}=\tau_{zy}, \tau_{xz}=\tau_{zx}$. Тобто на двох перпендикулярних одна до одної гранях кубічного елемента компоненти дотичного напруження, перпендикулярні лінії перетину цих граней та рівні між собою.

Напруження, що виникають в твердому тілі в загальному випадку можуть бути різними в різних точках тіла, тобто є функціями координат точок: $\sigma_x(x,y,z), \sigma_y(x,y,z), \sigma_z(x,y,z), \tau_{xy}(x,y,z), \tau_{yz}(x,y,z), \tau_{xz}(x,y,z)$.

Розглянемо довільну точку $M(x,y,z)$ пружного тіла (рис. 3.1), яка під дією зовнішніх сил переміщується в положення M' . Вектор повного переміщення MM' можна розкласти по координатних осях на три складники u_x, u_y, u_z , звані компонентами переміщення. Оскільки деформація тіла відбувається при збереженні безперервності матеріалу,

то переміщення є неперервними функціями координат.

Деформація тіла в кожній точці характеризується величинами $\epsilon_{xx}, \epsilon_{xy}, \epsilon_{xz}, \epsilon_{yx}, \epsilon_{yy}, \epsilon_{yz}, \epsilon_{zx}, \epsilon_{zy}, \epsilon_{zz}$. Деформації $\epsilon_{xx}=\epsilon_x, \epsilon_{yy}=\epsilon_y, \epsilon_{zz}=\epsilon_z$ – це лінійні деформації за напрямками відповідних осей, тобто відносні зміни довжин нескінченно малих відрізків, до деформування паралельних осям x, y, z відповідно. Вони вважаються позитивними, якщо відбувається подовження відрізків, і негативними – в разі їх укорочення. Деформації $\epsilon_{xy}=\gamma_{xy}, \epsilon_{yx}=\gamma_{yx}, \epsilon_{yz}=\gamma_{yz}, \epsilon_{zy}=\gamma_{zy}, \epsilon_{xz}=\gamma_{xz}, \epsilon_{zx}=\gamma_{zx}$ – це деформації зсуву, що являють собою зміни кутів між елементарним відрізками, від початку паралельними тим координатним осям, які вказані в індексах. Вони вважаються позитивними, якщо кути між відрізками, орієнтованими в позитивних напрямках координатних осей, стають гострими. Їх також, як і дотичних напружень, не шість, а три, тому що $\gamma_{xy}=\gamma_{yx}, \gamma_{yz}=\gamma_{zy}, \gamma_{xz}=\gamma_{zx}$.

3.1.2. Теорія напружень і співвідношення статичної рівноваги

Елементарний об'єм (рис. 3.1), вирізаний з деформованого тіла, повинен знаходитися в рівновазі. У ньому діють тільки компоненти напружень і об'ємні сили. Якщо розглядати граничні розміри елементарного нескінченно малого об'єму, що переходить в точку, легко отримати диференціальні рівняння рівноваги. Розміри цього нескінченно малого паралелепіеда дорівнюють dx, dy, dz (рис. 3.1). Тоді, наприклад, нормальне σ_x напруження в точці з координатами (x, y, z) має значення, а в точці, розташованій від неї на нескінченно малій відстані, теж саме напруження дорівнює:

$$\sigma_x(x+dx, y+dy, z+dz) = \sigma_x(x, y, z) + \frac{\partial \sigma_x(x, y, z)}{\partial x} dx + \frac{\partial \sigma_x(x, y, z)}{\partial y} dy + \frac{\partial \sigma_x(x, y, z)}{\partial z} dz. \quad (1)$$

Воно отримано з точністю до нескінченно малих першого порядку в ряду Тейлора та з урахуванням того, що для площинок паралельних площині Oyz , змінюється тільки координата x , а $dy=dz=0$. Аналогічно пов'язані напруження і на решті граней. Таким чином, з 18 напружень невідомими є тільки дев'ять.

Окрім напружень, на паралелепіпед діють ще об'ємні сили з

проекціями на координатні осі R_x, R_y, R_z . Тоді складові об'ємних сил, що припадають на нескінченно малий об'єм, дорівнюють $R_x dx dy dz, R_y dx dy dz, R_z dx dy dz$. Для тіла, що знаходиться в стані рівноваги, мають задовольнятися *три рівняння проекцій на координатні осі та три рівняння моментів* відносно цих осей. Для рівнянь проекцій розглядаються тільки проекції сил на відповідну вісь, при цьому кожне напруження множиться на площу грані. Переходячи таким чином від напружень до сил, отримуємо *три рівняння рівноваги*:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + R_x &= 0; \\ \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + R_y &= 0; \\ \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + R_z &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

З рівнянь для моментів після приведення подібних членів та нехтування членами четвертого порядку малості отримуємо три рівності, які являють собою *закон парності дотичних напружень*:

$$\tau_{xy} = \tau_{yx}, \quad \tau_{xz} = \tau_{zx}, \quad \tau_{yz} = \tau_{zy}. \quad (3)$$

Тому, як і було зазначено вище, різних дотичних напружень три, а всього з нормальними – шість напружень.

Інтегрування рівнянь дасть нам три невідомих константи, які можна визначити з умов на границі тіла. Оскільки гранична поверхня пружного тіла має довільну форму, то попередньо розглядаються формули для напружень в похилих площинках:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{nx} &= \sigma_x n_x + \tau_{xy} n_y + \tau_{xz} n_z; \\ \sigma_{ny} &= \tau_{yx} n_x + \sigma_y n_y + \tau_{yz} n_z; \\ \sigma_{nz} &= \tau_{zx} n_x + \tau_{zy} n_y + \sigma_z n_z, \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

де n_x, n_y, n_z – косинуси кутів між зовнішньою нормаллю N до похилої площинки і координатними осями x, y, z ; $\sigma_{nx}, \sigma_{ny}, \sigma_{nz}$ – проекції повного напруження на похилій площинці на координатні осі.

Ці співвідношення дозволяють отримати складові напруження

на будь-якій площинці з нормаллю N за допомогою шести складових напружень на площинках, що паралельні координатним площинам.

Якщо похила площинка збігається з граничною поверхнею пружного тіла, то складові напруження σ_{nx} , σ_{ny} , σ_{nz} відповідають складовим зовнішніх сил, що діють на одиниці граничної поверхні тіла, тобто складовим вектора поверхневого навантаження. Тоді для точок поверхні тіла маємо рівняння, що пов'язують зовнішні сили з внутрішніми (напруженнями), які називають *умовами на поверхні тіла* або *статичними граничними умовами*:

$$\left. \begin{aligned} p_x &= \sigma_x n_x + \tau_{xy} n_y + \tau_{xz} n_z; \\ p_y &= \tau_{yx} n_x + \sigma_y n_y + \tau_{yz} n_z; \\ p_z &= \tau_{zx} n_x + \tau_{zy} n_y + \sigma_z n_z. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Якщо ввести вектор-стовбці:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\sigma}_x &= [\sigma_x, \tau_{yx}, \tau_{zx}]^T; \quad \boldsymbol{\sigma}_y = [\tau_{xy}, \sigma_y, \tau_{zy}]^T; \quad \boldsymbol{\sigma}_z = [\tau_{xz}, \tau_{yz}, \sigma_z]^T; \\ \boldsymbol{\sigma}_n &= [\sigma_{nx}, \sigma_{ny}, \sigma_{nz}]^T; \quad \mathbf{p} = [p_x, p_y, p_z]^T; \quad \mathbf{R} = [R_x, R_y, R_z]^T, \end{aligned} \quad (6)$$

то рівняння (2), (4), (5) можна представити у матричному вигляді:

$$\frac{\partial \boldsymbol{\sigma}_x}{\partial x} + \frac{\partial \boldsymbol{\sigma}_y}{\partial y} + \frac{\partial \boldsymbol{\sigma}_z}{\partial z} + \mathbf{R} = 0 \quad (\text{рівняння рівноваги}); \quad (7)$$

$$\boldsymbol{\sigma}_n = \boldsymbol{\sigma}_x n_x + \boldsymbol{\sigma}_y n_y + \boldsymbol{\sigma}_z n_z \quad (\text{напруження в похилих площинках}); \quad (8)$$

$$\mathbf{p} = \boldsymbol{\sigma}_x n_x + \boldsymbol{\sigma}_y n_y + \boldsymbol{\sigma}_z n_z \quad (\text{статичні граничні умови}). \quad (9)$$

Задоволення рівнянням (2) та (5) або (7) та (9) є необхідною і достатньою ознакою рівноваги всього тіла під дією заданих зовнішніх сил. Якщо складові напружень σ_x , σ_y , σ_z , τ_{xy} , τ_{yz} , τ_{xz} задовольняють рівнянням рівноваги (7) у всіх точках усередині тіла, то всі точки усередині тіла знаходяться в рівновазі. Якщо ж ці складові напружень задовольняють рівнянням (9) в точках у поверхні тіла, то всі точки тіла на поверхні знаходяться в рівновазі. *Якщо складові напружень задовольняють одночасно (7) і (9), то в рівновазі знаходиться все тіло в цілому.* І навпаки, якщо тіло знаходиться в рівновазі під дією заданих зовнішніх сил, то у всіх точках усередині тіла повинні обертатися на тотожності рівняння (7), а у всіх точках на поверхні – рівняння (9).

Три рівняння рівноваги доповнені статичними граничними умовами (для пошуку констант) містять шість невідомих компонент напружень, а це не дозволяє замкнути систему для розв'язку, а саме для знаходження 15-ти невідомих, що залежать від координат точок тіла $(x, y, z) - u_x, u_y, u_z, \varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{xz}, \sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{xz}$.

Для побудови замкненої системи диференціальних рівнянь розглянемо схеми деформацій і напружень в точках тіла, що зображені на рис. 3.2, а також сформулюємо *геометричні та фізичні співвідношення теорії пружності*, які встановлюють зв'язки між цими величинами.

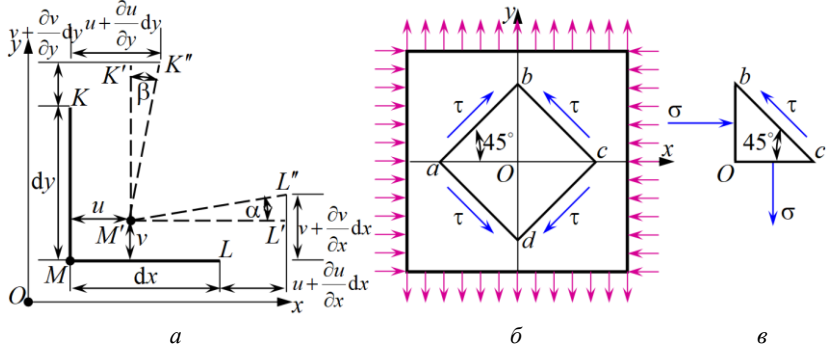


Рисунок 3.2 – Схематизація поведінки пружного тіла при прикладанні навантаження: *a* – схема деформування; *b* – схема напруженого стану; *в* – елемент у рівновазі

3.1.3. Теорія деформацій та геометричні співвідношення

Розглянемо деформацію пружного тіла, для чого порівняємо положення точок тіла до та після прикладення навантаження. На рис. 3.1 і 3.2 показано тіло та точка M з координатами (x, y, z) , яка під дією навантаження перемістилася в нове положення M' з координатами (x', y', z') . Вектор MM' називається *вектором переміщення точки M*.

Відрізняють два види переміщення: переміщення всього тіла як єдиного цілого без його деформування та переміщення, яке пов'язане з деформуванням тіла. Переміщення першого виду описують методи теоретичної механіки як переміщення абсолютно твердого тіла. В теорії пружності розглядаються тільки переміщення, пов'язані з

деформуванням тіла. Розглянемо деформації пружного тіла при таких припущеннях:

- в силу закріплень рух тіла як абсолютно твердого відсутній, через це переміщення частинок тіла неможливі без його деформації;
- розглядаються тільки малі деформації;
- деформації змінюються безперервно за об'ємом тіла.

Розглянемо малий елемент пружного тіла (рис. 3.1). Позначимо проекції вектора переміщень точки M (рис. 3.2,*a*) – $u=u_x$, $v=u_y$, $w=u_z$. Вони дорівнюють різниці відповідних координат точок M і M' та є функціями координат x , y , z . Різниця в значеннях переміщень різних точок тіла викликає його деформування, при цьому нескінченно малий паралелепіпед з ребрами dx , dy , dz (рис. 3.1), що вирізаний з пружного тіла біля випадкової точки M , внаслідок різних переміщень його точок деформується таким чином, що змінюється довжина його ребер та викривляються первісно прямі кути між гранями.

На рис. 3.2,*a* зображено два ребра ML і MK паралелепіпеда (рис. 3.1), що паралельні осям x і y відповідно. Після деформування точки M , L і K займають нове положення M' , L' і K' . При цьому точка M отримує переміщення, складові якого в площині Oxy дорівнюють u і v .

Якщо тіло піддається такій деформації, то переміщення в напрямку x сусідньої точки L , розташованої на осі x , з точністю до величин першого порядку по dx має вигляд:

$$u = u + \frac{\partial u}{\partial x} dx . \quad (10)$$

Збільшення довжини елемента ML , викликане деформацією, дорівнює $(\partial u/\partial x)dx$. Таким чином, відносне подовження в точці M в напрямі x становить $\varepsilon_x = \partial u/\partial x$. Воно має назву *лінійної деформації по напрямку осі x* . Очевидно, що відносне подовження в напрямі y визначається похідною $\varepsilon_y = \partial v/\partial y$, а в напрямі z – $\varepsilon_z = \partial w/\partial z$. Це лінійні деформації по напрямках y і z .

Розглянемо тепер зміну кута між елементами ML і MK (рис. 3.2,*a*). Якщо u та v переміщення точки M в напрямках x і y , то переміщення точки L в напрямі y та точки K в напрямі x дорівнюють

відповідно $v+(\partial v/\partial x)dx$ та $u+(\partial u/\partial y)dy$. В результаті цих переміщень новий напрям ML' елемента ML утворює, як показано на рис. 3.2,а, з початковим напрямком малий кут $\alpha=\partial v/\partial x$. Таким же чином, напрям MK' повернуто по відношенню до MK на малий кут $\beta=\partial u/\partial y$. Тоді початково прямий кут KML між двома елементами ML і MK зменшився на величину $\alpha+\beta$.

Кут зсуву в площині Oxy , тобто геометричне спотворення прямого кута KML , називається *кутовою деформацією*, визначається як сума кутів повороту ребер ML і MK та дорівнює $\gamma_{xy}=\partial u/\partial y+\partial v/\partial x$.

Аналогічно знаходяться кутові деформації в двох інших координатних площинах: $\gamma_{yz}=\partial v/\partial y+\partial w/\partial z$ та $\gamma_{zx}=\partial w/\partial x+\partial u/\partial z$.

Таким чином, кутова деформація в будь-якій площині дорівнює сумі частинних похідних складових переміщення в цій площині за змінними в перпендикулярних напрямках.

Ці формули дають шість основних залежностей складових лінійних та кутових деформацій від складових переміщень:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{\partial u_x}{\partial x}; \gamma_{xy} = \frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x}; \\ \varepsilon_y &= \frac{\partial u_y}{\partial y}; \gamma_{yz} = \frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y}; \\ \varepsilon_z &= \frac{\partial u_z}{\partial z}; \gamma_{zx} = \frac{\partial u_z}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial z}. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Отриманий зв'язок між шістьма компонентами деформації і трьома компонентами переміщення називається *геометричними співвідношеннями* або *рівняннями Коші*.

Ці співвідношення можна представити однією матричною рівністю:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{D}\mathbf{u} \quad (\text{геометричні співвідношення}), \quad (12)$$

де введено вектор-стовбці переміщень та деформацій:

$$\mathbf{u} = [u_x, u_y, u_z]^T; \quad \boldsymbol{\varepsilon} = [\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}]^T \quad (13)$$

та диференційний матричний оператор:

$$D = \begin{bmatrix} \partial/\partial x & 0 & 0 \\ 0 & \partial/\partial y & 0 \\ 0 & 0 & \partial/\partial z \\ \partial/\partial y & \partial/\partial x & 0 \\ 0 & \partial/\partial z & \partial/\partial y \\ \partial/\partial z & 0 & \partial/\partial x \end{bmatrix}. \quad (14)$$

Геометричні співвідношення Коші (11) або (12) пов'язують шість складових деформації і три складових переміщення. Якщо заданими є три складові переміщення, то шість складових деформації визначаються з цих рівнянь однозначно, тобто заданим трьом складовим переміщення відповідає єдина система шести складових деформації. Якщо ж задані шість складових деформації, то для визначення трьох складових переміщення необхідно проінтегрувати шість диференціальних рівнянь (11) в приватних похідних. При довільному виборі складових деформації шість рівнянь з трьома невідомими не завжди можуть бути розв'язані однозначно. Тому між шістьма складовими деформації повинні існувати певні залежності. Щоб вивести ці залежності, необхідно виключити складові переміщення з рівнянь (11). Тоді в результаті певних математичних перетворень можна прийти до системи диференціальних рівнянь [13]:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y}; \quad \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \gamma_{zx}}{\partial y} + \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} - \frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} \right) = 2 \frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y \partial z}; \\ \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 \gamma_{yz}}{\partial y \partial z}; \quad \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} + \frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} - \frac{\partial \gamma_{zx}}{\partial y} \right) = 2 \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial z \partial x}; \\ \frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial z^2} = \frac{\partial^2 \gamma_{zx}}{\partial z \partial x}; \quad \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} + \frac{\partial \gamma_{zx}}{\partial y} - \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} \right) = 2 \frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial x \partial y}. \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

Необхідність існування отриманих залежностей можна обґрунтувати і геометричним шляхом. Уявімо собі тіло розрізаним на малі паралелепіпеди. Якщо кожен з цих паралелепіпедів отримає довільні деформації, то з окремих деформованих паралелепіпедів не вдасться знову скласти безперервне тверде тіло: в деяких точках після деформування виникнуть нескінченно малі розриви. Рівняння ж (15)

встановлюють такі залежності між складовими деформації, при задоволенні яких тіло і після деформування залишається суцільним або безперервним. Тому рівняння (15) можна розглядати як наслідок зробленого раніше припущення про суцільність тіла. Вони називаються *рівняннями нерозривності деформацій Сен-Венана*.

Інтегрування рівнянь дає невідомі константи, визначити які можна з умов на границі тіла. Оскільки гранична поверхня пружного тіла має довільну форму, то, аналогічно статичним граничним умовам, розклавши переміщення на границі u_s на компоненти, приходимо до формул для *кінематичних граничних умов*:

$$\left. \begin{aligned} u_x|_s &= u_s n_x ; \\ u_y|_s &= u_s n_y ; \\ u_z|_s &= u_s n_z . \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

3.1.4. Фізичні співвідношення теорії пружності

Для спільного розгляду теорії напружень і теорії деформацій необхідно встановити залежності між напруженнями і деформаціями. Ці залежності мають фізичний характер [13]. Дійсно, розглядаючи експериментальні діаграми розтягування-стиснення різних матеріалів, легко встановлюється, що залежності напруження-деформації визначаються фізичними властивостями матеріалів.

Обмежуючись малими деформаціями пружного тіла, зв'язок між напруженнями і деформаціями можна прийняти лінійним. При цьому в загальному випадку анізотропії кожна складова напруження може залежати від всіх складових деформації:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= a_{11}\varepsilon_x + a_{12}\varepsilon_y + a_{13}\varepsilon_z + a_{14}\gamma_{xy} + a_{15}\gamma_{yz} + a_{16}\gamma_{zx} ; \\ \sigma_y &= a_{21}\varepsilon_x + a_{22}\varepsilon_y + a_{23}\varepsilon_z + a_{24}\gamma_{xy} + a_{25}\gamma_{yz} + a_{26}\gamma_{zx} ; \\ \sigma_z &= a_{31}\varepsilon_x + a_{32}\varepsilon_y + a_{33}\varepsilon_z + a_{34}\gamma_{xy} + a_{35}\gamma_{yz} + a_{36}\gamma_{zx} ; \\ \tau_{xy} &= a_{41}\varepsilon_x + a_{42}\varepsilon_y + a_{43}\varepsilon_z + a_{44}\gamma_{xy} + a_{45}\gamma_{yz} + a_{46}\gamma_{zx} ; \\ \tau_{yz} &= a_{51}\varepsilon_x + a_{52}\varepsilon_y + a_{53}\varepsilon_z + a_{54}\gamma_{xy} + a_{55}\gamma_{yz} + a_{56}\gamma_{zx} ; \\ \tau_{zx} &= a_{61}\varepsilon_x + a_{62}\varepsilon_y + a_{63}\varepsilon_z + a_{64}\gamma_{xy} + a_{65}\gamma_{yz} + a_{66}\gamma_{zx} . \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

Коефіцієнти a_{ij} , називаються пружними постійними, і в загальному випадку їх 36. Розглядаючи тільки оборотні процеси деформування, тобто такі, при яких після зняття навантажень форма і розміри тіла повністю відновлюються, можна переконатися, що між коефіцієнтами a_{ij} існує така залежність: $a_{ij}=a_{ji}$.

Таким чином, коефіцієнти, що симетричні відносно головної діагоналі, попарно рівні між собою. Тоді в анізотропному тілі кількість пружних постійних знижується до 21.

У разі ізотропного тіла рівняння (17) не повинні змінюватися при будь-яких перетвореннях координат. Перетворюючи координати шляхом повороту осей на 180° , можна встановити, що нормальні напруження не пов'язані з кутовими деформаціями, а дотичні – з лінійними. Тоді кількість пружних постійних знижується до 12. Крім того, дотичні напруження не пов'язані з кутовими деформаціями в інших площинах, що зменшує загальну кількість незалежних постійних до 9. Після поворотів осей на 90° і на довільний кут число незалежних пружних постійних скорочується до двох, за які можна прийняти постійні, що відомі з курсу «Опір матеріалів».

При випробуванні на розтяг зразка у вигляді стрижня спостерігається пропорційність між нормальним напруженням і лінійною деформацією в одному напрямі:

$$\varepsilon = \sigma / E. \quad (18)$$

Це співвідношення називається *законом Гука*. Пружна постійна E , що входить до нього, називається *модулем поздовжньої пружності*.

Також експериментально встановлений закон, що зв'язує лінійні деформації в поздовжньому і поперечному напрямках:

$$\varepsilon' = -\nu \varepsilon. \quad (19)$$

Друга пружна постійна ν називається *коефіцієнтом Пуассона*.

Даний підхід є прийнятним до тих пір, поки деформації малі. Існують, однак, особливі випадки, в яких малими деформаціями не можна нехтувати і слід їх враховувати. Як приклад можна розглядати випадок одночасної дії осьового і поперечного навантаження на тонкий стрижень [1]. Самі по собі осьові сили викликають просте розтягнення або стиснення, однак якщо вони діють одночасно з поперечним

навантаженням, то істотно впливають на згин стрижня. При визначенні деформацій стрижня в таких умовах, незважаючи на малість прогинів, потрібно враховувати їх вплив на момент від зовнішніх сил. Тепер уже повні прогини не є лінійними функціями зусиль і не можуть бути отримані за допомогою простого накладення.

Для визначення залежності між деформацією зсуву і дотичним напруженням розглянемо окремий випадок деформації прямокутного паралелепіпеда, коли $\sigma_z = \sigma$, $\sigma_y = -\sigma$, $\sigma_x = 0$ (рис. 3.2,б). Виділимо елемент $abcd$ площинами, паралельними осі x і нахиленими під кутом 45° до осей y і z (рис. 3.2,б). Як впливає з умов рівноваги елемента Obc (рис. 3.2,в), нормальні напруження на всіх гранях елемента $abcd$ дорівнюють нулю, а дотичні напруження визначаються виразом:

$$\tau = \frac{1}{2}(\sigma_z - \sigma_y) = \sigma. \quad (20)$$

Такий напружений стан називається *чистим зсувом*. Подовження вертикального елемента Ob дорівнює вкороченню горизонтальних елементів Oa і Oc , звідки (нехтуючи малими величинами другого порядку) впливає, що довжини відрізків елемента ab і bc при деформації не змінюються. Кут між гранями ab і bc змінюється, і відповідну величину деформації зсуву γ можна знайти з трикутника Obc . Таким чином, використовуючи геометричні співвідношення та попередні залежності, в результаті маємо зв'язок між кутовою деформацією і дотичними напруженнями:

$$\gamma = \frac{2(1+\nu)\tau}{E}. \quad (21)$$

При випробуванні на чистий зсув також доведена аналогічна пропорційність між дотичним напруженням і кутовою деформацією в площині дії цього напруження:

$$\gamma = \tau/G. \quad (22)$$

Третя пружна постійна G називається *модулем зсуву*. Однак цей модуль не є новою незалежною пружною постійною, оскільки пов'язаний з першими двома відомою залежністю:

$$G = E/[2(1+\nu)]. \quad (23)$$

Щоб встановити залежності між складовими деформації і

напружень при об'ємному напруженому стані, необхідно виділити з тіла нескінченно малий паралелепіпед (див. рис. 3.1) і розглянути дію тільки нормальних напружень $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$. Різницею між напруженнями на протилежних гранях можна знехтувати, тому що вона дає деформації більш високого порядку малості.

На підставі принципу незалежності дії сил можна знайти повне відносне подовження ребра як суму подовжень при дії кожного напруження згідно з формулами (18) і (19). А зв'язок між кутовими деформаціями і дотичними напруженнями, відповідно до закону Гука при зсуві (20), можна зобразити незалежно для кожної з трьох площин, паралельних координатним площинам.

Таким чином, маємо шість формул, які виражають лінійну залежність між складовими деформації і напружень в ізотропному пружному тілі й називаються *узагальненим законом Гука*:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x &= [\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)]/E ; \gamma_{xy} = \tau_{xy}/G ; \\ \varepsilon_y &= [\sigma_y - \nu(\sigma_z + \sigma_x)]/E ; \gamma_{yz} = \tau_{yz}/G ; \\ \varepsilon_z &= [\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)]/E ; \gamma_{zx} = \tau_{zx}/G . \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

Якщо ввести вектор-стовбець всіх можливих напружень:

$$\boldsymbol{\sigma}_x = [\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}]^T, \quad (25)$$

то рівняння (24) можна представити у матричному вигляді:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\Phi} \boldsymbol{\sigma} \quad (\text{закон Гука}), \quad (26)$$

де матриця $\boldsymbol{\Phi}$ має вигляд:

$$\boldsymbol{\Phi} = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} 1 & -\nu & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & 1 & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & -\nu & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) \end{bmatrix}. \quad (27)$$

Розв'язавши ті ж рівняння відносно напружень, можна представити закон Гука у формі Ламе (або закон Гука в оберненій формі), який в матричному запису має вигляд:

$$\sigma = \mathbf{K}\epsilon \text{ (закон Гука у формі Ламе),} \quad (28)$$

де матриця \mathbf{K} є оберненою до матриці Φ :

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \lambda + 2\mu & \lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda + 2\mu & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda & \lambda + 2\mu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu \end{bmatrix}. \quad (29)$$

а пружні постійні $\lambda = E\nu / [(1+\nu)(1-2\nu)]$ та $\mu = E / [2(1+\nu)]$ називаються коефіцієнтами Ламе.

3.1.5. Замкнена система диференціальних рівнянь теорії пружності та її розв'язок у загальному випадку

Таким чином, отримано три групи формул, які утворюють основні рівняння теорії пружності:

1. *Статичні рівняння.* У цю групу входять диференціальні рівняння рівноваги (7) і статичні граничні умови на поверхні (9).

2. *Геометричні рівняння.* У цю групу входять геометричні співвідношення Коші (12) і рівняння нерозривності деформацій (15), які можуть доповнюватися кінематичними граничними умовами (16).

3. *Фізичні рівняння.* У цю групу входять формули закону Гука або в прямій формі (26), або в оберненій формі (28).

Маючи ці залежності, можна приступити безпосередньо до розв'язання задачі теорії пружності про напруження і деформації, що виникають в пружному ізотропному тілі під дією зовнішніх сил.

Перераховані рівняння містять 15 невідомих функцій, а саме: шість складових напружень $\sigma_x(x,y,z)$, $\sigma_y(x,y,z)$, $\sigma_z(x,y,z)$, $\tau_{xy}(x,y,z)$, $\tau_{yz}(x,y,z)$, $\tau_{xz}(x,y,z)$, шість складових деформацій $\epsilon_x(x,y,z)$, $\epsilon_y(x,y,z)$, $\epsilon_z(x,y,z)$, $\gamma_{xy}(x,y,z)$, $\gamma_{yz}(x,y,z)$, $\gamma_{xz}(x,y,z)$ і три складові переміщення $u_x(x,y,z)$, $u_y(x,y,z)$, $u_z(x,y,z)$.

Для відшукування цих функцій маємо 15 рівнянь: три диференціальних рівнянь рівноваги (7), шість геометричних співвідношень Коші (12) і шість формул закону Гука (26) або (28).

Таким чином, маємо замкнуту систему рівнянь і з математичної точки зору задача може бути розв'язана і зводиться до інтегрування зазначених 15 рівнянь при задоволенні умов на поверхні (9).

Розв'язання рівнянь можна вести різними способами залежно від того, які величини прийняті за основні невідомі:

1. *Розв'язання в переміщеннях*, коли за невідомі прийняті три складових переміщення – $u_x(x,y,z)$, $u_y(x,y,z)$, $u_z(x,y,z)$.

2. *Розв'язання в напружених*, коли за невідомі прийняті шість складових напружень – $\sigma_x(x,y,z)$, $\sigma_y(x,y,z)$, $\sigma_z(x,y,z)$, $\tau_{xy}(x,y,z)$, $\tau_{yz}(x,y,z)$, $\tau_{xz}(x,y,z)$.

3. *Розв'язання в змішаній формі*, коли за невідомі прийняті деякі складові переміщень і деякі складові напружень.

При розв'язанні в переміщеннях для відшукування трьох невідомих складових переміщення $u_x(x,y,z)$, $u_y(x,y,z)$, $u_z(x,y,z)$ необхідно мати три рівняння, які можна отримати з диференціальних рівнянь рівноваги (7), виразивши в них напруження через переміщення. Для цього, підставивши в рівняння (7) спочатку напруження з формул закону Гука (28), а потім деформації з геометричних співвідношень (12), в результаті можна отримати рівняння Ламе [13]. Для відшукування трьох складових переміщення необхідно проінтегрувати три рівняння Ламе і задовольнити умовам на поверхні (9), які перетворено таким же чином. Далі за знайденими переміщеннями з геометричних співвідношень Коші (12) визначають складові деформації, а потім з формул закону Гука (28) складові напружень.

Якщо коло задач обмежити випадками, коли об'ємні сили постійні по всьому об'єму тіла або дорівнюють нулю, то це дозволяє значно спростити деякі рівняння *при розв'язанні задач в напружених*, оскільки всі похідні від складових об'ємних сил за координатами x , y , z перетворюються на нуль. *При розв'язанні задачі теорії пружності в напружених* за основні невідомі приймаються шість складових напружень $\sigma_x(x,y,z)$, $\sigma_y(x,y,z)$, $\sigma_z(x,y,z)$, $\tau_{xy}(x,y,z)$, $\tau_{yz}(x,y,z)$, $\tau_{xz}(x,y,z)$. Для їх відшукування трьох рівнянь рівноваги (7) недостатньо і до них потрібно додати ще шість рівнянь нерозривності деформацій (15). В останні входять складові деформації, які необхідно попередньо виразити через

напруження. В результаті математичних перетворень можна отримати шість рівнянь Бельтрамі-Мічелла [13], як для цього випадку, так і для загального випадку, коли об'ємні сили не постійні і, отже, в праву частину рівнянь замість нулів входять члени, що містять похідні від об'ємних сил. Таким чином, для розв'язання задачі теорії пружності в напруженнях доводиться інтегрувати дев'ять рівнянь – три рівняння рівноваги і шість рівнянь Бельтрамі-Мічелла. Наявність трьох зайвих рівнянь необхідно для отримання однозначного рішення [13].

Отримані після інтегрування шість складових напружень повинні відповідати умовам на поверхні (9). Після цього за формулами закону Гука (26) визначають складові деформацій, а з геометричних співвідношень Коші (12) складові переміщення.

З цього очевидно, що розв'язання задачі теорії пружності будь-яким способом зводиться до інтегрування системи диференціальних рівнянь в приватних похідних, що визначають поведінку пружного тіла у внутрішніх точках. До цих рівнянь додаються умови на поверхні, яка обмежує тіло. Ці умови вимагають завдання або зовнішніх поверхневих сил, або переміщень точок поверхні тіла. Залежно від цього зазвичай формулюють один з трьох типів крайових задач

Перша крайова задача – кінематична. В об'ємі тіла знаходять складові переміщень, які мають на поверхні певні значення. *В умови на поверхні тіла таким чином задаються рівняння поверхні і значення складових переміщень на цій поверхні.*

Друга крайова задача – статична. У цьому випадку на поверхні тіла не накладені ніякі обмеження на переміщення і *задаються рівняння поверхні, напрямні косинуси нормалі до поверхні і значення складових поверхневих навантажень.* Ці дані вносяться в рівняння (9). У разі, коли поверхня тіла збігається з координатними площинами, крайові умови можуть бути сформульовані безпосередньо в напруженнях. Тоді досить вказати рівняння поверхні і задати значення складових напружень на цій поверхні.

Третя крайова задача – змішана. У цьому випадку на одній частині поверхні тіла задаються кінематичні умови, а на іншій – статичні (при цьому можуть задаватися не всі складові).

Доведено, що розв'язок задачі теорії пружності, коли задані об'ємні і поверхневі сили, єдиний. Точно так само, як і в разі, коли на поверхні пружного тіла задані переміщення [13]. З цього випливає наступне. Оскільки розв'язок задач теорії пружності єдиний, то байдуже, яким математичним методом вона розв'язана. Можна вказати три основні методи математичного розв'язання задачі теорії пружності:

1. *Прямий метод*, який полягає в безпосередньому інтегруванні рівнянь теорії пружності спільно з заданими умовами на поверхні.

2. *Зворотний метод*. В цьому випадку задаються функціями переміщень або напружень, що задовольняють диференціальним рівнянням, і визначають, яким зовнішнім навантаженням відповідає розглянута система переміщень або напружень.

3. *Напівобернений метод Сен-Венана*, який полягає в заданні частини функцій напружень або переміщень. Потім за допомогою рівнянь теорії пружності встановлюються залежності, яким повинні задовольняти функції напружень і переміщень, що залишилися. При цьому диференціальні рівняння настільки спрощуються, що розв'язання їх не являє особливих труднощів. *Напівобернений метод* є одним з найбільш ефективних методів вирішення задачі теорії пружності.

Таким чином, теорія пружності дає диференціальні рівняння і граничні умови, що дозволяють сформулювати крайові задачі, розв'язання яких дає повну інформацію про розподіл в розглянутих тілах напружень, деформацій і переміщень. Методи розв'язання таких задач дуже складні, і найкращі результати дає поєднання аналітичних методів з чисельними.

Аналітичні методи можуть успішно використовуватися тільки для деяких задач, наприклад, найпростіших. Найпростішими називаються задачі теорії пружності, в яких напруження є лінійними функціями координат або постійні по всьому об'єму тіла. При цьому рівняння нерозривності деформацій задовольняються тотожно, оскільки в них входять другі похідні від напружень. Це такі задачі, як чистий згин прямого призматичного бруса або кручення круглого бруса постійного перерізу. Також аналітичні або напіваналітичні підходи можуть застосовуватись для розв'язання плоских задач [13].

3.2. Формулювання задачі методом скінченних елементів

Таким чином, застосування аналітичних методів для розв'язання диференційних рівнянь теорії пружності і визначення напружено-деформованого стану у вигляді функцій координат будь-якого тіла можливе у деяких окремих випадках його напруженого або деформованого стану та у випадку його простої геометричної форми з границею, яка може бути описана простими математичними виразами. Для переважної більшості інженерних конструкцій та їх елементів таке неможливе з огляду на загальність напруженого стану та складність їх геометричної форми. Тому для математичного опису таких тіл та розрахунку параметрів НДС, а саме для розв'язання системи диференційних рівнянь теорії пружності при відомих граничних умовах, можуть застосовуватися чисельні підходи, зокрема методи колокацій, скінченних різниць, скінченних елементів, скінченних об'ємів тощо. З огляду на те, що в ПК ANSYS використовується саме метод скінченних елементів, розглянемо процедуру знаходження параметрів НДС за його допомогою.

3.2.1. Метод скінченних елементів і його основна ідея

З точки зору розв'язання системи рівнянь теорії пружності в загальному випадку основною перешкодою є пошук деяких невідомих величин, наприклад, переміщень як функцій координат, що задовольняють граничним умовам. Якщо ці залежності відомі, то знаходження функцій для деформацій і напружень за допомогою геометричних та фізичних співвідношень теорії пружності не викликає труднощів. Саме для цього, а скоріше, для розв'язання СДУ, потрібні різні чисельні методи, зокрема метод скінченних елементів (МСЕ).

Основна ідея методу скінченних елементів полягає в тому, що будь-яку безперервну шукану величину (переміщення, температуру, тиск тощо), що входить до системи диференційних рівнянь, пов'язаної з фізичною сутністю задачі, можна апроксимувати моделлю, що складається з окремих елементів (ділянок). На кожному з цих елементів досліджується безперервна величина апроксимується кусково-безперервною функцією, яка будується на значеннях цієї величини в

скінченному числі точок розглянутого елемента (у випадку лінійного міцнісного статичного аналізу це компоненти вектора переміщень).

Апроксимуючі функції найчастіше обираються у вигляді лінійних, квадратичних, а іноді кубічних поліномів. Для кожного елемента можна підбирати свій поліном, але при цьому поліноми підбираються таким чином, щоб зберегти безперервність величини уздовж меж елемента. Такий поліном, пов'язаний з даним елементом, називають «функцією форм елемента». Методика побудови дискретної моделі в застосуванні, наприклад, до лінійного статичного міцнісного аналізу полягає в такому. Спочатку вважають значення переміщень в деяких точках в межах геометрії моделі відомими. Визначають множину вузлів і значення переміщень в цих вузлах (ступенів свободи), які тепер є змінними, тому що вони заздалегідь невідомі. Область визначення невідомої величини, яка збігається з геометричною моделлю, розбивається на елементи, для кожного з яких задається апроксимуюча функція. Тепер вузлові значення переміщень повинні бути «обрані» таким чином, щоб з урахуванням граничних умов (закріплень) забезпечити найкраще наближення до істинного розподілу переміщень точок моделі. Цей вибір здійснюється шляхом мінімізації деякої величини, пов'язаної з фізичною суттю задачі.

3.2.2. Знаходження функцій шуканих величин за допомогою МСЕ

У задачі статичної міцності (пружності), де визначаються поля переміщень, деформацій і напружень, мінімізується *потенційна енергія твердого деформованого тіла*, вираз якої записаний через компоненти переміщення вузлів u_x , u_y , u_z , тобто проекції повного вектора переміщень. Процес мінімізації зводиться до розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь відносно вузлових значень переміщень.

Розв'язувальне рівняння статичного аналізу з використанням методу скінченних елементів у матричній формі має вигляд:

$$[\mathbf{K}]\{\mathbf{u}\} = \{\mathbf{F}\}, \quad (30)$$

де $[\mathbf{K}]$ - матриця жорсткості системи; $\{\mathbf{u}\}$ - вектор-стовпець *невідомих* компонентів вузлових переміщень; $\{\mathbf{F}\}$ – вектор-стовпець *відомих* компонентів вузлових сил, тобто еквівалентної системи вузлових сил,

до якої зведена загальна конфігурація навантаження, що може містити зосереджені сили, розподілений тиск, сили інерції тощо.

У результаті розв'язання цього матричного рівняння отримують значення вузлових переміщень. Якщо розглянути один типовий скінченний елемент e з вузлами $n=i, j, k, \dots$ (кількість вузлів N залежить від виду скінченного елемента), то вектори переміщень $\mathbf{u}_i^e, \mathbf{u}_j^e, \mathbf{u}_k^e \dots$ його відповідних вузлів, наприклад, у разі просторової задачі, зазвичай містять три компоненти:

$$\mathbf{u}_n^e = [u_{nx}^e, u_{ny}^e, u_{nz}^e]^T, \quad (31)$$

де $u_{nx}^e, u_{ny}^e, u_{nz}^e$ – проекції вектора переміщень вузла n ($n=1..N$) на координатні осі x, y, z . Причому в деяких скінченних елементах в цих векторах можуть міститися, крім компонент лінійних переміщень, також і компоненти кутових переміщень.

Всі вузлові переміщення елемента утворюють вектор-стовпець:

$$\mathbf{u}^e = [\mathbf{u}_i^e, \mathbf{u}_j^e, \mathbf{u}_k^e \dots]^T. \quad (32)$$

Далі розглянемо довільну точку p всередині елемента. Переміщення цієї точки в напрямі координатних осей утворюють вектор-стовпець, який позначимо через \mathbf{u}_p^e :

$$\mathbf{u}_p^e = \begin{bmatrix} u_{px}^e(x, y, z) \\ u_{py}^e(x, y, z) \\ u_{pz}^e(x, y, z) \end{bmatrix}, \quad (33)$$

де $u_{px}^e, u_{py}^e, u_{pz}^e$ – проекції переміщення цієї точки в напрямках осей x, y, z , які є функціями координат (x, y, z) .

При використанні методу скінченних елементів приймається допущення, згідно з яким переміщення всіх точок елемента однозначно визначаються його вузловими переміщеннями.

Тому далі за допомогою функцій форм для кожного скінченного елемента формуються поліноми, що апроксимують переміщення всередині елемента залежно від координат. Причому на ці поліноми накладається обмеження по рівності вузловим переміщенням, що отримане з розв'язання матричного рівняння, при підстановці координат вузла. Тоді в матричному вигляді маємо рівняння:

$$\mathbf{u}_p^e = \mathbf{N}^e \mathbf{u}^e, \quad (34)$$

де \mathbf{N}^e – прямокутна матриця, в якій кількість рядків дорівнює числу компонент вектор-стовпця \mathbf{u}_p^e , а кількість стовпців – числу компонент вектор-стовпця \mathbf{u}^e . Елементами матриці \mathbf{N}^e є деякі функції координат (апроксимуючі функції). Вибір цих функцій, коефіцієнтів і особливості їх використання в різних задачах є окремим питанням, яке докладно висвітлене в спеціальній літературі [2]. Тут і далі вважається, що апроксимуючі функції вже відомі, оскільки вони визначені відповідними скінченними елементами, наявними в бібліотеці ANSYS.

Застосовуючи такий підхід до кожного скінченного елемента в моделі, отримуємо функції апроксимації компонент переміщень в межах всього тіла. При цьому зв'язок між функціями переміщень окремих СЕ здійснюється у вузлах, де функції переміщень всіх СЕ, яким належить цей вузол, повинні приймати одне і теж саме значення вузлового переміщення, що отримано при розв'язанні рівняння (30).

Далі скориставшись геометричними співвідношеннями Коші (12), можна отримати вирази деформацій в кожній точці кожного скінченного елемента залежно від координат точки через його вузлові переміщення. Введемо вектор-стовпець компонент деформацій в деякій точці розглядуваного елемента:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_p^e = \begin{bmatrix} \varepsilon_{px}^e(x, y, z) \\ \varepsilon_{py}^e(x, y, z) \\ \varepsilon_{pz}^e(x, y, z) \\ \gamma_{p,xy}^e(x, y, z) \\ \gamma_{p,yz}^e(x, y, z) \\ \gamma_{p,zx}^e(x, y, z) \end{bmatrix}. \quad (35)$$

Тоді з врахуванням формул (34), (12) і (14) маємо:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_p^e = \mathbf{D}\mathbf{N}^e \mathbf{u}^e = \mathbf{B}^e \mathbf{u}^e, \quad (36)$$

де через \mathbf{B}^e позначена прямокутна матриця $\mathbf{B}^e = \mathbf{D}\mathbf{N}^e$, число рядків якої дорівнює числу компонент вектор-стовпця $\boldsymbol{\varepsilon}_p^e$.

У загальному випадку просторового тіла, коли вектор \mathbf{u}_p^e містить

три компоненти u_{px}^e , u_{py}^e , u_{pz}^e , матрицю \mathbf{N}^e можна представити через матриці-рядки \mathbf{N}_x^e , \mathbf{N}_y^e , \mathbf{N}_z^e , елементами яких є відомі апроксимуючі функції у вигляді:

$$\mathbf{N}^e = \begin{bmatrix} \mathbf{N}_x^e(x, y, z) \\ \mathbf{N}_y^e(x, y, z) \\ \mathbf{N}_z^e(x, y, z) \end{bmatrix}, \quad (37)$$

тоді матриця \mathbf{B}^e має вигляд:

$$\mathbf{B}^e = \begin{bmatrix} \partial \mathbf{N}_x^e(x, y, z) / \partial x \\ \partial \mathbf{N}_y^e(x, y, z) / \partial y \\ \partial \mathbf{N}_z^e(x, y, z) / \partial z \end{bmatrix}. \quad (38)$$

Якщо далі скористатися законом Гука у формі Ламе (28) та підставити співвідношення (36), то можна отримати функції для визначення напружень в точках кожного скінченного елемента залежно від координат x , y , z :

$$\boldsymbol{\sigma}_p^e = \mathbf{K} \mathbf{B}^e \mathbf{u}^e, \quad (39)$$

де \mathbf{K} – матриця пружних постійних (матриця жорсткості), а $\boldsymbol{\sigma}_p^e$ – вектор-стовпець напружень:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_p^e = \begin{bmatrix} \sigma_{px}^e(x, y, z) \\ \sigma_{py}^e(x, y, z) \\ \sigma_{pz}^e(x, y, z) \\ \tau_{pxy}^e(x, y, z) \\ \tau_{pyz}^e(x, y, z) \\ \tau_{pzx}^e(x, y, z) \end{bmatrix}. \quad (40)$$

Формули (34), (36) і (39) для \mathbf{u}_p^e , $\boldsymbol{\varepsilon}_p^e$ і $\boldsymbol{\sigma}_p^e$ дозволяють через вузлові переміщення, що знайдені з рівняння (30), однозначно визначити параметри напружено-деформованого стану точок кожного скінченного елемента, а значить, і всього тіла загалом.

Таким чином, це дозволяє розв'язати задачу теорії пружності для тіла, конструкції або елемента конструкції загальної форми, практично будь-якої складності, з урахуванням граничних умов.

3.2.3. Типи скінченних елементів

У програмі ANSYS є кілька типів скінченних елементів, що найбільш застосовуються: стрижень (**LINK**), балка (**BEAM**), пластина або оболонка (**SHELL**), плоска або вісесиметрична постановка задач теорії пружності (**PLANE**) і тривимірне тіло (**SOLID**). При побудові моделі може бути використано не один, а кілька типів елементів. Достовірність розрахунків за МСЕ залежить від багатьох факторів, у тому числі і від правильно застосованих типів скінченних елементів, регулярності сітки скінченних елементів та їх кількості.

Скінченні елементи можуть бути лінійними (елементи першого порядку) або параболічними (елементи другого порядку). Лінійні елементи мають прямі сторони і вузли тільки в кутах. Таким чином, мінімальне число вузлів тривимірного тетрадрального елемента дорівнює 4. Параболічні елементи можуть мати проміжний вузол уздовж кожної зі сторін (**PLANE, SHELL**) або ребер (**SOLID**). Чим вище порядок скінченного елемента, тим вище ступінь полінома апроксимуючого переміщення всередині нього, а значить, і полінома апроксимуючого деформації і напруження. При чому, з огляду на геометричні співвідношення Коші (12) та рівняння (36) і (39), порядок поліномів, що апроксимують деформації та напруження, на одиницю менший, ніж порядок поліномів, що апроксимують переміщення. Таким чином, елементи другого порядку (з додатковими вузлами на ребрах і сторонах) у порівнянні з елементами першого порядку дають можливість більш точного визначення розподілів шуканих величин, проте підвищують розмірність задачі.

3.2.4. Графічне уявлення, характеристики та математичні співвідношення скінченних елементів основних типів

Розглянемо кожний з основних типів скінченних елементів, що є в базі програми ANSYS, з точки зору геометрії, кількості вузлів, ступенів свободи в кожному вузлі, апроксимуючих поліномів (функцій форм) та основних співвідношень, за допомогою яких визначаються переміщення, деформації та напруження в межах цього елемента. Для різних елементів певної з груп елементів в базі ANSYS характеристики

можуть відрізнятися від стандартного уявлення для цього типу СЕ, що буде представлено нижче, але основні положення притаманні для всіх елементів того чи іншого типу. Тому їх розуміння дозволяє підвищити якість математичного моделювання та вірогідності результатів.

Стрижневі та балкові скінченні елементи.

До таких елементів в базі ANSYS належать групи скінченних елементів **LINK** (стрижень), **PIPE** (балка у вигляді труби), **BEAM** (балка загального типу з урахуванням виду і параметрів перерізу).

При розрахунку стрижневих (балкових) систем розглядаються одновимірні області з ізотропного матеріалу, всі характеристики яких, а саме геометричні (товщина), фізичні (модуль пружності, коефіцієнт Пуассона) і компоненти напружено-деформованого стану (напруження, деформації), є функції одного аргументу. За вихідну передумову розрахунку прийнята гіпотеза плоских перерізів. У цій гіпотезі деформації розтягування-стиснення, вигину, крутіння і зсуву вважаються незалежними одна від другої.

Скінченний елемент стрижня представлений на рис. 3.3. Це стандартний двовузловий елемент з шістьма ступенями свободи у вузлі. Зазвичай для орієнтування перерізу вводиться третій вузол (якщо характеристики перерізу, такі як моменти інерції I_y, I_z , різні).

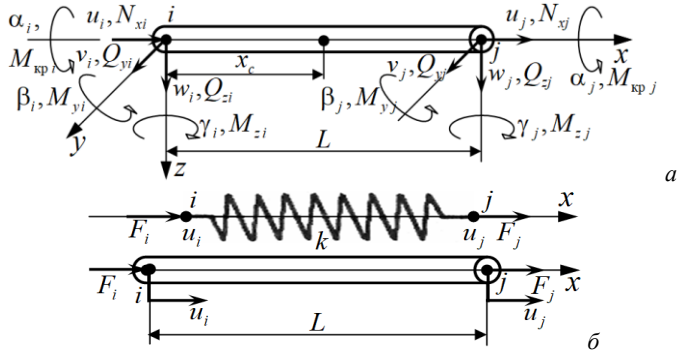


Рисунок 3.3 – Схеми одновимірних скінченних елементів: *а* – балкового загального виду; *б* – лінійний пружний СЕ (вгорі) та стрижневий СЕ (внизу)

Матриця жорсткості для просторового стрижня має розмір 12×12

і може бути отримана в аналітичному вигляді. При розв'язанні практичних задач розрахунку стрижневих систем враховують здебільшого не всі можливі лінійні і кутові переміщення, а лише деякі з них у певних поєднаннях. Так, для розв'язання задачі про розтягування досить врахувати тільки лінійне переміщення u , а для розв'язання задачі про чистий вигин стрижня досить врахувати лінійне переміщення w . Тому, розглядаючи конкретні задачі розрахунку стрижнів, матрицю жорсткості записують скорочено, залежно від виду напруженого стану. Це нескладно, оскільки всі види деформації незалежні одна від іншої, тобто в дійсності матриця жорсткості даного стрижневого СЕ – це лінійна комбінація чотирьох простих.

Одним з найпростіших типів елементів є *пружний лінійний елемент* (наприклад, лінійна пружина), схема якого наведена на рис. 3.3,б (вгорі). Для нього математичне формулювання описується найпростішими співвідношеннями. В різних формах запису їх вигляд:

$$\begin{cases} f_i = k(u_i - u_j), \\ f_j = k(u_j - u_i); \end{cases} \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ u_j \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_i \\ f_j \end{Bmatrix}; \quad \mathbf{Ku} = \mathbf{F}. \quad (41)$$

Але кращого розуміння принципу використання методу скінченних елементів для отримання функцій розподілу переміщень, деформацій і напружень всередині скінченного елемента за вузловими значеннями переміщень можна досягти з розгляду *стрижня постійного перерізу*, що сприймає тільки осьове навантаження. Його схема зображена на рис. 3.3,б (внизу). Нехай цей стрижневий елемент має довжину L , площу поперечного перерізу S і модуль пружності матеріалу E . Розглянемо залежності осьових переміщень $u=u(x)$, відносної деформації $\varepsilon=\varepsilon(x)$ і напружень $\sigma=\sigma(x)$ від координати точки на осі стрижня. Використовуючи відомі геометричні співвідношення Коші між деформаціями і переміщеннями $\varepsilon=du/dx$, а також закон Гука, що зв'язує деформації і напруження $\sigma=E\varepsilon$, і припускаючи, що переміщення u змінюється лінійно уздовж осі елемента, запишемо:

$$u(x) = \left(1 - \frac{x}{L}\right)u_i + \frac{x}{L}u_j. \quad (42)$$

При формулюванні залежності переміщень таким чином та при

підстановці координати вузла i $x=0$ отримуємо $u(0)=u_i$, а при підстановці координати вузла j $x=L$ отримуємо $u(L)=u_j$. Таким чином, основна вимога методу скінченних елементів до функцій форм виконана. Для усіх інших типів СЕ запис функцій форм і залежностей переміщень від координат в межах скінченного елемента відбуваються аналогічним чином. Функції форм можуть бути нелінійними, але тоді кількість вузлів повинна збільшуватися для визначення коефіцієнтів в апроксимаціях переміщень.

Для даного стрижневого елемента далі маємо:

$$\varepsilon(x) = \frac{\partial u(x)}{\partial x} = \frac{u_j - u_i}{L}, \quad \sigma(x) = E\varepsilon = E \frac{u_j - u_i}{L}. \quad (43)$$

Це означає, що при виборі такого апроксимуючого полінома для переміщень отримуємо сталі значення для деформацій і напружень, а це, звичайно, дещо далеко від істинного розподілу. Тому для більшої адекватності результатів і використовують апроксимуючі поліноми більш високих степенів, але це призводить до збільшення розмірності задачі. Для інших типів СЕ ситуація подібна.

Скінченні елементи для плоскої або двовимірної постановок.

До таких елементів в базі ANSYS належить група скінченних елементів **PLANE** (плоскі та твердотільні вісесиметричні СЕ).

В теорії пружності відомі задачі коли при деякому навантаженні тіла певної форми виникають не всі шість компонент напружень або деформацій (рис. 3.1). Такі стани називають плоским напруженим станом і плоскою деформацією. Приклади для них наведені на рис. 3.4.

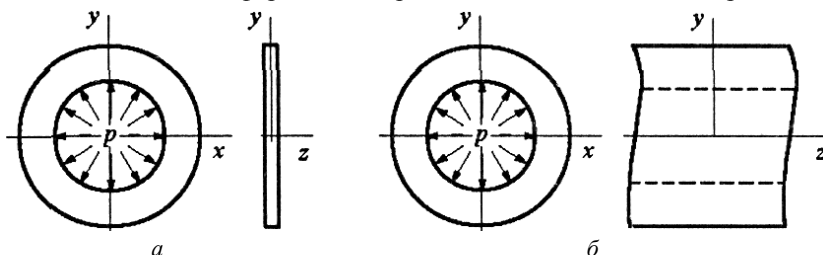


Рисунок 3.4 – Плоскі задачі теорії пружності: *a* – плоский напружений стан; *б* – плоска деформація

Перший стан виникає в плоскій пластині постійної товщини з навантаженнями, що діють в площині цієї пластини (рис. 3.4,*a*). Тоді $\sigma_z = \tau_{yz} = \tau_{xz} = 0$, а $\varepsilon_z \neq 0$. Другий стан може виникнути, наприклад, у довгому циліндрі з постійною площею перетину під дією постійного уздовж осі z внутрішнього тиску без урахування крайових ефектів (рис. 3.4,*б*). В цьому випадку $\varepsilon_z = \gamma_{yz} = \gamma_{xz} = 0$, а $\sigma_z \neq 0$.

Схема лінійного плоского трикутного елемента показана на рис. 3.5,*a*. Елемент має три вузли з нумерацією проти годинникової стрілки. Кожен вузол має два ступені свободи, тобто переміщення уздовж осей x і y . Передбачається, що переміщення (u, v) будь-якої точки всередині елемента є лінійними функціями координат цієї точки:

$$u_1 = b_1 + b_2 x + b_3 y; v = b_4 + b_5 x + b_6 y, \text{ де } b_i - \text{const.} \quad (44)$$

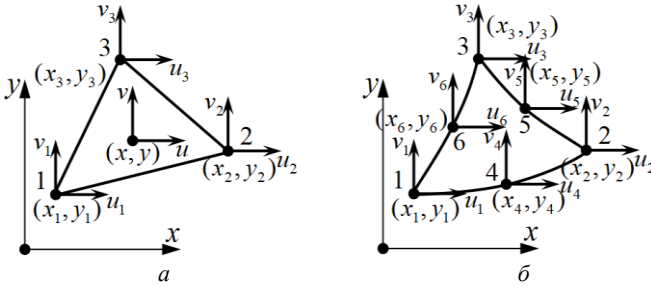


Рисунок 3.5 – Схеми трикутних скінченних елементів для плоскої або двовимірної постановок: *a* – лінійний CE; *б* – квадратичний CE

Виходячи з цих співвідношень з урахуванням геометричних співвідношень теорії пружності (рівнянь Коші), можна отримати вирази для деформацій:

$$\varepsilon_x = \partial u / \partial x = b_2; \varepsilon_y = \partial v / \partial y = b_6; \gamma_{xy} = \partial u / \partial y + \partial v / \partial x = b_3 + b_5 \quad (45)$$

Звідси випливає, що деформації тут не залежать від координат точки, тобто є постійними в межах елемента. У зв'язку з цим такий лінійний тривузловий елемент отримав назву «елемента постійних деформацій». Така ж ситуація в силу закону Гука і з напруженнями. З огляду на ці властивості даного тривузлового елемента, слід обмежити його застосування областями, де відсутні великі градієнти напружень,

тобто далеко від концентраторів напружень. Цей елемент можна використовувати для виконання попередніх, оціночних розрахунків.

Схема *квадратичного плоского трикутного елемента* дана на рис.3.5,б. На відміну від лінійного трикутного елемента, елемент даного типу має 6 вузлів: 3 вузли розташовані по кутах елемента, 3 вузли – посередині сторін. Кожен вузол, як і в лінійному трикутному елементі, має 2 ступені свободи. В цьому випадку зміщення (u, v) точок елемента повинні виражатися квадратичними функціями координат (x, y):

$$\begin{aligned} u_1 &= b_1 + b_2x + b_3y + b_4x^2 + b_5xy + b_6y^2; \\ v &= b_7 + b_8x + b_9y + b_{10}x^2 + b_{11}xy + b_{12}y^2, \text{ де } b_i - \text{const} \end{aligned} \quad (46)$$

Тоді деформації:

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \partial u / \partial x = b_2 + 2b_4x + b_5y; \quad \varepsilon_y = \partial v / \partial y = b_9 + b_{11}x + 2b_{12}y; \\ \gamma_{xy} &= \partial u / \partial y + \partial v / \partial x = b_3 + b_8 + (b_5 + 2b_{10})x + (2b_6 + b_{11})y. \end{aligned} \quad (47)$$

У межах даного елемента деформації є лінійними функціями координат. Таким чином, шестивузловий трикутний елемент дозволяє більш точно описувати поле напружень і деформацій, ніж розглянутий тривузловий трикутний елемент.

Лінійний плоский чотирикутний елемент, схематично зображений на рис. 3.6,а, являє собою в системі локальних координат (ξ, η) прямокутник з чотирма вузлами в його вершинах. В системі локальних координат (ξ, η) функції форми записуються так:

$$\begin{aligned} N_1 &= \frac{1}{4}(1-\xi)(1-\eta); \quad N_2 = \frac{1}{4}(1+\xi)(1-\eta); \\ N_3 &= \frac{1}{4}(1+\xi)(1+\eta); \quad N_4 = \frac{1}{4}(1-\xi)(1+\eta). \end{aligned} \quad (48)$$

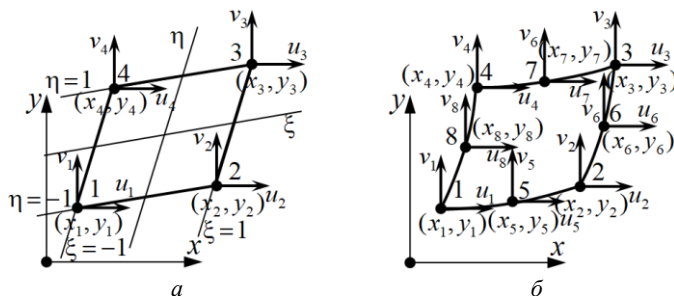


Рисунок 3.6 – Схеми чотирикутних скінченних елементів для плоскої або двовимірної постановок: а –лінійний СЕ; б –квадратичний СЕ

Поле переміщень задається наступними рівняннями:

$$u = \sum_{i=1}^4 N_i u_i; \quad v = \sum_{i=1}^4 N_i v_i. \quad (49)$$

Як впливає з цих виразів, u і v є білінійні функції в межах всього елемента.

Квадратичний чотирикутний елемент (рис. 3.6,б) являє собою прямокутник з 8 вузлами: 4 вузли по кутах і 4 вузли по середині сторін.

У системі локальних координат (ξ, η) 8 функцій форми записуються так:

$$\begin{aligned} N_1 &= \frac{1}{4}(1-\xi)(\eta-1)(\xi+\eta+1); & N_2 &= \frac{1}{4}(1+\xi)(\eta-1)(\eta-\xi+1); \\ N_3 &= \frac{1}{4}(1+\xi)(\eta+1)(\xi+\eta-1); & N_4 &= \frac{1}{4}(\xi-1)(\eta+1)(\xi-\eta+1); \\ N_5 &= \frac{1}{2}(1-\eta)(1-\xi^2); & N_6 &= \frac{1}{2}(1+\xi)(1-\eta^2); \\ N_7 &= \frac{1}{2}(1+\eta)(1-\xi^2); & N_8 &= \frac{1}{2}(1-\xi)(1-\eta^2). \end{aligned} \quad (50)$$

Поле переміщень визначається квадратичними функціями:

$$u = \sum_{i=1}^8 N_i u_i; \quad v = \sum_{i=1}^8 N_i v_i. \quad (51)$$

Деформації і напруження в точках в межах чотирикутного 8-вузлового елемента є лінійними функціями координат, що дозволяє більш точно розрахувати напруження та деформації, ніж за допомогою 4-вузлових елементів.

Застосування квадратичних трикутних або чотирикутних елементів з шістьма або вісьмома вузлами відповідно дозволяють моделювати тіла з криволінійною границею, що підвищує точність результатів моделювання.

Під *вісесиметричною задачею в теорії пружності* розуміють, такий стан тривимірного тіла, коли воно має вісь симетрії (тобто є тілом обертання) і навантажене вісесиметричним навантаженням. Для моделювання вісесиметричних тіл, теж використовується двовимірний (плоский) скінченний елемент, проте на відміну від плоскої задачі теорії пружності він має три ступеня свободи у вузлі. У кожному вузлі SE визначені площинні переміщення u, v і окружне переміщення w .

Для отримання розподілу переміщень через переміщення в його вузлах використовуються функції форм особливого виду для можливості врахування вузлових діаметрів у динамічних аналізах.

В ANSYS перемикання з одного типу двовимірної задачі (плоскою або осесиметричної) на інший тип проводиться за допомогою налаштувань або опцій скінченних елементів.

Пластинчасті та оболонкові скінченні елементи.

До таких елементів у базі ANSYS належить група скінченних елементів **SHELL** (пластинчасті та оболонкові CE).

Елементи конструкцій плоскої форми, досить широко поширені в техніці, прийнято розраховувати як пластини. Пластиною називають плоске тіло будь-якої форми в плані, товщина якого мала в порівнянні з іншими лінійними розмірами. У ній виділяють серединну поверхню, паралельну зовнішнім поверхням, що ділить товщину пластини навпіл. Координата z у напрямі товщини пластини, як правило, відраховується від серединної поверхні. Тонкою пластиною називається така пластинка, для якої відношення товщини h до іншого характерного найменшого розміру L (ширині або діаметру) менше ніж 0,1. Через $w(x,y)$ позначається прогин серединної площини пластини, а через u, v – переміщення, паралельні осям x, y відповідно.

Якщо прогин серединної площини малий у порівнянні з товщиною пластини, то вважають справедливим припущення: нормаль до серединної площини до вигину залишається нормаллю до цієї площини і після вигину. Як наслідок з цього можна зробити висновок, що при вигині тонких пластин відсутні деформації зсуву, тобто $\gamma_{xy} = \gamma_{yz} = 0$. Якщо товщина пластини t недостатньо мала ($h/L > 1/10$), то такі пластини не можна вважати «тонкими». В цьому випадку $\gamma_{xy} \neq \gamma_{yz} \neq 0$. Це означає, що лінія, перпендикулярна до серединної поверхні пластини до деформації, не залишається перпендикулярній цієї поверхні і після. В цьому випадку новими змінними є θ_x і θ_y – кути нахилу лінії, перпендикулярної до серединної поверхні пластини до деформації, до осей x і y відповідно.

Оболонка – пластинка, серединна поверхня якої має кривизну. Оболонка може апроксимуватися великою кількістю пластинчастих

елементів. Оболонковий скінченний елемент – це лінійна комбінація двох типів СЕ: 1. СЕ плоского НС; 2. СЕ вигину пластини.

Для моделювання пластин-оболонок в базі ANSYS є СЕ тонких і помірно товстих структур з урахуванням зсувних деформацій з шістьма ступенями свободи (три переміщення та три кути повороту). При використанні мембранного варіанта елемент має тільки поступальні ступені свободи. Якщо пластина є відносно товстою, то рекомендовано моделювати як тривимірне тіло з декількома СЕ по товщині.

Схеми чотирикутних скінченних елементів з чотирма і вісьмома вузлами для пластин і оболонок показані на рис. 3.7. Кожен вузол має три або шість ступенів свободи. При цьому прогин $w(x,y)$ точок всередині елемента можна записати, наприклад, в такий спосіб:

$$w(x, y) = \sum_{i=1}^4 \left[N_i w_i + N_{xi} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)_i + N_{yi} \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)_i \right], \quad (50)$$

де N_i, N_{xi}, N_{yi} – функції форми.

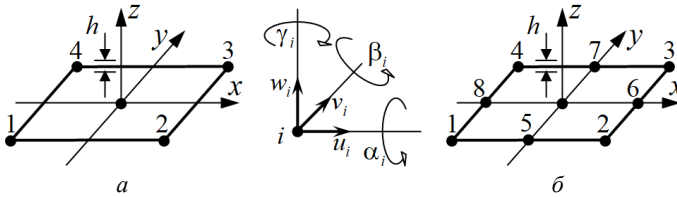


Рисунок 3.7 – Схеми чотирикутних пластинчастих або оболонкових скінченних елементів: а – 4-вузловий лінійний СЕ; б – 8-вузловий квадратичний СЕ

Для розглянутих елементів зміщення $w(x,y)$ є лінійною функцією для елемента з чотирма вузлами і квадратичною функцією для елемента з вісьмома вузлами.

Лінійний оболонковий СЕ використовується для пологих оболонок, при цьому він погано апроксимує напруження. Квадратичний оболонковий СЕ використовується для оболонок значної кривизни і досить точно апроксимує напруження.

Елементи для моделювання вісесиметричних оболонок.

У багатьох задачах, що потребують визначення деформації оболонки, форма або навантаження оболонки є такими що, деякими

напруженнями можна знехтувати. Наприклад, тонкостінний сферичний резервуар, що піддається дії рівномірно розподіленого внутрішнього тиску, нормального до поверхні оболонки. Під цим тиском серединна поверхня оболонки піддається рівномірній деформації, і оскільки товщина оболонки мала, то можна допустити, що розтяжні напруження розподілені по її товщині рівномірно (мембранна теорія оболонок). У вісесиметричних оболонках, як і в будь-яких інших, існують і згинальні і мембранні зусилля. Вони однозначно визначаються величинами узагальнених деформацій, під якими в даному випадку розуміють розтягування і викривлення серединної поверхні. Якщо переміщення кожної точки серединної поверхні відомі, то такі деформації і результуючі внутрішні напружень, або просто напруження, визначаються за формулами, які можна знайти в звичайних курсах теорії оболонок [1]. Поверхня обертання виходить в результаті обертання плоскої кривої відносно осі, що лежить в площині цієї кривої. Ця крива називається меридіаном, а її площина – меридіанною площиною. Положення меридіана визначається кутом θ , відлічуваним від деякої заданої меридіанної площини; становище паралельного кола визначається кутом φ , який нормаль до поверхні утворює з віссю обертання. Меридіанна площина і площина, перпендикулярна до меридіану, є площинами головних кривизн у деякій точці поверхні.

Для розрахунку таких оболонок застосовується і загальний метод. Але за рахунок урахування осьової симетрії конструкції можна досягти істотних спрощень. Зокрема, якщо оболонка і навантаження симетричні, елемент стає одновимірним. Нехай вузловими поверхнями оболонка розбита на ряд усічених конусів, як показано на рис. 3.8. Переміщення вузлових точок i та j однозначно визначають деформації елемента через задану функцію переміщень. У кожній вузловій точці задаються осьове і радіальне переміщення та поворот. Оскільки оболонка працює на вигин, необхідні всі ці три компоненти. Якщо враховується кручення то додається ще четвертий ступінь свободи – дотичне переміщення. Отже, елемент з двома вузлами має до восьми ступенів свободи. Переміщення всередині елемента, єдиним чином визначаються переміщеннями вузлових точок і координатою s .

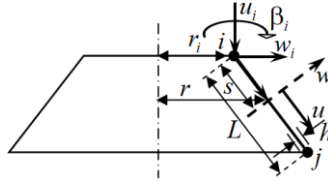


Рисунок 3.8 – Схема віссиметричного оболонкового двох- або трьохвузлового скінченного елемента

Об’ємні скінченні елементи.

До таких елементів в базі ANSYS належить група скінченних елементів **SOLID** (об’ємні тривимірні CE).

Для моделювання конструкцій, які ідентифіковані як тривимірне тіло в загальній постановці (коли не застосовують ні один із способів зниження розмірності і врахування особливостей НДС), в сучасних програмних комплексах використовуються два сімейства об’ємних скінченних елементів. За формою це тетраедри (чотиригранні піраміди) і гексаедри (шестигранні призми) з плоскими або криволінійними гранями з вузлами у вершинах або у вершинах і на ребрах. Від кількості вузлів як раніше залежить степінь апроксимуючих поліномів.

Розглянемо сімейство тетраедрів з чотирма гранями, а саме їх геометрію, типові характеристики таких елементів і деякі загальні рекомендації щодо їх застосування. На рис. 3.9 зображені два види CE цього сімейства, а саме елемент 1-го порядку (з чотирма вузлами) і елемент 2-го порядку (з десятима вузлами). При описі даного сімейства елементів використовуються нормальні L-координати [2].

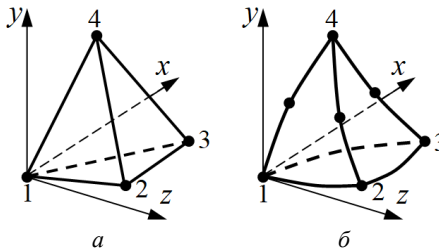


Рисунок 3.9 – Схеми тетраедральних об’ємних скінченних елементів: а – 4-вузловий лінійний CE; б – 10-вузловий квадратичний CE

Для чотирьохвузлового тетраедра L -координати (рис. 3.9,*a*) є лінійними функціями декартових координат. Тому вектор переміщень такого SE є повним поліномом 1-го порядку. При оцінці точності даного SE потрібно враховувати, що хоча він і забезпечує спільність переміщень по спільних гранях SE при стикуванні, однак, в разі якщо реальна зміна переміщень в межах хоча б одного SE нелінійна функція, то він дасть похибку, яка буде накопичуватися і може призвести до значних спотворень результату. Якщо розглянути напруження, які пов'язані з переміщеннями через похідні першого порядку, очевидно що вони в межах одного SE постійні. Таким чином, спостерігається розрив 1-го роду по напруженнях і для ефективної апроксимації даним SE шуканих величин необхідно брати дуже дрібну сітку, особливо в місцях концентрації напружень.

Для десятивузлового тетраедра (рис. 3.9,*б*) апроксимація переміщень u , v і w теж аналогічна і береться у вигляді полінома 2-го порядку. В даному випадку вектор переміщень SE є повним поліномом 2-го порядку. Точність апроксимації даного SE вища для переміщень і для напружень. Для напружень вже немає розриву 1-го роду, але апроксимація є лінійною в межах одного SE . Тобто даний елемент непогано апроксимує криволінійні межі області, а також переміщення всередині нього, але для отримання достовірних результатів про НДС необхідно теж значно подрібнювати сітку розбиття.

На рис. 3.10 наведені два типи гексадральних об'ємних скінченних елементів в локальній системі координат з позитивною системою нумерації вузлів – восьмивузловий (рис. 3.10,*a*) і двадцятивузловий (рис. 3.10,*б*) скінченні елементи. Дані елементи дають апроксимацію криволінійних поверхонь відповідно поліномами 2-го порядку (восьмивузловий) і 3-го порядку (двадцятивузловий). Вони забезпечують безперервність переміщень і напружень на спільній межі поруч розташованих SE .

Восьмивузловий скінченний елемент апроксимує переміщення всередині елемента поліномом 3-го порядку, а напруження 2-го порядку. Двадцятивузловий SE апроксимує переміщення всередині елемента поліномом 4-го порядку, а напруження – 3-го порядку. Це

свідчить про високу точність цих елементів. Практичне тестування їх показало високу збіжність і точність при малій кількості елементів.

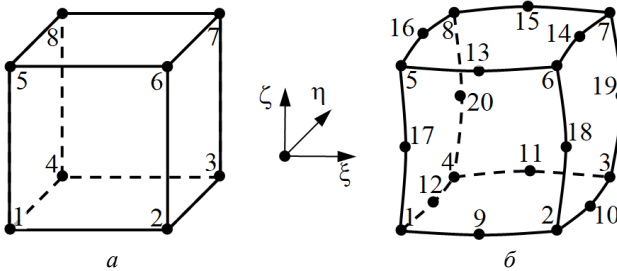


Рисунок 3.10 – Схеми гексадральних об’ємних скінченних елементів:
 а – 8-вузловий лінійний СЕ; б – 20-вузловий квадратичний СЕ

Описані характеристики справедливі для типових об’ємних СЕ [2]. Окремі об’ємні елементи в базі ANSYS можуть відрізнятися за особливостями опису та побудови функцій форм. Однак рекомендації щодо використання цих елементів є загальними і застосовними практично для всіх елементів цього типу.

3.2.5. Створення сітки скінченних елементів

У програмі ANSYS передбачено чотири основних способи генерації сітки, а саме автоматична побудова довільної сітки (*free*), створення впорядкованої сітки (*mapped*), використання методу екструзії, тобто створення об’ємної сітки видавлюванням плоскої (*sweep*), адаптивна побудова (в ранніх версіях). Крім того, є додаткові способи створення СЕ-моделі, а саме безпосереднє створення СЕ-моделі (скінченних елементів безпосередньо по вузлах без створення геометричної моделі), модифікація сітки (зменшення розмірів скінченних елементів в окремих зонах або додавання кількості вузлів в елементах), імпорт СЕ-моделі з САЕ систем.

При довільній побудові сітки реалізований алгоритм розумного вибору розмірів скінченного елемента. Він дозволяє будувати сітку елементів з урахуванням кривизни поверхні моделі і найкращого відображення її реальної геометрії. Довільну сітку можна будувати з трикутних, чотирикутних і чотиригранних елементів. При побудові

такої сітки можливі також вказівка загального розміру SE, ділення граничної лінії, вказівка, коефіцієнтів розтягування-стиснення тощо.

У порівнянні з довільною сіткою впорядкована плоска сітка може містити тільки чотирикутні або трикутні елементи, а впорядкована об'ємна сітка – об'ємні шестигранні елементи. Впорядкована сітка може наноситися тільки на геометричні об'єкти з регулярною геометрією. Під такою геометрією розуміють поверхні, обмежені не більше ніж чотирма лініями, і об'єми, обмежені не більше ніж шістьма поверхнями.

Перехід від шестигранної сітки до чотиригранної може проводитися з використанням пірамідальних елементів.

При виконанні лінійного статичного аналізу в ПК ANSYS використовуються скінченні елементи групи **Structural**, у яких за ступенів свободи в кожному вузлі можуть застосовуватися поступальні переміщення **UX, UY, UZ** і кути повороту **ROTX, ROTY, ROTZ**.

3.2.6 Узагальнюючі положення

Тип, форма, ступінь апроксимуючого полінома скінченних елементів, що застосовуються в задачі, а також вид і щільність сітки повинні визначатися в кожному конкретному випадку залежно від постановки задачі, допущень, що беруться до уваги, і можливості зниження розмірності задачі (наприклад, розв'язання у плоскій постановці). Крім того, скінченноелементна апроксимація повинна мати прийнятне значення похибки результатів, що були отримані чисельно за допомогою одного з вирішувачів (*solvers*) програми, який реалізує той чи інший метод розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь. Ця похибка може бути визначена за допомогою одного з вбудованих в програму засобів її оцінки.

Більш докладніше застосування тих чи інших типів скінченних елементів, використання різних методів та засобів побудови скінченноелементних моделей, урахування різних варіантів зниження розмірності задачі, а також виведення та оцінка похибки результату розглядається в даному посібнику далі на практичних прикладах у вигляді методик розв'язання окремих практичних задач.

4. РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ СТАТИЧНОЇ МІЦНОСТІ

При застосуванні програмного комплексу скінченноелементного аналізу ANSYS, як і будь-якого іншого, слід розуміти, що визначення параметрів напружено-деформованого стану (переміщень, деформацій та напружень) не є самоціллю. Ці параметри НДС потрібні як допоміжні для розв'язання задачі статичної міцності, а саме перевірки умов міцності при статичних навантаженнях. Розв'язання цієї задачі базується на певних характеристиках матеріалу, що визначаються під час проведення експериментів над зразками при одноосьовому навантаженні. Такими характеристиками на отриманій в результаті експерименту кривій діаграмі розтягнення-стиснення є границі *плинності* та міцності. Ці діаграми зображують залежність «напруження від деформації» і для пластичного і для крихкого матеріалів (схематично показані на рис. 4.1).

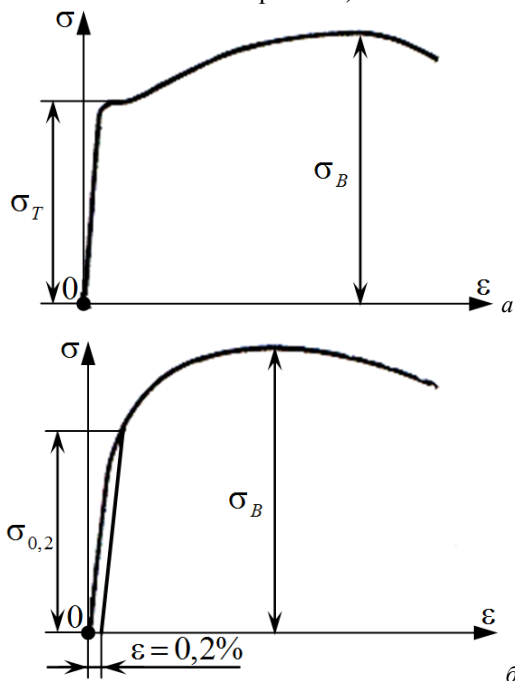


Рисунок 4.1 – Умовні діаграми розтягнення-стиснення матеріалів:
а – пластичного матеріалу; б – крихкого матеріалу

Границя плинності (σ_T) – це найменше напруження, при якому зразок деформується без помітного збільшення навантаження.

Границя міцності (σ_B) – це умовне напруження, що дорівнює відношенню максимальної сили (F_{\max}), яку може витримати випробний зразок, до початкової площі (S_0) його поперечного перерізу: $\sigma_B = F_{\max}/S_0$.

У відмінності від пластичного матеріалу, для якого на діаграмі є яскраво виражена поличка *плинності*, для крихкого матеріалу вводиться умовна границя *плинності* ($\sigma_{0,2}$) – напруження, при яких залишкові деформації мають значення 0,002 або 0,2 %.

Розрахунок на міцність (або розв'язання задачі лінійної статичної міцності) полягає у розв'язанні однієї з таких задач:

- 1) визначення фактичного коефіцієнта запасу для наявної конструкції при заданих навантаженнях (*перевірочний розрахунок*);
- 2) визначення поперечних розмірів деталі, що забезпечують її міцність (*проектний розрахунок*);
- 3) визначення допустимої величини навантаження, при якому буде забезпечена міцність елементів наявної конструкції.

Для *пластичного матеріалу* за максимальне напруження приймають зазвичай границю плинності (σ_T) і визначають коефіцієнт запасу за плинністю $n_T = \sigma_T/\sigma_{\max}$, для *крихкого матеріалу* визначають коефіцієнт запасу за умовною границею плинності $\sigma_{0,2}$.

Перевірка за границею плинності (по за лінійною зоною діаграми) може здійснюватися за границею міцності (σ_B): $n_B = \sigma_B/\sigma_{\max}$, але для цього необхідне розв'язання задачі в нелінійній постановці з врахуванням всієї діаграми розтягування-стиснення для коректного визначення напружень з урахуванням історії навантаження.

Це розв'язання першої задачі. Другу та третю задачі розрахунку на міцність розв'язують виходячи з умови міцності: $\sigma_{\max} \leq [\sigma_T]$.

Отже, після визначення напружено-деформованого стану конструкції при заданій системі закріплень і конфігурації навантажень будь-який інженерний аналіз повинен завершуватися висновком про міцність і працездатність конструкції. В даному випадку при навантаженнях, що не залежать від часу, це розв'язання *задачі*

статичної міцності, для якої справедливі такі характеристики:

1. Умова міцності – $\sigma_{\max} \leq [\sigma_T]$, де σ_{\max} – найбільші напруження, отримані в результаті розрахунку напружено-деформованого стану, при цьому в разі складного напруженого стану за σ_{\max} приймаються $\sigma_{\max \text{ екв}}$, які розраховуються згідно з однією з теорій міцності, наприклад, четвертою теорією (**критерій фон Мізеса**).

2. Допустимі напруження $[\sigma] = \sigma_T / [n_T]$, де $[n_T]$ – **коефіцієнт запасу за міцністю**, що забезпечує надійність роботи конструкції, який встановлюється виходячи з особливостей конструкції, технології її виготовлення тощо ($[n_T] = 1, 3-6$).

3. Еквівалентні напруження згідно з критерієм фон Мізеса:

Коли небезпечна точка деталі знаходиться в умовах складного напруженого стану, питання про її міцність вирішується на підставі гіпотез міцності або гіпотез виникнення пластичних деформацій (гіпотез граничних станів).

Оскільки в загальному випадку при складному напруженому стані виникає шість компонент напружень (див. рис. 3.1), а $[\sigma]$ і σ_T визначаються для одноосьового напруженого стану, незрозуміло, яку компоненту порівнювати з допусковими значеннями. Тоді відповідно до прийнятої гіпотези визначають величину напруження $\sigma_{\text{екв}}$ одноосьового розтягу, рівнонебезпечного (еквівалентного) даному складному напруженому стану.

Напруження $\sigma_{\text{екв}}$ називають еквівалентним напруженням.

$$\sigma_{\text{екв}} = \sqrt{\frac{1}{2} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]}, \quad (52)$$

де $\sigma_{1,2,3}$ – головні напруження.

Таким чином, в еквівалентних напруженнях, а значить, і в умові міцності враховуються всі компоненти напружень для визначення міцнісного стану конструкції.

5. ПРАКТИЧНІ ПРИКЛАДИ

5.1. Практичний приклад 7. Плоский вигин балок. Балковий скінченний елемент

1) **Тема:** Безпосереднє створення скінченноелементної моделі. Плоский вигин балок.

2) **Постановка задачі:** Засобами ПК ANSYS побудувати скінченноелементну модель конструкції та розв'язати задачу про плоский вигин пружної багатопрогонової балки з кусково-постійними згинальними жорсткостями, тобто типову задачу з курсу «Опору матеріалів» (побудову та розв'язання провести в системі одиниць СІ, одиниці виміру кутів – градуси).

3) **Вихідні дані:** Модель багатопрогонової балки, схема прикладення навантаження та вихідні дані наведені на рис. 5.1 і в табл. 5.1.

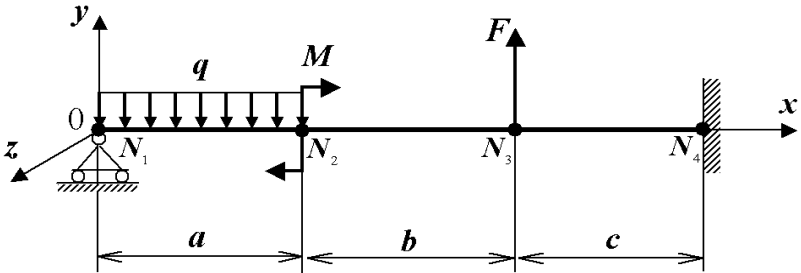


Рисунок 5.1 – Модель багатопрогонової балки

Характеристики матеріалу (сталь):

- модуль пружності $E=2 \cdot 10^{11}$ Н/м²;
- коефіцієнт Пуасону $\nu=0,3$;
- густина $\rho=7800$ кг/м³.

4) Методика виконання завдання:

Eman 1 – Вхід у програму.

1. Вхід в інтерактивний режим: «Пуск» > «Програми»> «ANSYS 2020 R1» > «Mechanical APDL Product Launcher» (задати – *License*: ANSYS Multiphysics; вкладка *File Management*: робочу

директорію, ім'я задачі, наприклад, **LabWork07bm** і вкладка **Customization/Preferences**: графічний драйвер, наприклад, **win32**).

2. Запуск сесії: **Run**.

3. Вибір системи одиниць (міжнародна система одиниць SI):
Command(s): /UNITS, Lab (в командному рядку **Command Prompt**), для системи одиниць СІ – **/UNITS, Si** .

4. Вибір одиниць вимірювання кутів

GUI: Utility Menu > Parameters > Angular Units (обрати градуси – DEG);

Command(s): *AFUN, Lab (задати градуси – Lab=DEG).

Таблиця 5.1 – Геометричні дані багатопрогонової балки і навантаження

Вихідні дані за варіантами	№ варіанта									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<i>a</i> , [м]	2,0	1,8	2,2	1,6	2,4	1,4	2,6	1,2	2,8	1,0
<i>b</i> [м]	3,0	2,7	3,3	2,4	3,6	2,1	3,9	1,8	4,2	1,5
<i>c</i> , [м]	4,0	3,6	4,4	3,2	4,8	2,8	5,2	2,4	5,6	2,0
<i>q</i> , [Н/м]	20000	18000	22000	16000	24000	14000	26000	12000	28000	10000
<i>M</i> , [Н·м]	20000	18000	22000	16000	24000	14000	26000	12000	28000	10000
<i>F</i> , [Н]	30000	27000	33000	24000	36000	21000	39000	18000	42000	15000
<i>S</i> _{перерізу} , [м ²]	2,9·10 ⁻³	2,9·10 ⁻³	2,9·10 ⁻³	2,9·10 ⁻³	2,9·10 ⁻³	2,9·10 ⁻³	2,9·10 ⁻³	2,9·10 ⁻³	2,9·10 ⁻³	2,9·10 ⁻³
<i>h</i> _{перерізу} , [м]	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
<i>J</i> _{zz} , [м ⁴]	2,03·10 ⁻³	2,03·10 ⁻³	2,03·10 ⁻³	2,03·10 ⁻⁵	2,03·10 ⁻⁵	2,03·10 ⁻⁵	2,03·10 ⁻⁵	2,03·10 ⁻⁵	2,03·10 ⁻³	2,03·10 ⁻³

Пояснення: *S*_{перерізу} – площа, *h*_{перерізу} – висота, *J*_{zz} – момент інерції (параметри поперечного перерізу балки).

Еман 2 – Вибір типу розрахунку.

5. Обрання типу задачі – міцнісний аналіз конструкції:

GUI: Main Menu > Preference > Structural .

Еман 3 – Вибір типу скінченних елементів, констант елементів, задання властивостей матеріалу.

Одним із спеціально створених скінченних елементів (СЕ) для задач про плоский вигин балкових конструкцій є балковий елемент **BEAM3**. Він дозволяє розв'язувати задачі про плоский вигин балок як

типові задачі дисципліни «Опір матеріалів» з відображенням, в тому числі епюр поперечних сил, згинальних моментів і напруження. Однак після введення балкових СЕ **BEAM188** і **BEAM189** він вважається застарілим і не є автоматично доступним при роботі в інтерактивному режимі в сучасних версіях ПК ANSYS (див. **HELP ANSYS**), хоча є в наявності в базі СЕ. При цьому його використання дозволяє продемонструвати можливості спеціальних ПК типу ANSYS у розв'язанні подібних задач.

Особливості прикладення навантаження до скінченного елемента **BEAM3** полягають в наступному. Схема СЕ і напрями, які визначаються параметром **LKEY**, розподілених поперечних ①, дотичних ② і поздовжніх ③④ навантажень відносно прийнятої системи координат, наведені на рис. 5.2.

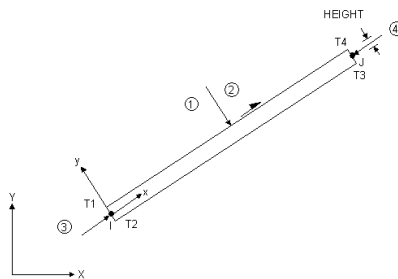


Рисунок 5.2 – Схема СЕ **BEAM3**

При цьому *сили* F вважаються позитивними, якщо їх напрями збігаються з позитивним напрямом осі (наприклад, Oy , див. рис. 5.1). Навпаки, *розподілені навантаження* q вважаються позитивними, якщо їхні напрями протилежні напрямку $+y$. Нарешті, *моменти* M_z позитивні при напрямках обертання проти годинникової стрілки (тобто коли напрям вектора моменту збігається з позитивним напрямом осі Oz).

Ступенями свободи СЕ **BEAM3** є вузлові переміщення UX , UY і кут повороту $ROTZ$. При розв'язанні задачі з використанням СЕ **BEAM3** балку необхідно розбивати на СЕ так, щоб в межах кожного елемента були б постійними згинальні жорсткості EJ_{zz} , розподілені навантаження змінювалися б лінійно або були постійними, а всередині елементів не перебували б опори і точки прикладання активних сил і моментів. Для даної задачі досить трьох елементів **BEAM3**.

Поліпшити графічні подання результатів можна, використовуючи при побудові графіків всередині окремого елемента 9 проміжних точок (для **BEAM3** це визначається додатковою опцією

KEYOPT(9)=9).

6. Вхід у препроцесор:

GUI: Main Menu > Preprocessor або **Command(s): /PREP7**.

7. Вибір типу скінченного елемента (задати **BEAM3**):

GUI: Main Menu > Preprocessor > Element Type > Add/Edit/Delete > Add...

Увага! CE **BEAM3** в сучасних версіях ПК ANSYS відсутній в списку елементів групи **Beam**, тому для його вибору потрібно явно вписати унікальний номер цього елемента, а саме число **3**, в поле під списком елементів, і тоді він визначиться в **Defined element types** як **Type 1**.

Command(s): ET, ITYPE, Ename, KOP1, KOP2, KOP3, KOP4, KOP5, KOP6, INOPR – здійснює вибір типу скінченного елемента з бібліотеки **ANSYS: ITYPE** – довільний локальний номер типу елемента, **Ename** – назва типу елемента або його номер. Ename=0 означає, що елементи даного типу будуть ігноруватися при розв'язанні задачі. **KOP1-KOP6** – перемикачі додаткових опцій, призначення яких для різних елементів різні (див. опис відповідних елементів в довідці ANSYS). У більшості випадків достатньо використовувати значення, встановлені ANSYS за замовчуванням. Перемикач **INOPR**, встановлений на 1, забороняє виведення поелементного розв'язання для всіх елементів даного типу.

8. Задання додаткових опцій CE (задати KEYOPT(9)=9) можливе тільки з використанням команди, а не інтерактивного меню:

Command (s): KEYOPT, ITYPE, KNUM, VALUE – установка значень ключових опцій елементів, де **ITYPE** – номер типу елемента, визначений в команді **[ET]**, **KNUM** – номер опції **KEYOPT (KEYOPT (KNUM))** – числове значення якої слід встановити в даній команді; **VALVE** – числове значення опції **KEYOPT(KNUM)**.

Для визначення потрібної настройки треба виконати команду:

Command(s): KEYOPT,1,9,9 (див. пояснення вище).

9. Задання констант CE **BEAM3** (площа поперечного перерізу, момент інерції, висота) можливе тільки з використанням команди, а не інтерактивного меню:

Command (s): R, NSET, R1, ..., R6, де **NSET** – ідентифікатор номера елемента; **R1...R6** – числові характеристики елемента (площа, товщина

тощо). Якщо для побудови моделі використовуються елементи різних типів, то константи задаються для кожного типу елементів окремо.

Для задання констант необхідно виконати команду:

Command(s): **R,1,S***перерізу*,**Jzz,h***перерізу* (див. таблицю 5.1).

10. Задання властивостей матеріалу (модуль пружності – **EX**, коефіцієнт Пуассона – **PRXY**, густина – **DENS**):

GUI: Main Menu > Preprocessor > Material Props > Material Models (Structural > Linear > Elastic > Isotropic і >Density) або

Command(s): **MP**, Lab, MAT, C0, C1, C2, C3, C4 – задає постійні або залежні від температури лінійно-пружні властивості матеріалу. Параметр **Lab** встановлює, яка характеристика матеріалу буде визначена даною командою. При розрахунку НДС, як правило, досить таких характеристик: **EX** – модуль пружності (якщо матеріал ортотропний, можливе задання **EY** і **EZ**), **ALPX** – коефіцієнт температурного розширення (для ортотропного матеріалу також **ALPY** і **ALPZ**), **REFT** – опорне значення температури, по відношенню до якого будуть розраховуватися термодформації і термонапруження, **NUXY** (**PRXY**) – коефіцієнт Пуассона (в поперечних напрямках **NUYZ**, **NUXZ**, **NUXY** (**PRYZ**, **PRXZ**)) < 0,5, за замовчуванням дорівнює **0,3**), **GXY** – модуль пружності другого роду, тобто модуль зсуву (також **GYZ**, **GXZ**; за замовчуванням обчислюється за значеннями **EX** і **NUXY**), **DENS** – густина матеріалу, **MAT** – номер матеріалу, для якого визначається ця властивість. Значення властивості **Lab** визначається параметром **C0**.

Еман 4 – Побудова скінченноелементної моделі.

11. Дана модель створюється за допомогою методу безпосереднього створення SE-моделі: вузли, елементи (рис. 5.3):

– визначення вузлів **N1-N4** – задання вузла за координатами:

GUI: Main Menu > Preprocessor > Modeling > Create > Nodes > In Active CS ;

Command(s): **N**, NODE, X, Y, Z, THXY, THYZ, THZX – визначає вузол в точці з координатами **X**, **Y**, **Z** і встановлює йому номер **NODE**. Параметри **THXY**, **THYZ** і **THZX** задають напрямні кути (в градусах) між локальною системою координат для нового вузла (тобто вузловою

СК) і глобальною декартовою системою координат – навколо осей **Z**, **X** і **Y** відповідно;

– *визначення* елементів між вузлами **N1-N2**, **N2-N3**, **N3-N4** – створення СЕ по ключових точках:

GUI: Main Menu > Preprocessor > Modeling > Create > Elements > Auto Numbering > Thru Nodes ;

Command(s): E, I, J, K, L, M, N, O, P – визначає скінченний елемент за заданою послідовністю вузлів з номерами **I-P** (максимум 8 вузлів). Якщо потрібно більше 8 вузлів, слід скористатися командою **[EMORE]**.

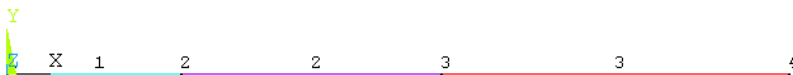


Рисунок 5.3 – Скінченноелементна модель балки

12. При необхідності для більш наочного відображення вузлів і СЕ можуть встановлюватися опції, які включають виділення кольором і нумерацію об'єктів **Node=On**, **Elem=Element numbers**. Подібні функції розташовані в пункті **PlotCtrls** основного меню:

GUI: Utility Menu > PlotCtrls > Numbering.

13. Для балкових, плоских і оболонкових елементів, які вимагають задання як констант елемента геометричних характеристик (площа поперечного перерізу, товщина, діаметр тощо), задання констант елемента можна проконтролювати графічно в пакетному і інтерактивному режимах таким чином (рис. 5.4):

Command(s): /ESHAPE + EPLOT ;

GUI: Utility Menu > PlotCtrls > Style > Size and Shape ([/ESHAPE]=On);

Utility Menu > Plot > Elements .

14. Вихід з препроцесору: **Command(s): FINISH .**

Еман 5 – Розв'язання задачі про плоский згин балки.

15. Вхід в процесор розв'язання задачі:

GUI: Main Menu > Solution або **Command(s): /SOLU .**

16. Вибір типу аналізу (**статичний – Static**):

GUI: Main Menu > Preprocessor > Loads > Analysis Type > New Analysis або

Main Menu > Solution > Analysis Type> New Analysis (або **Restart**) ;

Command(s): ANTYPE, Antype, Status (Antype=STATIC – статичний аналіз).

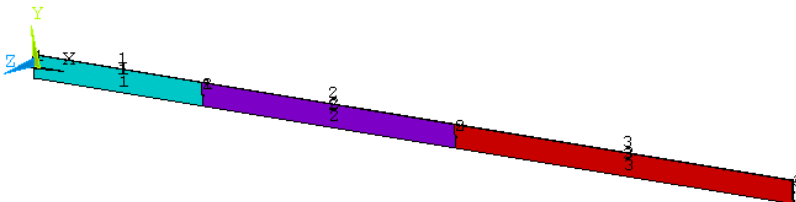


Рисунок 5.4 – Графічний контроль задання констант елемента

17. Задання умов закріплення вузла CE – сітки (у вузлі **1** – шарнір, тобто $UY=0$, у вузлі **4** – жорстке кріплення, тобто $UX=UY=ROTZ=0$):

GUI: Main Menu > Preprocessor > Loads > Define loads > Apply > Structural > Displacement > On Nodes або **Main Menu > Solution > Define Loads > Apply > Displacement > On Nodes** ;

Command(s): D, NODE, Lab, VALUE, VALUE2, NEND, NINC, Lab2, Lab3, Lab4, Lab5, Lab6 – визначає умови закріплення вузла з номером **NODE** скінченноелементної сітки. Якщо **NODE=ALL**, обмежуються переміщення всіх обраних вузлів. Параметр **Lab** визначає, які саме переміщення необхідно обмежити: всі (**ALL**), лінійні переміщення (**UX**, **UY** або **UZ**) або кути повороту (**ROTX**, **ROTY** або **ROTZ**). Величина заданого переміщення визначається параметром **VALUE**.

18. Задання навантажень – задання умов закріплення вузла CE-сітки (**розподілене навантаження, момент і зосереджена сила** – рис. 5.5):

- *задання розподіленого навантаження*, що діє на балковий скінченний елемент (на CE **1** – розподілене навантаження $VALI=VALJ=q$, при **LKEY=1**, див. рис. 5.2):

GUI: Main Menu > Preprocessor > Loads > Define loads > Apply > Structural > Pressure > On Beams або **Main Menu > Solution > Define loads > Apply > Structural > Pressure > On Beams** ;

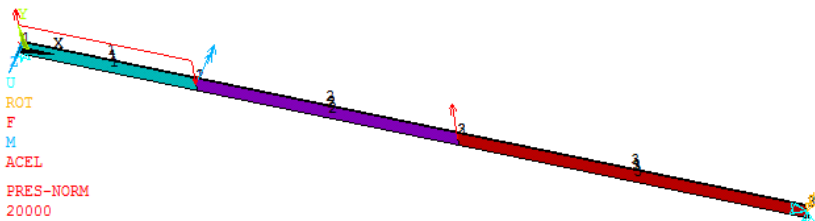


Рисунок 5.5 – Задання навантаження і умов закріплення у вузлах CE-сітки

Command(s): SFBEAM, ELEM, LKEY, Lab, VALI, VALJ, VAL2I, VAL2J, IOFFST, JOFFST – задає розподілене навантаження на балковий елемент з номером **ELEM**. Якщо ELEM=ALL, навантаження прикладається на всі виділені елементи. Параметр **LKEY** (за замовчуванням дорівнює **1**) визначає напрям розподіленої сили (див. опис елемента). Єдине можливе значення параметра **Lab** у випадку статичного аналізу – **PRES** (тиск). Розподілене навантаження, що має розмірність [сила/од.довжини], може бути прикладене як уздовж балки, так і перпендикулярно до неї. При цьому навантаження може бути як рівномірно розподілене, так і лінійно розподілене вздовж балки;

– *задання моменту і сили* – задання навантаження у вузлі CE-сітки (у вузлі **2** – момент: Lab=MZ, VALUE=-M; у вузлі **3** – сила: Lab=FY, VALUE=F, див. рис. 5.2):

GUI: Main Menu > Preprocessor > Loads > Define loads > Apply > Structural > Force/Moment > On Nodes або

Main Menu > Solution > Define loads > Apply > Structural > Force/Moment > On Nodes ;

Command(s): F, NODE, Lab, VALUE, VALUE2, NEND, NINC – визначає значення навантажень у вузлі з номерами з **NODE** по **NEND** з кроком **NINC** (за замовчуванням **1**). Якщо NODE=ALL, навантаження прикладається до всіх раніше обраних вузлів. Вид навантаження визначається параметром **Lab**, який в задачах статичного аналізу НДС може набувати значень FX, FY, FZ (зосереджені сили); MX, MY, MZ (зосереджені моменти). Величина навантаження визначається параметром **VALUE**;

– *задання прискорення сили тяжіння* – прискорення вільного

падіння $9,8 \text{ м/с}^2$ (ACELX=0, ACELZ=0, ACELY=9.8):

GUI: Main Menu > Solution > Define Loads > Apply > Structural > Inertia > Gravity > Global ;

Command(s): ACEL, ACELX, ACELY, ACELZ.

19. Ініціалізація розв'язання задачі:

GUI: Main Menu > Solution > Solve > Current LS або

Command(s): SOLVE .

20. Вихід з препроцесору рішення: **Command(s): FINISH .**

Eman 6 – Перегляд результатів.

21. Вхід у препроцесор:

GUI: Main Menu > General Postproc ;

Command(s): /POST1 .

22. Виведення реакцій в обраних вузлах:

GUI: Main Menu > General Postproc > List Results > Reaction Solu ;

Command(s): PRRSOL, Lab, де **Lab** – тип реакцій: <пробіл> – використовуються перші десять з усіх допустимих позначок. Допустимі позначки: FX, FY, FZ (складові сили); F (рівнодіюча сила), MX, MY, MZ. (складові моменту).

23. Відображення граничних умов і навантажень:

GUI: Utility Menu > PlotCtrls > Symbols ;

Command(s): /PBC, Item, – , KEY, MIN, MAX, ABS – показ граничних умов, де **Item** – ідентифікація граничних умов: U – обмеження переміщень (UX, UY, UZ), ROT – обмеження обертань (ROTX, ROTY, ROTZ), PRES – тиск; F або FORC – прикладені сили (FX, FY, FZ), M або MOME – прикладені моменти сил (MX, MY, MZ), NFOR - сили, прикладені до вузлів, NMOM – моменти сил, прикладені до вузлів, RFOR – реакції опор (сили), RMOM – реактивні моменти сил (MX, MY, MZ).

24. Відображення деформованої форми балки – виведення результату розв'язку у вигляді контурного графіка для сумарних переміщень (показ безперервних усереднених ізоліній досліджуваної величини по всій моделі) див. рис. 5.6:

GUI: Main Menu > General Postproc > Plot Results > Contour Plot > Nodal Solu (DOF solution, Displacement vector sum – USUM, Deformed

shape with undeformed model, Auto Calculate);

Command(s): PLNSOL, Item, Comp, KUND, Fact, (Item=U, Comp=Y, KUND=1, Fact=1).

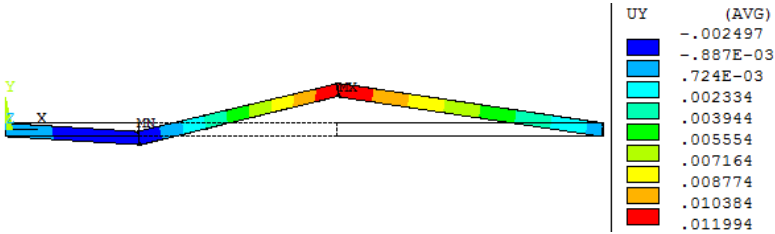


Рисунок 5.6 – Результат розв’язання задачі у вигляді контурного графіка – переміщення в напрямі у, [м]

25. Побудова епюр поперечних сил, згинальних моментів і згинальних напружень виконується шляхом створення і відображення табличних результатів. Для графічного виведення епюр необхідно сформувані таблиці за компонентами, при цьому задаючи значення компонент у вузлі I і у вузлі J:

– *формування таблиць значень* за елементами для обробки:

GUI: Main Menu > General Postproc > Element Table > Define Table > > Add ...

Далі вибір параметрів і компонент проводиться згідно з описом елемента **BEAM3**, що дано в таблиці 5.2.

У таблицях 5.2 і 5.3 з HELP ANSYS до **BEAM3** при додаткових опціях KEYOPT(9)=9 (див. вибірку з HELP нижче) наведено компоненти і відповідні параметри.

Таблиця 5.2 – Компоненти і параметри для BEAM3

		KEYOPT(9) = 9													
		Name	Item	E	I	IL1	IL2	IL3	IL4	IL5	IL6	IL7	IL8	IL9	J
Згинальні напруж.	SBYT	LS	--	2	5	8	11	14	17	20	23	26	29	32	
	SBYB	LS	--	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	
Сили - Моменти-	MFORY	SMISC	--	2	8	14	20	26	32	38	44	50	56	62	
	MMOMZ	SMISC	--	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66	

Пояснення наведені в таблиці 5.3.

Таблиця 5.3 – Визначення вихідних даних для елемента BEAM3

Name	Definition	O	R
EL	Element Number	Y	Y
NODES	Element nodes - I, J	Y	Y
MAT	Element material number	Y	Y
VOLU:	Element volume	N	Y
XC, YC	Location where results are reported	Y	3
TEMP	Temperatures T1, T2, T3, T4	Y	Y
PRES	Pressure P1 at nodes I,J; OFFST1 at I,J; P2 at I,J; OFFST2 at I, J; P3 at I; P4 at J	Y	Y
SDIR	Axial direct stress	1	1
SBYT	Bending stress on the element +Y side of the beam	1	1
SBYB	Bending stress on the element -Y side of the beam	1	1
SMAX	Maximum stress (direct stress + bending stress)	1	1
SMIN	Minimum stress (direct stress - bending stress)	1	1
EPELDIR	Axial elastic strain at the end	1	1
EPELBYT	Bending elastic strain on the element +Y side of the beam	1	1
EPELBYB	Bending elastic strain on the element -Y side of the beam	1	1
EPTHDIR	Axial thermal strain at the end	1	1
EPTHBYT	Bending thermal strain on the element +Y side of the beam	1	1
EPTHBYB	Bending thermal strain on the element -Y side of the beam	1	1
EPINAXL	Initial axial strain in the element	1	1
MFOR(X, Y)	Member forces in the element coordinate system X and Y direction	2	Y
MMOMZ	Member moment in the element coordinate system Z direction	2	Y

✓ для поперечних сил: Item=By sequence (див. рис. 5.7),
 Lab=Qyi; Comp=smisc, **2** > **Apply** (у вузлі I) і Lab=Qyj; smisc, **62** >
Apply (в вузлі J);

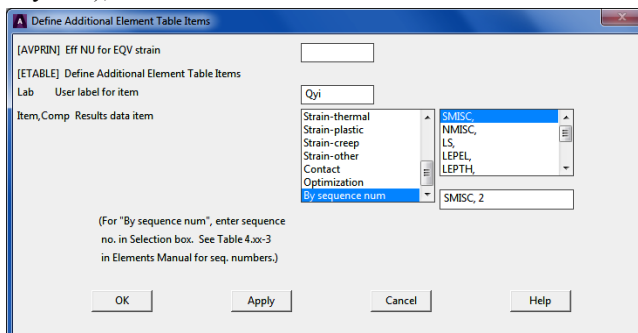


Рисунок 5.7 – Задання значень компонент у вузлі I для поперечних сил

- ✓ для згинальних моментів: Item=By sequence, Lab=Mzi; Comp=smisc, **6** > **Apply** (у вузлі I) і Lab=Mzj; Comp=smisc, **66** > **Apply** (у вузлі J);
 - ✓ для згинальних напружень: Item=By sequence. Lab=Szi, Comp=ls, **2** > **Apply** (у вузлі I) і Lab=Szj; Comp=ls, **32** > **OK** (у вузлі J).
- Побудова епюр:

GUI: Main Menu>General Postproc>Plot Results>Contour Plot > Line Elem Res – для побудови епюр обраної величини необхідно вказати назву таблиць у вузлах I і J.

- ✓ поперечних сил LabI=QYI, LabJ=QYJ (див. рис. 5.8–5.9);
- ✓ згинальних моментів LabI=MZI, LabJ=MZJ (див. рис. 5.10);
- ✓ згинальних напружень LabI=SZI, LabJ=SZJ (див. рис. 5.11).

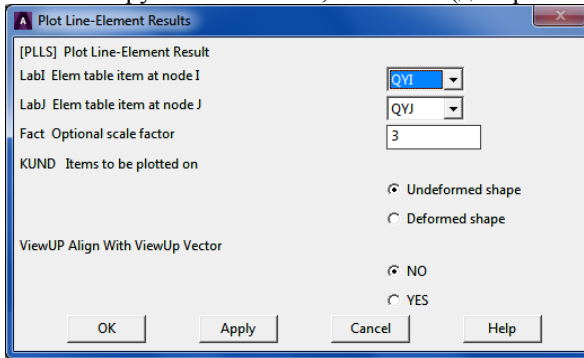


Рисунок 5.8 – Вибір табличних значень у вузлах I і J

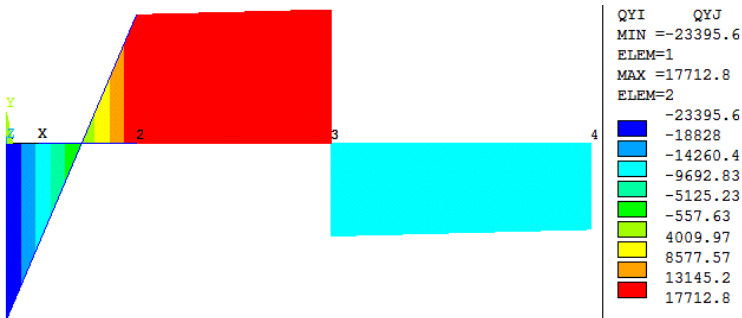


Рисунок 5.9 – Епюра поперечних сил, [H]

26. Висновки про достовірність результатів (епюр поперечних сил, згинальних моментів і напружень) за якісними ознаками (рис. 5.1).

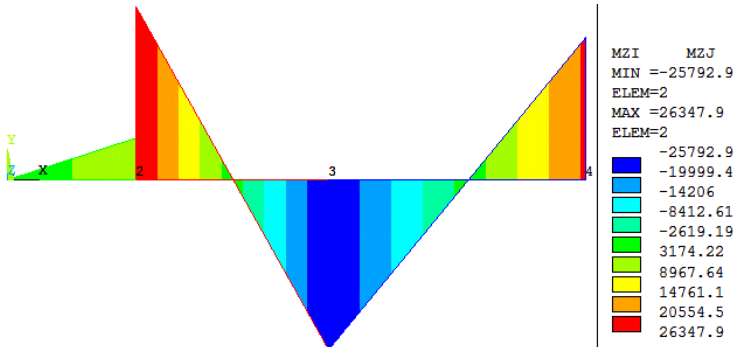


Рисунок 5.10 – Епюри згинальних моментів, [Нм]

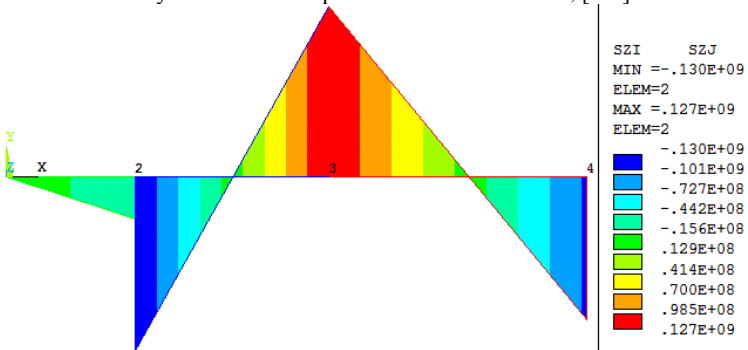


Рисунок 5.11 – Епюри згинальних напружень, [Па]

27. Зберегти геометрію, CE-сітку, навантаження і результати розв'язання задачі, вказавши при виході з ПК ANSYS – **Save Everything**.

Контрольні запитання

1. В яких одиницях у системі одиниць СІ вимірюється відстань?
2. Які ступені свободи має CE **BEAM3**?
3. Чи допустимо задання опор і прикладення зосереджених сил і моментів всередині елементів?
4. Якими способами можна задати площу поперечного перерізу, момент інерції, висоту в балковому скінченному елементі?
5. Як забезпечити графічну побудову епюр поперечних сил, згинальних моментів і згинальних напружень?

5.2. Практичний приклад 8. Статичний аналіз кронштейна.
Розв'язання задачі в припущенні плосконапруженого стану і в об'ємній постановці

1) **Тема:** Побудова довільної скінченноелементної сітки. Статичний аналіз кронштейна.

2) **Постановка задачі:** Засобами ПК ANSYS побудувати скінченноелементну модель кронштейна і розв'язати задачу статичної міцності – визначити, чи є допустимими навантаження, тобто чи буде при даних навантаженнях забезпечена міцність елементів конструкції, для чого виконати розрахункові дослідження з визначення напружено-деформованого стану кронштейна рис. 5.12 (побудову і розв'язання задачі провести в системі одиниць СІ, одиниці вимірювання кутів – градуси).

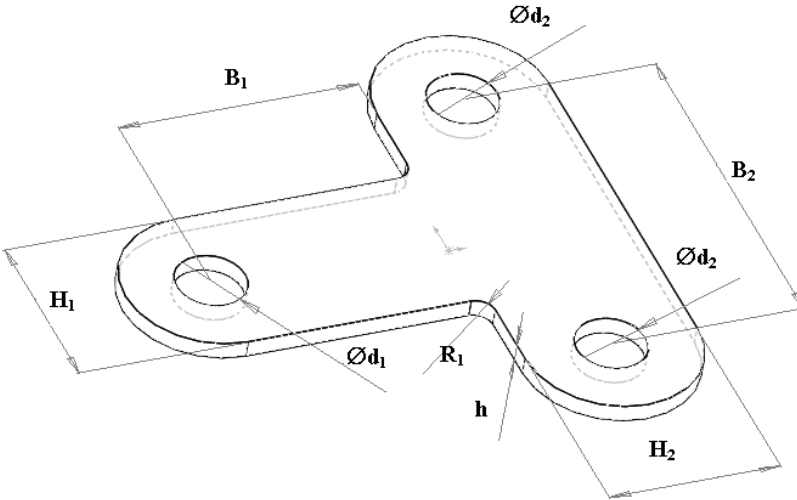


Рисунок 5.12 – Модель кронштейна

Для виконання завдання:

1) розв'язати задачу в припущенні плосконапруженого стану, тобто напруження $\sigma_z=0$ (розглядається кронштейн у плані, скінченноелементна модель будується з використанням плоских скінченних елементів);

2) розв'язати задачу в об'ємній постановці – складний напружений стан (розглядається кронштейн у вигляді об'єму – план з урахуванням товщини, скінченноелементна модель будується з використанням об'ємних скінченних елементів).

3) **Вихідні дані:** Модель кронштейна наведена на рис. 5.12, а вихідні дані – в табл. 5.4.

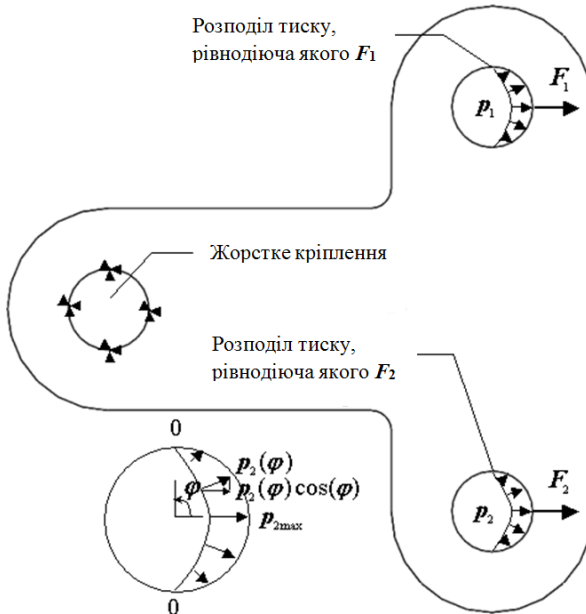
Таблиця 5.4 – Геометричні розміри моделі кронштейна

Розміри за варі- антами [мм]	№ варіанта									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
H_1	50	55	60	50	55	60	45	80	70	60
d_1	20	30	30	25	25	20	15	40	30	30
B_1	70	80	75	70	80	75	60	90	70	90
H_2	60	50	55	50	60	55	40	80	60	70
d_2	30	25	20	20	25	20	15	40	30	35
B_2	100	110	90	100	95	110	80	120	120	100
R_1	5	7	5	7	5	7	5	7	5	7
h	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5

Пояснення. До половин отворів з діаметром d_2 прикладено тиск за таким законом – лінійна зміна уздовж половини окружності, причому при $\varphi = \pm\pi/2$ тиск дорівнює 0, а при $\varphi = 0$ досягає максимуму p_{max} . Рівнодіюча сила цього тиску в напрямі осі симетрії кронштейна дорівнює F_1 і F_2 , (дані наведені в табл. 5.5) відповідно для одного і другого отворів, а в перпендикулярному напрямі дорівнює 0. Розрахунок максимального значення p_{2max} здійснюється за наведеними формулами, p_{1max} аналогічно (див. рис. 5.13).

Характеристики матеріалу (сталь):

- модуль пружності $E = 2,05 \cdot 10^{11}$ Н/м²;
- коефіцієнт Пуассона $\nu = 0,27$;
- густина $\rho = 7800$ кг/м³;
- границя плинності $\sigma_T = 400$ МПа.



$$\left. \begin{aligned}
 F_2 / 2 &= \int p_2(\varphi) \cos(\varphi) dS; \\
 dS &= (d_2 / 2) d\varphi dz; \\
 F_2 / 2 &= (d_2 / 2) \int_0^{h/2} \int_0^{\pi/2} p_2(\varphi) \cos(\varphi) d\varphi dz; \\
 p_2(\varphi) &= p_{2\max} (\pi/2 - \varphi) / (\pi/2);
 \end{aligned} \right\} \Rightarrow p_{2\max} = \frac{F_2 \pi}{2hd_2}$$

Рисунок 5.13 – Схема навантаження і закріплення кронштейна

Таблиця 5.5 – Значення рівнодіючих сил

Навантаження за варіантами [кН]	№ варіанта									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
F_1	10	11	12	8	9	11.5	8.5	14	12.5	11
F_2	10	11	12	8	9	11.5	8.5	14	12.5	11

Розв'язання задачі статичної міцності: умова міцності – $\sigma_{\max} \leq [\sigma]$, при $[\sigma] = \sigma_T / [n_T]$.

4) Методика виконання завдання:

Eman 1 – Вхід у програму.

1. Вхід в інтерактивний режим: «Пуск» > «Програми» > «ANSYS 2020 R1» > «Mechanical APDL Product Launcher» (задати – *License*: ANSYS Multiphysics; вкладка *File Management*: робочу директорію, ім'я задачі, наприклад, *LabWork08pln* і вкладка *Customization/Preferences*: графічний драйвер, наприклад, *win32*).

2. Запуск сесії: **Run**.

3. Вибір системи одиниць (міжнародна система одиниць SI):
Command(s): /UNITS, Lab (в командному рядку **Command Prompt**), для системи одиниць СІ – **/UNITS, Si**.

4. Вибір одиниць вимірювання кутів

GUI: Utility Menu > Parameters > Angular Units (обрати градуси – DEG);

Command(s): *AFUN, Lab (задати градуси – Lab=DEG).

Eman 2 – Побудова моделі.

У цій задачі модель створюється за допомогою геометричних примітивів. При розв'язанні задачі в припущенні плосконапруженого стану використовується геометрична модель – плоский профіль кронштейна, який може бути побудований за допомогою комбінацій таких примітивів: двох прямокутників, секторів, кіл (див. Практичний приклад №3).

5. Побудова або завантаження геометричної моделі кронштейна в плані.

6. Збереження геометрії (для подальшого розв'язання просторової задачі) у файл з іншим ім'ям, наприклад: **Model8.db**:

GUI: Utility Menu > Save as ...

Eman 3 – Вибір типу розрахунку.

7. Вибір типу розрахунку – міцнісний аналіз конструкцій:

GUI: Main Menu > Preference > Structural

Eman 4 – Вибір типу скінченних елементів, констант елементів, задання властивостей матеріалу.

Тип елемента визначає кількість ступенів свободи (переміщення та/або кути повороту, температура тощо), форму елемента

(одновимірний, чотирикутний, тетраедральний тощо), і розмірність. Придатним скінченним елементом (СЕ) для задач плосконапруженого стану є плоский чотирикутний 8-вузловий елемент другого порядку **PLANE183** (див. **HELP ANSYS** для СЕ **PLANE183**). Ступенями свободи СЕ **PLANE183** є вузлові переміщення **UX, UY**. Кронштейн необхідно розбивати на СЕ **PLANE183** з урахуванням типу задачі і його товщини (додаткові опції для **PLANE183: KEYOPT(1)=** **Quadrilateral** – у вигляді чотирикутника, **KEYOPT(3)=Plane stress w/thk** – плосконапружений елемент із зазначенням товщини).

8. Вхід у препроцесор:

GUI: Main Menu > Preprocessor ;

Command(s): /prep7 .

9. Вибір типу скінченного елемента (задати **PLANE183**):

GUI: Main Menu > Preprocessor > Element Type > Add/Edit/Delete > Add ;

Command(s): ET, ITYPE, Ename, KOP1, KOP2, KOP3, KOP4, KOP5, KOP6, INOPR – здійснює вибір типу скінченного елемента з бібліотеки ANSYS. **ITYPE** – довільний локальний номер типу елемента. **Ename** – назва типу елемента або його номер. **Ename=0** означає, що елементи даного типу будуть ігноруватися при розв'язанні задачі. **KOP1-KOP6** – перемикачі додаткових опцій, призначення яких для різних елементів здійснюється по різному (див. опис відповідних елементів у довідці ANSYS). У більшості випадків достатньо використовувати значення, встановлені ANSYS за замовчуванням. Опція **INOPR**, встановлена на 1, забороняє виведення поелементного результату розв'язання для всіх елементів даного типу.

10. Задання додаткових опцій СЕ (задати **KEYOPT(1)=** **Quadrilateral** та **KEYOPT(3)=Plane stress w/thk** або **3**):

GUI: Main Menu > Preprocessor > Element Type > Add/Edit/Delete > Options... або

Command(s): KEYOPT, ITYPE, KNUM, VALUE – установка значень ключових опцій елементів. **ITYPE** – номер типу елемента, визначений у команді **[ET]**, **KNUM** – номер опції **KEYOPT (KEYOPT(KNUM))** – числове значення якої слід встановити у даній команді, **VALVE** –

числове значення опції **KEYOPT(KNUM)**.

11. Задання констант елементів (**товщина h**) (см. **HELP ANSYS для CE PLANE183**):

GUI: Main Menu > Preprocessor > Real Constants або

Command(s): R, NSET, R1...R6, де **NSET** – ідентифікатор номера елемента, **R1...R6** – числові характеристики елемента (площа, товщина тощо). Якщо для побудови моделі використовуються елементи різних типів, то константи задаються для кожного типу елементів окремо.

12. Задання властивостей матеріалу (**модуль пружності – EX, коефіцієнт Пуассона – PRXY, густина – DENS**):

GUI: Main Menu > Preprocessor > Material Props > Material Models > (Structural > Linear > Elastic > Isotropic i > Density) або

Command(s): MP, Lab, MAT, C0, C1, C2, C3, C4 – задає постійні або залежні від температури лінійно-пружні властивості матеріалу. Параметр **Lab** визначає, яка характеристика матеріалу буде визначена даною командою. Під час розрахунку НДС, як правило, досить таких характеристик: **EX** – модуль пружності (якщо матеріал ортотропний, можливо задання **EY** і **EZ**), **ALPX** – коефіцієнт температурного розширення (для ортотропного матеріалу також **ALPY** і **ALPZ**), **REFT** – опорне значення температури, по відношенню до якого буде розраховуватися термодформація та термонапруження, **NUXY (PRXY)** – коефіцієнт Пуассона (в поперечних напрямках **NUYZ, NUXZ, NUXY (PRYZ, PRXZ)** $<0,5$, за замовчуванням дорівнює **0,3**), **GXY** – модуль пружності другого роду, тобто модуль зсуву (також **GYZ, GXZ**; за замовчуванням обчислюється за значеннями **EX** і **NUXY**); **DENS** – густина матеріалу. **MAT** – номер матеріалу, для якого визначається ця властивість. Значення властивості **Lab** визначається параметром **C0**.

Еман 5 – Побудова скінченноелементної моделі.

13. Скінченноелементна модель створюється за допомогою вільного розбиття (рис. 5.14):

– *встановити* рекомендований розмір елементів (**0.005**):

GUI: Main Menu > Preprocessor > Meshing > Size Cntrls > Manual Size > Global > Size... ;

Command(s): **ESIZE**, **SIZE**, **NDIV** – визначає розмір **CE**, вказуючи, скільки елементів за замовчуванням має розташовуватися уздовж однієї лінії. Обмеження на розмір елемента може встановлюватися завданням максимальної довжини сторони елемента **SIZE** (в цьому випадку довжина кожної лінії ділиться на **SIZE** і результат округлений в більший бік, дорівнює кількості елементів вздовж лінії);

– *нанести* сітку скінченних елементів – виконати генерацію вузлів нерегулярної сітки і плоских елементів всередині поверхонь (рис. 5.14):

GUI: **Main Menu > Preprocessor > Meshing > Mesh > Areas > Free ;**

Command(s): **AMESH**, **NA1**, **NA2**, **NINC** – генерує вузли нерегулярної сітки і плоскі елементи всередині поверхонь з номерами з **NA1** по **NA2** з кроком **NINC** (за замовчуванням **1**). Якщо **NA1=ALL**, сітка генерується для всіх обраних поверхонь.

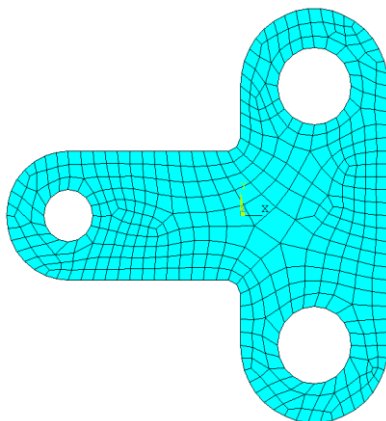


Рисунок 5.14 – **CE**-модель, створена методом вільного розбиття

14. При необхідності, для більш наочного відображення вузлів і **CE**, можуть встановлюватися опції, які включають виділення кольором і нумерацію об'єктів **Node**, **Elem**. Подібні функції розташовані в пункті **PlotCtrls** основного меню (**Utility Menu**):

GUI: **Utility Menu > PlotCtrls > Numbering ...**

15. Для лінійних і плоских елементів, що вимагають задання геометричних характеристик як констант елемента (площа поперечного перерізу, товщина, діаметр тощо), задання констант елемента можна

проконтролювати графічно таким чином (рис. 5.15):

Command(s): /ESHAPE + EPLOТ ;

GUI: Utility Menu > PlotCtrls > Style > Size and Shape ([/ESHAPE]=On);

Utility Menu > Plot > Elements .

16. Вихід з препроцесору: **Command(s):** FINISH .

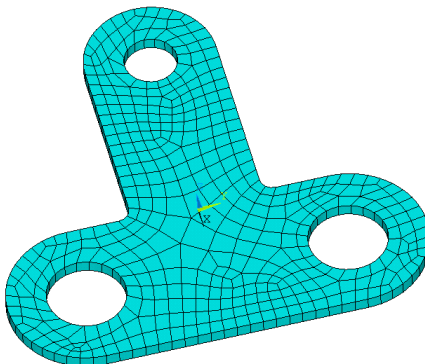


Рисунок 5.15 – Графічний контроль констант, що задаються

Етап 6 – Розв’язання задачі.

17. Вхід у процесор розв’язання:

GUI: Main Menu > Solution або **Command(s):** /SOLU .

18. Вибір типу аналізу (статичний – Static):

GUI: Main Menu > Preprocessor > Loads > Analysis Type > New Analysis або

Main Menu > Solution > Analysis Type > New Analysis (або **Restart**);

Command(s): ANTYPE, Antype, Status (Antype: STATIC – статичний аналіз).

19. Задання умов кріплення (див. рис. 5.13) на всіх (чотирьох) лініях, що належать отвору з діаметром d_1 – задання умов кріплення лінії (вузла SE-сітки на цій лінії), що належить поверхні (жорстке кріплення):

GUI: Main Menu > Solution > Define Loads > Apply > Structural > Displacement > On Lines ;

Command(s): DL, LINE, AREA, Lab, Value1, Value2 – визначає умови кріплення лінії з номером **LINE**, що належить поверхні з номером

AREA. Якщо $LINE=ALL$, обмежуються переміщення всіх обраних фігур. Передбачається, що нормаль до лінії симетрії/антисиметрії лежить в площині **AREA**.

20. Задання розподіленого навантаження, що лінійно змінюється вздовж ліній половини отворів з діаметром d_2 (див. рис. 5.13), – задання розподіленого навантаження по лінії (**розподілене навантаження p_1 і p_2**) – рис. 5.16 і 5.17:

GUI: Main Menu > Solution > Define loads > Apply > Structural > Pressure > On Lines ;

Command(s): SFL, LINE, Lab, VALI, VALJ, VAL2I, VAL2J – задає розподілене навантаження по лінії з номером **LINE**. Якщо $LINE=ALL$, навантаження прикладається на всіх виділених лініях. Єдине можливе значення параметра **Lab** в разі статичного аналізу – **PRES** (тиск). Значення тиску в першій і другій ключових точках, що обмежують лінію, визначається параметрами **VALI** і **VALJ** відповідно; параметри **VAL2** і **VAL2J** для $Lab=PRES$ не використовуються.

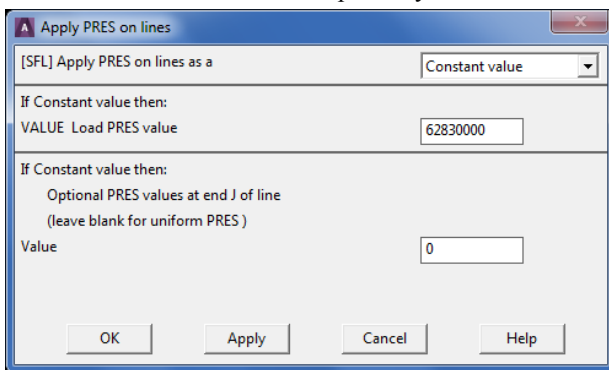


Рисунок 5.16 – Задання значення лінійно змінного тиску

Увага! Задання лінійно розподіленого навантаження (тиску) здійснюється таким чином: виділяється лінія – чверть кола, що обмежує отвір; задається тиск на одному кінці лінії (**VALI**) і тиск на іншому кінці лінії (**VALJ**), причому **VALI** відповідає ключовій точці, що визначає точку з меншим номером, а **VALJ** – з більшим; одне з цих значень дорівнює **0**, інше p_{1max} або p_{2max} (див. пояснення до рис. 5.13).

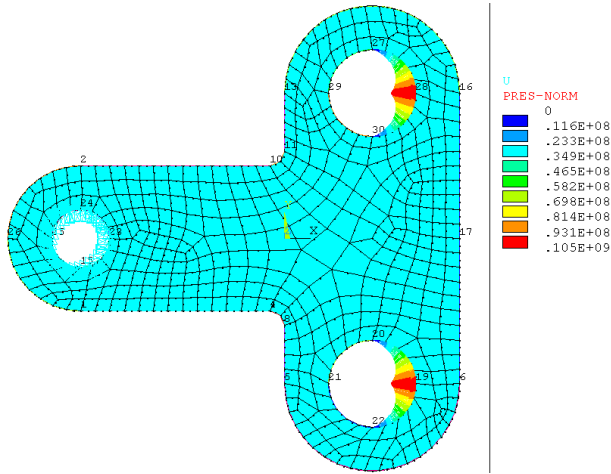


Рисунок 5.17 – Відображення граничних умов і навантажень

21. Відображення граничних умов і навантажень (рис. 5.17):

GUI: Utility Menu > PlotCtrls > Symbols ([/PBC] – All Applied BCs, [/PSF] – Surface Load Symbols – Pressure, Show pres and convect as – Arrows);

Command(s): /PBC, Item, –, KEY, MIN, MAX, ABS – показ граничних умов. **Item** – ідентифікація граничних умов: U – обмеження переміщень (UX, UY, UZ), ROT – обмеження обертань (ROTX, ROTY, ROTZ), PRES – тиску, F або FORC – прикладені сили (FX, FY, FZ), M або MOME – прикладені моменти сил (MX, MY, MZ), NFOR – сили, прикладені до вузлів, NMOM – моменти сил, прикладені до вузлів, RFOR – реакції опор (сили), RMOM – реактивні моменти сил (MX, MY, MZ);

Command(s): /PSF, Item, Comp, KEY, KSHELL – показ на моделі символів поверхневого навантаження, де **Item**, **Comp** – мітки, що ідентифікують поверхнєве навантаження.

22. Ініціалізація розв’язання:

GUI: Main Menu > Solution > Solve > Current LS ;

Command(s): SOLVE .

23. Вихід із процесора розв’язання: **Command(s):** FINISH .

Eman 7 – Перегляд результатів.

24. Вхід у постпроцесор:

GUI: Main Menu > General Postproc ;

Command(s): /POST1 .

25. Читання результатів розрахунку на останньому кроці навантаження:

GUI: Main Menu > General Postproc > Read Results > Last Set.

26. Відображення деформованої форми кронштейна і виведення результату розв'язання у вигляді контурного графіка для сумарних переміщень (показ безперервних усереднених ізоліній досліджуваної величини по всій моделі) – рис. 5.18:

GUI: Main Menu > General Postproc > Plot Results > Contour plot > Nodal Solu... (DOF solution, Displacement vector sum – USUM, Deformed shape only, Auto Calculate) ;

Command(s): PLNSOL, Item, Comp, KUND, Fact (Item=U, Comp=SUM, KUND=0, Fact=1).

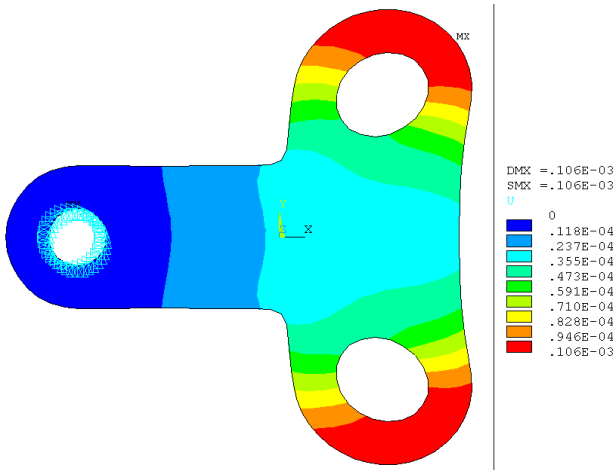


Рисунок 5.18 – Розподіл переміщень по моделі, [m]

27. Відображення еквівалентних напружень за критерієм Мізеса – виведення результату розв'язання у вигляді контурного графіка у вузлах SE-сітки (рис. 5.19):

GUI: Main Menu > General Postproc > Plot Results > Contour plot > Nodal Solu (Stress, von Mises stress – SEQV, Deformed shape only, Auto Calculate) ;

Command(s): PLNSOL, Item, Comp, KUND, Fact (Item=S, Comp=EQV, KUND=0, Fact=1).

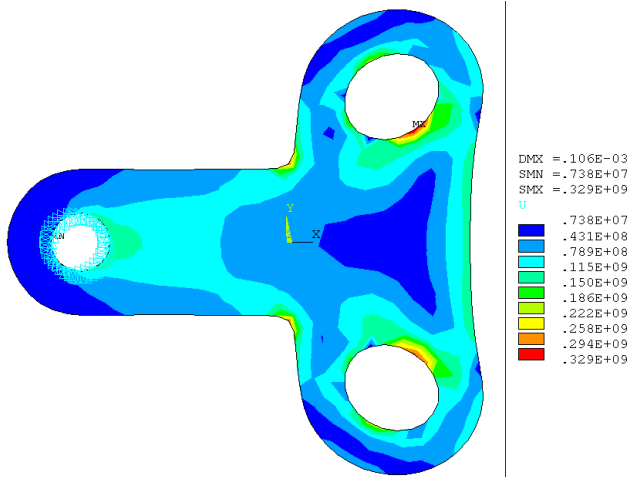


Рисунок 5.19 – Відображення еквівалентних напружень у вигляді контурного графіка усереднених по вузлам, [Па]

28. Відображення еквівалентних напружень за критерієм Мізеса – виведення результату розв’язання у вигляді контурного графіка поелементно (рис. 5.20):

GUI: Main Menu > General Postproc > Plot Results > Contour Plot > Element Solu (Stress, von Mises stress – SEQV, Deformed shape only, Auto Calculate);

Command(s): PLESOL, Item, Comp, KUND, Fact (Item=S, Comp=EQV, KUND=0, Fact=1), виводить поелементно результат розв’язання задачі **Item** у вигляді контурного графіка з розривами на границях елементів. Зокрема, можна побудувати контурні графіки компонентів напружень (Item=S, Comp=X, Y, Z, XY, YZ, XZ), головних напружень (Item=S, Comp=1,2,3), інтенсивності напружень (Item=S, Comp=INT), еквівалентного напруження (Item=S, Comp=EQV), компонентів пружних деформацій (Item=EPEL, Comp=X, Y, Z, XY, YZ, XZ), головних пружних деформацій (Item=EPEL, Comp=1,2,3), інтенсивності пружних деформацій (Item=EPEL, Comp=INT) та інше.

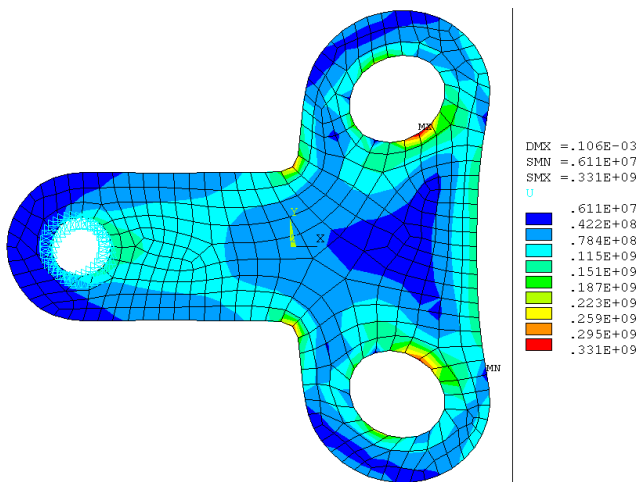


Рисунок 5.20 – Відображення неусереднених еквівалентних напружень у вигляді контурного графіка поелементно, [Па]

29. Перевірка правильності розв’язання – сума реакцій опор у вузлах повинна дорівнювати сумі рівнодіючих прикладених тисків у напрямку осі **X** – F_1+F_2 , а в напрямку осі **Y** – нулю. Виведення в текстовій формі значень компонентів сил (реакцій опор) у вузлах:

GUI: Main Menu > General Postproc > List Results > Reaction Solu...

30. Визначення **небезпечного перерізу і висновки** про міцність конструкції, що досліджується, за критерієм фон Мізеса.

31. Збереження картини напруженого стану в графічний файл:

GUI: Utility Menu > PlotCtrls > Hard Copy > To File .

32. Збереження геометрії, SE-сітки, навантажень і результатів розв’язання, вказавши при виході з ПК ANSYS – **Save Everything**.

Eman 8 – Розв’язання задачі в об’ємній постановці.

33. Зміна імені задачі для розв’язання задачі в об’ємній постановці. Наприклад, **LabWork8vol** (Log=New):

Utility Menu > File > Change Jobname .

34. Очищення поточної бази:

Utility Menu > File > Clear & Start New .

35. Завантаження раніше збереженої геометрії – плоского

профілю кронштейна з файлу (наприклад, **Model8.db**):

Utility Menu > File > Resume from ...

36. Побудова об'єму кронштейна шляхом витягування профілю на задану відстань за нормаллю в обидва боки на $-h/2$ і $h/2$ (отримаєм два об'єми див. рис. 5.21:

GUI: Main Menu > Preprocessor > Modeling > Operate > Extrude > Areas > Along Normal або **Command(s): VOFFST, NAREA, DIST, KINC**

і об'єднання двох об'ємів в один складанням:

GUI: Main Menu > Preprocessor > Modeling > Operate > Booleans > Add > Volumes або **Command(s): VADD, NV1, ..., NV9**.

37. Виконання розрахункових досліджень з визначення напружено-деформованого стану кронштейна з використанням об'ємних скінченних елементів з використанням тієї ж методики (див. п.п. 7-30) з урахуванням таких зауважень за пунктами:

– *обрати* тип скінченного елемента – **SOLID186** (див. п. 9);

– *задати* опції і константи **CE**, якщо необхідно, див. **HELP** (див. п. 10-11) – **не потрібно**;

– *встановити* рекомендований розмір елементів (**0.005**) і нанести сітку скінченних елементів:

GUI: Main Menu > Preprocessor > Meshing > Mesh > Volumes > Free або **Command(s): VMESH, NV1, NV2, NINC** (див. п. 13);

– *задати* умови кріплення (див. рис. 5.13 і 5.21) на всіх (восьми) поверхнях, що належать отвору з діаметром d_1 :

GUI: Main Menu > Solution > Define Loads > Apply > Structural > Displacement > On Areas або **Command(s): DA, AREA, Lab, Value1, Value2** (див. п. 19);

– *задати* навантаження в ключових точках (на перетинах середніх кіл та ліній, паралельних осі **Z**, що належать отворах з діаметром d_2 – див. рис. 5.13 і 5.21) – зосереджені сили (F_1 і F_2), рівнодіючі розподіленого навантаження p_1 і p_2 :

GUI: Main Menu > Solution > Define loads > Apply > Force/Moment > On Keypoints або **Command(s): SFA, AREA, LKEY, Lab, VALUE, VALUE2** (див. п. 20);

– ініціалізувати розв’язання задачі і вийти з процесора розв’язання.

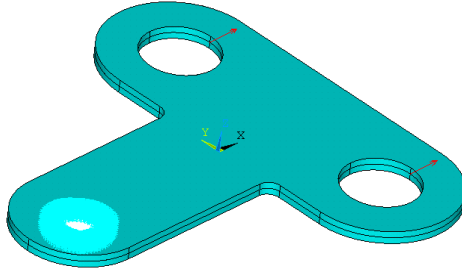


Рисунок 5.21 – Задання навантаження у ключових точках об’ємної моделі

38. Читання результатів на останньому кроці навантаження:

GUI: Main Menu > General Postproc > Read Results > Last Set .

39. Перевірка припущень про плосконапружений стан – відобразити напруження σ_z у напрямі осі **Z** (повинно бути $\sigma_z=0$):

GUI: Main Menu > General Postproc > Plot Results > Contour Plot > Element Solu (Stress, Z–Component of stress, Deformed shape only, Auto Calculate).

40. Відображення еквівалентних напружень за критерієм Мізеса – виведення результату розв’язання задачі у вигляді контурного графіка поелементно (рис. 5.22):

GUI: Main Menu > General Postproc > Plot Results > Contour Plot > Element Solu (Stress, von Mises stress – SEQV, Deformed shape only, Auto Calculate).

41. Задання границь шкали напружень (обрати величини граничних значень такі ж, як і при відображенні еквівалентних напружень за Мізесом, отриманих під час розв’язання задачі в плоскій постановці, рис. 5.20):

GUI: Utility Menu > PlotCtrls > Style > Contours > Uniform Contours... (User specified, VMIN, VMAX).

42. Збереження картини напруженого стану у графічний файл:

GUI: Utility Menu > PlotCtrls > Hard Copy > To File .

43. Порівняння напружених станів, отриманих при розв’язанні задачі з використанням плоскої і просторової моделей.

44. Висновки за результатами: про коректність постановок задачі, прикладання навантажень, достовірності і точності результатів.

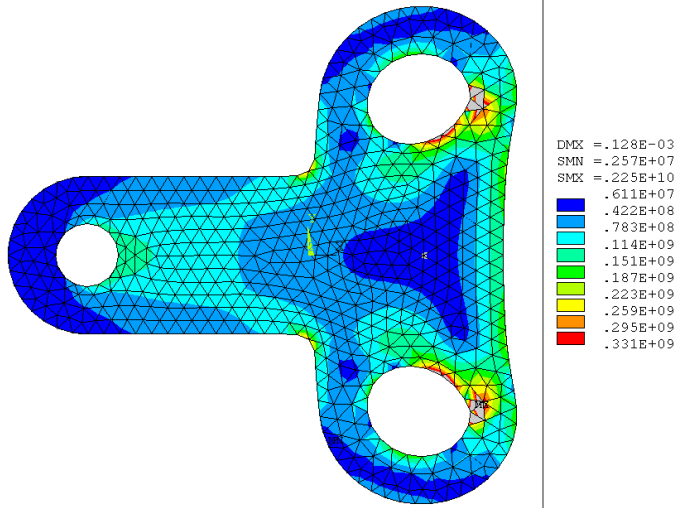


Рисунок 5.22 – Відображення неусереднених еквівалентних напружень у вигляді контурного графіка поелементно, [Па]

Контрольні запитання

1. Які скінченні елементи можуть використовуватися для розв'язання задач у плоскій постановці, зокрема, при плоскому напруженому стані?
2. Як урахується або задається товщина пластини при розв'язанні задачі в плоскій постановці за допомогою CE групи PLANE?
3. Який вид плоских скінченних елементів (трикутні, чотирикутні) може використовуватися при побудові скінченноелементної моделі за допомогою методу вільного розбиття?
4. Яким чином плоский скінченний елемент налаштовується на розв'язання тієї чи іншої задачі теорії пружності (наприклад, задачі про плоский напружений стан або плоску деформацію)?
5. Скільки і які ступені свободи має плоский і об'ємний скінченні елементи задачі на міцність в кожному вузлі?
6. Чим відрізняються лінійний і квадратичний плоскі CE?
7. Яким чином можна оцінити похибку результатів статичного скінченноелементного аналізу?

5.3. Практичний приклад 9. Застосування лінійних і квадратичних плоских елементів для статичного аналізу пластинки з отвором

1) **Тема:** Побудова довільної СЕ-сітки. Лінійні і квадратичні плоскі елементи. Статичний аналіз (задача статичної міцності).

2) **Постановка задачі:** Засобами ПК ANSYS побудувати геометричну і скінченноелементну модель конструкції пластини і розв'язати задачу статичної міцності – визначити, чи є допустимими навантаження, тобто чи буде при даних навантаженнях забезпечена міцність елементів конструкції, для чого виконати розрахункові дослідження з визначення напружено-деформованого стану (НДС) пластини рис. 5.23–5.24 (побудову і розв'язання провести в системі одиниць СІ, одиниці вимірювання кутів – градуси).

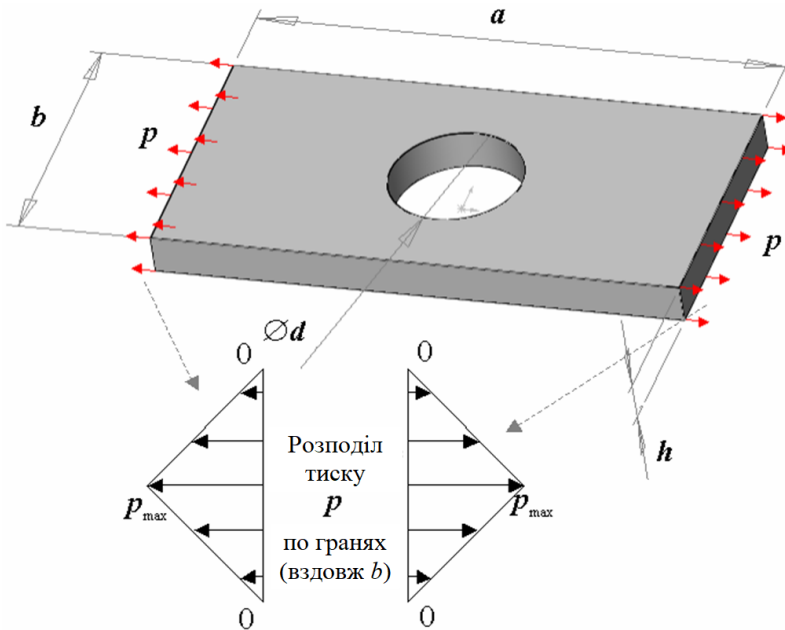


Рисунок 5.23 – Схема та навантаження пластинки з отвором

Розв'язання задачі виконати в двох варіантах:

1. Розв'язати задачу в припущенні плосконапруженого стану,

тобто напруження $\sigma_z=0$ (розглядається *повна модель* пластини в плані (рис. 5.23), скінченноелементна модель будуватиметься з використанням *лінійних плоских скінченних елементів*);

2. Розв'язати задачу в припущенні плосконапруженого стану, тобто напруження $\sigma_z=0$ (оскільки *задача симетрична*, розглядається *чверть пластини* (рис. 5.24), а на відповідних границях симетричної частини задаються симетричні крайові умови в переміщеннях, які замінюють відкинуті частини; досліджується напружено-деформований стан пластини із застосуванням *квадратичних скінченних елементів*).

3) **Вихідні дані:** наведено на рис. 5.23, 5.24 і в таблиці 5.6.

Таблиця 5.6 – Геометричні дані пластинки з отвором і величини тиску

Дані за варіантами	№ варіанта									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a , [м]	1,00	0,90	1,10	0,80	1,20	0,70	1,30	0,60	1,40	0,50
b , [м]	0,50	0,45	0,55	0,40	0,60	0,35	0,65	0,30	0,70	0,25
d , [м]	0,30	0,27	0,33	0,24	0,36	0,21	0,39	0,18	0,42	0,15
h , [мм]	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
p_{\max} , [МПа]	140	126	154	112	168	98	182	84	196	70

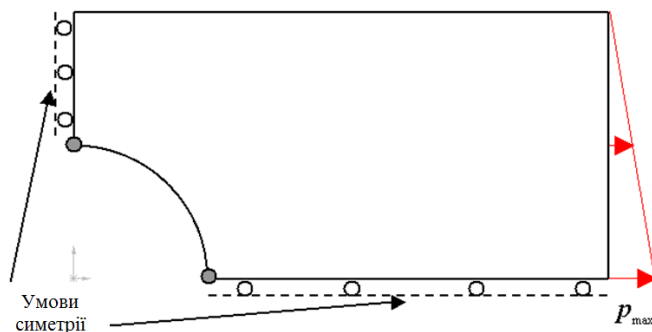


Рисунок 5.24 – Розрахункова схема пластини

Пояснення. Розглядається симетрична частина конструкції – чверть пластини; на відповідних границях задаються симетричні крайові умови в переміщеннях, які закріплюють конструкцію як тверде тіло за всіма ступенями свободи. Тиск на грані розподілений за лінійним законом від 0 до p_{\max} (рівнодіюча $F=p_{\max}bh/4$).

Характеристики матеріалу:

- модуль пружності $E=2,05 \cdot 10^{11}$ Н/м²;
- коефіцієнт Пуассона $\nu=0,27$;
- густина $\rho=7800$ кг/м³;
- границя плинності $\sigma_T=400$ МПа.

4) Методика виконання завдання:

Eman 1 – Вхід у програму.

1. Вхід в інтерактивний режим: «Пуск» > «Програми» > «ANSYS 2020 R1» > «Mechanical APDL Product Launcher» (задати – **License:** ANSYS Multiphysics; вкладка **File Management:** робочу директорію, ім'я задачі, наприклад, **LabWork09pln** і вкладка **Customization/Preferences:** графічний драйвер, наприклад, **win32**).

2. Запуск сесії: **Run**.

3. Вибір системи одиниць (міжнародна система одиниць SI):

Command(s): /UNITS, Lab (в командному рядку **Command Prompt**), для системи одиниць СІ – **/UNITS, SI**.

4. Вибір одиниць вимірювання кутів

GUI: Utility Menu > Parameters > Angular Units (обрати градуси – DEG);

Command(s): *AFUN, Lab (задати градуси – Lab=DEG).

Eman 2 – Побудова моделі.

У даній задачі модель створюється за допомогою геометричних примітивів. При розв'язанні задачі в припущенні плосконапруженого стану використовується геометрична модель – плоский профіль, який може бути побудований за допомогою комбінацій таких примітивів: прямокутників, кіл.

Увага! Для задання розподілених навантажень на вертикальних лініях прямокутника після побудови геометричної моделі кожен вертикальну лінію необхідно попередньо розділити навпіл на дві, наприклад, за допомогою меню:

GUI: Main Menu> Preprocessor> Modeling> Operate> Booleans> Divide> Lines w / Options .

5. Побудова геометричної моделі пластини в плані.

Eman 3 – Вибір типу розрахунку.

6. Вибір типу розрахунку – міцнісний аналіз конструкцій:

GUI: Main Menu > Preference > Structural .

Eman 4 – Вибір типу скінченних елементів, констант елементів, задання властивостей матеріалу.

Тип елемента визначає кількість ступенів свободи (переміщення та/або кути повороту, температура тощо), форму елемента (одновимірний, чотирикутний, тетраедральний та ін.) і розмірність. Відповідним скінченним елементом (CE) для задач плосконапруженого стану є плоский чотирикутний 4-вузловий CE другого порядку **PLANE182** (див. **HELP ANSYS** для CE **PLANE182**). Ступенями свободи CE **PLANE182** є вузлові переміщення *UX*, *UY*. Пластину необхідно розбивати на CE **PLANE182** з урахуванням типу задачі і його товщини (опції для **PLANE182** **KEYOPT(3)=Plane str**s w/thk – плосконапружений CE із зазначенням товщини).

7. Вибір типу скінченного елемента (задати **PLANE182**):

GUI: Main Menu > Preprocessor > Element Type > Add/Edit/Delete > Add , Command(s): ET, ITYPE, Ename, KOP1, ... , KOP6, INOPR.

8. Задання додаткових опцій CE (задати **KEYOPT(3)=Plane str**s w/thk або 3):

GUI: Main Menu > Preprocessor > Element Type > Add/Edit/Delete > Options... або Command(s): KEYOPT, ITYPE, KNUM, VALUE.

9. Задання констант елементів (товщина *h*) (див. **HELP ANSYS** для CE **PLANE182**):

GUI: Main Menu > Preprocessor > Real Constants ; Command(s): R, NSET, R1...R6 .

10. Задання властивостей матеріалу (модуль пружності – **EX**, коефіцієнт Пуассона – **PRXY**, густина – **DENS**):

GUI: Main Menu > Preprocessor > Material Props > Material Models > (Structural > Linear > Elastic> Isotropic i > Density) або Command(s): MP, Lab, MAT, C0, ... , C4 .

Eman 5 – Побудова скінченноелементної моделі.

11. Скінченноелементна модель створюється за допомогою методу вільного розбиття:

– встановити рекомендований розмір елемента (~0.025):

GUI: Main Menu > Preprocessor > Meshing > SizeCtrls > Manual Size > Global > Size... або **Command(s): ESIZE, SIZE, NDIV ;**

– нанести сітку скінченних елементів – виконати генерацію вузлів нерегулярної сітки і плоских елементів всередині поверхонь:

GUI: Main Menu > Preprocessor > Meshing > Mesh > Areas > Free ;
Command(s): AMESH, NA1, NA2, NINC .

12. Для лінійних плоских елементів, що вимагають як констант елемента задання геометричних характеристик (площа поперечного перерізу, товщина, діаметр тощо), задання констант елемента можна проконтролювати графічно наступним чином:

GUI: Utility Menu > PlotCtrls > Style > Size and Shape ([/ESHAPE=On]).

Еман 6 – Розв’язання задачі.

13. Вхід у процесор розв’язання задачі:

GUI: Main Menu > Solution або **Command (s): /SOLU .**

14. Вибір типу аналізу (статичний – **Static**):

GUI: Main Menu > Solution > Analysis Type > New Analysis ;
Command(s): ANTYPE, Antype, Status (Antype: STATIC).

15. Задання умов закріплення з урахуванням симетрії задачі (в точках окружності, розташованих на вертикальній площині симетрії, задати $UX=0$, а розташованих на горизонтальній – $UY=0$):

GUI: Main Menu > Solution > Define Loads > Apply > Structural > Displacement > On Keypoints або **Command(s): [DK].**

16. Задання навантаження, що лінійно змінюється вздовж ліній (див. рис. 5.23) – задання розподілених навантажень $-p$ («» оскільки тиск діє від тіла, а не до нього, тобто розтягує, а не стискає) по лініях (для задання даних навантажень при побудові моделі кожен вертикальну лінію необхідно було попередньо розділити навпіл на дві, див. Етап 2):

Main Menu > Solution > Define Loads > Apply > Structural > Pressure > On Lines або

Command (s): SFL, LINE, Lab, VALI, VALJ, VAL2I, VAL2J.

17. Перевірка граничних умов і навантажень:

– *відобразити* умови закріплення і навантаження:

GUI: Utility Menu > PlotCtrls > Symbols ([/PBC] – All Applied BCs,

[/PSF] – Surface Load Symbols – Pressure, Show pres and convect as – Arrows) або

Command(s): /PBC, Item, -, KEY, MIN, MAX, ABS ;

Command(s): /PSF, Item, Comp, KEY, KSHHELL ;

– *перенести* всі умови закріплення та навантаження з твердотільної на скінченноелементну модель:

GUI: Main Menu > Solution > Define Loads > Operate > Transfer to FE > All Solid Lds ;

– *візуалізувати* сітчне розбиття:

GUI: Utility Menu > Plot > Elements або **GUI:** Utility Menu > Plot > Multi-Plots ;

– *виконати* перевірку напряму прикладеного тиску за p_{\max} (див. рис. 5.23);

– *переприкласти* лінійно розподілений тиск із значеннями навпаки в крайніх точках ліній, на яких він не відповідає заданому розподілу (див. рис. 5.23).

18. Ініціалізація розв'язання задачі:

GUI: Main Menu > Solution > Solve > Current LS або

Command(s): SOLVE .

Eman 7 – Перегляд результатів.

19. Вхід у препроцесор:

GUI: Main Menu > General Postproc або **Command(s):** /POST1 .

20. Читання результатів розрахунку на останньому кроці навантаження:

GUI: Main Menu > General Postproc > Read Results > Last Set .

21. Відображення деформованої форми і виведення результату розв'язання задачі у вигляді контурного графіка сумарних переміщень (показ безперервних усереднених ізоліній досліджуваної величини по всій моделі див. рис. 5.25):

GUI: Main Menu > General Postproc > Plot Results > Contour plot > Nodal Solu (DOF solution, Displacement vector sum – USUM, Deformed shape with undeformed model, Auto Calculate);

Command(s): PLNSOL, Item, Comp, KUND, Fact (Item=U, Comp=SUM, KUND=1 Fact=1).

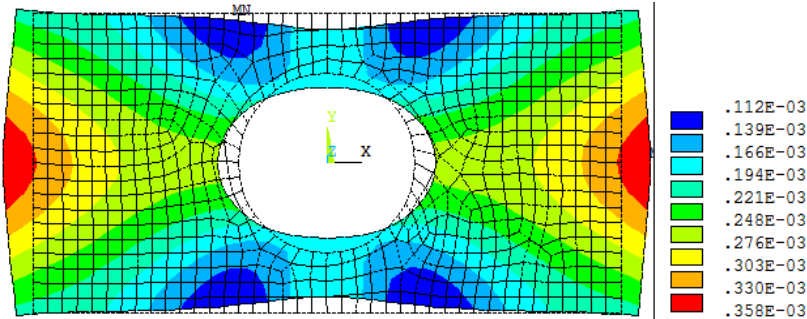


Рисунок 5.25 – Відображення деформованої форми та розподіл сумарних переміщень, [м]

22. Відображення еквівалентних напружень за критерієм Мізеса – виведення результату розв’язання задачі у вигляді контурного графіка поелементно – рис. 5.26:

GUI: Main Menu > General Postproc > Plot Results > Contour plot > Element Solu (Stress, von Mises stress – SEQV, Deformed shape only, Auto Calculate) або

Command(s): PLESOL, Item, Comp, KUND, Fact (Item=S, Comp=EQV, KUND=0, Fact=1).

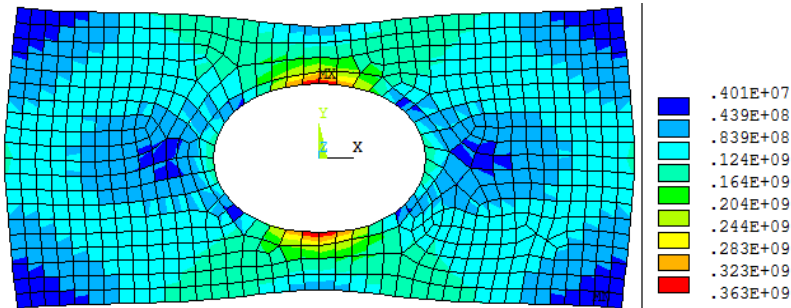


Рисунок 5.26 – Відображення неусереднених еквівалентних напружень у вигляді контурного графіка поелементно, [Па]

23. Перевірка правильності розв’язання задачі – сума реакцій опор у вузлах повинна дорівнювати сумі рівнодіючих прикладених тисків у тому ж напрямі. Виведення в текстовій формі значень компонентів сил (реакцій опор) у вузлах:

GUI: Main Menu > General Postproc > List Results > Reaction Solu .

24. Визначення **небезпечного перерізу і висновки** про міцність досліджуваної конструкції за критерієм фон Мізеса.

25. Збереження картини напруженого стану в графічний файл:

GUI: Utility Menu > PlotCtrls > Hard Copy > To File .

Eman 8 – Розв’язання задачі з використанням квадратичних СЕ і з урахуванням симетрії.

26. Очищення поточної бази:

GUI: Utility Menu > File > Clear & Start New .

27. Вибір типу розрахунку – міцнісний аналіз конструкцій (**Structural**).

28. Вибір типу скінченного елемента (задати квадратичний СЕ **PLANE183** див. п. 7).

29. Задання додаткових опцій СЕ (задати **KEYOPT(3)=Plane str w/thk** або **3**, див. п. 8).

30. Задання констант елементів (**товщина**) (див. **HELP ANSYS** для СЕ **PLANE183**, див. п. 9).

31. Задання властивостей матеріалу (**модуль пружності, коефіцієнт Пуассона, густина**, див. п. 10).

32. Побудова СЕ-моделі – за допомогою методу вільного розбиття (див. п. 11):

– *встановити* рекомендований розмір елементів (**~0.05**);

– *нанести* сітку скінченних елементів – виконати генерацію вузлів нерегулярної сітки і плоских елементів всередині поверхонь.

33. Вибір типу аналізу (**статичний**), див. п. 14.

34. Задання граничних умов у переміщеннях – переміщення на лініях, що належать площинам симетрії (див. рис. 5.24): на горизонтальній лінії – переміщення у вертикальному напрямі дорівнюють **0**, а на вертикальній – в горизонтальному:

GUI: Main Menu > Solution > Define loads > Apply > Structural > Displacement > Symmetry B.C. > On Lines .

35. Задання тиску, що лінійно змінюється на зовнішній вертикальній грані (див. рис. 5.24 і п. 16).

36. Перевірка граничних умов і навантаження (див. п. 17).

37. Ініціалізація розв'язання задачі див. п. 18.

38. Читання з файлу результатів розрахунку:

GUI: Main Menu > General Postproc > Read Results > Last Set .

39. Перевірка правильності розв'язання задачі за сумою реакцій опор у вузлах.

40. Відображення деформованої форми і виведення результату розв'язання задачі у вигляді контурного графіка сумарних переміщень (показ безперервних усереднених ізоліній досліджуваної величини по всій моделі, див. п. 20 і рис. 5.27).

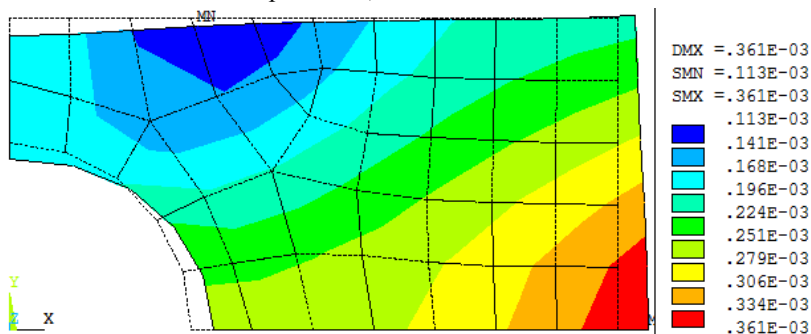


Рисунок 5.27 – Відображення деформованої форми та розподіл сумарних переміщень, [м]

41. Відображення еквівалентних напружень за критерієм Мізеса – виведення результатів розв'язання задачі у вигляді контурного графіка поелементно, див. п. 22 і рис. 5.28.

42. Подрібнення сітки вузлів для відображення результатів у графічній формі з метою підвищення деталізації картини виведення. Згущення локальної сітки всередині елементів до 4 відрізків на сторону:

GUI: Main Menu > General Postproc > Options for Outp
([/EFACET]=4 facets/edge).

43. Відображення номерів вузлів:

GUI: Utility Menu > PlotCtrls > Numbering... (NODE=On).

44. Відображення еквівалентних напружень за критерієм Мізеса – виведення результату розв'язання у вигляді контурного графіка

поелементно (див. п. 41 і рис. 5.29).

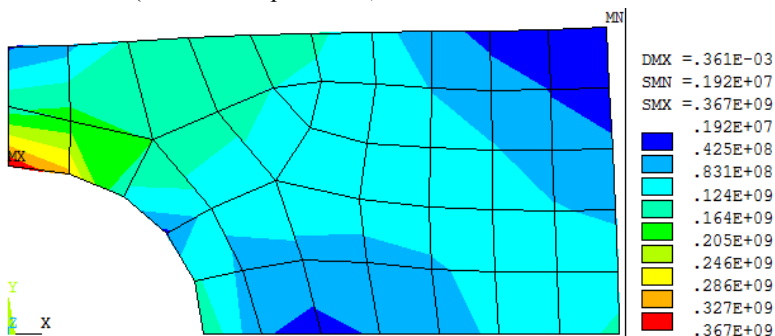


Рисунок 5.28 – Відображення неусереднених еквівалентних напружень у вигляді контурного графіка поелементно, [Па]

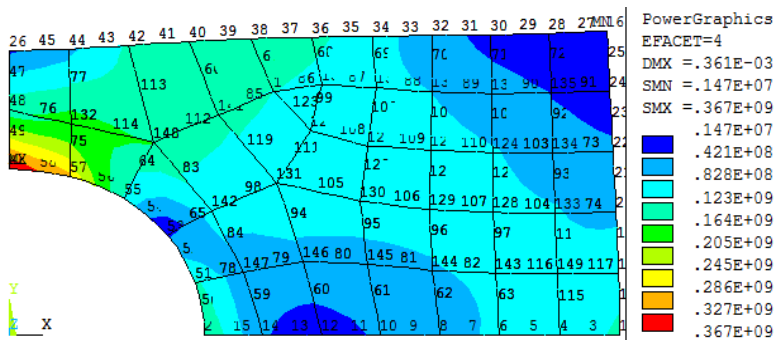


Рисунок 5.29 – Відображення еквівалентних напружень при підвищеній деталізації картини виведення, [Па]

45. Відновлення для відображення повної конструкції і результату розв’язання по симетричній частині (рис. 5.30):

GUI: Utility Menu > PlotCtrls > Style > Symmetry Expansion > Periodic/Cyclic Symmetry Expansion (1/4 Dihedral Sym).

46. Збереження картини напруженого стану в графічний файл:

GUI: Utility Menu > PlotCtrls > Hard Copy > To File .

47. Порівняння напружених станів, отриманих при розв’язанні задачі з використанням лінійних плоских елементів (див. рис. 5.26) і квадратичних елементів (рис. 5.28 і 5.29) з різним розміром SE.

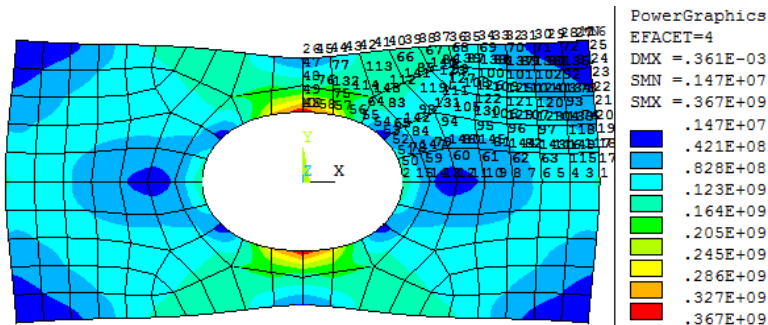


Рисунок 5.30 – Відображення результату для повної конструкції, [Па]

48. Висновки за результатами: про коректність постановок задачі, достовірність і точність результатів при різних методах розв’язання задачі.

Контрольні запитання

1. У яких випадках можна при розрахунках повну модель конструкції замінити половиною або чвертю і які умови при цьому повинні виконуватися?
2. Де і які крайові (граничні) умови встановлюються в разі розрахунку $\frac{1}{4}$ плоскої моделі?
3. Який пункт меню або команда використовується для задання лінійних властивостей матеріалу?
4. При дотриманні яких умов у задачі лінійної статyki можна обійтися без задання густини матеріалу і чому?
5. Скільки і які ступені свободи в кожному вузлі мають плоскі скінченні елементи статичного міцнісного аналізу?
6. Чим відрізняються лінійний і квадратичні плоскі СЕ?
7. Яким чином можна оцінити похибку результатів статичного скінченноелементного аналізу?

5.4. Практичний приклад 10. Постановка умов сумісності деформацій при розбитті моделі бруса на несумісні області. Задача статичної міцності вала при навантаженні односпрямованим рівномірно розподіленим поверхневим навантаженням

1) **Тема:** Розбиття моделі на несумісні області, постановка умов сумісності деформацій, упорядкована SE-сітка. Побудова SE-сітки методом екструзії, прикладення довільно орієнтованих поверхневих навантажень. Статичний аналіз (задача статичної міцності).

2) **Постановка задачі (завдання 1):** Засобами ПК ANSYS побудувати геометричну (з несумісними областями) і скінченноелементну (із заданням умов сумісності деформацій) модель бруса і розв'язати задачу згину бруса (при навантаженні тиском на гранях (рис. 5.31). Для розв'язання задачі статичної міцності виконати розрахункові дослідження з визначення НДС (побудову і розв'язання провести в системі одиниць СІ, одиниці вимірювання кутів – градуси).

3) **Вихідні дані:** Наведені на рис. 5.31 і в табл. 5.7.

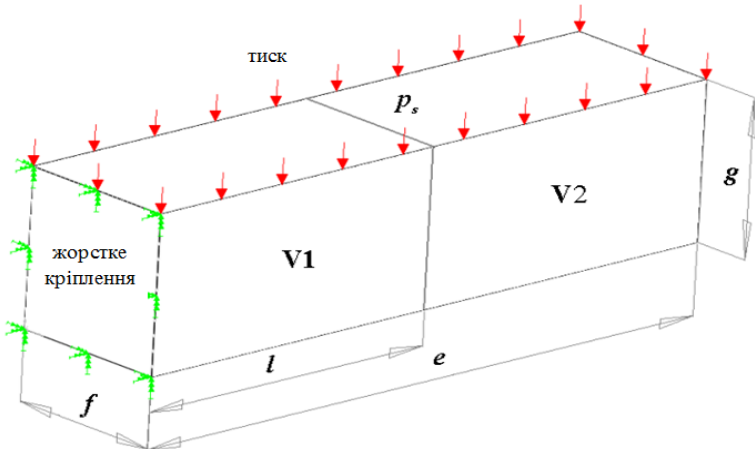


Рисунок 5.31 – Геометрична та розрахункова моделі бруса

Характеристики матеріалу:

- модуль пружності $E=2,05 \cdot 10^{11}$ Н/м²;
- коефіцієнт Пуассона $\nu=0,27$;
- границя плинності $\sigma_T=400$ МПа.

Таблиця 5.7 – Геометричні параметри бруса і величини навантаження

Дані за варіантами	№ варіанта									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
e , [м]	4,0	3,6	4,4	3,2	4,8	2,8	5,2	2,4	5,6	2,0
l , [м]	2,0	1,8	2,2	1,6	2,4	1,4	2,6	1,2	2,8	1,0
g , [м]	1,0	0,9	1,1	0,8	1,2	0,7	1,3	0,6	1,4	0,5
f , [м]	1,0	0,9	1,1	0,8	1,2	0,7	1,3	0,6	1,4	0,5
p , [МПа]	10	9	11	8	12	7	13	6	14	5

4) Методика виконання завдання 1:

Eman 1 – Вхід у програму.

1. Вхід в інтерактивний режим: «Пуск» > «Програми» > «ANSYS 2020 R1» > «Mechanical APDL Product Launcher» (задати – *License*: ANSYS Multiphysics; вкладка *File Management*: робочу директорію, ім'я задачі, наприклад, *LabWork10vol* і вкладка *Customization/Preferences*: графічний драйвер, наприклад, *win32*).

2. Запуск сесії: **Run**.

3. Вибір системи одиниць (міжнародна система одиниць SI):

Command(s): /UNITS, Lab (в командному рядку **Command Promt**), для системи одиниць SI – /UNITS, Si .

4. Вибір одиниць вимірювання кутів

GUI: Utility Menu > Parameters > Angular Units (обрати градуси – DEG);

Command(s): *AFUN, Lab (задати градуси – Lab=DEG).

Eman 2 – Побудова моделі.

Модель створюється за допомогою геометричних примітивів. При розв'язанні задачі використовується геометрична модель, яка може бути побудована за допомогою двох паралелепіпедів.

5. Побудувати геометричну модель (два об'єми **V1** і **V2** з перерізом $f \times g$ і довжиною l і ($e-l$), не об'єднанні і не «склеєні») – рис. 5.31.

Eman 3 – Вибір типу розрахунку.

6. Вибір типу розрахунку – міцнісний аналіз конструкцій:

GUI: Main Menu > Preference > Structural .

Eman 4 – Вибір типу скінчених елементів, констант елементів, задання властивостей матеріалу.

Тип елемента визначає кількість ступенів свободи (переміщення

та/або кути повороту, температура тощо), форму елемента (одновимірний, чотирикутний, тетрадральний тощо) і розмірність. Придатним скінченним елементом (CE) для даної задачі в об'ємній постановці є об'ємний шестигранний 8-вузловий елемент у **SOLID185** (див. **HELP ANSYS** для CE **SOLID185**). Ступенями свободи CE **SOLID185** є вузлові переміщення **UX, UY, UZ**.

7. Вибір типу скінченного елемента та його параметрів (задати **SOLID185**):

GUI: Main Menu > Preprocessor > Element Type > Add/Edit/Delete > Add ;
Command(s): ET, ITYPE, Ename, KOP1, ..., KOP6, INOPR .

8. Задання властивостей матеріалу (модуль пружності – **EX**, коефіцієнт Пуассона – **PRXY**, густина – **DENS**):

GUI: Main Menu > Preprocessor > Material Props > Material Models > (Structural > Linear > Elastic> Isotropic i > Density) або
Command(s): MP, Lab, MAT, C0, ... , C4 .

Eman 5 – Побудова скінченноелементної моделі.

Скінченноелементна модель створюється за допомогою методу упорядкованого розбиття (регулярна CE-сітка).

10. Вибір кількості скінченних елементів вздовж ребер паралелепіпедів (для об'єму **V1** ($f \times g \times l$) вздовж усіх – **3**, а для об'єму **V2** ($f \times g \times (e-l)$) вздовж ребер довжиною $(e-l)$ – **2**, вздовж f, g – **1**) – задання CE по лінії, для якої сітка не сгенерована:

Увага! Задавати явно для кожного ребра об'ємів **V1** і **V2** кількість поділів, як показано на рис. 5.32! При позначенні ліній, які знаходяться в одному місці у спливаючому меню вибору, обрати лінії з меншим номером для **V1** і з більшим номером для **V2**.

GUI: Main Menu > Preprocessor > Meshing > Size Cntrls > ManualSize > Lines > Picked Lines (NDIV=...),

Command(s): LESIZE, NL1, SIZE, ANGSIZ, NDIV, SPACE, KFORC, LAYER1, LAYER2 – задає кількість скінченних елементів і їх розміщення вздовж лінії **NL1**, для якої раніше не була згенерована скінченноелементна сітка. Якщо **NL1=ALL**, обмеження поширюється на всі вибрані лінії. **SIZE** встановлює максимальну довжину сторони елемента уздовж **NL1** або за допомогою **NDIV** задається кількість елементів вздовж цієї лінії, або **ANGSIZ** для кривих ліній регулює

кутову довжину елемента в градусах (кількість елементів обчислюється автоматично з округленням у більший бік). **SPACE** визначає міру згущення елементів від початку лінії до її кінця (за замовчуванням розбиття рівномірне і $SPACE=1$; якщо $SPACE>1$, довжина сторони елемента до кінця лінії зростає; якщо $SPACE<1$, то убиває).

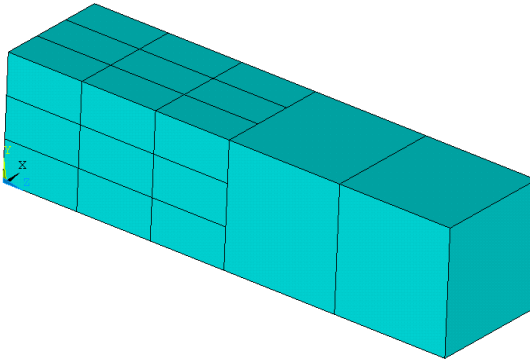


Рисунок 5.32 – Генерація вузлів і елементів всередині об’ємів (окреме розбиття двох об’ємів)

11. SE-модель будується за допомогою методу створення впорядкованої SE-сітки (розбиття двох об’ємів) – генерація вузлів і елементів у середині об’ємів (рис. 5.32):

GUI: Main Menu > Preprocessor > Meshing > Mesh > Volumes > Mapped > 4 to 6 sided > Pick All ;

Command (s): VMESH, NV1, NV2, NINC, генерує вузли і тривимірні елементи всередині об’ємів з номерами **NV1-NV2** з кроком **NINC**. При $NV1=ALL$, сітка генерується для всіх обраних об’ємів.

Етап 6 – Розв’язання задачі.

12. Вхід у процесор розв’язання:

GUI: Main Menu > Solution або **Command(s): /SOLU .**

13. Вибір типу аналізу (**статичний – Static**):

GUI: Main Menu > Solution > Analysis Type > New Analysis ;

Command(s): ANTYPE, Antype, Status (Antype: **STATIC** – статичний аналіз).

14. Постановка умов сумісності деформацій для вузлів, що належать поверхням сполучення двох об’ємів;

– виділити (обрату) об'єм **V1**:

GUI: Utility Menu > Select > Entities > Volumes > By Num Pick > Apply;

– виділити (обрату) і відобразити всі поверхні, що належать об'єму **V1** (рис. 5.33):

GUI: Utility Menu > Select > Entities > Areas > Attached to > Volumes > Apply та **GUI: Utility Menu > Plot > Areas;**

– виділити (обрату) і відобразити поверхню сполучення, що належить об'єму **V1** (рис. 5.33):

GUI: Utility Menu > Select > Areas > By Num Pick > Reselect > Apply та **GUI: Utility Menu > Plot > Areas;**

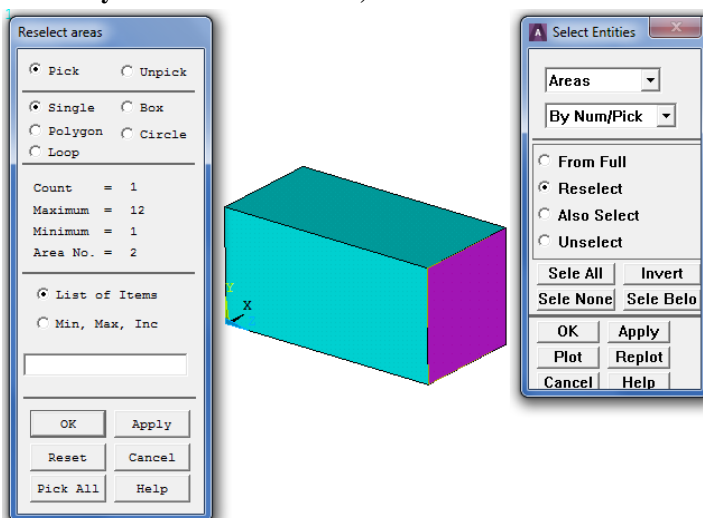


Рисунок 5.33 – Вибір поверхні сполучення, що належить об'єму **V1**

– виділити (обрату) і відобразити всі вузли, що належать поверхні сполучення об'єму **V1**:

GUI: Utility Menu > Select > Nodes > Attached to> Areas, All > From Full > Apply та **GUI: Utility Menu> Plot> Nodes;**

– виділити (обрату) скінченний елемент, що належить об'єму **V2** і сполучається з об'ємом **V1** (рис. 5.34):

GUI: Utility Menu > Select > Elements > By Num Pick > From Full > Apply ;

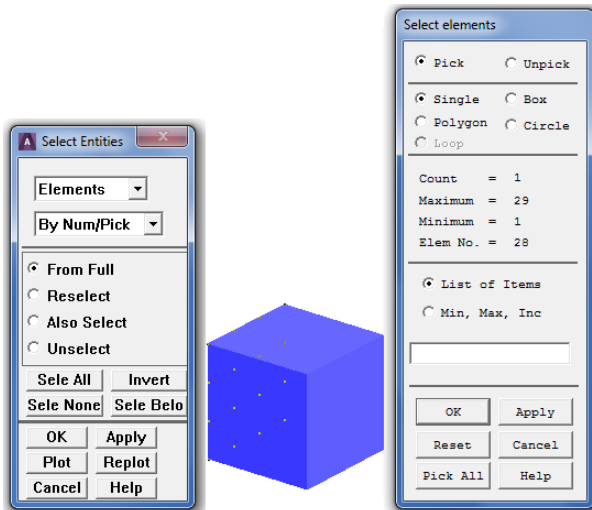


Рисунок 5.34 – Вибір скінченного елемента, що належить об'єму V2 і має сполучення з об'ємом V1

– *встановити* умови сумісності деформацій (рис. 5.35) для виділених (обраних) вузлів і скінченних елементів:

GUI: Main Menu > Preprocessor > Coupling/Seqn > Adjacent Regions > Ok;

– *виділити (обрати)* всі об'єкти (або скасувати виділення):

GUI: Utility Menu > Select Everything;

– *показати* символи кріплення (навантажень) і скінченні елементи (рис. 5.35):

GUI: Utility Menu > PlotCtrls > Symbols > All Applied BC's і Utility Menu > Plot > Elements .

15. Задання граничних умов в переміщеннях на грані (на поверхні з $z=0$, див. рис. 5.31 і 5.36):

GUI: Main Menu > Solution > Define Loads > Apply > Structural > Displacement > On Areas (All DOF).

16. Задання тиску p , на гранях (поверхнях, див. рис. 5.31 і 5.36):

GUI: Main Menu > Solution > Define Loads > Apply > Structural > Pressure > On Areas ;

Command(s): SFA, AREA, LKEY, Lab, VALUE, VALUE2.

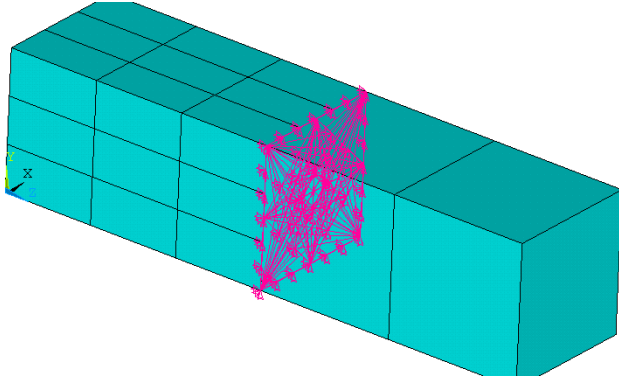


Рисунок 5.35 – Умови сумісності деформацій

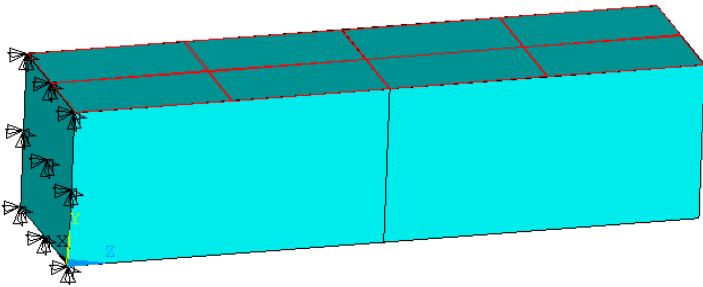


Рисунок 5.36 – Задання граничних умов і тиску

17. Ініціалізація розв'язання:

GUI: Main Menu > Solution > Current LS або Command(s): SOLVE;
Eman 7 – Перегляд результатів.

18. Перевірка правильності розв'язання задачі за сумою реакцій опор у вузлах:

GUI: Main Menu > General Postproc > List Results > Reaction Solu.

19. Відображення деформованої форми і виведення результату розв'язання у вигляді контурного графіка для сумарних переміщень (показ безперервних усереднених ізоліній досліджуваної величини по всій моделі) – рис. 5.37:

GUI: Main Menu > General Postproc > Plot Results > Contour plot > Nodal Solu (DOF solution, Displacement vector sum – USUM, Deformed shape only, Auto Calculate).

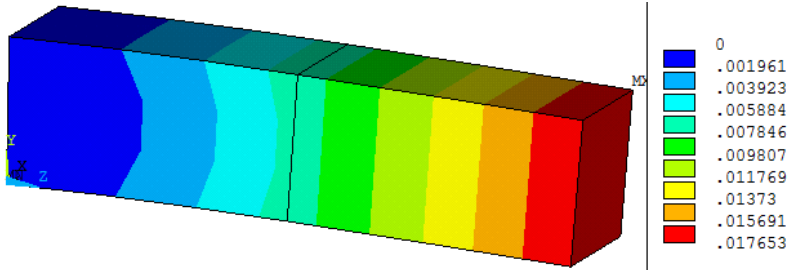


Рисунок 5.37 – Деформована форма та розподіл сумарних переміщень, [м]

Увага! Якщо якісь результати тут або далі не відображаються (або не коректні після перерахунку), то виконати примусове їх завантаження з файлу результатів (з розширенням **.rst**) в базу сесії, тобто виконати читання результатів розрахунку на останньому кроці навантаження:

GUI: Main Menu > General Postproc > Read Results > Last Set .

20. Відображення еквівалентних напружень за критерієм Мізеса – виведення результату розв’язання у вигляді контурного графіка поелементно – рис. 5.38:

GUI: Main Menu > General Postproc > Plot Results > Contour plot > Element Solu (Stress, von Mises stress – SEQV, Deformed shape only, Auto Calculate).

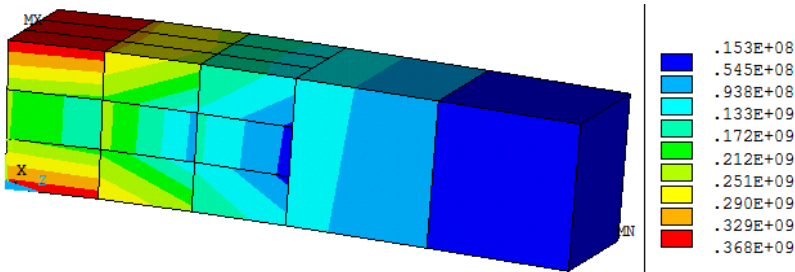


Рисунок 5.38 – Неусереднені еквівалентні напруження, [Па]

21. Анімація результатів:

GUI: Utility Menu > PlotCtrls > Animate > Deformed Results (Stress, von Mises SEQV).

22. Визначення небезпечного перерізу і висновки про міцність конструкції за критерієм фон Мізеса.

5) Постановка задачі (завдання 2): Засобами ПК ANSYS побудувати геометричну і скінченноелементну модель передньої корінної шийки колінчастого вала і розв'язати задачу статичної міцності (при навантаженні односпрямованим рівномірно розподіленим поверхневим навантаженням) – рис. 5.39. Для розв'язання задачі статичної міцності виконати розрахункові дослідження з визначення НДС. Побудову і розв'язання провести в системі одиниць СІ, одиниці вимірювання кутів – градуси.

б) Вихідні дані: наведені на рис. 5.39 і в таблиці 5.8.

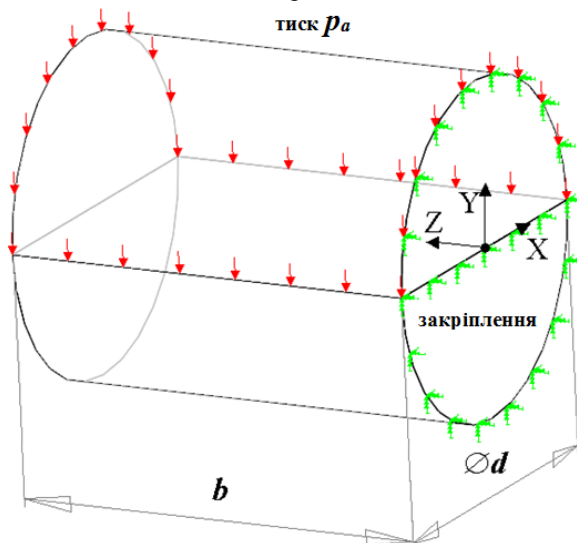


Рисунок 5.39 – Модель передньої корінної шийки колінчастого вала

Таблиця 5.8 – Геометричні розміри передньої корінної шийки колінчастого вала і величини поверхневого навантаження

Дані за варіантами	№ варіанта									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
b , [м]	0,050	0,045	0,055	0,040	0,060	0,035	0,065	0,030	0,070	0,025
d , [м]	0,040	0,036	0,044	0,032	0,048	0,028	0,052	0,024	0,056	0,020
p_a , [МПа]	10	9	11	8	12	7	13	6	14	5

Пояснення. p_a – односпрямоване (спрямоване уздовж осі, а не по нормалі) розподілене по верхній половині циліндричної поверхні навантаження (тиск). Рівнодіюча цього навантаження діє уздовж осі Y і дорівнює $F_a = \pi dbp_a/4$.

Характеристики матеріалу:

- модуль пружності $E=2,05 \cdot 10^{11}$ Н/м²;
- коефіцієнт Пуассона $\nu=0,27$;
- границя плинності $\sigma_T=400$ МПа.

7) Методика виконання завдання 2:

1. Вхід в інтерактивний режим і запуск сесії (**ім'я задачі**).
2. Вибір системи одиниць (SI) і одиниць вимірювання кутів (DEG).
3. Вибір типу розрахунку – міцнісний аналіз конструкцій (Structural).
4. Вибір типів скінченних елементів (**SOLID186–Type 1, PLANE183–Type 2, SURF154–Type 3**): при розв'язанні використовуються плоский (двовимірний) 8-вузловий CE **PLANE183** (для екструзії або видавлювання областей двовимірної сітки в тривимірні об'єкти), твердотільний елемент (тривимірний) 20-вузловий CE **SOLID186** (для створення об'ємної CE-моделі) і елемент поверхневих навантажень **SURF154** (для задання односпрямованого рівномірного розподіленого поверхневого навантаження).
5. Задання додаткових опцій для CE **SURF154** (задати KEYOPT(4)=Include – 8-вузловий, KEYOPT(6)=Pos and neg pres – можливе прикладення розподіленого навантаження в різних напрямках, KEYOPT(11)=Full Area w/Tan – повний вектор (нормальні і тангенціальні складові), KEYOPT(12)=press. applied – прикладення навантажень в напрямку, що не збігається з напрямом нормалі, див. **HELP ANSYS** для CE **SURF154**).
6. Задання констант для CE **SURF154** (деяка нехтовно мала в порівнянні з розмірами конструкції товщина CE, необхідна для можливості його застосування, але яка не бере участі в розрахунках, наприклад, **1 %** від лінійного розміру **b**, див. **HELP ANSYS** для CE **SURF154**): **TKI=0.01b**, за замовчуванням **TKJ=TKK=TKL=TKI**.
7. Задання властивостей матеріалу (**модуль пружності, коефіцієнт Пуассона**).

8. Побудова геометричної моделі. Оскільки **задача симетрична** відносно площини, що проходить через вісь циліндра, **розподілене навантаження** прикладається тільки до верхньої частини циліндричної поверхні, а SE-модель буде створюватися **методом екструзії**, то побудова геометрії проводиться з урахуванням цих факторів: за допомогою примітивів (кругових секторів) будується **симетрична частина торця конструкції, розподілена на дві однакові частини** (рис. 5.39 і 5.40):

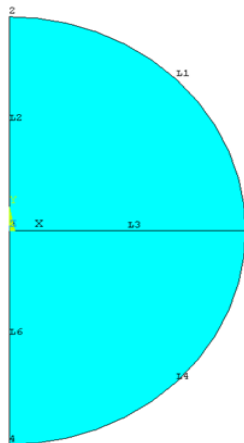


Рисунок 5.40 – Модель як симетрична частина перерізу

– *побудувати* дві чверті кола торця (див. рис. 5.40);

– *провести* операцію «злиття» (**Merge**) об'єктів, які мають практично однакове положення в просторі (суміжні точки, лінії тощо), але не збіжних, що може призводити до розриву геометричних об'єктів і елементів при створенні SE-моделі:

GUI: Main Menu > Preprocessor > NumberingCtrls > Merge Items (Label=All);

Command(s): NUMMRG, Label, TOLER, GTOLER, Action, Switch – **злиття** збіжних об'єктів, що визначені параметром **Label** (NODE, ELEM, KP тощо або ALL), які відрізняються за координатами менш ніж на відстань, що дорівнює встановленому параметру **TOLER** (за замовчуванням 10^{-4}). **GTOLER** – ступінь збіжності об'єктів об'ємної моделі, тобто ключових точок, що належать лініям, поверхням, об'ємам; **Action** – дія з об'єктами (SELE – виділення співпадаючих об'єктів без злиття); **Switch** – номери об'єктів після злиття (LOW – менший номер об'єктів, що зливаються, HIGH – більший).

9. Присвоєння атрибутів створеним областям (Material number=**1**, Real constant=-, Element Type number=**2 Plane183**, Element coord. sys.=**0**):

GUI: Main Menu > Preprocessor > Meshing > Mesh Attributes > Default Attribs > All Areas (або Picked Areas);

Command(s): AATT, MAT, REAL, TYPE, ESYS – зв’язує атрибути скінченного елемента з попередньо обраними, ще не покритими сіткою поверхнями. Параметри: **MAT** – номер матеріалу, **REAL** – номер набору реальних констант, **TYPE** – номер типу елемента, **ESYS** – номер системи координат. Елементи з заданими цією командою атрибутами будуть використані при наступній генерації CE-сітки.

10. Установка параметрів сіткового розбиття CE **Plane183** (задати кількість поділів ліній, що обмежують область, **NDIV=6**):

GUI: Main Menu > Preprocessor > Meshing > Size Cntrls > ManualSize > Lines > Picked Lines (NDIV) або **Command(s): ESIZE, SIZE, NDIV**.

11. Нанесення сітки скінченних елементів – виконати генерацію вузлів нерегулярної сітки (**free**) і плоских елементів всередині поверхонь:

GUI: Main Menu > Preprocessor > Meshing > Mesh > Areas > Free ;

Command (s): AMESH, NA1, NA2, NINC .

Увага! Для генерації сітки скінченних елементів можна скористатися альтернативним пунктом меню **MeshTool**, в якому зібрані всі основні команди для створення CE-сітки (є альтернативою підменю **Meshing**):

GUI: Main Menu > Preprocessor > Meshing > MeshTool (обрати **Mesh: Areas; Shape: Quad; Mesher: Free > Mesh > Pick all**).

12. Створення об’ємної твердотільної і CE-моделі методом екструзії (видавлювання) областей двовимірної сітки в тривимірні об’єкти:

– *встановити* атрибути, які будуть присвоюватися при створенні нових об’єктів (обрати і задати **TYPE=1 Solid186, MAT=1, REAL=1, ESYS=0, VAL1=8, VAL2=2, ACLEAR=Yes**):

GUI: Main Menu > Preprocessor > Modeling > Operate > Extrude > Elem Ext Opts ;

Command(s): EXTOPT, Lab, Val1, Val2, Val3 – керує процесом генерації об’ємних елементів з плоских. Використовується спільно з командами **[VEXT], [VROTAT], [VOFFST], [VDRAG]** або **[VSWEEP]**. Параметр **Lab** може набувати таких значень: **ON** – переносить атрибути матеріалу, реальних констант і координатних систем з вихідних плоских елементів на тривимірні елементи і знищує вихідні плоскі елементи після генерації; **OFF** – скидає опції, задані при

попередньому використанні команди; ATTR – переносить окремі атрибути з вихідних плоских елементів на тривимірні елементи з використанням параметрів **Val1**, **Val2**, **Val3** (атрибути матеріалу за **Val1=1**, реальних констант – за **Val2=1**, координатних систем – за **Val3=1**; при **ValX=0** присвоюються значення, визначені для всієї моделі). **Lab=ESIZE** регулює розмір елементів, які генеруються: **VAL1** задає кількість елементів у напрямку видавлювання (екструзії); **VAL2** встановлює коефіцієнт подібності: **VAL2>1** призводить до проектування зі збільшенням, $0<VAL2<1$ – зі зменшенням. За замовчуванням **VAL2=1**, тобто проектування відбувається шляхом паралельного перенесення без масштабування. **Val3** з **ESIZE** не використовується. **Lab=ACLEAR** визначає долю вихідної сітки плоских елементів після генерації тривимірних елементів: за **Val1=0** початкова сітка зберігається, за **Val1=1** знищується. **Val2** і **Val3** з **ACLEAR** не використовуються;

– створити тривимірні об'єкти шляхом екструзування з існуючих областей (на відстань **DIST=b**) (рис. 5.41):

GUI: Main Menu > Preprocessor > Modeling > Operate > Extrude > Areas > Along Normal ;

Command(s): VOFFST, NAREA, DIST, KINC ;

– провести «злиття» всіх об'єктів (**ALL**) для об'ємів див. п. 8;

– відобразити сіткове розбиття:

GUI: Utility Menu > Plot > Elements .

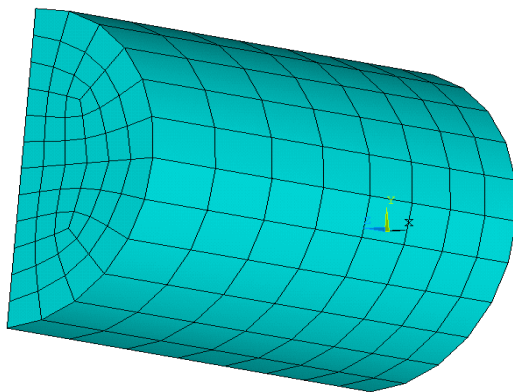


Рисунок 5.41 – Створення тривимірного об'єкта шляхом екструзування

13. Створення поверхневих елементів для прикладення навантаження:

– *виділити* усі **вузли**, що знаходяться на **верхній циліндричній поверхні**:

GUI: Utility Menu > Select > Entities > Areas > By Num/Pick >Apply (вказати поверхню, **OK**) > **Nodes > Attached to >Areas, all > OK** ;

– *відобразити* виділені вузли:

GUI: Utility Menu > Plot > Nodes ;

– *встановити* атрибути за замовчуванням для новостворюваних елементів(**TYPE=3 SURF154**):

GUI: Main Menu > Preprocessor > Modeling > Create > Elements > Elem Attributes ;

– *створити* елементи поверхневих ефектів (рис. 5.42):

GUI: Main Menu > Preprocessor >Modeling > Create >Elements > Surf / Contact > Surf Effect > General Surface >No extra Node > Pick all ;

– *сдобразити* елементну систему координат для поверхневих елементів (рис. 5.42):

GUI: Utility Menu > Select > Entities > Elements > By Attributes > Elem type num (3, OK); Utility Menu > Plot Ctrls > Symbols (ESYS=Yes) та **Utility Menu > Plot > Elements** ;

– *відновити* дію (виділити) всіх об'єктів (або скасувати виділення):

GUI: Utility Menu > Select Everything і Utility Menu > Plot > Elements .

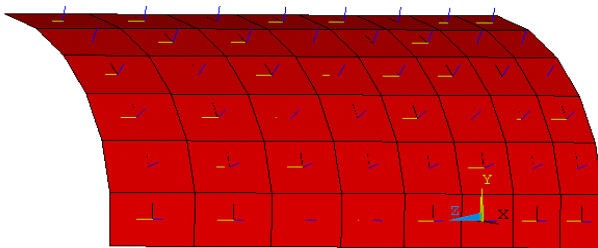


Рисунок 5.42 – Відображення елементної системи координат для поверхневих елементів

14. Вхід у меню розв'язувача і вибір типу аналізу (**статичний**).

15. Задання граничних умов (рис. 5.43,*a*):

– *виділити* всі вузли, що знаходяться в площині $Z=0$ (площина XY):

GUI: Utility Menu > Select > Entities > Nodes > By Location: Z coordinates (0, OK) ;

– *задати* граничні умови в переміщеннях у виділених вузлах (див. рис. 5.39, закріплення):

GUI: Main Menu > Solution > Define Loads > Apply > Structural > Displacement > On Node (Pick all, All DOF);

– *відновити* дію усіх об'єктів;

– *прикласти* умову симетрії (на поверхнях площини YZ):

GUI: Main Menu > Solution > Define Loads > Apply > Structural > Displacement > Symmetry B.C. > On Areas.

16. Задання навантаження – прикладення тиску p_a до верхньої циліндричної поверхні паралельно осі Y (див. рис. 5.39, 5.43,*б*):

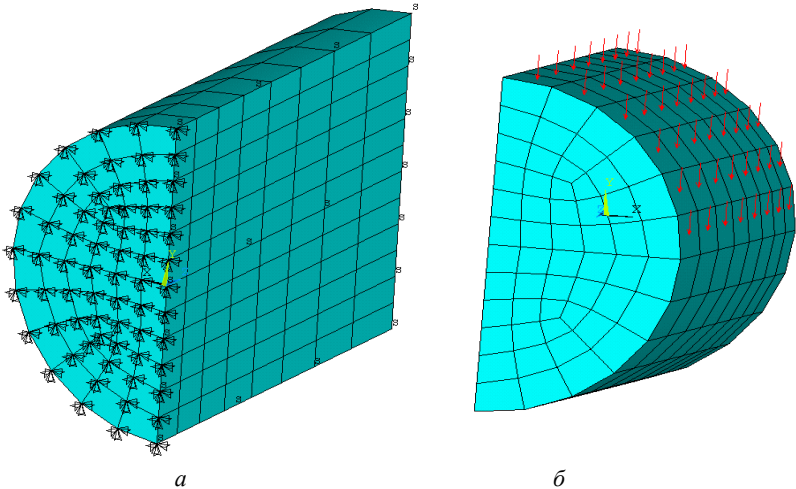


Рисунок 5.43 – Граничні умови та навантаження: *a* – задання граничних умов; *б* – візуалізація навантаження

– *виділити* тільки поверхневі елементи (**SURF154**):

GUI: Utility Menu > Select > Entities > Elements > By Attributes > Elem type num (3, OK) та Utility Menu > Plot > Replot;

– *прикладення* тиску p_a до поверхневих елементів:

GUI: Main Menu > Solution > Define Loads >Apply > Structural > Pressure > On Elements (Pick all), LKEY=5 – навантаження в глобальній системі координат (СК); **Value= p_a** – абсолютне значення тиску; **VAL2=0** – компонента по осі **X** в глобальній СК; **VAL3=-1** – компонента по осі **Y** в глобальній СК; **VAL4=0** – компонента по осі **Z** в глобальній СК (вектор тиску визначається значеннями **VAL2-VAL4**);

– *відобразити* тиск у вигляді стрілок:

GUI: Utility Menu > PlotCtrls> Symbols (Surf Load Symbols=Pressures, Show pres and convect as=Arrows);

– *відновити* дію усіх об'єктів та перебудувати зображення:

GUI: Utility Menu > Plot > Replot.

17. Ініціалізація розв'язання:

GUI: Main Menu > Solution > Current LS .

18. Перевірка правильності результату за сумою реакцій опор вузлах.

19. Виділення для перегляду результатів тільки елементів типу **1 (Solid186)**:

GUI: Utility Menu > Select > Elements > By attributes > Element type Num (1, OK).

20. Вибір циліндричної системи координат для відображення результатів:

GUI: Main Menu > General Postproc > Options for Outp (Global cylindrical).

21. Відображення напружень поелементно:

GUI: Main Menu > General Postproc > Plot Results> Contour plot > Element Solu (Stress, von Mises stress – SEQV, Deformed shape only, Auto Calculate) – еквівалентних за Мізесом або (Stress, XZ-shear...) – дотичних.

22. Відображення повної моделі конструкції (рис. 5.44):

GUI: Utility Menu > PlotCtrls > Style > Symmetry Expansion > Periodic/Cyclic Symmetry (Reflect about YZ).

23. Виведення списку вузлових значень з сортуванням за величиною:

GUI: Main Menu > General Postproc > List Results > Sorted Listing >

Sort Nodes (Order...=Descending order, List sorted=Result, Item=Stress, Comp=SEQV).

24. Визначення **небезпечного перерізу** і висновки про **міцність** конструкції.

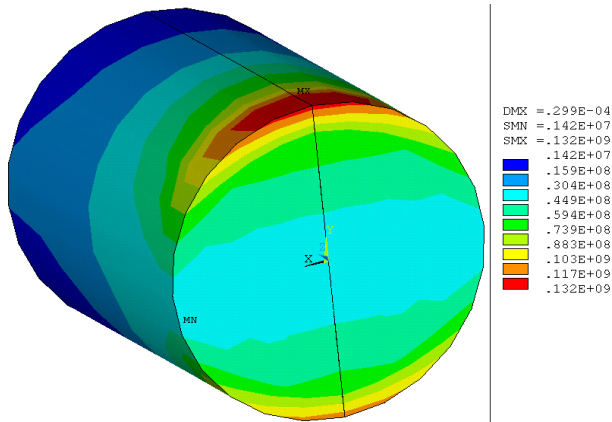


Рисунок 5.44 – Відображення повної моделі конструкції

Контрольні запитання

1. Для яких об'ємів можлива побудова впорядкованої SE-сітки?
2. В яких випадках доцільно використовувати умови сумісності деформацій?
3. В яких одиницях вимірюються переміщення, напруження і деформації в системі SI?
4. В якому випадку для аналізу використовується геометрична модель, рівна 1/2 конструкції?
5. Який метод дозволяє створення об'ємної твердотільної і SE-моделі з областей двовимірної сітки?
6. Яка команда керує процесом генерації об'ємних SE з плоских?
7. За допомогою якого скінченного елемента можна задати односпрямоване рівномірно розподілене поверхневе навантаження?
8. Як відобразити елементну систему координат для поверхневих елементів?
9. За допомогою якого пункту меню можна відобразити результати проведеного аналізу на повній моделі?

5.5. Практичний приклад 11. Статичний аналіз балково-оболонкової конструкції під дією гідростатичного тиску

1) **Тема:** Побудова впорядкованої SE-сітки балково-оболонкової конструкції, прикладення гідростатичного тиску. Статичний аналіз (задача статичної міцності).

2) **Постановка задачі:** Засобами ПК ANSYS побудувати геометричну та скінченноелементну модель фрагмента днища корабля і розв'язати задачу статичної міцності (при навантаженні гідростатичним тиском) – рис. 5.45, 5.46. Для розв'язання задачі статичної міцності виконати розрахункові дослідження з визначення НДС (побудову і розв'язання провести в системі одиниць СИ, одиниці вимірювання кутів – градуси).

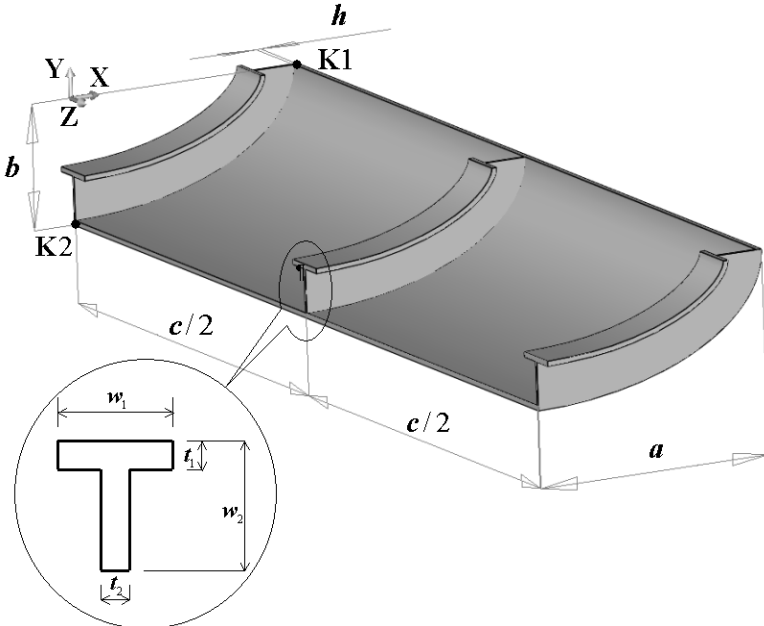


Рисунок 5.45 – Модель фрагмента днища корабля

Пояснення. Крива **K1-K2** – це є чверть еліпса з центром на початку координат, велика і мала осі якого дорівнюють $2a$ і $2b$ відповідно.

2) **Вихідні дані:** Геометрія балково-оболонкової конструкції зображена на рис. 5.45, а геометричні розміри наведені в таблиці 5.9.

Таблиця 5.9 – Геометричні дані моделі фрагмента днища корабля і величини гідростатичного тиску

Дані за варіантами	№ варіанта									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a , [М]	1,00	0,90	1,10	0,80	1,20	0,70	1,30	0,60	1,40	0,50
b , [М]	0,50	0,45	0,55	0,40	0,60	0,35	0,65	0,30	0,70	0,25
c , [М]	2,00	1,80	2,20	1,60	2,40	1,40	2,60	1,20	2,80	1,00
h , [ММ]	10,0	9,0	11,0	8,0	12,0	7,0	13,0	6,0	14,0	5,0
w_1 , [М]	0,10	0,09	0,11	0,08	0,12	0,07	0,13	0,06	0,14	0,05
t_1 , [ММ]	10,0	9,0	11,0	8,0	12,0	7,0	13,0	6,0	14,0	5,0
w_2 , [М]	0,10	0,09	0,11	0,08	0,12	0,07	0,13	0,06	0,14	0,05
t_2 , [ММ]	5,00	4,50	5,50	4,00	6,00	3,50	6,50	3,00	7,00	2,50
Δp_{gs} , [кН/М ³]	100	90	110	80	120	70	130	60	140	50

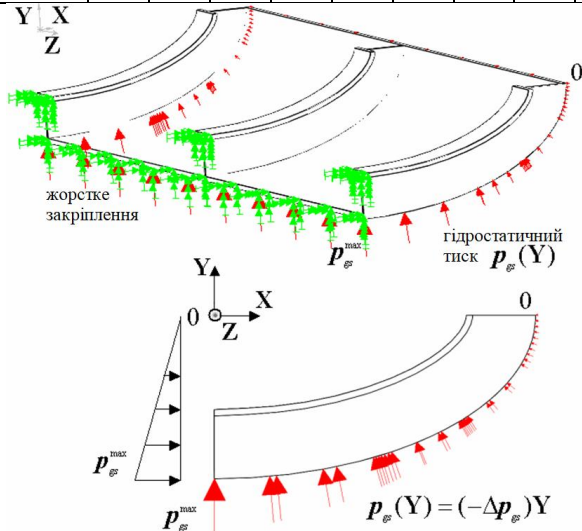


Рисунок 5.46 – Навантаження гідростатичним тиском

Пояснення. $p_{gs}(Y)$ – навантаження у вигляді гідростатичного тиску на поверхні оболонки. Тиск направлено по нормалі до поверхні, його значення лінійно змінюється вздовж осі Y і на границях діапазону дорівнює $p_{gs}(0)=0$ і $p_{gs}(-b)=p_{gs}^{\max}$. Градієнт гідростатичного тиску дорівнює $(-\Delta p_{gs})$ [Н/М³]=[Па/м].

Характеристики матеріалу:

- модуль пружності $E=2,05 \cdot 10^{11}$ Н/м²;
- коефіцієнт Пуассона $\nu=0,27$;
- границя плинності $\sigma_T=400$ МПа.

4) Методика виконання завдання:

Eman 1 – Вхід у програму.

1. Вхід в інтерактивний режим: «Пуск» > «Програми» > «ANSYS 2020 R1» > «Mechanical APDL Product Launcher» (задати – **License:** ANSYS Multiphysics; вкладка **File Management:** робочу директорію, ім'я задачі, наприклад, **LabWork11sh** і вкладка **Customization/Preferences:** графічний драйвер, наприклад, **win32**).

2. Запуск сесії: **Run**.

3. Вибір системи одиниць (міжнародна система одиниць SI):
Command(s): /UNITS, Lab (в командному рядку **Command Promt**), для системи одиниць СІ – **/UNITS, Si**.

4. Вибір одиниць вимірювання кутів:
GUI: Utility Menu > Parameters > Angular Units (обрати градуси – DEG);
Command(s): *AFUN, Lab (задати градуси – Lab=DEG).

Eman 2 – Побудування моделі.

У цьому завданні частина днища моделюється криволінійними еліптичними поверхнями, які можна отримати за допомогою створення локальної еліптичної системи координат і побудови еліптичної кривої лінії за двома раніше заданими точками з подальшим витягуванням цієї кривої для створення поверхонь.

5. Побудова геометричної моделі:

– *побудувати* дві точки **K1** і **K2**, причому жодна з них не повинна знаходитися на початку координат (див. рис. 5.46, 5.47);

– *створити* локальну еліптичну систему координат для побудови еліптичної кривої між цими точками (рис. 5.47):

GUI: Utility Menu > WorkPlane > Local Coordinate Systems > Create Local CS > At WP Origin (KCN=11, KCS=Cylindrical, PAR1= b/a – відношення радіуса осі Y к X, PAR2=1 – Z к X);

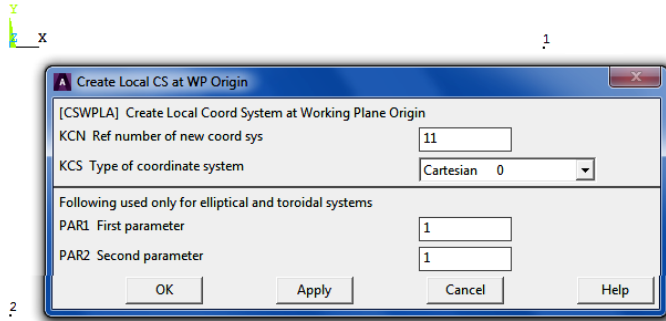


Рисунок 5.47 – Задання системи координат

– *побудувати* еліптичну криву між точками **K1** і **K2** (див. рис. 5.48):

GUI: Main Menu > Preprocessor > Modeling > Create > Lines > Lines > In Active Coord;

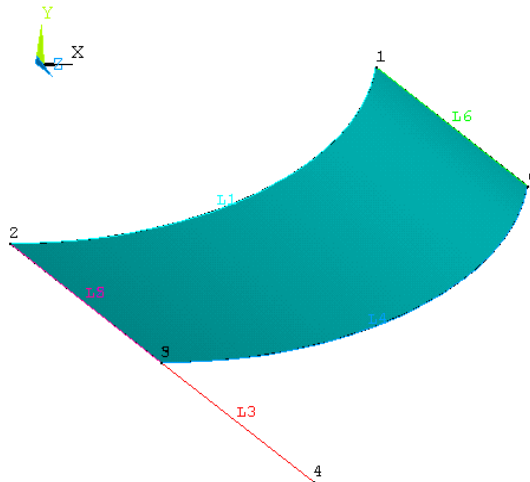


Рисунок 5.48 – Побудова еліптичної кривої між точками K1 і K2

– *змінити* систему координат на глобальну декартову:

GUI: Utility Menu > WorkPlane > Change Active CS to > Global Cartesian;

– скопіювати точку **K2** з кроком $c/2$ (**DZ**) уздовж осі **Z** два рази (**ITIME=3**);

– з'єднати створені точки лініями;

– витягнути послідовно еліптичні криві вздовж створених прямих ліній для створення поверхні (див. рис. 5.48 і 5.49);

– провести «злиття» і перенумерацію всіх об'єктів (**Label=All**):

GUI: Menu > Preprocessor > Numbering Ctrl's > Merge Items ;

GUI: Main Menu > Preprocessor > Numbering Ctrl's > Compress Numbers;

– створити додаткові точки, які будуть вказувати орієнтацію балкових елементів, розташованих уздовж кривих. Для цього скопіювати точки з координатою $Y=-b$ (**K2-K4** на рис. 5.49) з деяким кроком (напр. $-20h$) уздовж осі **Y** один раз, а точки з координатою $X=a$ (**K1, K5, K6** на рис. 5.49) уздовж осі **X** (напр. на $20h$);

– відобразити всі геометричні об'єкти одночасно:

GUI: Utility Menu > Plot > Multi-Plots.

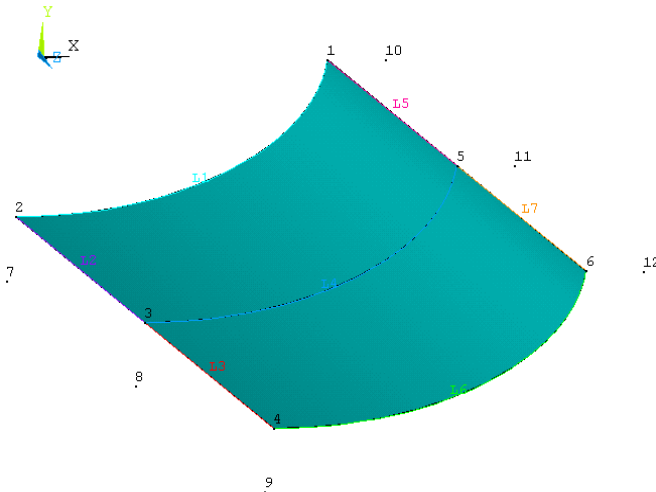


Рисунок 5.49 – Створення поверхонь

Етап 3 – Вибір типу розрахунку.

6. Вибір типу розрахунку – міцнісний аналіз конструкцій:

GUI: Main Menu > Preference > Structural .

Eman 4 – Вибір типу скінченних елементів, констант елементів, задання властивостей матеріалу.

Тип елемента визначає кількість ступенів свободи (переміщення і/або кути повороту, температура та ін.), форму елемента (одновимірний, чотирикутний, тетраедральний та ін.) і розмірність. Відповідними скінченними елементами (CE) для даної задачі є: міцнісний оболонковий 8-вузловий елемент другого порядку **SHELL281** і балковий 3-вузловий елемент **BEAM189** (див. **HELP ANSYS** для CE **SHELL281** і **BEAM189**). Ступенями свободи CE **SHELL281** і **BEAM189** є вузлові переміщення **UX**, **UY**, **UZ** і кути повороту **ROTX**, **ROTY**, **ROTZ**.

7. Вибір типу скінченного елемента та його параметрів (задати **BEAM189 – Type 1**, **SHELL281 – Type 2**):

GUI: Main Menu > Preprocessor > Element Type > Add/Edit/Delete > Add,

Command(s): ET, ITYPE, Ename, KOP1, ... , KOP6, INOPR .

8. Задання властивостей матеріалу (модуль пружності – **EX**, коефіцієнт Пуассона – **PRXY**, густина – **DENS**):

GUI: Main Menu > Preprocessor > Material Props > Material Models > (Structural > Linear > Elastic > Isotropic i > Density) або

Command(s): MP, Lab, MAT, C0, ... , C4.

9. Задання параметрів перерізу для CE **SHELL281 – ID 1** (задати товщину Thickness=**h**), див. **HELP ANSYS** для **SHELL281**:

GUI: Main Menu > Preprocessor > Sections > Shell > Lay-up > Add/Edit.

10. Вибір і задання параметрів поперечного перерізу балки (див. рис. 5.45, 5.50) (ID=**1** – номер типу перерізу; Name=**Tavr** – ім'я перерізу; Sub-Type=**⊥** – вид перерізу; Offset to=Location (за положенням) – установка способу задання розташування вузлів по відношенню до особливих точках поперечного перерізу; Offset-Y=**0**, Offset-Z= $w_2-(t_1/2)$ – величини, що визначають положення вузлів по відношенню до заданого початку координат поперечного перерізу; $W1=w_1$, $W2=w_2$, $t1=t_1$, $t2=t_2$ – розміри поперечного перерізу):

GUI: Main Menu > Preprocessor > Sections > Beam > Common

Sections (> **Apply** – для застосування параметрів і > **Preview** – для перегляду перерізу);

Command(s): див. [SECTYPE], [SECOFFSET], [SECDATA].

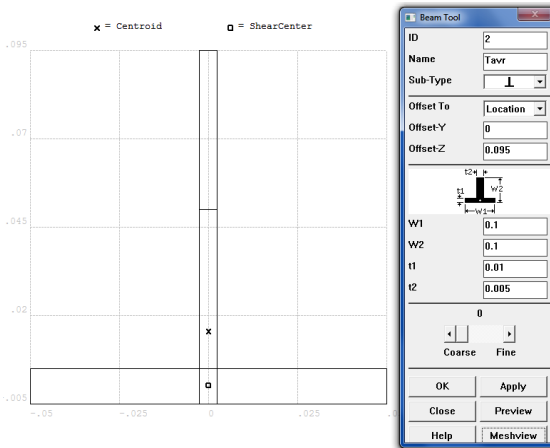


Рисунок 5.50 – Задання параметрів поперечного перерізу балки

Eman 5 – Побудова скінченноелементної моделі.

Скінченноелементна модель створюється за допомогою упорядкованого розбиття (регулярна SE-сітка).

11. Задання атрибутів геометричних об'єктів:

– *відобразити* всі об'єкти:

GUI: Utility Menu > Plot > Multi-Plots;

– *присвоїти* атрибути поверхням (MAT=1, REAL=None defined, TYPE=2 SHELL281, ESYS=0, SECT=1):

GUI: Main Menu > Preprocessor > Meshing > Mesh Attributes > All Areas (або Picked Areas);

– *присвоїти* атрибути лініям (MAT=1, REAL=None defined, TYPE=1 BEAM189, SECT=2 Tavr, Pick Orientation Keypoint(s)=Yes):

GUI: Main Menu > Preprocessor > Meshing > Mesh Attributes > Picked Lines (вказати лінію **1** > **Apply** > вказати точки орієнтації перерізу балкового скінченного елемента **КР 7,10**; вказати лінію **4** > **Apply** > вказати **КР 8,11** > **Apply** > вказати лінію **6** > **Apply** > вказати **КР 9,12** > **ОК**, див. рис. 5.49).

12. Встановлення параметрів і проведення сіткового розбиття – для генерації сітки CE можна скористатися пунктом меню:

GUI: Main Menu > Preprocessor > Meshing > MeshTool (Element Attributes – установка атрибутів; **Smart Size** – керування розміром скінченних елементів; **Size Controls** – установка контролю за кількістю скінченних елементів і їх розміщенням по поверхнях, уздовж ліній, біля ключових точок; **Mesh** – об’єкт розбиття (об’єми, поверхні, лінії); **Shape** – вид скінченних елементів (тетраедричні і призматичні) і спосіб розбиття (вільне, упорядковане, видавлюванням); **Mesh/Clear** – розбити/очистити; **Refine at** – зміна розмірів скінченних елементів в існуючому розбитті (для елемента, навколо вузла, точки, по поверхні, лінії);

– *встановити* кількість CE (наприклад, 10) вздовж прямих ліній (NDIV=10, SPACE=1):

GUI: Main Menu > Preprocessor > Meshing > MeshTool > Lines > Set ;

– *встановити* кількість CE наприклад, 12) вздовж кривих ліній (NDIV=12, SPACE=1):

GUI: Main Menu > Preprocessor > Meshing > MeshTool > Size Controls: Lines > Set ;

– *провести* сіткове розбиття поверхонь (Mesh: Areas; Shape: Quad; Mesher: Mapped):

GUI: Main Menu > Preprocessor > Meshing > MeshTool > Mesh (Pick All) ;

– *провести сіткове розбиття* ліній, вздовж яких розташовані балкові елементи (Mesh: Lines) (рис. 5.51):

GUI: Main Menu > Preprocessor > Meshing > MeshTool > Mesh (виділити криві лінії);

– *виконати* «об’ємну» візуалізацію елементів (Display of elements=Yes):

GUI: Utility Menu > PlotCtrls > Style > Size and Shape (/ESHAPE]=On);

Увага! Якщо таврові перерізи повернені у зворотний бік, то переробити п. 11 (починаючи з «Присвоїти атрибути лініям ...») і п. 12, вказавши в п. 11 точки орієнтації для кожної лінії в зворотному порядку, ніж раніше.

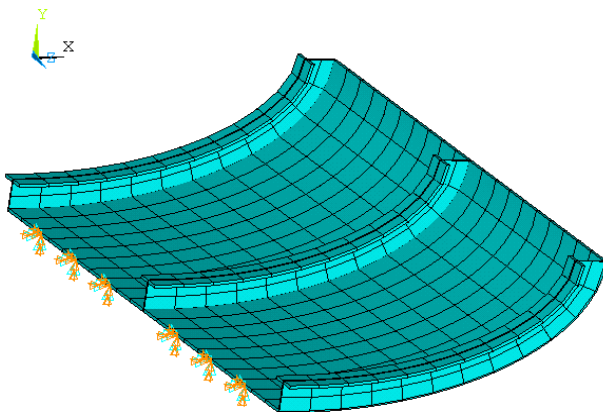


Рисунок 5.51 – «Об’ємна» візуалізація елементів

Етап 6 – Розв’язання задачі.

13. Вхід у процесор розв’язання (**Solution**) і вибір типу аналізу (**Static**).

14. Задання зовнішніх навантажень і обмежень:

– *ввести* обмеження на всі переміщення і кути повороту для вузлів, що знаходяться на нижніх, прямих лініях (див. рис. 5.45 і 5.51):

GUI: Main Menu > Solution > Define Loads > Apply > Structural > Displacement > On Lines (All DOF);

– *встановити* параметри прикладеного навантаження у вигляді гідростатичного тиску на поверхню оболонки (див. рис. 5.46):

GUI: Main Menu > Solution > Define Loads > Settings > For Surface Ld > Gradient (Lab=Pressure; SLOPE=- Δp_g ; Sldir=Y; SLZER=0; SLKSN=0);

Command(s): SFGRAD, Lab, SLOPE, Sldir, SLZER, SLKSN, задає градієнт зміни прикладеного лінійно розподіленого поверхневого навантаження (вказаний метод може бути корисний, наприклад, при заданні гідростатичного тиску). **Lab** – тип розподіленого навантаження; **SLKCN** і **Sldir** – координатна система і напрям зміни навантаження (напр., вісь **Y**); **SLOPE** – величина, на яку змінюється навантаження на одиницю довжини (градієнт) в бік заданого параметром **Sldir** позитивного напрямку (напр., **Y**); **SLZER** – координата точки в обраному напрямі (**Sldir**), з якої починає діяти навантаження;

– задати тиск на поверхнях (VALUE=0 – значення тиску $p_{gs}(0)$ при $Y=0$, LKEY=2 – напрям дії тиску на оболонкові елементи, при 2 – нормальний тиск див. **HELP SHELL281** або рис. 5.52):

GUI: Main Menu > Solution > Define Loads > Apply > Structural > Pressure > On Areas ;

– відобразити умови закріплення та навантаження:

GUI: Utility Menu > PlotCtrls > Symbols ([/PBC] – All Applied BCs, [/PSF] – Pressure, Arrows);

– перенести всі умови кріплення та навантаження з твердотільної на скінченноелементну модель:

GUI: Main Menu > Solution > Define Loads > Operate > Transfer to FE > All Solid Lds ;

– візуалізувати сіткове розбиття (рис. 5.53):

GUI: Utility Menu > Plot > Elements ;

– виконати перевірку прикладеного тиску за p_{gs}^{max} і напрямку його дії на скінченні елементи (див. рис. 5.45 і 5.53).

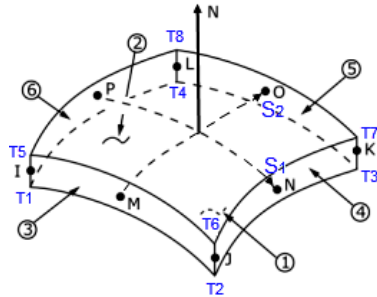


Рисунок 5.52 – CE SHELL281

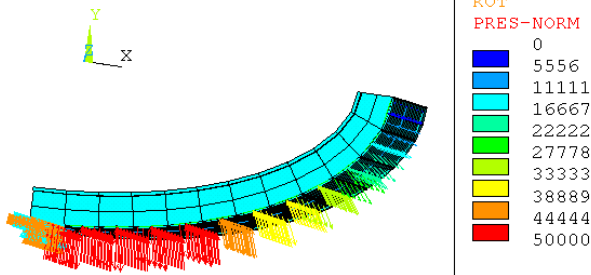


Рисунок 5.53 – Візуалізація гідрстатичного тиску на поверхнях

Увага! Якщо тиск діє не з того боку оболонкових скінченних елементів як на рис. 5.46 і 5.53, то потрібно видалити його з поверхонь і CE:

GUI: Main Menu > Solution > Define Loads > Structural > Delete > Pressure > On Areas (Pick All > LKEY=2, OK) і ... > On Elements (Pick

All > LKEY=2, OK), а далі виконати п. 14, починаючи із «Задати тиск на поверхнях...», встановив замість LKEY=2 значення LKEY=1 (тобто обрати іншу сторону оболонкового CE SHELL281, див. рис. 5.52).

15. Ініціалізація розв'язання:

GUI: Main Menu > Solution > Solve > Current LS або

Command(s): SOLVE.

Eman 7 – Перегляд результатів.

16. Підвищення деталізації виведеної картини при відображенні результатів у графічній формі:

GUI: PlotCtrls> Style> Size and Shape ([/EFACET]=4 facets/edge).

17. Масштабування деформованої форми:

GUI: Utility Menu > PlotCtrls > Style > Displacement Scaling > User specified factor (наприклад, 50).

18. Відображення деформованої форми і виведення результату розв'язання у вигляді контурного графіка для сумарних переміщень (показ безперервних усереднених ізоліній досліджуваної величини по всій моделі) – рис. 5.54:

GUI: Main Menu > General Postproc > Plot Results > Contour plot > Nodal Solu (DOF solution, Displacement vector sum – USUM, Deformed shape only, Auto Calculate).

Увага! Якщо якісь результати тут або далі не відображаються (або не коректні після перерахунку), то виконати примусове їх завантаження з файлу результатів (з розширенням .rst) в базу сесії:

GUI: Main Menu > General Postproc > Read Results > Last Set .

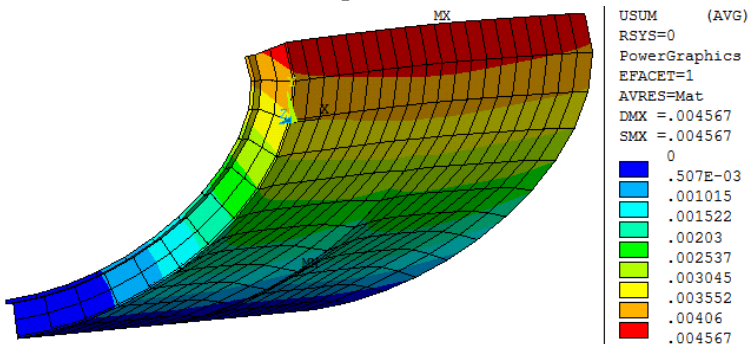


Рисунок 5.54 – Деформована форма та розподіл сумарних переміщень, [м]

19. Відображення еквівалентних деформацій за критерієм Мізеса – виведення результату розв’язання у вигляді контурного графіка поелементно – рис. 5.55:

GUI: Main Menu > General Postproc > Plot Results > Contour plot > Element Solu (Elastic Strain, von Mises elastic strain – EPELEQV, Deformed shape only).

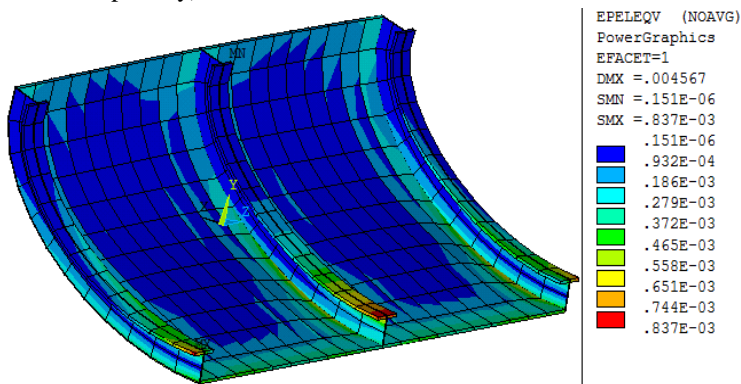


Рисунок 5.55 – Неусереднені еквівалентні деформації, [-]

20. Включення багатовіконного режиму:

GUI: Utility Menu > PlotCtrls > MultiWindow Layout > Three (Top/2Bot) .

21. Налаштування видів зображення у вікнах:

GUI: Utility Menu > PlotCtrls > Pan, Zoom, Rotate (Window=1,2,3...) .

22. Відображення еквівалентних напружень за критерієм Мізеса – виведення результату розв’язання у вигляді контурного графіка поелементно – рис. 5.56:

GUI: Main Menu > General Postproc > Plot Results > Contour plot > Element Solu (Stress, von Mises stress – SEQV, Deformed shape only, Auto Calculate).

23. Визначення **небезпечного перерізу і висновки** про міцність конструкції за критерієм Мізеса.

Контрольні запитання

1. За допомогою якого пункту меню і яким чином створюється

локальна еліптична система координат?

2. Які етапи побудови еліптичної поверхні.

3. Які типи елементів використовуються при створенні оболонково-балкової конструкції?

4. Яка команда задає градієнт зміни прикладеного лінійно розподіленого поверхневого навантаження?

5. За допомогою якого пункту меню можна перенести всі умови кріплення та навантаження з твердотільної на скінченноелементну модель?

6. Як відобразити результати проведеного аналізу у вигляді безперервних усереднених ізоліній переміщень по всій моделі?

7. За допомогою якого пункту меню відбувається включення багатівіконного режиму?

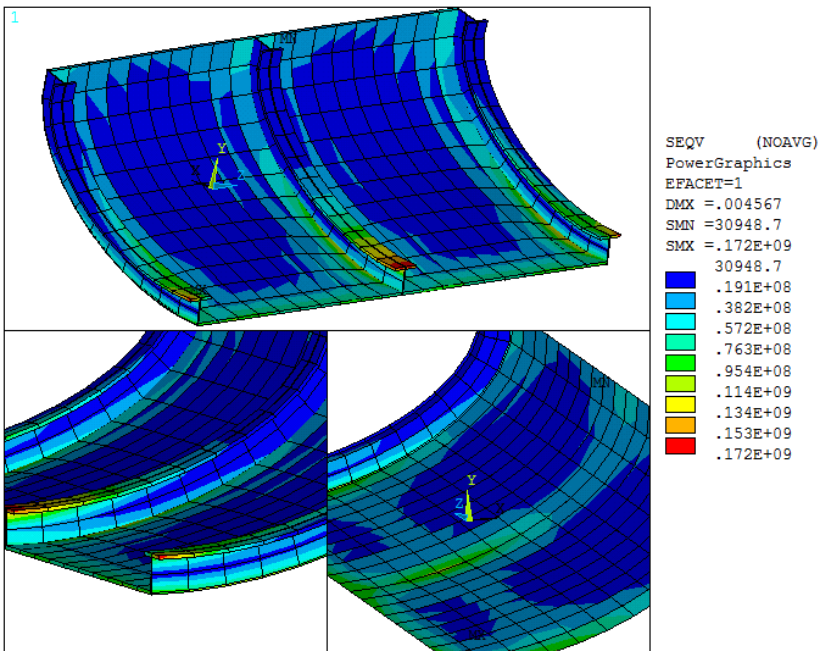


Рисунок 5.56 – Неусереднені еквівалентні напруження, [Па]

5.6. Практичний приклад 12. Вісесиметрична задача статичної міцності. Прикладення тиску газу і відцентрових сил

1) **Тема:** Побудова вільної SE-сітки, прикладення тиску газу і відцентрових сил. Вісесиметрична задача статичної міцності.

2) **Постановка задачі (завдання 1):** Засобами ПК ANSYS побудувати геометричну, скінченноелементну моделі диска, призначеного для розвантаження ротора відцентрового компресора від осевого зусилля (думісу) і розв'язати задачу статичної міцності (при навантаженні тільки тиском газу і при спільній дії цього тиску і відцентрових сил) – рис. 5.57, 5.58. Для розв'язання задачі статичної міцності виконати розрахункові дослідження з визначення НДС (побудову і розв'язання провести в системі одиниць СІ, одиниці вимірювання кутів – градуси). Алгоритм розв'язання задачі:

1. Оскільки конструкція, закріплення і навантаження симетричні відносно осі, то задача розв'язується у вісесиметричній постановці при дії на необертаний диск тільки тиску газу. Розглядається половина поперечного перерізу диска, скінченноелементна модель будується з використанням плоских елементів з урахуванням осевої симетрії;

2. Розв'язується ця ж задача, але з урахуванням дії відцентрових сил, що виникають при обертанні диска із заданою кутовою швидкістю.

3) **Вихідні дані:** Геометрія диска зображена на рис. 5.57, схема навантаження на рис. 5.58, а геометричні розміри наведені в таблиці 5.10.

Таблиця 5.10 – Геометричні розміри моделі диска і навантаження

Дані за варіантами	№ варіанта									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a , [мм]	100	90	110	80	120	70	130	60	140	50
b , [мм]	60	54	66	48	72	42	78	36	84	30
c , [мм]	20	18	22	16	24	14	26	12	28	10
R_1 , [мм]	30	27	33	24	36	21	39	18	42	15
R_2 , [мм]	50	45	55	40	60	35	65	30	70	25
R_3 , [мм]	170	153	187	136	204	119	221	102	238	85
R_4 , [мм]	190	171	209	152	228	133	247	114	266	95
R_5 , [мм]	10	9	11	8	12	7	13	6	14	5
p_g , [кН/м ²]	2000	1800	2200	1600	2400	1400	2600	1200	2800	1000
ω , [об/хв]	10000	9000	11000	8000	12000	7000	13000	6000	14000	5000

Пояснення. p_g – навантаження у вигляді тиску газу на бічній поверхні диска. Тиск прикладено до всіх поверхонь диска, які розташовані з одного боку, крім торцевої поверхні вала, і він діє по нормалі до цих поверхонь, ω – кутова швидкість обертання диска ($1 \text{ [об/хв]} = 2\pi/60 \text{ [рад/сек]}$).

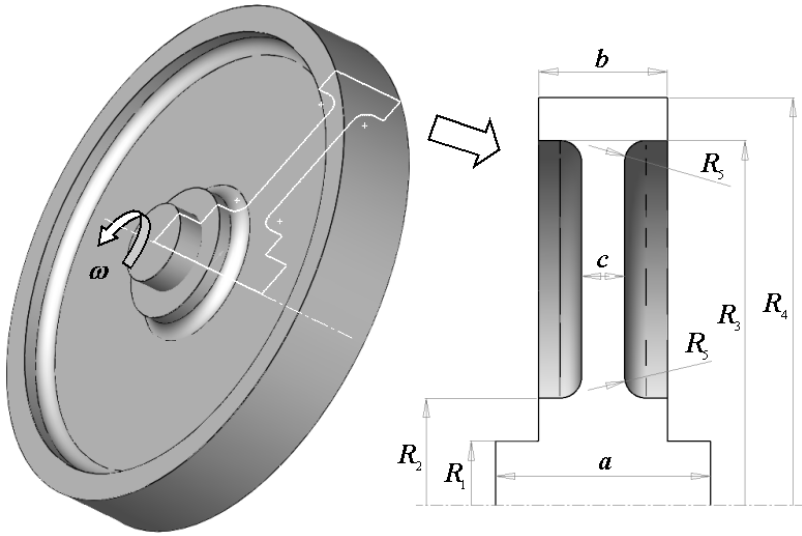


Рисунок 5.57 – Модель диска

Пояснення. Диск являє собою фігуру обертання заданого перерізу.

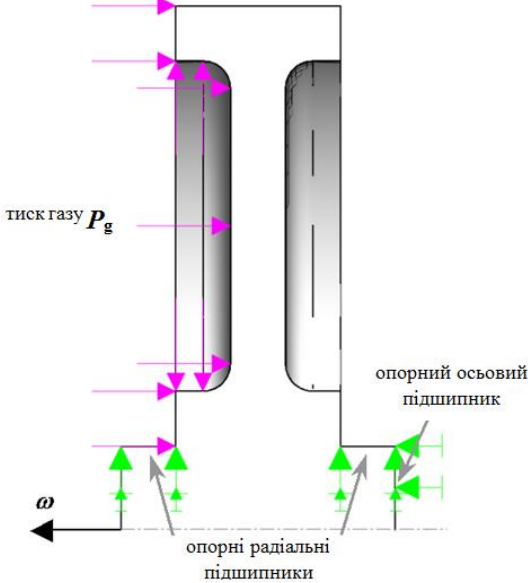


Рисунок 5.58 – Схема навантаження диска

Характеристики матеріалу:

- модуль пружності $E=2,05 \cdot 10^{11}$ Н/м²;
- коефіцієнт Пуассона $\nu=0.27$;
- густина $\rho=7800$ кг/м³;
- границя плинності $\sigma_T=400$ МПа.

4) Методика виконання завдання 1:

Eman 1 – Вхід у програму.

1. Вхід в інтерактивний режим: «Пуск» > «Програми» > «ANSYS 2020 R1» > «Mechanical APDL Product Launcher» (задати – *License*: ANSYS Multiphysics; вкладка *File Management*: робочу директорію, ім'я задачі, наприклад, *LabWork12axi* і вкладка *Customization/Preferences*: графічний драйвер, наприклад, *win32*).

2. Запуск сесії: **Run**.

3. Вибір системи одиниць (міжнародна система одиниць SI):
Command(s): /UNITS, Lab (в командному рядку **Command Prompt**), для системи одиниць СІ – **/UNITS, Si**.

4. Вибір одиниць вимірювання кутів

GUI: Utility Menu > Parameters > Angular Units (обрати градуси – DEG);

Command(s): *AFUN, Lab (задати градуси – Lab=DEG).

Eman 2 – Побудова моделі.

Дана задача розв'язується у вісесиметричній постановці, тому диск моделюється як половина перерізу площиною, яка проходить через його вісь обертання (див. рис. 5.57). Оскільки при використанні вісесиметричних SE вісь симетрії збігається з віссю Y (див. **HELP** до вісесиметричних SE), то плоску геометричну модель необхідно побудувати з урахуванням цього. Половина перерізу моделюється за допомогою прямокутників, скруглення ліній і побудови поверхонь по обмежуючих лініях з подальшим об'єднанням в одну поверхню.

5. Побудова геометричної моделі (див. рис. 5.58 і 5.59):

– *побудувати* чотири прямокутники:

GUI: Main Menu > Preprocessor > Modeling > Create > Areas > Rectangle > By Dimensions;

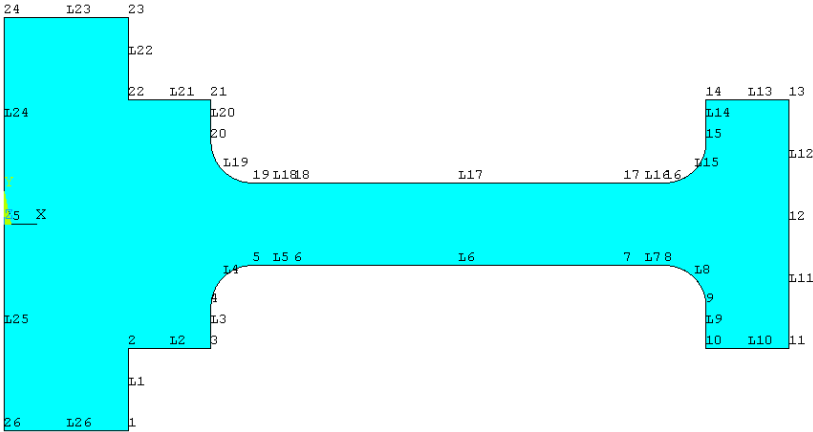


Рисунок 5.59 – Геометрична модель диска

– побудувати скруглення між лініями:

GUI: Main Menu > Preprocessor > Modeling > Create > Lines > Line Fillet ;

– побудувати поверхні, обмежені лініями скруглення і прямими лініями:

GUI: Main Menu > Preprocessor > Modeling > Create > Areas > Arbitrary > By Lines;

– об'єднати всі поверхні в одну:

GUI: Main Menu > Preprocessor > Modeling > Operate > Booleans > Add > Areas ;

– провести «злиття» і перенумерацію всіх об'єктів (Label=All):

GUI: Menu > Preprocessor > Numbering Ctrl's > Merge Items та Main Menu > Preprocessor > Numbering Ctrl's > Compress Numbers .

Етап 3 – Вибір типу розрахунку.

6. Вибір типу розрахунку – міцнісний аналіз конструкцій:

GUI: Main Menu > Preference > Structural.

Етап 4 – Вибір типу скінченних елементів, констант елементів, задання властивостей матеріалу.

Тип елемента визначає кількість ступенів свободи (переміщення і/або кути повороту та ін.), форму елемента (одновимірний, чотирикутний, тетрадральний та ін.) і розмірність.

Відповідним скінченним елементом (CE) для даної вісесиметричної задачі є плоский чотирикутний 8-вузловий елемент другого порядку **PLANE183**. Ступенями свободи цього CE є вузлові переміщення **UX, UY**.

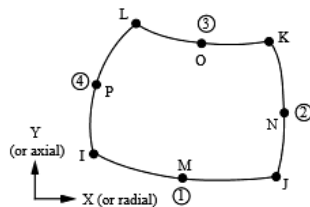


Рисунок 5.60 – CE **PLANE183**

Половину перерізу необхідно розбивати на CE **PLANE183** з урахуванням типу задачі (додаткові опції для **PLANE183** **KEYOPT(3)=Axisymmetric** – вісесиметричний відносно осі **Y** CE – див. HELP для CE **PLANE183** або див. рис. 5.60).

7. Вибір типу скінченного елемента (задати **PLANE183**):

GUI: Main Menu > Preprocessor > Element Type > Add/Edit/Delete > Add або

Command(s): ET, ITYPE, Ename, KOP1, ... , KOP6, INOPR .

8. Задання додаткових опцій CE (задати **KEYOPT(3)=Axisymmetric** або 1):

GUI: Main Menu > Preprocessor > Element Type > Add/Edit/Delete > Options... або **Command(s): KEYOPT, ITYPE, KNUM, VALUE .**

9. Задання властивостей матеріалу (модуль пружності – **EX**, коефіцієнт Пуассона – **PRXY**, густина – **DENS**):

GUI: Main Menu > Preprocessor > Material Props > Material Models > (Structural > Linear > Elastic > Isotropic и > Density) або

Command(s): MP, Lab, MAT, C0, ..., C4 .

Eman 5 – Побудова скінченноелементної моделі.

Скінченноелементна модель створюється за допомогою методу вільного розбиття поверхонь, але із заданням кількості скінченних елементів вздовж ліній (вільна CE-сітка).

10. Вибір набору атрибутів для подальшого створення CE розбиття (**TYPE=1** Plane183, **MAT=1**, **REAL=Non defined**, **ESYS=0**, **SECNUM=Non defined**):

GUI: Main Menu > Preprocessor > Meshing > Mesh Attributes > Default Attribs .

11. Встановлення параметрів і проведення сіткового розбиття –

для генерації сітки скінченних елементів можна скористатися пунктом меню: **GUI: Main Menu > Preprocessor > Meshing > MeshTool (Element Attributes** – установка атрибутів; **Smart Size** – керування розміром скінченних елементів; **Size Controls** – установка контролю за кількістю скінченних елементів і їх розміщенням по поверхнях, уздовж ліній, біля ключових точок; **Mesh** – об’єкт розбиття (об’єми, поверхні, лінії); **Shape** – вид скінченних елементів (тетраедричні і призматичні) та засіб розбиття (вільне, упорядковане, видавлюванням), **Mesh/Clear** – розбити/ очистити; **Refine at** – зміна розмірів СЕ в існуючому розбитті (для елемента, навколо вузла, точки, по поверхні, лінії):

– *встановити* згущення скінченноелементної сітки в місцях, де очікуються максимальні значення напружень, тобто кількість СЕ (напр., 8) уздовж ліній скруглення (галтелей) (**NDIV=8, SPACE=1**):

GUI: Main Menu > Preprocessor > Meshing > MeshTool > Size Controls: Lines > Set ;

– *встановити* кількість СЕ уздовж інших ліній, дотримуючись вимоги, що уздовж протилежних ліній кількість СЕ має бути приблизно однаковою при побудові **Free**-сітки (**NDIV=..., SPACE=1**);

– *провести* сіткове розбиття, див. рис. 5.61 (Mesh: Areas; Shape: Quad; Mesher: Free):

GUI: Main Menu > Preprocessor > Meshing > MeshTool > Mesh.

Еман 6 – Розв’язання задачі.

12. Вхід у процесор розв’язання (**Solution**) і вибір типу аналізу (**Static**).

13. Задання зовнішніх навантажень і обмежень (рис. 5.58 і 5.61):

– *ввести* обмеження на радіальні переміщення (**UX=0**) по лініям в місцях установки радіальних опорних підшипників, див. рис. 5.61:

GUI: Main Menu > Solution > Define Loads > Apply > Structural > Displacement > On Lines ;

– *ввести* обмеження на осьові переміщення (**UY=0**) по лінії у місці установки осьового упорного підшипника;

– *задати* тиск p_g на лініях, див. рис. 5.61:

GUI: Main Menu > Solution > Define Loads > Apply > Structural > Pressure > On Lines .

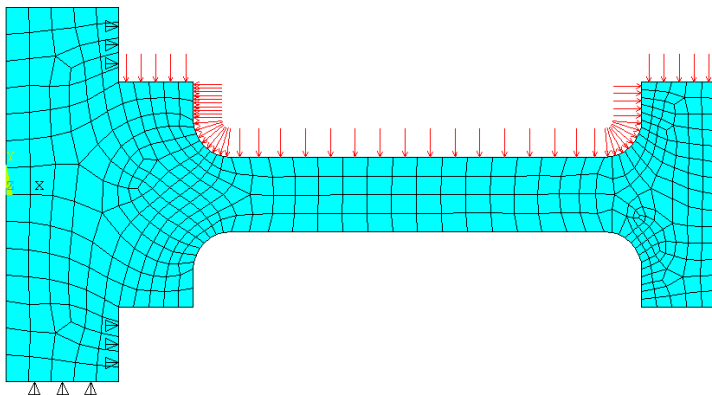


Рисунок 5.61 – Задання зовнішніх навантажень та обмежень

14. Ініціалізація розв’язання задачі:

GUI: Main Menu > Solution > Solve > Current LS або

Command (s): SOLVE .

Eman 7— Перегляд результатів.

15. Підвищення деталізації картини при відображенні результатів у графічній формі:

GUI: PlotCtrls > Style > Size and Shape ([/EFACET]=4 facets/edge).

16. Відображення деформованої форми і виведення результату розрахунку у вигляді контурного графіка для сумарних переміщень (показ безперервних усереднених ізоліній досліджуваної величини по всій моделі) – рис. 5.62:

GUI: Main Menu > General Postproc > Plot Results > Contour plot > Nodal Solu (DOF solution, Displacement vector sum – USUM, Deformed shape only, Auto Calculate).

Увага! Якщо якісь результати тут або далі не відображаються (або не коректні після перерахунку), то виконати примусове їх завантаження з файлу результатів (з розширенням *.rst*) в базу сесії:

GUI: Main Menu > General Postproc > Read Results > Last Set .

17. Відображення 1/2 частини (або повної) моделі конструкції:

GUI: Utility Menu > PlotCtrls > Style > Symmetry Expansion > 2D Axi - Symmetric ... (1/2 expansion або Full Expansion).

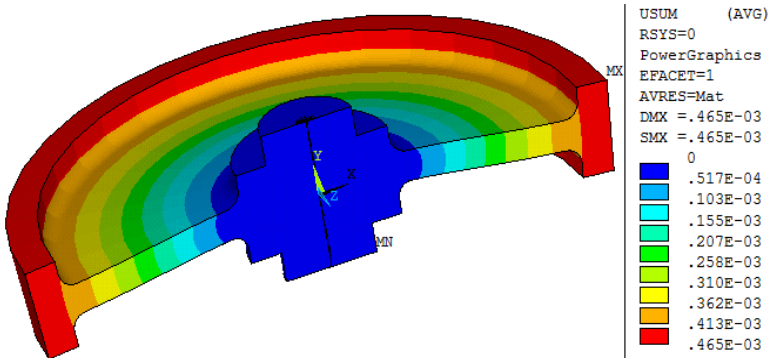


Рисунок 5.62 – Деформована форма та розподіл сумарних переміщень без урахування відцентрових сил, [м]

18. Збереження картини повних переміщень в графічний файл:

GUI: Utility Menu > PlotCtrls > Hard Copy > To File.

19. Відображення еквівалентних напружень за критерієм Мізеса – виведення результату розрахунку у вигляді контурного графіка поелементно (рис. 5.63):

GUI: Main Menu > General Postproc > Plot Results > Contour plot > Element Solu (Stress, von Mises stress – SEQV, Deformed shape only, Auto Calculate).

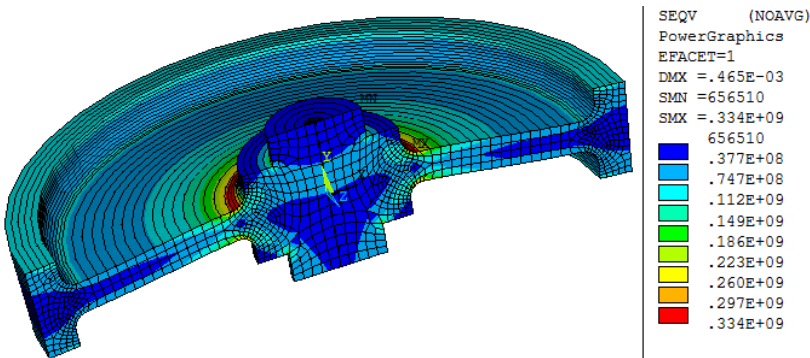


Рисунок 5.63 – Неусереднені еквівалентні напруження без урахування відцентрових сил, [Па]

20. Збереження картини еквівалентних напружень у файл:

GUI: Utility Menu > PlotCtrls > Hard Copy > To File .

21. Задання кутової швидкості обертання ω відносно осі обертання (симетрії), тобто осі Y в [рад/сек] (див. рис. 5.57, 5.58), для урахування відцентрових сил ($OMEGY=\omega$ – значення з таблиці перевести в [рад/сек]):

GUI: Main Menu > Solution > Define Loads > Apply > Structural > Inertia > Angular Velocity > Global.

22. Ініціалізація розв'язання:

GUI: Main Menu > Solution > Solve > Current LS або

Command(s): SOLVE .

23. Відображення сумарних переміщень (рис. 5.64).

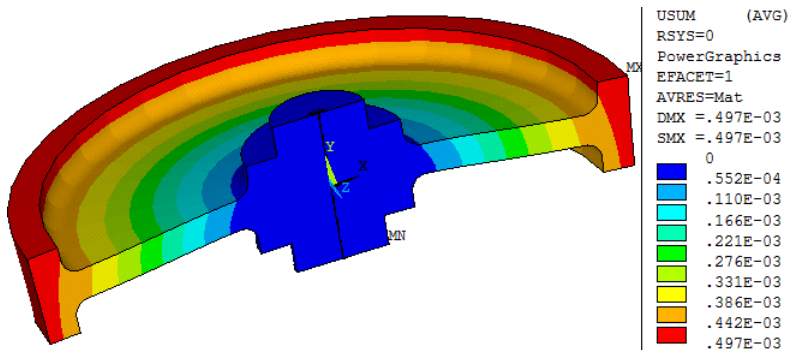


Рисунок 5.64 – Деформована форма та розподіл сумарних переміщень з урахуванням відцентрових сил, [м]

24. Відображення еквівалентних напружень за Мізесом (рис. 5.65).

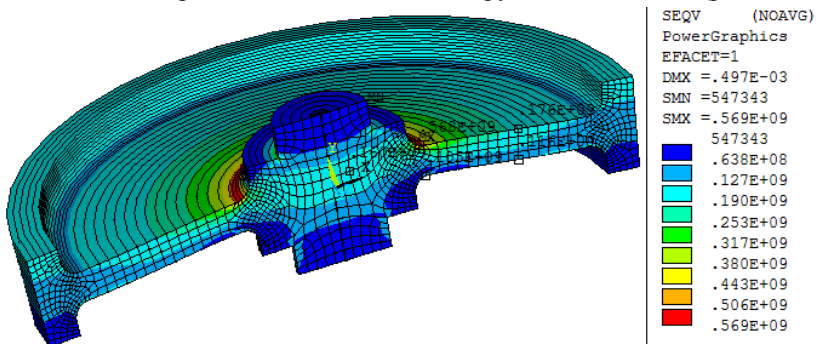


Рисунок 5.65 – Неусереднені еквівалентні напруження з урахуванням відцентрових сил, [Па]

25. Перегляд результатів у вузлах сітки:

GUI: Main Menu > General Postproc > Query Results > Subgrid Solu
(вказати тип результату – **SEQV** і вузли).

26. Порівняння результатів, визначення небезпечного перерізу і зробити висновки про міцність конструкції за критерієм фон Мізеса.

5) Постановка задачі (завдання 2): Засобами ПК ANSYS побудувати спрощену геометричну і скінченноелементну моделі ротора центрифуги, призначеної для розділення суспензій, і розв'язати задачу статичної міцності (при спільній дії тиску вантажу і відцентрових сил), рис. 5.66. Для розв'язання задачі статичної міцності виконати розрахункові дослідження з визначення НДС (побудову і розрахунок провести в системі одиниць СИ). Оскільки конструкція, закріплення і навантаження симетричні відносно осі, то задача розв'язується у вісесиметричній постановці (розглядається половина поперечного перерізу ротора, скінченноелементна модель будується з використанням вісесиметричних оболонкових SE).

6) Вихідні дані: Геометрія ротора центрифуги зображена на рис. 5.66, а геометричні розміри наведено в таблиці 5.11.

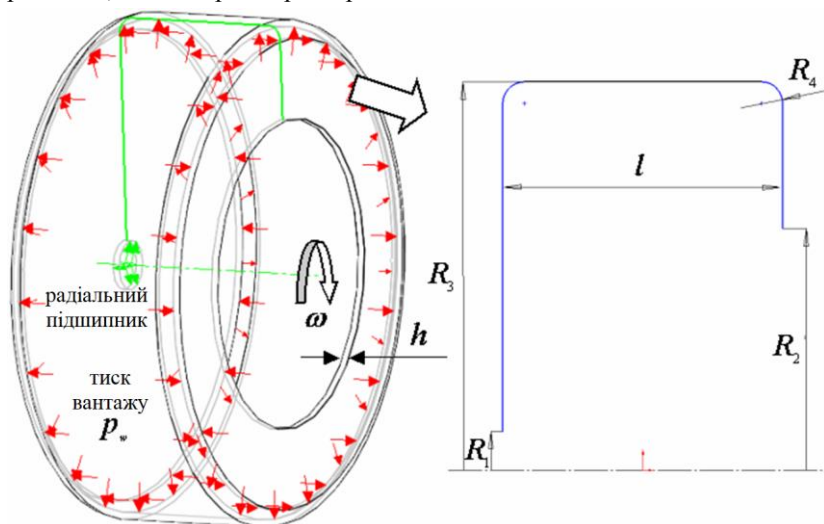


Рисунок 5.66 – Модель та креслення ротора центрифуги

Таблиця 5.11 – Геометричні розміри моделі ротора центрифуги

Дані за варіантами	№ варіанта									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
R_1 , [мм]	90	81	99	72	108	63	117	54	126	45
R_2 , [мм]	560	504	616	448	672	392	728	336	784	280
R_3 , [мм]	900	810	990	720	1080	630	1170	540	1260	450
R_4 , [мм]	50	45	55	40	60	35	65	30	70	25
l , [мм]	650	585	715	520	780	455	845	390	910	325
h , [мм]	50	45	55	40	60	35	65	30	70	25
p_w , [МПа]	1,4	1,3	1,5	1,1	1,7	1,0	1,8	0,8	2,0	0,7
ω , [об/хв]	1400	1260	1540	1120	1680	980	1820	840	1960	700

Пояснення. p_w – навантаження у вигляді тиску вантажу на внутрішніх поверхнях ротора (діє по нормалі на циліндричній поверхні і галтелях), ω – кутова швидкість.

Характеристики матеріалу (сталь X17H2):

- модуль пружності $E=2,2 \cdot 10^{11}$ Н/м²;
- коефіцієнт Пуассона $\nu=0,3$;
- густина $\rho=7750$ кг/м³;
- границя плинності $\sigma_T=520$ МПа.

7) Методика виконання завдання 2:

1. Вхід в інтерактивний режим і запуск сесії (**нове ім'я** задачі).
2. Вибір системи одиниць (**SI**).
3. Вибір типу розрахунку – міцнісний аналіз конструкцій (**Structural**).
4. Вибір типів скінченних елементів (**SHELL209**).
5. Задання властивостей матеріалу (**модуль пружності, коефіцієнт Пуассона, густина**).
6. Задання параметрів перерізу для CE **SHELL209 – ID 1** (товщина: Thickness= **h** , див. HELP ANSYS для CE **SHELL209**).

7. Побудова геометричної моделі: дана задача розв'язується у вісесиметричній постановці, тому ротор центрифуги моделюється як половина перерізу площиною, яка проходить через його вісь (див. рис. 5.66 і 5.67). Оскільки при використанні вісесиметричних CE ось симетрії збігається з віссю **Y** (див. HELP до CE), то плоску

геометричну модель необхідно побудувати з урахуванням цього. Меридіан оболонки моделюється лініями, створеними за точками і скругленнями ліній.

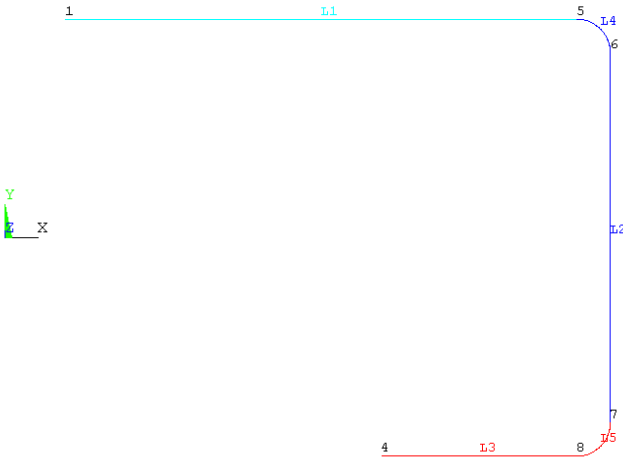


Рисунок 5.67 – Моделювання лініями меридіана оболонки

8. «Злиття» і перенумерація всіх об'єктів (Label=All).

9. Присвоєння атрибутів лініям (MAT=1, REAL=1, TYPE=1 SHELL209, SECT=-).

10. Установка параметрів сіткового розбиття CE **SHELL 209** (необхідно задати кількість поділів за лініями, наприклад, за прямими лініями NDIV=14, за скругленнями NDIV=4).

11. Нанесення сітки скінченних елементів – виконати генерацію вузлів сітки і скінченних елементів на лініях.

12. Вхід у процесор розв'язувача (**Solution**) і вибір типу аналізу (**Static**).

13. Задання граничних умов у точці (обмеження радіальних – **UX** і осевих – **UY** переміщень) – див. рис. 5.66, 5.68.

14. Задання навантаження – прикладення нормального тиску – p_w (див. **HELP SHELL209**) до лінії, паралельної осі **Y**, і до скруглень (див. рис. 5.66).

15. Перенесення всіх умов закріплення і навантаження з

твердотільної на SE модель і візуалізація сіткового розбиття:

GUI: Main Menu > Solution > Define Loads > Operate > Transfer to FE > All Solid Lds .

Увага! Якщо тиск діє не в тому напрямі на оболонкових SE (можливо, тільки в деяких місцях), як на рис. 5.68, то потрібно видалити його з ліній і SE, переприкласти з протилежним знаком і ще раз перевірити.

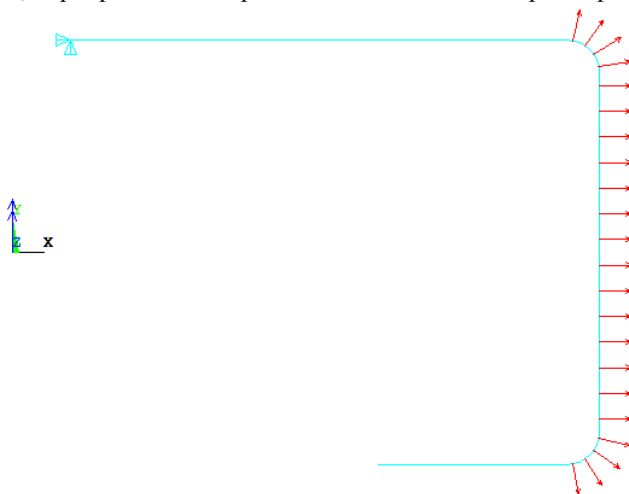


Рисунок 5.68 – Граничні умови і навантаження, що діють на модель

16. Задання кутової швидкості обертання ω відносно осі обертання (симетрії), тобто осі **Y** в [рад/сек] (див. рис. 5.66, 5.68) для урахування відцентрових сил.

17. Ініціювання розв’язання задачі.

18. «Об’ємна» візуалізація елементів.

19. Підвищення деталізації картини при відображенні результатів у графічній формі і відображення $\frac{1}{2}$ частини моделі конструкції.

20. Відображення деформованої форми, а також сумарних переміщень (рис. 5.69), еквівалентних за критерієм Мізеса деформацій (рис. 5.70) і еквівалентних за критерієм Мізеса напружень (рис. 5.71).

21. Визначення небезпечного перерізу і висновки про міцність конструкції за критерієм фон Мізеса.

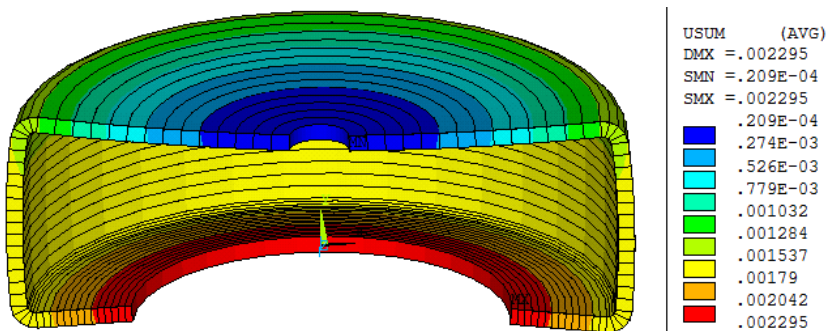


Рисунок 5.69 – Деформована форма та розподіл сумарних переміщень без урахування відцентрових сил, [м]

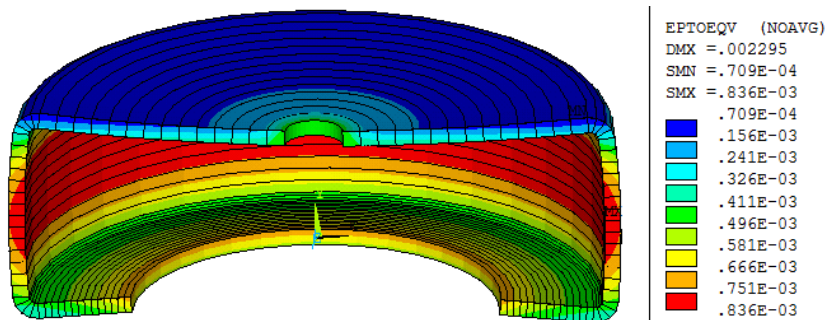


Рисунок 5.70 – Неусереднені еквівалентні деформації, [-]

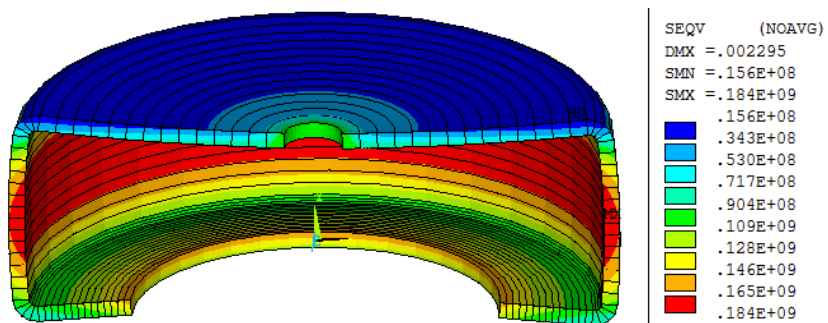


Рисунок 5.71 – Неусереднені еквівалентні напруження, [Па]

Контрольні запитання

1. В якому випадку можливо розв'язувати задачу статичної міцності у вісесиметричній постановці?
2. Яким чином скінченні елементи типу PLANE «налаштовуються» на розв'язання вісесиметричної задачі, а ні на іншу двовимірну задачу теорії пружності?
3. Яким чином у разі необхідності можна встановити згущення скінченноелементної сітки в місцях, де очікуються максимальні значення напружень?
4. Як у ПК ANSYS можна відобразити повну об'ємну модель конструкції при розв'язанні задачі з урахуванням осьової симетрії?
5. З яких геометричних примітивів повинна складатися геометрична модель оболонкової конструкції при розв'язанні задачі статичної міцності у вісесиметричній постановці?
6. В якому випадку і для чого може виконуватися примусове перенесення всіх умов закріплення і навантажень з твердотільної моделі на скінченноелементну модель?
7. Як перевірити коректність прикладеного розподіленого навантаження типу «PRESSURE» на оболонкові скінченні елементи типу SHELL при прикладанні його на елементи геометричної моделі (лінії, поверхні)?

5.7. Практичний приклад 13. Статичний аналіз зігнутого стрижня. Покрокове прикладення навантаження

1) **Тема:** Побудова SE-сітки методом екструзії, розрахунок при покроковому прикладенні навантаження. Статичний аналіз (задача статичної міцності).

2) **Постановка задачі:** Засобами ПК ANSYS побудувати геометричну і скінченноелементну модель зігнутого стрижня і розв'язати задачу згину (при покроковому навантаженні) – рис. 5.72.

Для розв'язання задачі статичної міцності виконати розрахункові дослідження з визначення НДС (побудову і розв'язання провести в системі одиниць SI).

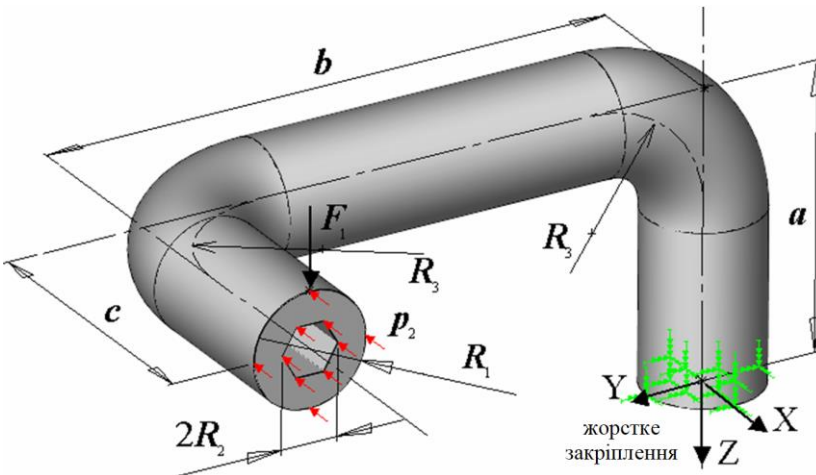


Рисунок 5.72 – Модель зігнутого стрижня

Пояснення. Зігнутий стрижень круглого поперечного перерізу з шестигранною порожниною всередині навантажений силою F_1 , яка додається до його кінця уздовж осі Z . Пізніше до цього навантаження додатково додається тиск на торці, рівнодіюча якого дорівнює горизонтальній (уздовж осі X) силі F_2 .

3) **Вихідні дані:** Геометрія зігнутого стрижня зображена на рис. 5.72, а геометричні розміри наведені в таблиці 5.12.

Таблиця 5.12 – Геометричні розміри моделі зігнутого стрижня і величини навантаження

Розміри за варіантами	№ варіанта									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a , [мм]	50,0	45,0	55,0	40,0	60,0	35,0	65,0	30,0	70,0	25,0
b , [мм]	100,0	90,0	110,0	80,0	120,0	70,0	130,0	60,0	140,0	50,0
c , [мм]	50,0	45,0	55,0	40,0	60,0	35,0	65,0	30,0	70,0	25,0
R_1 , [мм]	10,0	9,0	11,0	8,0	12,0	7,0	13,0	6,0	14,0	5,0
R_2 , [мм]	5,0	4,5	5,5	4,0	6,0	3,5	6,5	3,0	7,0	2,5
R_3 , [мм]	20,0	18,0	22,0	16,0	24,0	14,0	26,0	12,0	28,0	10,0
L , [мм]	10,0	9,0	11,0	8,0	12,0	7,0	13,0	6,0	14,0	5,0
F_1 , [Н]	500	450	550	400	600	350	650	300	700	250
F_2 , [Н]	400	360	440	320	480	280	520	240	560	200

Характеристики матеріалу (сталь 40X):

- модуль пружності $E=2,18 \cdot 10^{11}$ Н/м²;
- коефіцієнт Пуассона $\nu=0,3$;
- границя плинності $\sigma_T=650$ МПа.

4) Методика виконання завдання:

Eman 1 – Вхід у програму.

1. Вхід в інтерактивний режим: «Пуск» > «Програми» > «ANSYS 2020 R1» > «Mechanical APDL Product Launcher» (задати – *License*: ANSYS Multiphysics; вкладка *File Management*: робочу директорію, ім'я задачі, наприклад, *LabWork13rod* і вкладка *Customization/Preferences*: графічний драйвер, наприклад, *win32*).

2. Запуск сесії: **Run**.

3. Вибір системи одиниць (міжнародна система одиниць SI):
Command(s): /UNITS, Lab (в командному рядку **Command Promt**), для системи одиниць СІ – **/UNITS, Si**.

4. Вибір одиниць вимірювання кутів

GUI: Utility Menu > Parameters > Angular Units (обрати градуси – DEG);

Command(s): *AFUN, Lab (задати градуси – Lab=DEG).

Eman 2 – Побудова моделі.

У даній задачі модель створюється за допомогою плоских геометричних примітивів – коло і правильний шестикутник із

застосуванням операції віднімання однієї поверхні з іншої. Об'ємна СЕ модель створюється за допомогою витягування (екструзії) плоскої СЕ сітки уздовж побудованої просторової кривої лінії.

5. Побудова геометричної моделі – коло, з якого віднято правильний шестикутник і просторова лінія по точкам зі скругленнями (рис. 5.72–5.74):

– *побудувати* коло за радіусом R_1 і шестикутник за радіусом описаного кола R_2 : **GUI: Main Menu > Preprocessor > Modeling > Create > Areas > Circle > Solid Circle** та **GUI: Main Menu > Preprocessor > Modeling > Create > Areas > Polygon > Hexagon** ;

– *відняти* від кола шестикутник: **GUI: Main Menu > Preprocessor > Modeling > Operate > Booleans > Subtract > Areas** ;

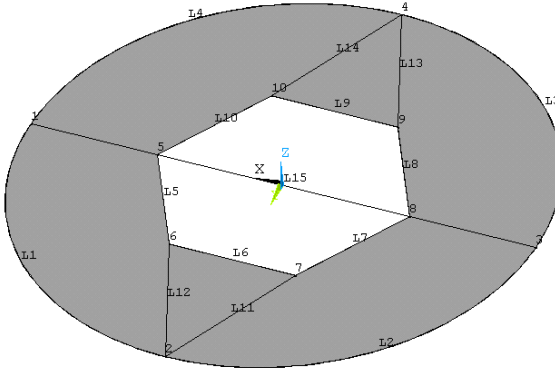


Рисунок 5.73 – Розділення перерізу з шестигранним вирізом на сегменти

– *побудувати* 5 ліній за існуючими точками перерізу, за якими буде розділено цей переріз на окремі поверхні для можливості побудови об'ємної сітки методом екструзії (розміщення ліній відносно осей СК див. рис. 5.73): **GUI: Main Menu > Preprocessor > Modeling > Create > Lines > Lines > Straight Line** ;

– *поділ* перерізу з шестигранним вирізом на тристоронні та чотиристоронні поверхні для майбутньої побудови СЕ-сітки (рис. 5.73): **GUI: Main Menu > Preprocessor > Modeling > Operate > Booleans Divide > With Options > Area by Line** (KEEPA=Deleted, KEEPL=Deleted);

– створити чотири точки (з координатами $[0,0,0]$, $[0,0,-a]$, $[0,b,-a]$, $[c,b,-a]$) і за ними лінії (рис. 5.74):

GUI: Main Menu > Preprocessor > Modeling > Create > Keypoints > In Active CS і

GUI: Main Menu > Preprocessor > Modeling > Create > Lines > Lines > In Active Coord ;

– побудувати скруглення між лініями (рис. 5.74):

GUI: Main Menu > Preprocessor > Modeling > Create > Lines > Line Fillet .

Eman 3 – Вибір типу розрахунку.

6. Вибір типу розрахунку – міцнісний аналіз конструкцій:

GUI: Main Menu > Preference > Structural .

Eman 4 – Вибір типу скінченних елементів, констант елементів, задання властивостей матеріалу.

Тип елемента визначає кількість ступенів свободи (переміщення та/або кути повороту, температура тощо). Форму елемента (одновимірний, чотирикутний, тетрадральний та ін.) і розмірність. Відповідними скінченними елементами для даної задачі є плоский (двовимірний) **CE PLANE182** (для екструзії – видавлювання областей двовимірної сітки в тривимірні об'єкти) та твердотільний **CE (тривимірний) SOLID185** (для створення об'ємної CE-моделі). Ступенями свободи **CE SOLID185** є вузлові переміщення **UX, UY, UZ**.

7. Вибір типу скінченного елемента і його параметрів (задати **SOLID185 – Type 1, PLANE182 – Type 2**):

GUI: Main Menu > Preprocessor > Element Type > Add/Edit/Delete > Add або Command (s): ET, ITYPE, Ename, KOP1, ..., KOP6, INOPR .

8. Задання властивостей матеріалу (модуль пружності – **EX**, коефіцієнт Пуассона – **PRXY**):

GUI: Main Menu > Preprocessor > Material Props > Material Models > (Structural > Linear > Elastic > Isotropic і > Density) або Command(s): MP, Lab, MAT, C0, ... , C4 .

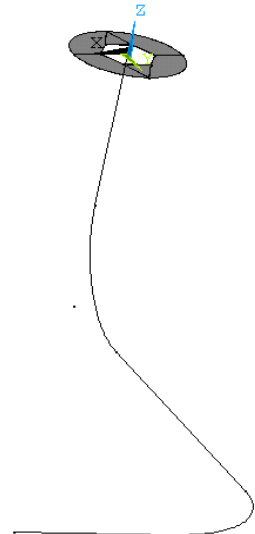


Рисунок 5.74

Eman 5 – Побудова скінченноелементної моделі.

Плоска скінченноелементна модель створюється за допомогою методу упорядкованого розбиття (регулярна CE-сітка).

9. Вибір кількості скінченних елементів вздовж ліній (за всіма лініями) – задання CE по лінії, для якої сітка не згенерована:

GUI: Utility Menu > Select > Entities (Line, Attached to..., Areas, From full), **Main Menu > Preprocessor > Meshing > Size Cntrls > ManualSize > Lines > All Lines** (NDIV=2) і **Utility Menu > Select > Everything** .

10. Нанесення сітки скінченних елементів – виконати генерацію вузлів регулярної сітки і плоских елементів всередині поверхонь (рис. 5.75):

– встановити атрибути, які будуть присвоюватися при створенні нових об'єктів (TYPE=2 Plane182, MAT=1, REAL=None defined, ESYS=0, SECNUM=None defined, TSHAP=Straight line):

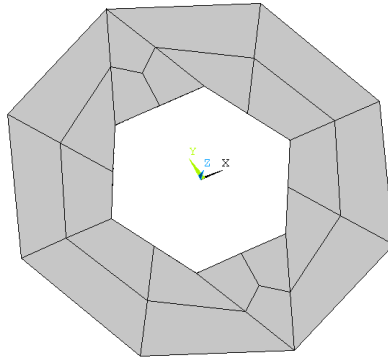


Рисунок 5.75 – Створення сітки плоских скінченних елементів

GUI: Main Menu > Preprocessor > Modeling > Create > Elements > Elem Attributes ;

– нанести сітку скінченних елементів:

GUI: Main Menu > Preprocessor > Meshing > MeshTool (Mesh: Areas; Shape: Quad; Mesher: Mapped; Mesh) > **Pick all**.

11. Створення об'ємної CE-моделі методом екструзії (видавлювання) областей двовимірної сітки в тривимірні об'єкти:

– встановити атрибути, які будуть присвоюватися при створенні нових об'єктів (TYPE=1 Solid185, MAT=1, REAL=None defined, ESYS=0, SECNUM=None defined, TSHAP=Straight line):

GUI: Main Menu > Preprocessor > Modeling > Create > Elements > Elem Attributes;

– задати максимальний розмір сторони об'ємного скінченного елемента, що створюється при екструзії (SIZE=L):

GUI: Main Menu > Preprocessor > -Meshing > Size Cntrl > ManualSize > Global > Size ;

– створити тривимірну SE-модель шляхом екструзії уздовж створених ліній (рис. 5.76):

GUI: Main Menu > Preprocessor > Modeling > Operate > Extrude > Areas > Along Lines (Pick All > послідовно вказати лінії шляху витягнення, починаючи від побудованого перерізу > OK).

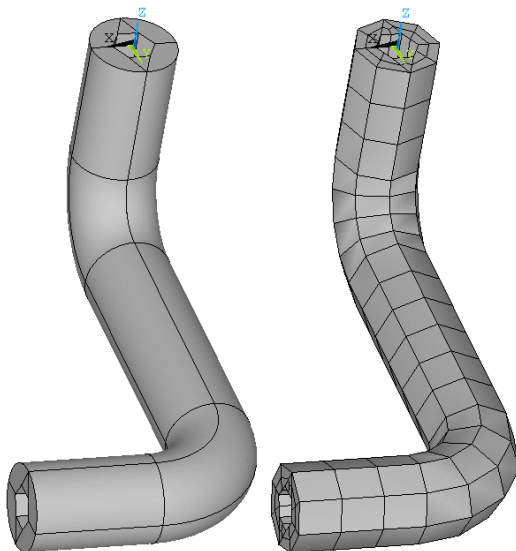


Рисунок 5.76 – Створення об’ємної SE-моделі методом екструзії областей двовимірної сітки в тривимірні об’єкти

Увага! Якщо при витягуванні однією дією уздовж усього шляху процес побудови обривається при переході до наступної ділянки і програма видає помилку, то тоді вся модель будується шляхом витягування для кожної ділянки набору поверхонь, що становлять крайній переріз, уздовж кожної окремої лінії шляху (прямої лінії або дуги).

Етап 6 – Розв’язання задачі.

12. Вхід в процесор розв’язання (**Solution**).

13. Вибір типу аналізу (**статичний – Static**).

14. Задання граничних умов в переміщеннях на поверхнях – див.

рис. 5.72 і 5.77:

GUI: Utility Menu > Select > Entities (Areas, By Location, Z, 0), Main Menu > Solution > Define Loads > Apply > Structural > Displacement > On Areas (Pick All, All DOF) i Utility Menu > Select > Everything.

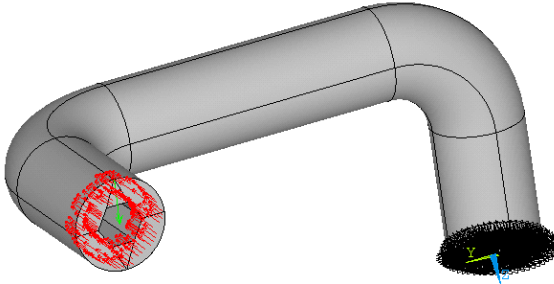


Рисунок 5.77 – Задання навантаження та граничних умов

15. Задання зосередженої сили F_1 в ключовій точці (див. рис. 5.72 i 5.77):

GUI: Main Menu > Solution > Define Loads > Apply > Structural > Force/Moment > On Keypoints (Lab=FZ, Value= F_1).

16. Запис вихідних даних для першого кроку навантаження:

GUI: Main Menu > Solution > Load Step Opts > Write LS File (LSNUM=1 – номер кроку навантаження).

17. Задання розподіленого по торцевій грані (поверхні) тиску p_2 , рівнодіюча якого дорівнює F_2 – див. рис. 5.72 i 5.77:

– *виділити* всі поверхні на торці, на якому має бути задано тиск, підрахувати їх сумарну площу і обчислити значення розподіленого по цій поверхні навантаження із заданою рівнодіючою F_2 :

GUI: Utility Menu > Select > Entities (Areas, By Location, X, c);

GUI: Utility Menu > Plot > Areas ;

GUI: Main Menu > Preprocessor > Modeling > Operate > Calc Geom Items > Of Areas (Normal), підрахувати площу виділених поверхонь S_2 ;

– *прикласти* тиск $p_2 = F_2 / S_2$, рівнодіюча якого F_2 , відмінити виділення окремих поверхонь і відобразити об'єми:

GUI: Main Menu > Solution > Define Loads > Apply > Structural > Pressure > On Areas (Value= p_2),

GUI: Utility Menu > Select > Everything i Utility Menu > Plot Volumes.

18. Запис вихідних даних для другого кроку навантаження:

GUI: Main Menu > Solution > Load Step Opts > Write LS File (LSNUM=2 – номер кроку навантаження).

19. Ініціалізація розв'язання:

GUI: Main Menu > Solution > Solve > From LS File (LSMIN=1, LSMAX=2).

Eman 7 – Перегляд результатів.

20. Зчитування і перегляд результатів розрахунку на першому кроці навантаження:

GUI: Main Menu > General Postproc > Read Results > First Set .

21. Перевірка правильності розв'язання за сумою реакцій опор у вузлах (повинна дорівнювати рівнодіючій силі в кожному напрямі):

GUI: Main Menu > General Postproc > List Results > Reaction Solu .

22. Підвищення деталізації виведеної картини при відображенні результатів у графічній формі:

GUI: PlotCtrls > Style > Size and Shape ([/EFACET]=4 facets/edge).

23. Відображення деформованої форми і виведення результату розв'язання у вигляді контурного графіка для сумарних переміщень (показ безперервних усереднених ізоліній по всій моделі) – рис. 5.78:

GUI: Main Menu > General Postproc > Plot Results > Contour plot > Nodal Solu (DOF solution, Displacement vector sum – USUM, Deformed shape only, Auto Calculate).

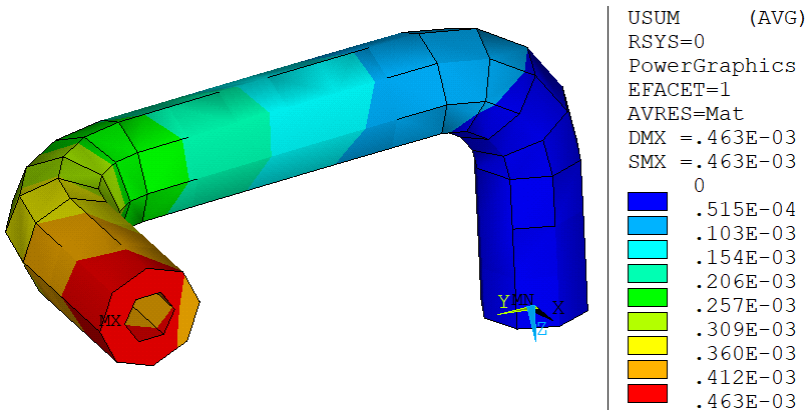


Рисунок 5.78 – Деформована форма та розподіл сумарних переміщень, [м]

24. Відображення еквівалентних напружень за критерієм Мізеса – виведення результату розв’язання у вигляді контурного графіка поелементно – рис. 5.79:

GUI: Main Menu > General Postproc > Plot Results> Contour plot > Element Solu (Stress, von Mises stress – SEQV, Deformed shape only, Auto Calculate).

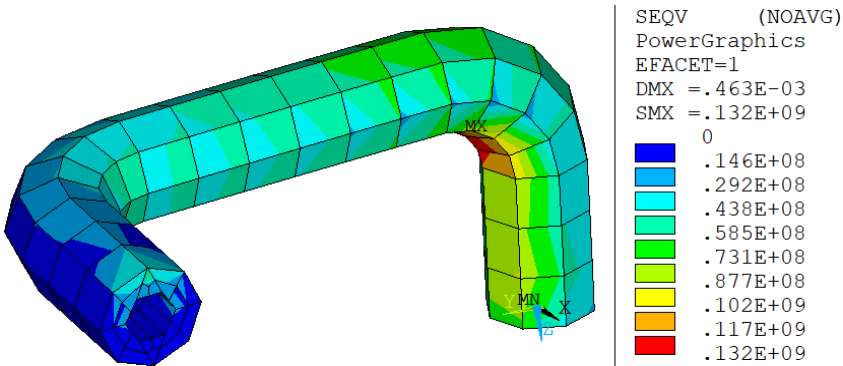


Рисунок 5.79 – Неусереднені еквівалентні напруження за критерієм Мізеса, [Па]

25. Зчитування результатів розрахунку на другому кроці навантаження:

GUI: Main Menu > General Postproc > Read Results > Next Set .

26. Перевірка правильності розв’язання задачі за сумою реакцій опор у вузлах, див. рис. 5.80 (повинна дорівнювати рівнодіючій силі в кожному напрямі – пояснити похибку, якщо вона існує, та чим вона обумовлена).

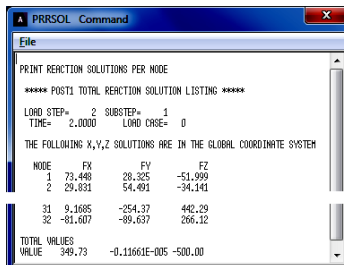


Рисунок 5.80 – Табличне виведення реакцій опор у вузлах

27. Відображення деформованої форми і виведення результату розв'язання у вигляді контурного графіка для сумарних переміщень (показ безперервних усереднених ізоліній по всій моделі) – рис. 5.81.

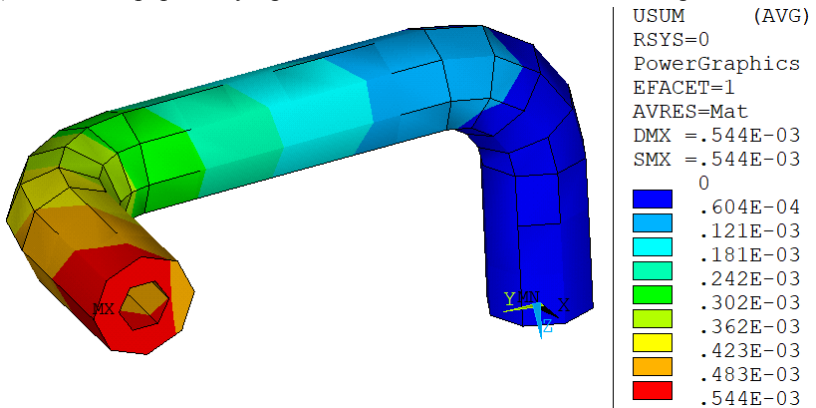


Рисунок 5.81 – Деформована форма та розподіл сумарних переміщень на другому кінці навантаження, [м]

28. Відображення еквівалентних напружень за критерієм Мізеса – виведення результату розв'язання у вигляді контурного графіка поелементно – рис. 5.82.

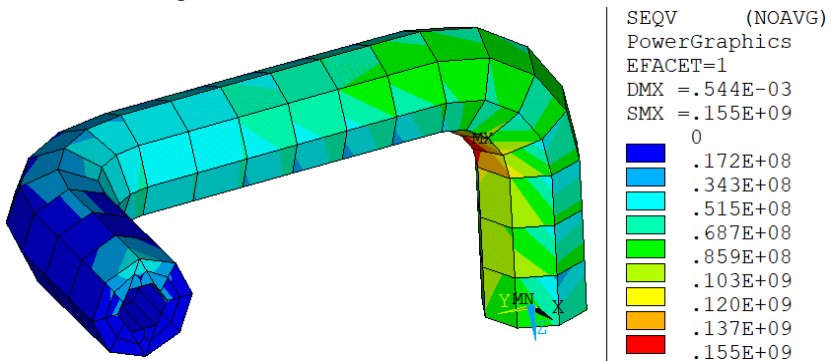


Рисунок 5.82 – Неусереднені еквівалентні напруження за критерієм Мізеса на другому кінці навантаження, [Па]

29. Визначення небезпечного перерізу і висновки про міцність конструкції за критерієм фон Мізеса.

30 Повторити розрахунки з використанням елементів **SOLID186** – **Type 1, PLANE183** – **Type 2** (п. 7), пояснити зменшення похибки при обчисленні суми реакцій в опорних вузлах (п. 26) та збільшення точності кінцевого результату (п.п. 27–28).

Контрольні запитання

1. Як формуються і записуються в базу даних конкретної задачі в ПК ANSYS вихідні дані для першого і наступних кроків навантаження при розв’язанні задачі статичної міцності?

2. Як можна порахувати площу виділених поверхонь?

3. Яким чином можливо замінити зосереджену силу навантаженням розподіленим по поверхні для зниження рівня похибки в місці прикладання силового навантаження?

4. Що виконується при розв’язанні задачі статичної міцності із заданням навантаження по крокам – кілька незв’язаних статичних аналізів з одними і тими ж геометричними і SE моделями, але різною конфігурацією навантажень і закріплень, або один пов’язаний аналіз, що враховує зміну конфігурації навантажень і закріплень у часі?

5. Як при відображенні результатів після виконання статичного міцнісного аналізу з навантаженням по крокам указати той крок навантаження, для якого необхідно вивести результати?

6. Що є причиною похибки при прикладенні розподіленого навантаження, перерахованого за рівнодіючою силою і площею поверхні, по якій ця сила розподіляється?

7. Яким чином можна було б зменшити вказану похибку або взагалі уникнути (наведіть кілька способів)?

5.8. Практичний приклад 14. Задача згину бруса Побудова «грубої» і точної впорядкованої СЕ-сітки. Оцінка похибки

1) **Тема:** Побудова «грубої» і точної впорядкованої СЕ-сітки. Оцінка точності визначення НДС за допомогою вбудованих методів. Статичний аналіз (задача статичної міцності).

2) **Постановка задачі:** Засобами ПК ANSYS побудувати геометричну і впорядковану скінченноелементну модель бруса і розв'язати задачу згину бруса (при навантаженні тиском на гранях) – рис. 5.83. Оцінити точність визначення НДС за допомогою вбудованих методів ПК.

Після цього збільшити розмірність задачі згущенням впорядкованої скінченноелементної сітки для підвищення точності результатів. Для розв'язання задачі статичної міцності виконати розрахункові дослідження з визначення НДС (побудову і розв'язання провести в системі одиниць СІ).

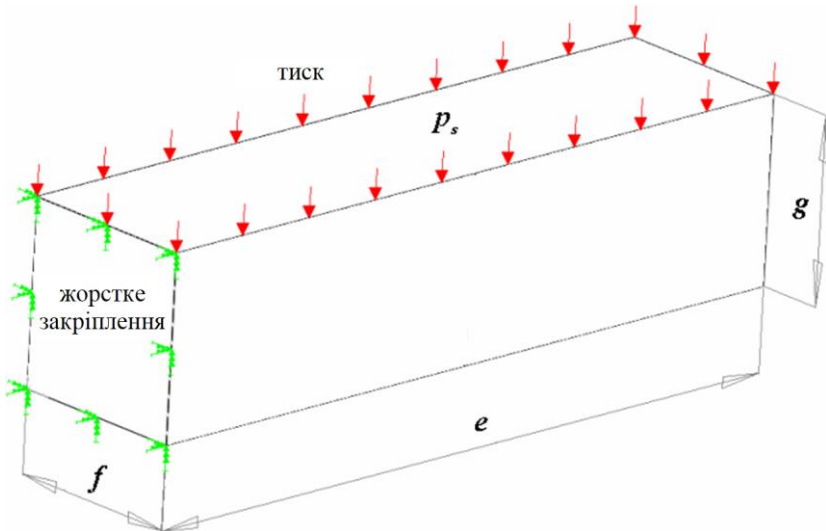


Рисунок 5.83 – Модель бруса

3) **Вихідні дані:** Геометрія бруса зображена на рис. 5.83, а геометричні розміри і величини навантаження наведено в таблиці 5.13.

Таблиця 5.13 – Геометричні розміри і величини навантаження

Розміри за варіантами	№ варіанта									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
e , [м]	4,0	3,6	4,4	3,2	4,8	2,8	5,2	2,4	5,6	2,0
g , [м]	1,0	0,9	1,1	0,8	1,2	0,7	1,3	0,6	1,4	0,5
f , [м]	1,0	0,9	1,1	0,8	1,2	0,7	1,3	0,6	1,4	0,5
p_s , [МПа]	10	9	11	8	12	7	13	6	14	5

Характеристики матеріалу:

- модуль пружності $E=2,2 \cdot 10^{11}$ Н/м²;
- коефіцієнт Пуассона $\nu=0,3$;
- границя плинності $\sigma_T=520$ МПа.

4. Методика виконання завдання:

Eman 1 – Вхід у програму.

1. Вхід в інтерактивний режим: «Пуск» > «Програми» > «ANSYS 2020 R1» > «Mechanical APDL Product Launcher» (задати – **License**: ANSYS Multiphysics; вкладка **File Management**: роботу директорію, ім'я задачі, наприклад, **LabWork13 vol** і вкладка **Customization/Preferences**: графічний драйвер, наприклад, **win32**).

2. Запуск сесії: **Run**.

3. Вибір системи одиниць (міжнародна система одиниць SI):

Command(s): /UNITS, Lab (в командному рядку **Command Prompt**), для системи одиниць СІ – /UNITS, SI .

4. Вибір одиниць вимірювання кутів

GUI: Utility Menu > Parameters > Angular Units (обрати градуси – DEG);

Command(s): *AFUN, Lab (задати градуси – Lab=DEG).

Eman 2 – Побудова моделі.

У цьому завданні модель створюється за допомогою геометричних примітивів. При розв'язанні задачі використовується геометрична модель, яка може бути побудована за допомогою паралелепіпеда.

5. Побудувати геометричну модель.

Eman 3 – Вибір типу розрахунку.

6. Вибір типу розрахунку – міцносний аналіз конструкцій:

GUI: Main Menu > Preference > Structural .

Eman 4 – Вибір типу скінченних елементів, констант елементів, задання властивостей матеріалу

Тип елемента визначає кількість ступенів свободи (переміщення і/або кути повороту, температура та ін.), форму елемента (одновимірний, чотирикутний, тетраедральний та ін.) і розмірність. Відповідним скінченним елементом (CE) для даної задачі в об'ємній постановці є об'ємний шестигранний 20-вузловий елемент високого порядку **SOLID186** (див. **HELP ANSYS** для CE **SOLID186**). Ступенями свободи CE **SOLID186** є вузлові переміщення **UX, UY, UZ**.

7. Вибір типу скінченного елемента і його параметрів (задати **SOLID186**):

GUI: Main Menu > Preprocessor > Element Type > Add/Edit/Delete > Add або **Command(s): ET, ITYPE, Ename, KOP1, ... , KOP6, INOPR .**

8. Задання властивостей матеріалу (модуль пружності – **EX**, коефіцієнт Пуассона – **PRXY**):

GUI: Main Menu > Preprocessor > Material Props > Material Models > (Structural > Linear > Elastic > Isotropic) або

Command(s): MP, Lab, MAT, C0, ..., C4 .

Eman 5 – Побудова скінченноелементної моделі.

Скінченноелементна модель створюється за допомогою методу впорядкованого розбиття (регулярна CE-сітка).

9. Вибір кількості скінченних елементів вздовж ребер паралелепіпеда (уздовж усіх ребер довжиною e – **8**, а вздовж ребер довжиною f , g – **4**) – задання CE по лінії, для якої сітка не згенерована (виділити лінії, задати **NDIV=8** або **NDIV=4** відповідно і **SPACE=1**):

GUI: Main Menu > Preprocessor > Meshing > MeshTool > Size Controls: Lines > Set .

10. Створення CE-моделі за допомогою методу побудови впорядкованої CE-сітки (розбиття об'єму) – генерація вузлів і елементів усередині об'ємів (рис. 5.84): (обрати Mesh: Volumes; Shape: Hex; Mesher: Mapped): **GUI: Main Menu > Preprocessor > Meshing >**

MeshTool> **Mesh** (Pick All).

11. «Злиття» і перенумерація всіх об'єктів (обрати Label=All):

GUI: Main Menu > Preprocessor > NumberingCtrls > Merge Items ;

GUI: Main Menu > Preprocessor > NumberingCtrls > Compress Numbers .

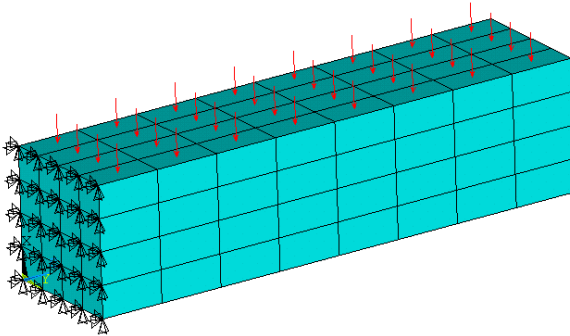


Рисунок 5.84 – Граничні умови і тиск, задані на гранях

Еман 6 – Розв'язання задачі.

12. Вхід у процесор розв'язання (**Solution**).

13. Вибір типу аналізу (**статичний – Static**).

14. Задання граничних умов у переміщеннях на грані (поверхні)

– див. рис. 5.83 і 5.84:

GUI: Main Menu > Solution > Define Loads > Apply > Structural > Displacement > On Areas (All DOF).

15. Задання тиску p_s на гранях (поверхнях) – див. рис. 5.83 і 5.84:

GUI: Main Menu > Solution > Define Loads > Apply > Structural > Pressure > On Areas .

16. Ініціалізація розв'язання:

GUI: Main Menu > Solution > Solve > Current LS або

Command(s): SOLVE .

Еман 7 – Перегляд результатів.

17. Перевірка правильності розв'язання задачі за сумою реакцій опор у вузлах (повинна дорівнювати рівнодіючій тиску):

GUI: Main Menu > General Postproc > List Results > Reaction Solu (All items).

18. Підвищення деталізації виведеної графічної картини результатів: **GUI: Utility Menu > PlotCtrls > Style > Size and Shape** ([/EFACET]=4 facets/edge).

19. Відображення деформованої форми і виведення результату розв'язання у вигляді контурного графіка для сумарних переміщень (показ безперервних усереднених ізоліній по всій моделі) – рис. 5.85:

GUI: Main Menu > General Postproc > Plot Results > Contour plot > Nodal Solu (DOF solution, Displacement vector sum – USUM, Deformed shape only, Auto Calculate).

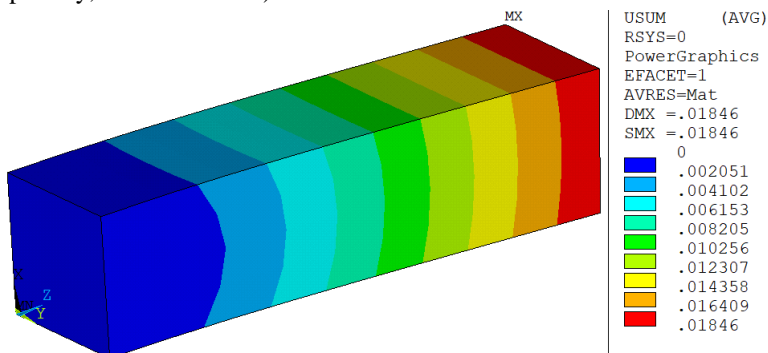


Рисунок 5.85 – Деформована форма та розподіл сумарних переміщень, [м]

Увага! Якщо якісь результати не відображаються (або не коректні після перерахунку), то виконати примусове їх завантаження з файлу результатів (з розширенням **.rst**) в базу сесії:

GUI: Main Menu > General Postproc > Read Results > Last Set .

20. Відображення недеформованої форми з виведенням результату розв'язання задачі у вигляді векторного графіка сумарних переміщень – рис. 5.86:

GUI: Main Menu > General Postproc > Plot Results > Vector Plot > Predefined (DOF Solution, Translation U, Vector Mode, Elem Centroid, Magnitude based, Undeformed Mesh).

21. Відображення еквівалентних напружень за III теорією міцності (максимальних дотичних напружень) – виведення результату розв'язання у вигляді графіка усереднених величин по вузлах SE-сітки – рис. 5.87:

GUI: Main Menu > General Postproc > Plot Results> Contour plot > Nodal Solu (Stress, Stress intensity – SINT, Deformed shape only, Auto Calculate).

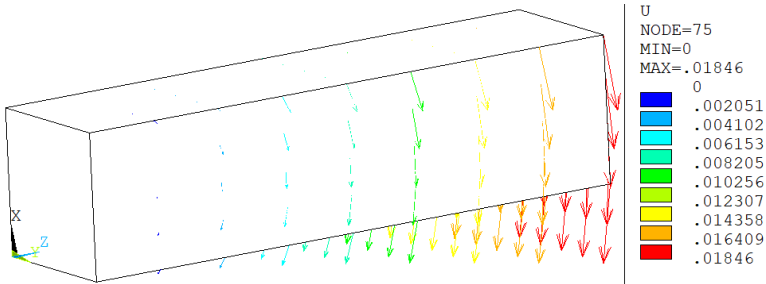


Рисунок 5.86 – Результати розв’язання у вигляді векторного графіка сумарних переміщень, [м]

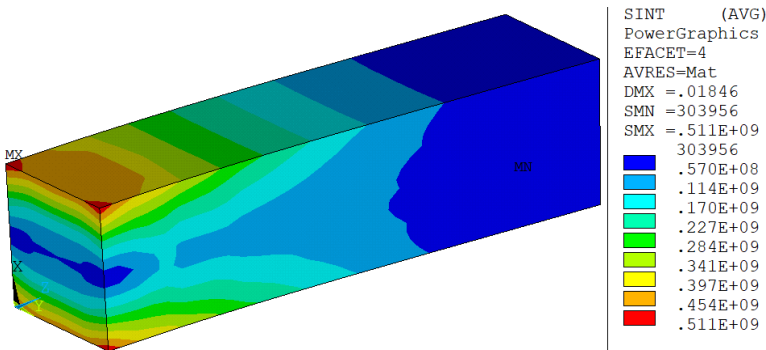


Рисунок 5.87 – Усереднені еквівалентні напруження за III теорією міцності Мізеса у вузлах CE-сітки, [Па]

22. Відображення еквівалентних напружень за критерієм Мізеса – виведення результату розв’язання у вигляді графіка усереднених величин по вузлах CE-сітки – рис. 5.88:

GUI: Main Menu > General Postproc > Plot Results> Contour plot > Nodal Solu (Stress, von Mises stress – SEQV, Deformed shape only, Auto Calculate).

23. Відображення еквівалентних напружень за критерієм Мізеса – виведення результату розв’язання у вигляді графіка неусереднених

величин поелементно – рис. 5.89:

GUI: Main Menu > General Postproc > Plot Results> Contour plot > Element Solu (Stress, von Mises stress – SEQV, Deformed shape only, Auto Calculate).

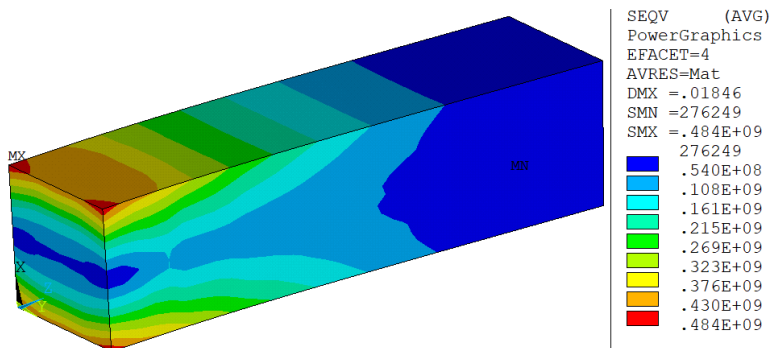


Рисунок 5.88 – Усереднені еквівалентні напруження за критерієм Мізеса у вузлах SE-сітки, [Па]

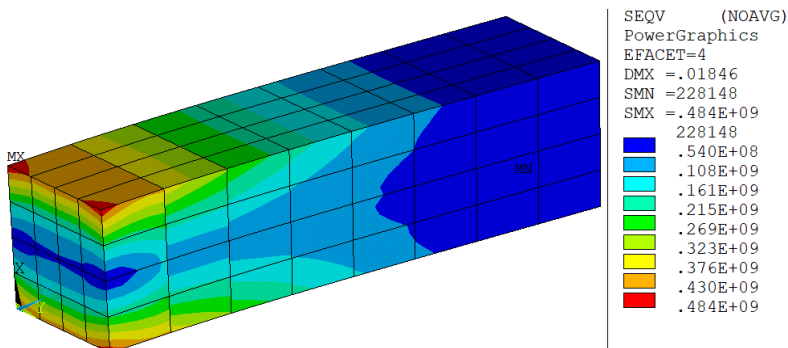


Рисунок 5.89 – Неусереднені еквівалентні напруження за критерієм Мізеса, виведені поелементно, [Па]

24. Оцінка достовірності отриманих результатів напруженого стану за графіками результатів отриманих за допомогою команд **Nodal Solu [PLNS]** або **Element Solu [PLES]** (рис. 5.88 і 5.89) – порівняння максимальних значень усереднених у вузлах і не усереднених в елементах напружень.

Критерій якості сітки: Відносна різниця максимальних значень еквівалентних напружень не повинна перевищувати 7 %, тобто:

$$(\text{SMX}_{\text{SEQV(NoAVG)}} - \text{SMX}_{\text{SEQV(AVG)}}) * 100 \% / \text{SMX}_{\text{SEQV(NoAVG)}} \leq 7 \%$$

Висновок про міцність: Визначення максимальних еквівалентних напружень за критерієм Мізеса і розв'язання задачі статичної міцності.

25. Оцінка похибки при виконанні розрахунків на міцність шляхом підрахунку величин **SDSG** – абсолютного значення максимальної зміни будь-якого компонента вузлового напруження в кожному елементі. Графіки **SDSG** для елементів (рис. 5.90):

GUI: Main Menu > General Postproc > Plot Results > Contour plot > Element Solu (Error estimation, Absolute Maximum Stress Variation – SDSG, Deformed shape only, Auto Calculate).

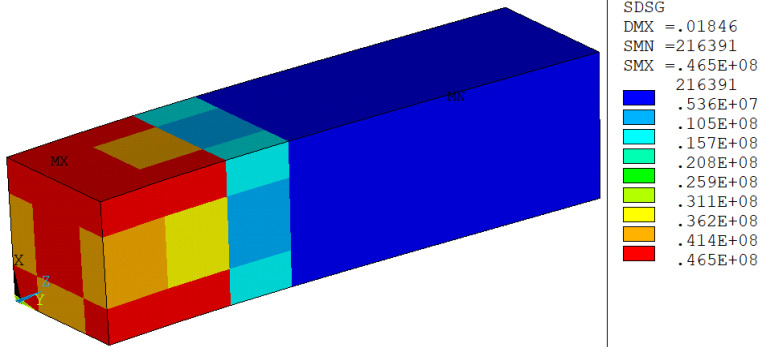


Рисунок 5.90 – Графіки SDSG для елементів

26. Порівняння результатів, отриманих за допомогою модулів **PowerGraphics** і **FullModel** для оцінки прийнятності сітки. Перехід до модуля **FullModel** і включення режиму оцінки нижньої і верхньої границь результатів напружень – границь, обумовлених похибками сітки (оцінка робиться зіставленням параметрів **SMNB** і **SMXB** з мінімумом **SMN** і максимумом **SMX** результатів відповідно) – рис. 5.91 і 5.92:

GUI: Utility Menu > PlotCtrls > Style > Hidden-Line Options... ([/GRAPHICS]=FullModel);

GUI: Main Menu > General Postproc > Plot Results > Contour plot > Nodal Solu (Stress, von Mises stress – SEQV, Deformed shape only, Auto Calculate) – рис. 5.91,

GUI: Main Menu > General Postproc > Plot Results> Contour plot > Element Solu (Stress, von Mises stress – SEQV, Deformed shape only, Auto Calculate) – рис. 5.92.

Критерій якості сітки: Відносна різниця між домінуючим компонентом напруження і його границею або еквівалентним напруженням і його границею в локальній області високих значень напружень не повинна перевищувати 7 %, тобто:

$$(\text{SMXB}_{\text{SEQV}} - \text{SMX}_{\text{SEQV}}) * 100 \% / \text{SMX}_{\text{SEQV}} \leq 7 \%$$

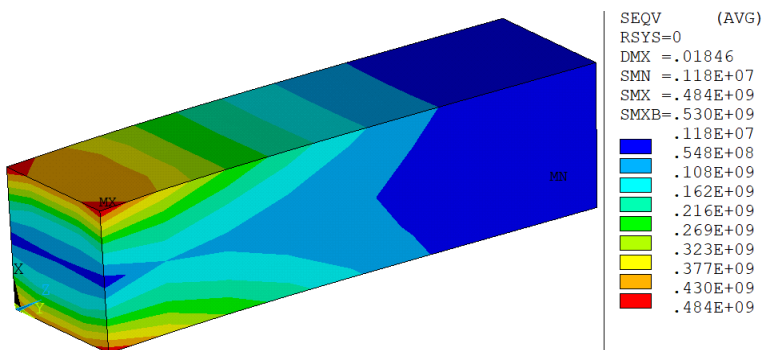


Рисунок 5.91 – Усреднені еквівалентні напруження за критерієм Мізеса у вузлах SE-сітки виведені за допомогою модуля FullModel, [Па]

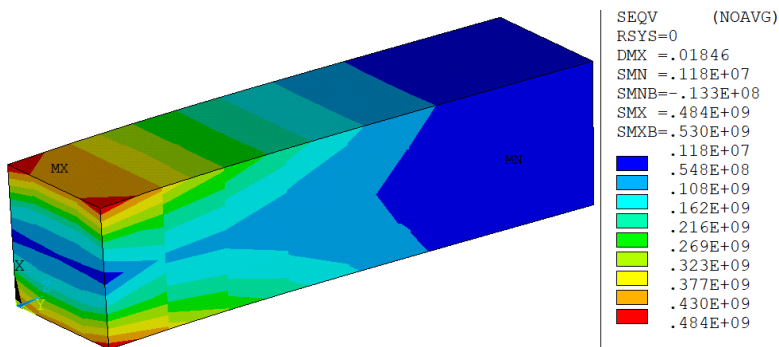


Рисунок 5.92 – Неусереднені еквівалентні напруження за критерієм Мізеса, виведені поелементно за допомогою модуля FullModel, [Па]

Пояснення до способу обчислення величин SMNB і SMXB:

$$\sigma_j^{MNB} = \min(\sigma_{j,n}^{AVG} - \Delta\sigma_n); \quad \sigma_j^{MXB} = \max(\sigma_{j,n}^{AVG} + \Delta\sigma_n), \text{ де}$$

j – індекс для позначення або конкретної компоненти напруження (SX, SY, SZ, SXY, SXZ, SYZ), або комбінованого (еквівалентного) напруження (S1, S2, S3, SINT, SEQV);

n – номер вузла, в якому розглядається напруження;

σ_j^{MNB} , σ_j^{MXB} – границі мінімального і максимального значень напруження j (SMNB, SMXB);

$\sigma_{j,n}^{AVG}$ – величина усередненого напруження j у вузлі n ;

$\Delta\sigma_n$ – середньоквадратичне значення (корінь квадратний із середнього квадрата) всіх $\Delta\sigma_i$ від елементів, що містять вузол n ;

$\Delta\sigma_i$ – максимальне абсолютне значення будь-якої компоненти з $\{\Delta\sigma_n^i\}$ для всіх вузлів, що пов'язані з елементом (тобто SDSG);

$\{\Delta\sigma_n^i\} = \{\sigma_n^{AVG}\} - \{\sigma_n^i\}$ – вектор-стовпець помилок напруження в вузлі n елемента i ;

$\{\sigma_n^{AVG}\}$ – вектор-стовпець усереднених напружень у вузлі n (вектор-стовпець, що складається з елементів, кожен з яких є середнє значення деякої компоненти напруження, тобто сума значень компонентів напруження у цьому вузлі від кожного CE, що містить цей вузол, поділена на кількість цих CE);

$\{\sigma_n^i\}$ – вектор-стовпець напружень вузла n елемента i (вектор-стовпець, що складається з елементів, кожен з яких, є значення деякої компоненти напруження у цьому вузлі, розраховане для даного CE).

27. Збереження результатів (рис. 5.87–5.92) в графічні файли:

GUI: Utility Menu > PlotCtrls > Hard Copy > To File...

28. Зробити комплексні висновки про якість скінченноелементної моделі і точність отриманих результатів, висновки про міцність конструкції.

Еман 8 – Розв'язання задач і з уточненням CE-моделі.

29. Збереження результатів, зміна ім'я і очищення поточної бази:

GUI: Utility Menu > File > Save as Jobname.db и **Utility Menu > File > Change Jobname** ([/FILNAM]=нове ім'я, New log...=Yes);

GUI: Utility Menu > File > Clear & Start New (Read start.ans...=Read file).

30. Побудова геометричної моделі, задання типу аналізу, вибір типу скінченного елемента, задання властивостей матеріалу, вибір типу аналізу, задання граничних умов і навантажень (виконати повторно п.п. 5–8, 12–15, рис. 5.93);

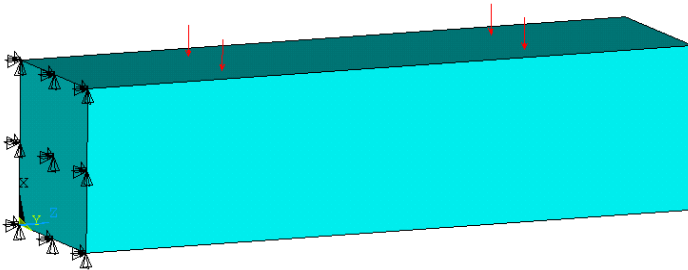


Рисунок 5.93 – Геометрична модель бруса з граничними умовами та навантаженням

31. Включення напрямку відображення ліній і вибір кількості скінчених елементів вздовж ребер паралелепіпеда зі згущенням у зоні максимальних напружень (уздовж усіх ребер довжиною $e - 30$, а вздовж ребер довжиною $f, g - 12$) – задання CE по лінії, для якої сітка не згенерована (виділити лінії, вказати NDIV=30 або NDIV=12 відповідно, SPACE=5 або 1/5 залежно від напрямку лінії – рис. 5.94):

GUI: Utility Menu > PlotCtrls > Symbols (LDIR=On);

GUI: Main Menu > Preprocessor > Meshing > MeshTool > Size Controls: Lines > Set .

Пояснення. Параметр SPACE визначає ступінь згущення сітки скінчених елементів вздовж лінії. При $SPACE > 1$ – розміри збільшуються від початку до кінця лінії, при $SPACE < 1$ – зменшуються, при $SPACE = 0$ – рівномірне розбиття. Тому якщо у ліній різне спрямування уздовж одного і того ж напрямку, наприклад, осі координат, як на рис. 5.94, то для забезпечення ідентичності розбиття з різних сторін моделі потрібно задавати зворотні значення SPACE.

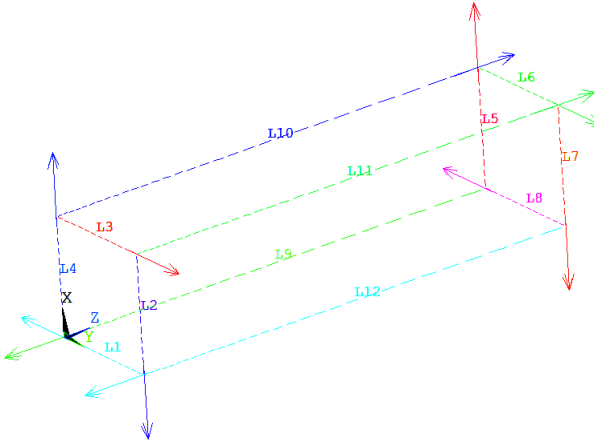


Рисунок 5.94 – Відображення напрямів ліній

32. Створення CE-моделі за допомогою методу побудови впорядкованої CE-сітки (розбиття об'ємів) – генерація вузлів і елементів в середині об'ємів – рис. 5.95 (обрати Mesh: Volumes; Shape: Hex; Mesher: Mapped):

GUI: Main Menu > Preprocessor > Meshing > MeshTool > Mesh > Pick All;

33. «Злиття», перенумерація всіх об'єктів (Label=All), перенесення навантаження і закріплення на CE-модель (рис. 5.95):

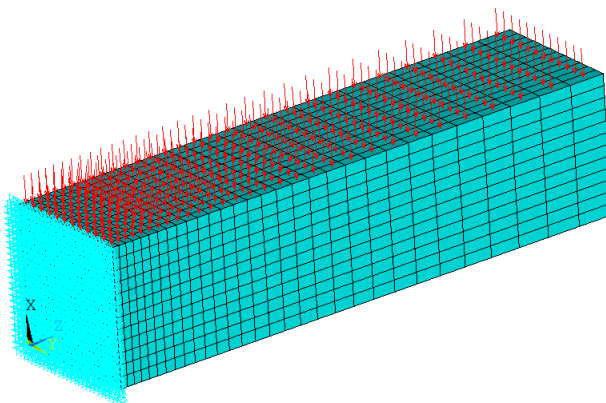


Рисунок 5.95 – Розрахункова модель

34. Відображення еквівалентних напружень за III теорією міцності – виведення результату розв’язання у вигляді графіка по вузлах SE сітки – рис. 5.96:

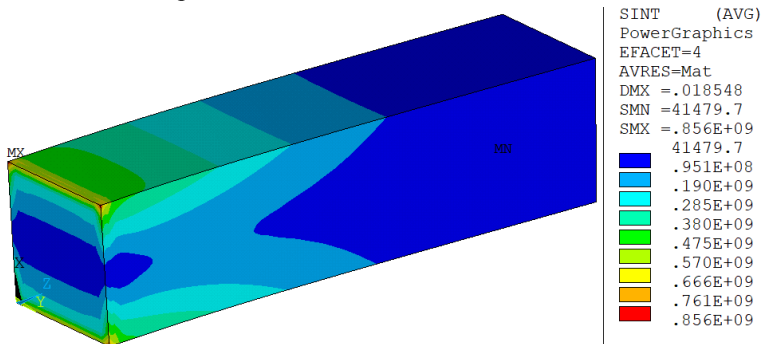


Рисунок 5.96 – Усереднені еквівалентні напруження за III теорією міцності Мізеса у вузлах SE-сітки, [Па]

35. Відображення еквівалентних напружень за критерієм Мізеса, оцінка достовірності результатів і похибки розрахунку напруженого стану (п.п. 22-26, рис. 5.97–5.101).

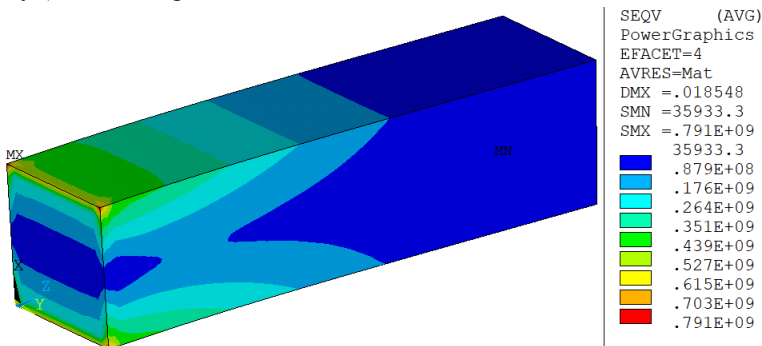


Рисунок 5.97 – Усереднені еквівалентні напруження за критерієм Мізеса у вузлах SE-сітки, [Па]

36. Порівняння результатів розрахунку напруженого стану, отриманих при розбитті «грубою» SE-сіткою (див. рис. 5.88–5.92) і уточненою регулярною SE-сіткою (рис. 5.97–5.101).

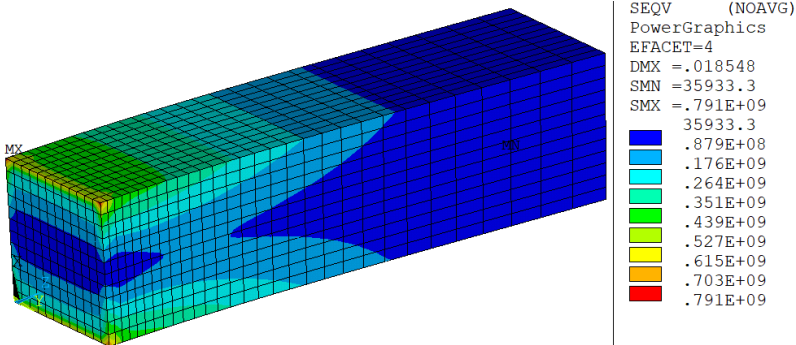


Рисунок 5.98 – Неусереднені еквівалентні напруження за критерієм Мізеса, виведені поелементно, [Па]

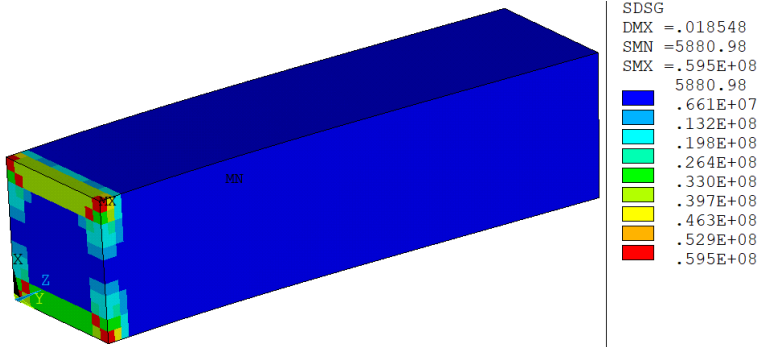


Рисунок 5.99 – Графіки SDSG для елементів

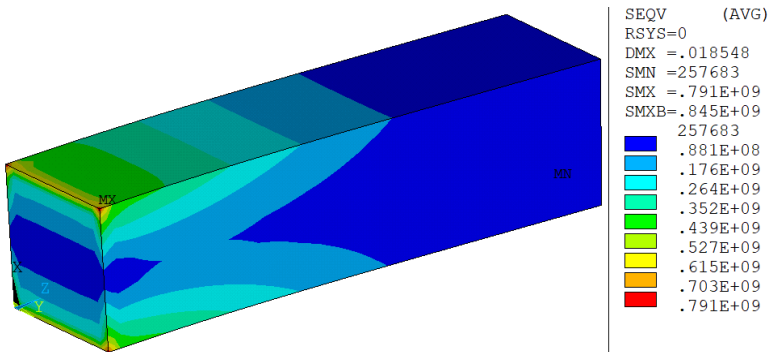


Рисунок 5.100 – Усреднені еквівалентні напруження за критерієм Мізеса у вузлах CE-сітки виведені за допомогою модуля FullModel, [Па]

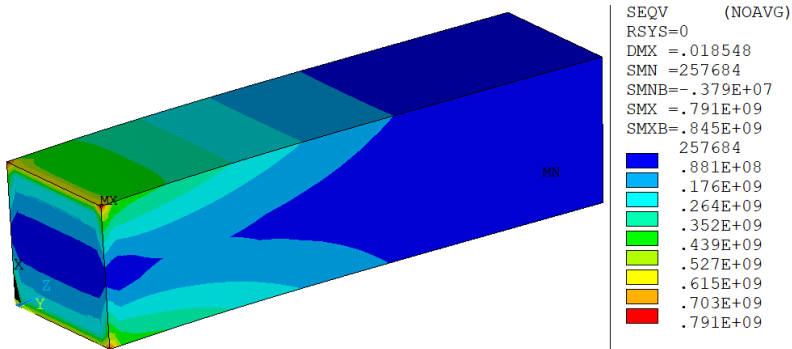


Рисунок 5.101 – Неусереднені еквівалентні напруження за критерієм Мізеса, виведені поелементно за допомогою модуля FullModel, [Па]

37. Порівняння максимальних значень еквівалентних за критерієм фон Мізеса напружень, отриманих при розрахунку на «грубій» сітці (рис. 5.88, 5.89, 5.91, 5.92) і уточненій сітці (рис. 5.97, 5.98, 5.100, 5.101) в кореновому перерізі (закріпленні) з максимальними напруженнями за теорією прямолінійних стрижнів у допущенні малості дотичних напружень (рис. 5.102) [11].

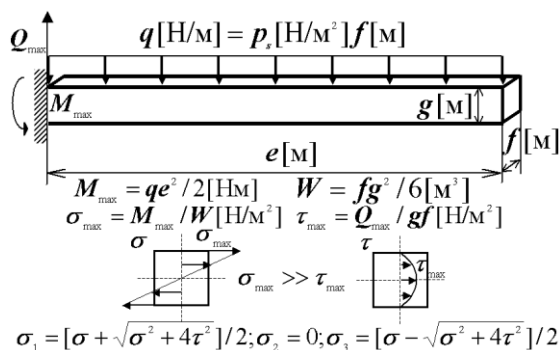


Рисунок 5.102 – Розрахункова схема до аналітичного визначення максимальних еквівалентних напружень за критерієм Мізеса

38. Оцінка достовірності отриманих результатів напруженого стану, визначення максимальних напружень та висновки про міцність

конструкції за критеріями найбільших дотичних напружень і фон Мізеса (рис. 5.102).

Контрольні запитання

1. Як або чим визначається напрям ліній і за допомогою чого його можна відобразити?

2. Які параметри необхідно вказати для згущення або розрідження сітки скінченних елементів вздовж ліній?

3. Які наявні в ПК ANSYS методи можуть бути застосовані для оцінки похибки результатів статичного міцнісного аналізу, яка обумовлена сітковою дискретизацією?

4. У чому полягає принципова відмінність вузлового (Nodal Solution) і елементного (Element Solution) відображення результатів статичного міцнісного аналізу, і з якої причини максимальні значення знайдених величин, наприклад, еквівалентних напружень, можуть відрізнятися при цих двох способах виведення результатів?

5. У чому основна відмінність векторного і растрового (у вигляді ізоліній або областей рівних значень) виведення результатів статичного міцнісного розрахунку, наприклад, сумарних переміщень?

6. Які величини, знайдені в результаті виконання статичного міцнісного аналізу в ПК ANSYS, неможливо відобразити у векторному вигляді?

7. У чому причина збільшення похибки, викликані сітковою дискретизацією, при подрібненні об'ємних скінченних елементів в області кореневого перерізу консольної балки, що розглядається як тривимірне тіло, і яким чином можна з великим ступенем вірогідності знайти значення максимальних еквівалентних напружень в цьому перерізі?

ВИСНОВОК

Створення геометричних моделей конструкцій є першим етапом будь-якого інженерного аналізу, проведеного за допомогою програмного пакета машинобудівного призначення, в тому числі і програмного комплексу скінченноелементного аналізу ANSYS. У ПК ANSYS даний етап входить в стадію препроцесорної підготовки, яка, окрім побудови геометрії, передбачає вибір типу розрахунку і координатних систем, задання фізико-механічних властивостей матеріалів, задання типів скінченних елементів, побудову скінченноелементної моделі, а також, якщо необхідно, задання рівнянь зв'язку. Іноді до цієї стадії також відносять задання граничних умов і прикладення навантажень.

Виконання даних дій в програмному комплексі адекватне створенню фізичної та математичної моделей при заданому методі дослідження математичної моделі, за який використовується МСЕ. Всі перераховані етапи препроцесінга взаємопов'язані. Так, вибір типу скінченного елемента (балковий, оболонковий, об'ємний), обумовлений механічною моделлю, яка визначає вид геометричної моделі (лінії, поверхні, об'єми). Крім того, вид геометричної моделі також залежить й від постановки задачі (наприклад, плоска задача теорії пружності) або від можливості зниження розмірності задачі (наприклад, за рахунок умови осьової симетрії).

Можна не сумніватися, що якість всього інженерного розрахунку безпосередньо залежить від усіх етапів препроцесорної підготовки, в тому числі і від якості геометричної моделі.

Якість геометричній моделі, придатній для МСЕ, обумовлюється двома основними моментами.

По-перше, створення «якісної» геометричної моделі має на увазі її адаптацію до побудови скінченноелементної сітки тим чи іншим методом. Наприклад, якщо передбачається створення об'ємної регулярної скінченноелементної моделі, то геометрична модель повинна бути розбита на регулярні області, тобто чотири-, п'яти- або шестигранні об'єми.

По-друге, необхідно пам'ятати, що МСЕ – наближений метод, точність якого залежить від правильного вибору типів і розмірів СЕ. Так, наприклад, більш часта сітка потрібна там, де очікується великий градієнт деформацій, напружень або температури. У той же час розріджена сітка може застосовуватися у зонах, де деформації, напруження або температури змінюються слабо, а також в зонах, які не становлять інтересу. У зв'язку з цим дослідник повинен передбачити області концентрацій напружень і врахувати даний факт при побудові геометричної моделі.

При цьому необхідно взяти до уваги, що точність результатів аналізу істотно зменшується, якщо розміри скінченних елементів поблизу концентратора відрізняються значно. Це означає зокрема, що, або сусідні області геометричної моделі не повинні істотно відрізнятися за розмірами, або в подальшому при побудові скінченноелементної сітки необхідно організувати плавний перехід від скінченних елементів більших розмірів до дрібніших скінченних елементів, розташованих в областях концентраторів.

Для визначення наявності відносно «дрібних» елементів геометричної моделі (в порівнянні з іншими) в ПК ANSYS реалізовано контроль геометрії побудованої моделі на виродженість геометричних об'єктів, який здійснюється за допомогою підменю:

GUI: Main Menu > Preprocessor > Modeling > Check Geom > :

> **Sel Small Lines** – виділення і відображення малих ліній в моделі або **Command(s): SSLN, FACT, SIZE** – виділення і відображення малих ліній в моделі, де **FACT** – масштабний коефіцієнт для визначення малих ліній в порівнянні з лінією середньої довжини в моделі, **SIZE** – довжина лінії, яка задає обмеження для відбору малих ліній (використовується тільки при відсутності FACT);

> **Show Degeneracy** – відображення вироджених об'єктів;

> **List Degen Areas** – текстовий файл з виродженими поверхнями;

> **List Degen Volus** – текстовий файл з виродженими об'ємами;

> **Plot Degen Areas** – відображення вироджених поверхонь або **Command(s): APLOT, NA1, NA2, NINC, DEGEN, SCALE** –

відображення поверхонь від **NA1** до **NA2** з кроком **NINC**, де **DEGEN** – маркер виродження: <пробіл> – маркер виродження не використовується, **DEGE** – зірочка червоного кольору, розташована біля ключової точки, є ознакою виродження, **SCALE** – масштабний коефіцієнт для встановлення розміру зірочки – маркера виродження (від -1 до 1);

> **Plot Degen Volus** – відображення вироджених об'ємів або **Command (s): VPLOT, NV1, NV2, NINC, DEGEN, SCALE** – відображення об'ємів від **NV1** до **NV2** з кроком **NINC**, **DEGEN** і **SCALE** – подібні до установок команди [**APLOT**].

Що ж стосується результатів розрахунків на міцність конструкцій (параметрів напружено-деформованого стану), виконаних методом скінченних елементів, що лежить в основі ПК ANSYS, необхідно пам'ятати таке. Будь-який чисельний аналіз, до якого належить і МСЕ, вимагає деякої ідеалізації реальної конструкції. Тому, незважаючи на потужний розвиток обчислювальної техніки, результати обчислень з застосуванням МСЕ не вільні від помилок. А використання обчислювальної техніки в ролі «чорного ящика», без розуміння основних процесів і етапів обчислень, може призвести до суттєвих помилок та неправильних висновків.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Компьютерное моделирование и расчет на прочность автомобиля : учеб. пособ. / А. Н. Туренко, В. А. Богомолов, О. В. Кедровская и др. – Харьков: ХНАДУ, 2003. –336 с.
2. Зенкевич О.К. Метод конечных элементов в технике / О. К. Зенкевич. –Москва: Мир, 1980. –420 с.
3. Каплун А. П. ANSYS в руках инженера: практическое руководство / А. П. Каплун, Е. М. Морозов, М. А. Олферова. – Москва: Едиториал УУРС, 2003. –272 с.
4. Басов К. А. ANSYS в примерах и задачах / К. А. Басов. – Москва: КомпьютерПресс, 2002. –224 с.
5. Басов К. А. ANSYS: справочник пользователя / К. А. Басов. – Москва: ДМК Пресс, 2005. –640 с.
6. Чигарев А. В. ANSYS для инженеров: справ. пособие / А. В. Чигарев, А. С. Кравчук, А. Ф. Смалюк. – Москва: Машиностроение-1, 2004. –512 с.
7. Рычков С. П. MSK visual NASTRAN для Windows / С. П. Рычков. – Москва: ИТ Пресс, 2004. –552 с.
8. Алямовский А. А. SolidWorks/COSMOSWorks. Инженерный анализ методом конечных элементов / А. А. Алямовский. – Москва: ДМК Пресс, 2004. –432 с.
9. ANSYS Free Student Software Downloads / режим доступа: <https://www.ansys.com/academic/free-student-products>
10. Федоренко В. А. Справочник по машиностроительному черчению / В. А. Федоренко, А. И. Шопин. –Ленинград: Машиностроение, 1981. –416 с.
11. Писаренко Г. С. Справочник по сопротивлению материалов / Г. С. Писаренко, А. П. Яковлев, В. В. Матвеев. –Київ: Наукова думка, 1988. –736 с.
12. Створення геометричних моделей конструкцій за допомогою багатопільового пакета проєктування та аналізу: метод. вказівки / уклад. Мартиненко Г. Ю. – Харьков: НТУ «ХПШ», 2007. –72 с.
13. Самуль В. И. Основы теории упругости и пластичности : учеб. пособие для студентов вузов. –2-е изд., перераб. – Москва: Высш. школа, 1982. –264 с.
14. Мартыненко Г. Ю. Решение задач статической прочности конструкций и их элементов с помощью многоцелевого пакета моделирования и анализа : учеб.-метод. пособ. / Г. Ю Мартыненко, О.В. Кедровская. –Харків: НТУ «ХПИ», 2015. –138 с.

Сторінка для нотаток

Навчальне видання

МАРТИНЕНКО Геннадій Юрійович
РОЗОВА Людмила Вікторівна

**КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЕЛЕМЕНТІВ
КОНСТРУКЦІЙ ТА ВИЗНАЧЕННЯ ЇХ МІЦНОСТІ ПРИ
СТАТИЧНИХ НАВАНТАЖЕННЯХ**

Навчальний посібник
для студентів спеціальностей 113 «Прикладна математика» та
122 «Комп'ютерні науки»

Відповідальний за випуск доц. О. О. Водка

Роботу до видання рекомендував проф. Д. В. Бреславський

Редактор О. С. Самініна

План 2020 р., п. 50

Підп. до друку 16.07.2021 р. Формат 60×84/16. Друк офсетний.
Папір офсетний.

Riso-друк. Гарнітура Times New Roman. Ум. друк. арк. 14,07.

Наклад 50 прим. Зам. № ЕП-17092121. Ціна договірна.

Видавничий центр НТУ «ХПІ».

Свідоцтво про державну реєстрацію ДК № 5478 від 21.08.2017 р.
61002, м. Харків, вул. Кирпичова, 2

Видавництво «Естет Принт»

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК №6381 від 03.09.2018 р.

Віддруковано у друкарні ТОВ «Естет Принт»

Україна, 61093, м. Харків, вул. Рилєєва, 60