

нижением температуры горячей обработки сталей, интенсивность внешних сил от первого слагаемого [1] в интервале рабочих температур 1100-1000 °С возрастает в 2,56 раза. Поэтому диапазон рабочих температур горячей обработки желательно уменьшать за счет интенсификации процесса обработки или в результате создания дополнительных условий для поддержания рабочей температуры обработки более постоянной.

**Список литературы:** 1. Федорченко В.Г. Подлесный С.В.. Определение энергосиловых параметров развальцовки тонкостенных осесимметричных труб // Вісник Східноукраїнського національного університету імені В.Даля. – № 6 [124], ч. 2. – 2005. – С. 55-60. 2. Казаков Н.Ф., Осокин А.М., Шникова А.П. Технология металлов и других конструкционных материалов. – М.: Металлургия, 1976. – 687 с. 3. Писаренко Г.С., Азарев В.А., Квитка А.Л., Попков В.Г., Уманский Э.С. Сопrotивление материалов. – Киев: Вища школа, 1986. – 775 с. 4. Лахтин Ю.М. Металловедение и термическая обработка металлов. – М.: Металлургия, 1969. – 359 с. 5. Добронравов .В.В., Никитин Н.Н. Курс теоретической механики. – М. : Высшая школа, 1983. – 575 с. 6. Федорченко В.Г. Исследование влияния металлургических и технологических факторов на образование горячих трещин в ковком чугуне. Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук: 05.16.04. – М., 1973. – 220 с. 7. Алексеев Ю.Н. Вопросы пластического течения металлов. – Харьков, ХГУ, 1958. – 187 с. 8. Капорович В.Г. Поиск новых технологических решений в области обкатки трубчатых заготовок // Вестник машиностроения. – № 9. – 1983. – С. 26-32.

*Поступила в редколлегию 09.10.2009*

УДК 539.376

**П.В.ФЕРНАТИ**, канд.техн.наук, науч.сотр., Институт механики им. С.П.Тимошенко НАН Украины, Киев

## **К РАСЧЕТУ ДЕФОРМАЦИЙ НЕЛИНЕЙНОЙ ПОЛЗУЧЕСТИ НА ОСНОВЕ ГИПОТЕЗЫ ПОДОБИЯ КРИВЫХ ПОЛЗУЧЕСТИ**

Розглянута задача розрахунку деформацій нелінійної повзучості нейлону FM 3001 і склопластику СВМ за умов розтягу. Розв'язок задачі ґрунтується на моделі повзучості, побудованій виходячи з гіпотези подібності кривих повзучості. Гіпотеза подібності обґрунтована експериментально з використанням статистичних критеріїв. Вдосконалена методика визначення параметрів визначальних рівнянь моделі. Отримано задовільне узгодження результатів розрахунку деформацій повзучості з експериментальними даними.

The problem of the nonlinear creep strains calculation of nylon FM 3001 and glass-plastic СВМ under tension is considered. The problem is solved on the basis of a nonlinear creep model from hypothesis of the creep curves similarity. The hypothesis of the creep curves similarity is grounded experimentally with the use of statistical criteria. The method of determination of parameters of determining equalizations of model is improved. The calculations of deformations of creep are in good agreement with experimental data.

Среди современных перспективных конструкционных материалов широкое распространение получили полимеры и композиции на их основе. Применение их практически во всех отраслях промышленности и в быту послужило причиной интенсивного изучения их механических свойств, среди которых особый интерес заслуживают вязкоупругие свойства, которые у этих материалов об-

ладают нелинейной природой и проявляются даже при комнатной температуре.

Для описания процессов нелинейного вязкоупругого деформирования широкого распространения получили упрощенные варианты обобщенной нелинейной модели наследственного типа Вольера-Фреше [1,2]. Эти модели построены на основе гипотез и упрощающих предположений выдвинутых исходя из анализа особенностей вязкоупругого деформирования характерных для классов реальных материалов.

В данной работе рассматривается модель нелинейной ползучести, построенная на основе гипотезы подобия кривых ползучести [2,3,4,5,6]. Функция подобия в которой зависит от напряжения и не зависит от времени.

Анализ литературу показал, что работ, в которых решаются нелинейные задачи вязкоупругости с использованием данной модели очень мало. В работе [3] используется данная модель для расчета деформаций нелинейной ползучести полиэфирной смолы. Там же изложена методика по определению параметров ядер наследственности. Однако эта методика рассчитана на использование одной конкретной структуры ядра наследственности. Для других более перспективных структур ядер эта методика не подходит.

В данной работе решается задача экспериментального обоснования гипотезы подобия кривых ползучести, определения параметров модели, включающих и параметры дробно-экспоненциальных ядер наследственности и расчете деформаций нелинейной ползучести исследованных материалов для разных уровней растягивающих напряжений.

**1. Постановка задачи исследования. Объект исследования.** В одномерном случае связь между деформацией  $\varepsilon(t)$  и напряжением  $\sigma(t)$  в соответствии с кратно-интегральным представлением Вольера-Фреше задается соотношением

$$\begin{aligned} \varepsilon(t) = & \frac{\sigma(t)}{E} + \frac{1}{E_1} \int_0^t K_1(t-\tau_1) \sigma(\tau_1) d\tau_1 + \frac{1}{E_2} \int_0^t \int_0^t K_2(t-\tau_1, t-\tau_2) \sigma(\tau_1) \sigma(\tau_2) d\tau_1 d\tau_2 + \\ & + \frac{1}{E_3} \int_0^t \int_0^t \int_0^t K_3(t-\tau_1, t-\tau_2, t-\tau_3) \sigma(\tau_1) \sigma(\tau_2) \sigma(\tau_3) d\tau_1 d\tau_2 d\tau_3 + \dots, \end{aligned} \quad (1.1)$$

где  $E$  – модуль упругости материала;  $K_1(\cdot)$ ,  $K_2(\cdot)$ ,  $K_3(\cdot)$  – функции, которые являются характеристиками материала и интерпретируются как ядра ползучести;  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $E_3$  – постоянные.

Частным случаем обобщенного нелинейного уравнения (1.1) в работе рассматривается интегральное соотношение [3,4,5,6]

$$\varepsilon(t) = \psi(\sigma(t)) + \lambda \int_0^t K(t-\tau) f(\sigma(\tau)) d\tau, \quad (1.2)$$

отражающие подобие первичных кривых ползучести « $\varepsilon - t$ ».

В качестве ядра интегрального оператора  $K(t-\tau)$  в уравнении (1.2) используется дробно-экспоненциальное ядро [1,3,4]

$$K(t-\tau) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-\beta)^n (t-\tau)^{\alpha+(1+\alpha)n}}{\Gamma[(1+\alpha)(1+n)]}, \quad (1.3)$$

где  $\alpha, \beta$  – параметры ядра, подлежащие определению из экспериментов на ползучесть или на релаксацию ( $1 > \alpha > 0; \beta > 0$ );  $\Gamma[\cdot]$  – гамма-функция.

Параметры  $\alpha$  и  $\beta$  дробно-экспоненциального ядра (1.3), а также реологический параметр  $\lambda$  в уравнениях (1.2) определяются по результатам обработки экспериментальных данных на одноосную ползучесть при фиксированной температуре и нескольких уровнях постоянных напряжений. В этом случае величина напряжения  $\sigma(t)$  задается соотношением

$$\sigma(t) = h(t)\sigma_k; \quad (k = \overline{1, m}), \quad (1.4)$$

где  $h(t)$  – единичная функция Хевисайда ( $h(t) = 0$  при  $t < 0$  и  $h(t) = 1$  при  $t \geq 0$ ), а  $\sigma_k = \text{const}$ .

Функция  $\psi(\sigma_k)$  определяющая величину начальной деформации при  $t = 0$  задается одночленной степенной аппроксимацией

$$\psi(\sigma_k) = \frac{q}{H}(\sigma_k)^{1/q}, \quad (1.5)$$

где  $q, H$  – экспериментально определяемые коэффициенты.

Задача заключается в экспериментальном обосновании, с учетом статистического характера реологических свойств реальных материалов, гипотезы подобия кривых ползучести, определении материальных констант в определяющем уравнении нелинейной ползучести (1.2) и расчете деформаций ползучести исследованных материалов для разных уровней растягивающих напряжений.

Методы определения параметров дробно-экспоненциальных ядер наследственности в интегральном уравнении (1.2) апробируются в работе на примере нейлоновых волокон FM3001 и стеклопластика СВАМ. Экспериментальные данные заимствованы из работ [7,8]соответственно.

**2. Обоснование подобия первичных кривых ползучести.** Определяющее уравнение рассматриваемой модели (1.2) предполагает подобие кривых ползучести, которое в работе обосновывается путем анализа экспериментальных кривых ползучести.

Первичные кривые ползучести, построенные в координатах «деформация  $\varepsilon^r$  – время  $t$ » при разных уровнях напряжений  $\sigma_k$  считаются подобными, если в сходственных точках выполняется условие [3]

$$\varepsilon(\sigma_k, t_j) = \chi_k(\sigma_k)\varepsilon(\sigma_0, t_j) \Rightarrow \varepsilon(\sigma_0, t_j) = \frac{\varepsilon(\sigma_k, t_j)}{\chi_k(\sigma_k)}, \quad (2.1)$$

для любого момента времени  $t_j$ . Здесь  $\chi_k(\sigma_k)$  – функция подобия;  $\varepsilon(\sigma_k, t_j)$  – деформация, измеренная по кривой ползучести при напряжении  $\sigma_k$ ;  $\varepsilon(\sigma_0, t_j)$  – деформация измеренная по кривой ползучести при некотором базисном напряжении  $\sigma_0$ .

Дискретные значения функции подобия  $\chi_k(\sigma_k)$  определяются из условия наилучшего согласования экспериментальных кривых ползучести, построенных для нескольких значений  $\sigma_k$ , с экспериментальной базисной кривой ползучести  $\varepsilon(\sigma_0, t_j)$  согласно условия подобия (2.1). Задача сводится к минимизации функционала

$$F(\chi_k(\sigma_k)) = \sum_{j=1}^n \left\{ \varepsilon(\sigma_0, t_j) - \frac{\varepsilon(\sigma_k, t_j)}{\chi_k(\sigma_k)} \right\}^2, \quad (2.2)$$

откуда для функции подобия получаем соотношение

$$\chi_k(\sigma_k) = \frac{\sum_{j=1}^n (\varepsilon(\sigma_k, t_j))^2}{\sum_{j=1}^n \varepsilon(t_j, \sigma_0) \varepsilon(\sigma_k, t_j)}, \quad (2.3)$$

которое позволяет рассчитывать осредненные значения  $\tilde{\chi}_k(\sigma_k)$ .

Значения осредненной функции подобия  $\tilde{\chi}_k(\sigma_k)$ , рассчитанные на основе соотношения (2.3), используются в дальнейшем исходя из (2.1) для определения деформаций ползучести  $\tilde{\varepsilon}(\sigma_k, t_j)$  приведенных к базисной кривой ползучести при напряжении  $\sigma_0$ .

Естественно рассчитанные с использованием соотношения (2.1) приведенные кривые ползучести лягут на кривую приведения  $\varepsilon(\sigma_0, t_j)$  с некоторым разбросом. Это объясняется наличием статистического характера механических свойств материалов, отсутствием абсолютно точного подобия кривых ползучести, а также рядом других факторов. Для оценки существования подобия кривых ползучести воспользуемся следующей методикой, которая аналогична изложенной в [9].

Пусть  $\tilde{\varepsilon}(\sigma_0, t_j)$  - истинное, а  $\bar{\varepsilon}(\sigma_0, t_j)$  - выборочное среднее значение единой приведенной кривой ползучести для  $t_j, j = \overline{1, l}$  момента времени. Примем далее, что погрешность оценки единой приведенной кривой ползучести составляет  $\delta$  по отношению к выборочному среднему значению. В этом случае считаем, что кривые ползучести подобны с погрешностью  $\delta$ , если интервал

$$\varepsilon(\sigma_0, t_j) - \delta \bar{\varepsilon}(\sigma_0, t_j) < \tilde{\varepsilon}(\sigma_0, t_j) < \varepsilon(\sigma_0, t_j) + \delta \bar{\varepsilon}(\sigma_0, t_j) \quad (2.4)$$

накрывает истинное значение единой приведенной кривой ползучести с некоторой вероятностью  $P$ . С такой же вероятностью  $P$  величина  $\tilde{\varepsilon}(\sigma_0, t_j)$  охватывается доверительным интервалом [10]

$$\bar{\varepsilon}(\sigma_0, t_j) - \frac{t_{\alpha, k} S_{\tilde{\varepsilon}}(t_j)}{\sqrt{n}} < \tilde{\varepsilon}(\sigma_0, t_j) < \bar{\varepsilon}(\sigma_0, t_j) + \frac{t_{\alpha, k} S_{\tilde{\varepsilon}}(t_j)}{\sqrt{n}}, \quad (2.5)$$

где  $t_{\alpha, k}$  - значение квантиля статистики;  $S_{\tilde{\varepsilon}}(t_j)$  - выборочное среднее квадратичное отклонение единой приведенной кривой ползучести  $\tilde{\varepsilon}(\sigma_0, t_j)$ .

Из совместного решения неравенств (2.4) и (2.5) для значения квантиля статистики  $t_{\alpha, k}$  получаем соотношение

$$t_{\alpha, k} = \frac{\delta \bar{\varepsilon}(\sigma_0, t_j) \sqrt{n}}{S_{\tilde{\varepsilon}}(t_j)}. \quad (2.6)$$

Величина  $\bar{\varepsilon}(\sigma_0, t_j)$  определяется из уравнения

$$\bar{\varepsilon}(\sigma_0, t_j) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n [\tilde{\psi}(\sigma_k) \cdot \varepsilon(\sigma_k, t_j)], \quad (2.7)$$

а величина  $S_{\tilde{\varepsilon}}(t_j)$  – из уравнения

$$S_{\tilde{\varepsilon}}(t_j) = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^n \left( \left[ \bar{\psi}(\sigma_k) \cdot \varepsilon(\sigma_k, t_j) \right] - \bar{\varepsilon}(\sigma_0, t_j) \right)^2}. \quad (2.8)$$

Будем считать, что кривые ползучести подобны, если при заданной погрешности  $\delta = 0,05$  вероятность попадания  $\tilde{\varepsilon}(\sigma_0, t_j)$  в интервалы (2.4) и (2.5) будет не ниже 90 %.

Проверка выполнения условия подобия (2.6) осуществляется далее в следующей последовательности. Для вероятности  $P = 90$  % и уровня значимости  $k = n - 1$  по таблицам [10] находится критическое значение квантиля статистики  $t_{\alpha, k}^*$ . Расчетное значение квантиля статистики  $t_{\alpha, k}$ , найденное по формуле (2.6), сравнивается с величиной  $t_{\alpha, k}^*$ . Считается, что кривые ползучести подобны, если выполняется условие

$$t_{\alpha, k} = \frac{\delta \bar{\varepsilon}(\sigma_0, t_j) \sqrt{n}}{S_{\tilde{\varepsilon}}(t_j)} \geq t_{\alpha, k}^* \quad (2.9)$$

в исследованном диапазоне напряжений и длительностей нагружения. Если условие (2.9) не выполняется, то есть  $t_{\alpha, k} < t_{\alpha, k}^*$ , то кривые ползучести не подобны.

В качестве базисных кривых ползучести выбраны кривые, соответствующие уровню напряжения  $\sigma_0 = 16,55$  МПа для нейлона FM 3001 и  $\sigma_0 = 89,24$  МПа для стеклопластика СВАМ.

Значения коэффициента подобия  $\chi_k(\sigma_k)$  найденного для нейлона FM 3001 и стеклопластика СВАМ по формуле (2.3) представлены в табл.1.

Таблица 1

Нейлон FM 3001					
$\sigma_k$ МПа	3,2750	4,1368	8,2737	12,411	16,548
$\chi_k$	0,1274	0,1625	0,4156	0,6804	1,0004
$\psi_{зкс}(\sigma_k)$	0,0021	0,0026	0,0067	0,0109	0,0160
Стеклопластик СВАМ					
$\sigma_k$ МПа	38,246	50,995	63,743	76,492	89,241
$\chi_k$	0,0447	0,0992	0,2407	0,6556	1,0000
$\psi_{зкс}(\sigma_k)$	0,0013	0,0028	0,0068	0,0185	0,0282

Значения приведенных деформаций  $\tilde{\varepsilon}(\sigma_k, t_j)$ , рассчитанных для исследуемых материалов по уравнению (2.1), нанесены точками на рис. 1, а, б соответственно для нейлона FM 3001 и стеклопластика СВАМ. Штриховыми линиями нанесены границы интервала, соответствующего величине максимальной погрешности  $\delta_{\max} = 10$  % ( $\pm 5$  % от величины  $\bar{\varepsilon}(\sigma_0, t_j)$ ).

Кривые подобия нейлона можно считать подобными, поскольку из данных, представленных на рис.1 а, в, видно, что расчетные значения приведенных деформаций ползучести, соответствующих различным уровням напряжений, располагаются в основном в пределах  $\pm 5$ -ти процентного интервала, а

расчетные значения квантиля статистики  $t_{\alpha,k}$  (пунктирная линия) больше их критических значений.

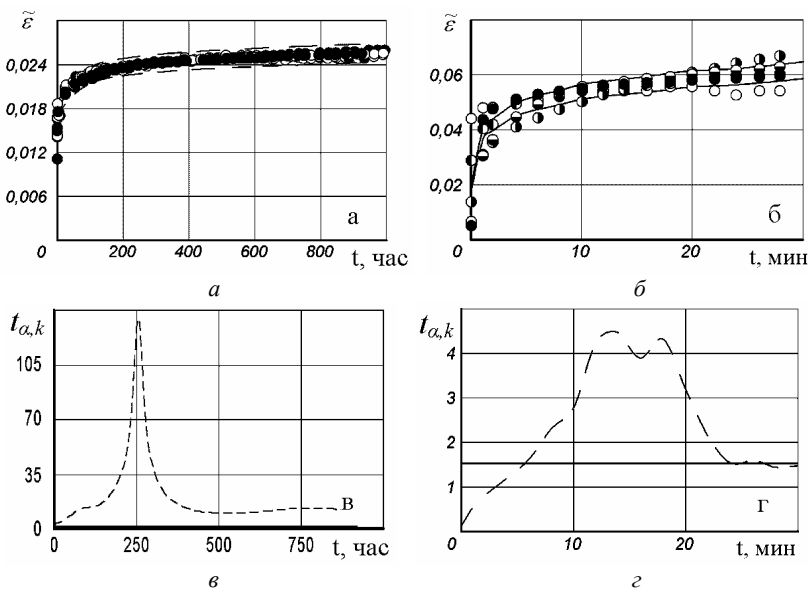


Рисунок 1

Для стеклопластика СВAM см. рис. 1, б, г на начальной и конечной стадии нагружения наблюдается значительное отклонение между приведенными и базисными кривыми ползучести, расчетное значение значения квантиля статистики  $t_{\alpha,k}$  на начальной стадии меньше, а на конечной стадии граничат с критическими значениями. По этому условие подобие первичных кривых ползучести с заданной точностью у этого материала в целом не выполняется.

**3. Методика определения параметров ядер наследственности.** Определяющее уравнение (1.2) теории является частным случаем общей нелинейной теории вязкоупругости Вольтера-Фреше и содержит три функции, подлежащие определению из эксперимента. Методика идентификации неизвестных функций в (1.2) и определение их параметров реализуется следующим образом [3].

Пусть имеется серия подобных кривых ползучести  $\varepsilon - t$  для разных уровней постоянных напряжений  $\sigma_k$ , заданных согласно (1.4). В этом случае определяющее уравнение (1.2) с учетом (1.4) запишется в виде

$$\varepsilon(\sigma_k, t) = \psi(\sigma_k) \left( 1 + \lambda \int_0^t K(\tau) d\tau \right), \quad (3.1)$$

где функция  $\psi(\sigma_k)$  является функцией подобия описывающая в момент времени  $t = 0$  величину начальной упругой деформации и которая задается уравнением (1.5).

Условие подобия первичных кривых ползучести задается, соотношением (2.1) которое позволяет, зная коэффициент подобия  $\chi_k(\sigma_k)$  рассчитывать деформацию ползучести  $\varepsilon(\sigma_k, t)$  при произвольном напряжении  $\sigma_k$  по характеристикам базисной кривой ползучести  $\varepsilon(\sigma_0, t)$ , полученной при напряжении  $\sigma_0$ .

В качестве базисного напряжения  $\sigma_0$  выбирается, как правило, наибольшее напряжение из ряда  $\sigma_k$ , для которого построена экспериментальная кривая ползучести. Для базисной кривой  $\varepsilon(\sigma_0, t)$ , решая совместно уравнения (3.1) и (2.1), получаем

$$\varepsilon(\sigma_0, t) = \chi_0(\sigma_0) \left( 1 + \lambda \int_0^t K(\tau) d\tau \right), \quad (3.2)$$

где принято

$$\chi_0(\sigma_0) = \frac{\psi(\sigma_k)}{\chi_k(\sigma_k)} \Rightarrow \psi(\sigma_k) = \chi_0(\sigma_0) \chi_k(\sigma_k). \quad (3.3)$$

Параметры ядра ползучести (1.3) и неизвестные коэффициенты в (3.2) определяются в два этапа. На первом этапе определяются реологические параметры  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\lambda$ , а также коэффициент подобия  $\chi_0(\sigma_0)$ . Эти параметры определяются по результатам аппроксимации экспериментальной базисной кривой ползучести  $\varepsilon(\sigma_0, t)$  уравнением (3.2). Задача сводится к минимизации функционала

$$F(\chi_0(\sigma_0), p_i) = \sum_{j=1}^n \left\{ \varepsilon(\sigma_0, t_j) - \varepsilon(\sigma_0, t_j, \chi_0(\sigma_0), p_i) \right\}_i^2, \quad (3.4)$$

где  $p_i$  – неизвестные реологические параметры ( $i = 3$ ).

На втором этапе определяются коэффициенты  $q$  и  $H$  уравнения (3.1). Используя найденные значения коэффициентов подобия  $\chi_0(\sigma_0)$  и  $\chi_k(\sigma_k)$ , по уравнению (3.3) рассчитываются дискретные значения функции  $\psi(\sigma_k)$ . Значения коэффициентов  $q$  и  $H$  определяются по результатам аппроксимации дискретных значений функции  $\psi(\sigma_k)$  уравнением (1.5), исходя из минимизации функционала

$$F(p_i) = \sum_{j=1}^n \left\{ \psi(\sigma_k) - \psi(\sigma_k, p_i) \right\}_i^2. \quad (3.5)$$

где  $i = 2$ , причем  $p_1 = q$ , а  $p_2 = H$ .

**4. Определение параметров модели.** Методика определения коэффициентов и параметров ядра наследственности в рассматриваемой нелинейной теории изложенной в разделе 3 построена исходя из условия подобия первичных кривых ползучести в плоскости  $(\varepsilon, t)$ .

Реализация методики осуществляется на примере ползучести нейлоновых волокон FM 3001 и стеклопластика СВАМ.

Экспериментальные значения деформации ползучести  $\varepsilon(\sigma_0, t_j)$ , замеренные по базисной кривой ползучести, относительно которой обосновывается условие подобия (2.1), используется при определении реологического параметра  $\lambda$ , параметров ядра наследственности  $\alpha$  и  $\beta$ , а также коэффициента подобия  $\chi_0(\sigma_0)$ . В этом случае функционал (3.4) конкретизируется с учетом (3.2) и (1.3) в виде

$$F(\alpha, \beta, \lambda, \chi_0(\sigma_0)) = \sum_{j=1}^n \left\{ \varepsilon(\sigma_0, t_j) - \chi_0(\sigma_0) \left( 1 + \lambda \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-\beta)^n t^{(1+\alpha)(1+n)}}{\Gamma(1+(1+\alpha)(1+n))} \right) \right\}^2, \quad (4.1)$$

минимизируя который находим значения искомым параметров. Значения параметров  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\lambda$  и  $\chi_0(\sigma_0)$  рассчитанных согласно (4.1) приведены для исследованных материалов в табл. 2. Процедура минимизации функционала (4.1) при определении параметров ядер ползучести решается с использованием итерационного метода Левенберга-Маркардта [11].

Таблица 2

Материал	$\alpha$	$\beta$	$\lambda$	$\chi_0(\sigma_0)$	$q$	$H$
Нейлон FM 3001	-0,68028	0,10638 час <sup>(1+<math>\alpha</math>)</sup>	0,12059 час <sup>(1+<math>\alpha</math>)</sup>	0,01604	0,779	1,79·10 <sup>3</sup> МПа
Стеклопластик СВАМ	-0,03096	0,30764 мин <sup>(1+<math>\alpha</math>)</sup>	0,33007 мин <sup>(1+<math>\alpha</math>)</sup>	0,02820	0,261	2,69·10 <sup>8</sup> МПа

Используя значения функции подобия  $\chi_k(\sigma_k)$  рассчитанные по уравнению (3.8) и значения коэффициентов подобия  $\chi_0(\sigma_0)$  см. табл. 1, рассчитаем дискретные значения функции  $\psi(\sigma_k)$ , по уравнению (3.3). Их значения в зависимости от уровня напряжения представлены в табл. 1.

Дискретные значения функции  $\psi(\sigma_k)$ , приведенные в табл. 1, используются в дальнейшем для определения коэффициентов  $q$  и  $H$ . В этом случае функционал (3.5) конкретизируется с учетом (1.5) в виде

$$F(q, H) = \sum_{j=1}^n \left\{ \psi(\sigma_k) - \frac{q}{H} (\sigma_k)^{1/q} \right\}^2, \quad (4.2)$$

минимизируя который находим значения искомым коэффициентов. Значения коэффициентов  $q$  и  $H$  рассчитанных согласно (4.2) приведены для исследованных материалов в табл. 2.

**5. Экспериментальная апробация теории.** Простейшая экспериментальная проверка теории и параметров определяющих уравнений, построенных исходя из условия подобия первичных кривых ползучести, может быть осуществлена на примере расчета деформаций ползучести при постоянных напряжениях.

Зависимость деформации ползучести  $\varepsilon$  от времени  $t$  при нагружении постоянными напряжениями  $\sigma_k$  записывается исходя из (1.2) с учетом (1.3), (1.4) и (3.2) в виде

$$\varepsilon(\sigma_k, t) = \frac{q}{H} (\sigma_k)^{1/q} \left( 1 + \lambda \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-\beta)^n t^{(1+\alpha)(1+n)}}{\Gamma[1+(1+\alpha)(1+n)]} \right), \quad (5.1)$$

где принято  $\tau = 0$ ,  $t - \tau = t$  и  $h(t) = 1$ .

Значения деформации ползучести  $\varepsilon(t)$ , рассчитанных по уравнению (5.1) с использованием значений параметров  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\lambda$ ,  $q$  и  $H$  приведенных в табл. 2, сопоставлены на рис. 2 с экспериментальными данными. Для нейлоновых волокон FM 3001 (а) при  $\theta = 23$  °С и  $\sigma_k = 3,3$  (○), 4,1 (◐), 8,3 (◑), 12,4 (●), 16,6 (●)



МПа и стеклопластика СВАМ (б) при  $\theta = 23\text{ }^{\circ}\text{C}$  и  $\sigma_k = 38,3$  (○), 51,0 (⊖), 63,7 (⊕), 76,5 (●), 89,2 (●) МПа. Результаты расчетов нанесены штриховыми линиями, а экспериментальные данные показаны точками.

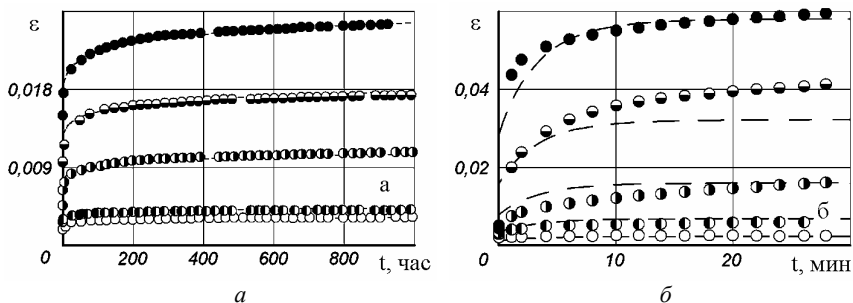


Рисунок 2

**Заключение.** Гипотеза подобия, заложенная в основу рассматриваемой модели, позволяет значительно упростить математический аппарат обобщенной нелинейной теории ползучести. Результаты расчетов, представленные на рис. 2 свидетельствуют об эффективности рассмотренной модели и методики определения параметров определяющих уравнений для решения задач нелинейной ползучести полимеров и композиций на их основе в случае выполнения условия подобия с достаточной точностью. О чем свидетельствует сопоставление результатов расчетов представленных на рис. 1, а, в и рис. 2, а из которых видно, что кривые ползучести нейлона FM 3001 подобны с высокой точностью. Погрешность расчета деформаций ползучести в этом случае не превысила 10 %. Погрешность расчета деформаций ползучести стеклопластика СВАМ на конечной стадии деформирования, где квантиль статистики  $t_{a,k}$  принимал критические значения составила 25 % и получена для  $\sigma_k = 76,5$  МПа и времени  $t = 30$  мин. На начальной стадии деформирования этого материала, где условие подобия вообще не выполнялось, погрешность достигала 500 %.

**Список литературы.** 1. Работнов Ю.Н. Элементы наследственной механики твердых тел. – Москва: Наука. 1977. – 384 с. 2. Green A.E. The mechanics of non-linear materials with memory / A.E. Green, R.S. Rivlin // Arch. Rat. Mech. Anal. – 1957. – № 1. – P. 1-21. 3. Колтунов М.А. Ползучесть и релаксация. – Москва: Высшая школа, 1976. – 278 с. 4. Арутюнян Н.Х. Некоторые вопросы теории ползучести // Прикладная математика и механика. – 1961. – Т. 25, № 4. – С. 26-35. 5. Leaderman H. Elastic and creep properties of filaments materials and other high polymers // Washington: Textile Foundation, 1943. – 278 p. 6. Розовский М.И. Ползучесть и длительное разрушение материалов // Журнал техн. физики. – 1951. – 21, № 11. – С. 1311-1318. 7. Marin J. Creep-time relations for nylon in tension, compression, bending, and torsion / J. Marin, A.C. Webber, G.F. Weissmann // Proc. ASTM. – 1954. – Vol. 54, – P. 1313-1343. 8. Мартиросян М.М. О кратковременной ползучести стеклопластика СВАМ // Механика полимеров. – 1965. – № 2. – С. 47-54. 9. Голуб В.П., Кобзарь Ю.М., Фернати П.В. К расчету деформаций линейной ползучести вязкоупругих армирующих волокон при растяжении // Прикладная механика. – 2005. – Т. 41, № 5. – С. 97-106. 10. Степов М.Н. Статистическая обработка результатов механических испытаний. – Москва: Машиностроение. 1972. – 232 с. 11. More J.J. Users guide to minipack / J.J. More, B.S. Garbow, K.E. Hillstrom // Argonne National Laboratory Publication ANL-80-74. – 1980. – 238 p.

Поступила в редакцию 25.11.2009