

Вестник НТУ «ХПИ». – 2006. – № 32. – С. 119-122. 8. Симсон Э.А., Назаренко С.А., Зюзин А.Ю., Марусенко С.И. Проблемы мультидисциплинарной оптимизации элементов конструкций. CFD-анализ // Вестник НТУ «ХПИ». – 2004. – № 47. – С. 19-22. 9. Повгородний В.О. Прогнозирование показателей надежности механических конструкций бортовой аппаратуры Автореф. дис. канд. техн. наук: Харьков, 2004. – 20 с. 10. Щемелинин Д.А. Проблемы моделирования механических и тепловых процессов в блоках и печатных платах электронных приборов и пути их решения на основе 3D моделей // Объединенный научный журнал / Агенство научной печати. – Москва, 2007. – № 17(205). – С. 57-65.

Поступила в редколлегию 25.11.2008.

УДК 536.24

А.М.НИКИТИН, НТУ «ХПИ», Харьков

ВОЗМОЖНОСТЬ ТЕНЗОРНОГО ПРЕДСТАВЛЕНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЯ ЛДИС

У даній роботі розглянута задача ідентифікації компонентів тензора Рейнольдса та результатів виміру ЛДВШ. Пропонується варіант рішення на підставі порівняння алгоритмів обробки сигналів лазерного доплерівського вимірника швидкості й Рейнольдса.

This paper consider the problem of identification of Reynolds' tensor components and results LDA-measurements. Offer a variant of the decision which based on comparison of signals-processing algorithm of laser Doppler anemometer and Reynolds' velocity algorithm.

Введение. В 2004 году на сайте журнала «Автометрия» [1] была опубликована тема научной дискуссии, которая полностью созвучна излагаемому ниже материалу. Актуальность этой темы поддерживает проблема соответствия результатов измерений методом лазерной доплеровской анемометрии (ЛДА) и параметрами среды, которые использованы в теоретическом описании турбулентных потоков. Сама проблема возникала ранее, и идентичность величин мгновенной и осредненной скоростей [3] для большинства экспериментальных задач обоснована сопоставлением результатов параллельных экспериментов, проведенных методами ЛДА и термоанемометрии. Задача идентификации компонентов тензора турбулентных напряжений подобным способом не решается из-за сложности изготовления термоанемометрических или других зондов с пространственным разрешением, близким к 10^{-5} м.

Постановка задачи. В данной работе обсуждается вариант задачи идентификации компонентов тензора Рейнольдса и результатов измерения ЛДИС на основании сравнения алгоритмов обработки сигналов лазерного доплеровского измерителя скорости ЛДИС и осреднения скорости Рейнольдса.

Исходная информация и решение. Метод ЛДА получает информацию о потоке жидкости или газа в результате обработки спектра сигналов, детектированных фотоприемником непосредственно от выбранной точки потока.

Структура канала обработки сигналов измерителя построена в блочном исполнении (см. рис. 1). Аналоговый блок (4) канала обработки сигналов выполняет функции детектирования, усиления, фильтрации и визуализации спектра. Спектр сигналов фиксируется в дискретном блоке (5) в виде гистограммы F_e и несет информацию о движении частиц жидкости в малом по величине измерительном объеме Λ_e .

Измерительный объем формируется областью интерференции когерентного модулированного излучения. Размеры интерференционного объема могут быть рассчитаны с необходимой точностью по формулам, приведенным в [2]. Параметры потока оказываются осредненными в трехмерной области с эффективным максимальным размером $\lambda_e \leq 10^{-4}$ м. Это позволяет измерять значения параметров турбулентного потока, аппаратно приведенные к координатам центра тяжести измерительного объема, по величине не превышающего $\Lambda_e \leq 10^{-12}$ м³.

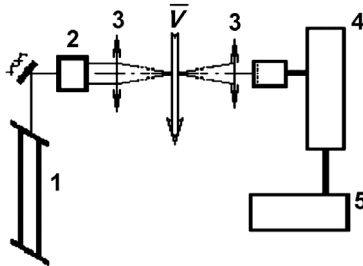


Рисунок 1 – Схема лазерного измерителя: 1 – оптический генератор; 2 – модулятор; 3 – объектив; 4 – аналоговый блок; 5 – дискретный блок; \bar{V} – зона потока жидкости

Оптическая схема (1, 2, 3, рис. 1) формирует ведущий параметр ЛДИС – вектор чувствительности доплеровского измерителя $|\bar{k}_e| = 2\pi/\lambda$. Его величина и направление в зоне течения определяются по методике, разработанной в [2, 3]. Интегральный спектр мгновенных откликов фотодетектора с определенной степенью дискретности отображается в блоке (5, рис. 1) и используется в дальнейшей обработке в виде гистограммы F_e . Параметры векторов чувствительности \bar{k}_e вместе с гистограммами спектров сигналов F_e составляют достаточный набор исходных данных для последующего определения значений параметров потока в заданной точке измерения.

Гистограмма спектра сигналов ЛДИС F_e несет информацию об искомым параметрах потока. Использование формулировки эффекта Доплера в виде [6], который устанавливает однозначное соответствие между проекцией вектора мгновенной скорости движущейся среды u_e , приведенной к координатам центра измерительного объема Λ_e , и вектором чувствительности измерителя \bar{k}_e , показывает, что мгновенный отклик фототока приемника не содержит никакой посторонней информации о потоке.

$$u_e = (V \cdot k_e). \quad (1)$$

Скалярное произведение (1) позволяет определить величину вектора скорости в случае коллинеарности векторов \overline{V} и \overline{k}_e или величину проекции \overline{V} на направление \overline{k}_e . Как показывает практика, выполнение условия коллинеарности векторов \overline{V} и \overline{k}_e в большинстве экспериментов затруднительно либо не реально. Оказывается эффективным использование таких конструкций ЛДИС, которые определяют компоненты мгновенных значений параметров потока. Тогда вариант метода ЛДА сводится к привязке данных к единой системе координат.

Между проекцией вектора мгновенной скорости \overline{V}_e и частотой фототока $i(t)$ в некоторый момент времени устанавливается однозначное соответствие. Спектр $F_e(\omega)$ сигналов ЛДИС является отображением в амплитудно-частотной плоскости некоторой совокупности единичных откликов $i(t)$, измеренных на протяжении малого промежутка времени T .

Вариант метода ЛДА, использующего методы спектрального анализа конечного числа N откликов фотодетектора $i(t)$, устанавливает достаточность выборки регистраций условием устойчивости энергетического спектра $F_e(\omega)$. Для квазистационарных процессов течения $F_e(\omega)$ можно представить в виде, аналогичном функции вероятности сигнала $i(\omega, t)$ с частотой ω в некоторый промежуток времени. Для дифференциальных оптических схем с точностью до констант [2] спектр доплеровского сигнала можно записать в виде:

$$F(\omega, t) = \int_{t-\tau_0}^{t+\tau_0} i^2(\omega, \tau) \cdot \exp(-j\omega\tau) \cdot d\tau. \quad (2)$$

Учитывая тот факт, что полезным сигналом в анемометрии считается сигнал, несущий информацию о движении частиц или неоднородностей в потоке, τ_0 принимается конечным. Величина τ_0 определяет точность измерения доплеровского сдвига частоты, а также скорости в исследуемой точке [4] по (1):

$$(\overline{V} \cdot \overline{k}_e) = \mu_1(F_e) \left| \overline{k}_e \right|^{-1}; \quad \mu_1(F_e) = \frac{\int_{t-\tau_0}^{t+\tau_0} \omega \cdot i^2(\omega, \tau) \cdot \exp(-j\omega\tau) \cdot d\tau}{\int_{t-\tau_0}^{t+\tau_0} i^2(\omega, \tau) \cdot \exp(-j\omega\tau) \cdot d\tau}, \quad (3)$$

$\mu_1(F_e)$ – первый центральный момент спектра $F_e(\omega)$.

Размер интервала интегрирования в (3) в реальных доплеровских измерителях находится в диапазоне ($10^{-3} \div 10^2$) с, в зависимости от конструкций оптических схем и быстродействия систем обработки спектров электрических сигналов.

Одноточечные парные корреляции, которые в некоторых работах называют турбулентными напряжениями, определяются по величине дисперсии доплеровского спектра по второму центральному моменту, аналогично (3):

$$\overline{u'_e u'_e} = \mu_2(F_e) \cdot \left| \overline{k}_e \right|^{-2}. \quad (4)$$

Определение $\mu_2(F_e)$ проводится на том же интервале $2\tau_0$. Как показано в

[6, 7] корреляцию (5) можно сопоставить с состоянием среды в точке течения на площадке с нормалью, совпадающей с направлением вектора \overline{k}_e . Учитывая изложенный подход, время формирования спектра сигнала ЛДИС $2\tau_0$ в течение точечных измерений можно ограничить временем достижения устойчивого положением гистограммы спектра в амплитудно-частотной плоскости.

Рассмотрим процедуру осреднения скорости Рейнольдса [5]. Мгновенная скорость \overline{V} представляется в виде суммы векторов осредненной скорости $\overline{\overline{V}}$ и вектора мгновенной пульсационной скорости $\overline{v(t)}$. При этом идентификация вводимых понятий достигается применением теоремы о среднем с интегрированием по временному интервалу t_R

$$\overline{\overline{V}}(t) = \frac{1}{t_R} \int_{t-R/2}^{t+R/2} \overline{V}(t) \cdot dt_R - \text{вектор осредненной скорости,} \quad (5)$$

$$\overline{v(t)} = \overline{V}(t) - \overline{\overline{V}}(t) - \text{вектор пульсационной скорости.} \quad (6)$$

Продолжительность интервала интегрирования t_R выбирается такой, что увеличение его не вызывает изменений вектора осредненной скорости $\overline{\overline{V}}$:

$$\lim_{\Delta t_R \rightarrow 0} \left[\Delta \overline{\overline{V}}(t) \right] = \lim_{\Delta t_R \rightarrow 0} \left[\overline{\overline{\overline{V}}(t + \Delta t_R)} - \overline{\overline{V}}(t) \right] \rightarrow 0 \text{ или} \quad (7)$$

$$\lim_{\Delta t_R \rightarrow 0} \left[\frac{1}{t_R} \int_{t-(t_R+\Delta t_R)/2}^{t+(t_R+\Delta t_R)/2} \overline{V}(t) \cdot dt_R - \frac{1}{t_R} \int_{t-t_R/2}^{t+t_R/2} \overline{V}(t) \cdot dt_R \right] \rightarrow 0.$$

Выделяемый по (7) доминантный уровень распределения параметра $\overline{\overline{V}}(x_i, t)$ в области течения может рассматриваться в качестве информативного в дальнейшем изучении потока до тех пор, пока вектор пульсационной скорости $\overline{v(x_i, t)}$ можно считать малым и пригодным для моделирования. При этом случайная вектор-функция $\overline{v(x_i, t)}$ из (6), определенная в том же интервале t_R , что и вектор осредненной скорости $\overline{\overline{V}}$, должна удовлетворить условие

$$\frac{1}{t_R} \int_{t-t_R/2}^{t+t_R/2} \overline{v(x_i, t)} \cdot dt_R = 0, \quad (i = 1, 2, 3). \quad (8)$$

В то же время величина

$$\rho \cdot \overline{uv} = \frac{\rho}{t_R} \int_{t-t_R/2}^{t+t_R/2} \left[\overline{u(x_i, t)} \cdot \overline{v(x_i, t)} \right] \cdot dt_R \neq 0, \quad (i = 1, 2, 3) \quad (9)$$

представляет собой компонент тензора Рейнольдса, если $\overline{u(x_i, t)} \cdot \overline{v(x_i, t)}$ явля-

ются соответствующими координатными проекциями в декартовой системе координат. Формула (9) записана для сред с постоянной плотностью в точке исследования, что не является существенным для проблемы интерпретации результатов измерения ЛДИС. Это удобно при выделении из тензора Рейнольдса тензора кинематических корреляций $\overline{u_i u_j}$

$$[\pi_{ij}] = [\rho \cdot \overline{u_i u_j}] = \rho \cdot [\overline{u_i u_j}]; \quad i, j = x, y, z \quad (10)$$

$[\overline{u_i u_j}]$ – представляет собой трехмерный тензор второго ранга с девятью независимыми компонентами в общем случае.

Динамическое состояние среды в точке стационарного изотермического потока, описываемое уравнениями Рейнольдса [5], в принятых обозначениях

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} U_j = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \nu \Delta U_i + \frac{\partial}{\partial x_j} (-\overline{u_i u_j}); \\ \frac{\partial U_j}{\partial x_j} = 0; \end{array} \right. \quad i, j = 1, 2, 3. \quad (11)$$

Система уравнений Рейнольдса в виде (11) связывает с каждым из слагаемых определенные физические эффекты. Первое слагаемое $\frac{\partial U_i}{\partial x_j} U_j$ соответствует «конвективному переносу»; второе $-\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i}$ – влиянию инерционных сил; $\nu \Delta U_i$ – явлению диффузии и $\frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{u_i u_j})$ – эффекту «генерации турбулентности».

Как видим из (11), все феноменологические модели турбулентности пытаются оценить и учесть величину последнего слагаемого.

Принимая во внимание два похода, сформированные в разное время и различными технологиями, сопоставляя формулы (3), (4) и (5), (9), (10), можно установить соответствие между временным интервалом аппаратного формирования спектра сигналов ЛДИС и временем осреднения в процедуре Рейнольдса. Для квазистационарных течений равенство $2\tau_0 = t_R$ очевидно.

Предположим, что в течение малого интервала времени ($t \pm k \cdot \tau_0$) измерены все девять независимых компонентов тензора турбулентных корреляций

$$\begin{bmatrix} \overline{u_x u_x} & \overline{u_x u_y} & \overline{u_x u_z} \\ \overline{u_y u_x} & \overline{u_y u_y} & \overline{u_y u_z} \\ \overline{u_z u_x} & \overline{u_z u_y} & \overline{u_z u_z} \end{bmatrix} = \overline{u_i u_j}; \quad i, j = x, y, z. \quad (12)$$

В этом случае парная корреляция в произвольном направлении $\overline{u'_e u'_e}$ может быть вычислена [5] по известным значениям координатных косинусов l_{ei} , которые определяют это направление в принятой системе координат

$$\overline{u_i u_j} \cdot l_{ei} \cdot l_{ej} = u'_e u'_e; \quad i, j = x, y, z. \quad (13)$$

Очевидно, если направление вектора чувствительности измерителя $\overline{k_e}$ задано в пространстве декартовых координат значениями направляющих косинусов l_{ei} , то измеряемая по (4) и определенная по (13) величины $\overline{u'_e u'_e}$ эквивалентны:

$$\overline{u'_e u'_e} = \mu_2(F_e) \cdot \left| \overline{k_e} \right|^{-2} = \overline{u_i u_j} \cdot l_{ei} \cdot l_{ej}; \quad i, j = x, y, z. \quad (14)$$

Связь между величинами компонентов $\overline{u_i u_j}$ и измеряемыми величинами $\overline{u'_e u'_e}$ по формуле (14) линейна и позволяет выбрать такие направления измерения, что измеренные значения парных корреляций однозначно определяют полный набор компонентов тензора.

Адаптированный в [6, 7] для измерений компонентов тензора турбулентных корреляций вариант метода ЛДА позволяет получать оценку ошибки в процессе измерения. Для определения ошибок использовался метод избыточной информации, что позволило получить следующие выражения. Оценка максимальной относительной ошибки проекций осредненной скорости в точке измерения

$$\delta_U = \left[\sqrt{2} / 2 (U_x + U_z) - U_3 \right] / U_3 \quad (15)$$

максимальной относительной ошибки величины при измерении компонентов тензора турбулентных корреляций

$$\delta_\pi = 1 - \frac{\left\{ a^2 \alpha^2 [\sigma_2(F_2) + \sigma_2(F_1)] - 2[u'_x u'_x - u'_x u'_z + (a^2 + 1)u'_z u'_z] \sin^2 \gamma \right\}}{2(a-1)^2 u'_x u'_y \cos^2 \gamma}. \quad (16)$$

Выражения (15) и (16) получены для целевой схемы измерителя, поэтому дальнейшие преобразования и выводы не могут претендовать на общность. В то же время, предполагая достоверность равенства $2\tau_0 = t_R$ можно оценить предельную величину ошибки, которая укажет качество самой реализованной конструкции ЛДИС. Опираясь на величину спектральной ошибки δ_F , которую распространим на все измеряемые спектры сигналов, можно показать, что $\delta_{\mu 2} = 2 \delta_{\mu 1} = 2 \delta_F$, а, учитывая, что $\delta_\pi \approx \delta_{\mu 2}$ (15) и (16) получим:

- для компонентов корреляций $\delta_\pi = 5 \cdot \delta_{\mu 2} = 10 \cdot \delta_F$,
- для проекций скорости $\delta_U = 4 \cdot \delta_F$.

Предельная точность измерений определена в [3], которая оценивает величину относительной ошибки измерения скорости $\delta_{U0} \approx \Omega/\omega = 10^{-7}$. Можно ожидать, что аналогичная величина предельной ошибки измерения компонентов тензора турбулентных корреляций составит $\delta_\pi \approx 10 \cdot \Omega/4 \cdot \omega = 2,5 \cdot 10^{-7}$. Это значит, что точность измерений величин компонентов тензора турбулентных корреляций $\left[\overline{u_i u_j} \right]$, которая опубликована в [6] может быть улучшена.

Представление результатов эксперимента. Графический интерпретатор измеряемых параметров потока представляет изображения вектора осредненной скорости, годограф диагональных компонентов или «парных

пульсационных корреляций» (пунктирная линия) и сплошная линия для недиагональных компонентов. Система координат XY на диаграммах совпадает с общей системой координат модели.

Все рисунки и диаграммы выполнены в относительных масштабах. Величины приведенные на каждой диаграмме позволяют определить реальный масштаб изображений и проводить количественный анализ. При этом масштаб скорости не совпадает с масштабом компонентов напряжений, но для всех компонентов на данной диаграмме справедлив один и тот же масштаб. В качестве тестового направления выбрано направление, аналогичное главной оси тензора корреляций, направление для которого выполняется условие равенства нулю смешанных корреляций.

Приведенные диаграммы некоторых точек измерения в модели канала ленточнопоточного типа [4] позволяют наглядно представить некоторые особенности течения и подтверждают возможность точного описания турбулентных течений с помощью системы уравнений Рейнольдса.

Эпюры напряженного состояния демонстрируют проявление физических эффектов, выделяемых в системе уравнений (1), с учетом легенды, справедливой для всех приведенных диаграмм:

- — — — — вектор осредненной скорости потока U ;
- — — — — годограф парных турбулентных корреляций $\overline{u'_e u'_e}$;
- — — — — годограф непарных турбулентных корреляций $\overline{u'_e u'_o}$.

где вектор скорости и тестовое направление составляют углы, близкие к $\pm\pi/2$ (рис. 2), «инерционные эффекты» — $\frac{\partial P}{\partial x_i}$, соответствует преобладанию величин нормальных напряжений (рис. 3), «диссипация турбулентности» — $\mu\Delta U_i$, отмечается соразмерностью величин компонентов напряжений (рис. 4), «генерация турбулентности» — $\frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_i u_j)$, характерна в случае если направления вектора скорости и тестовое составляют углы, близкие к кратным $\pm\pi/2$ (рис. 5).

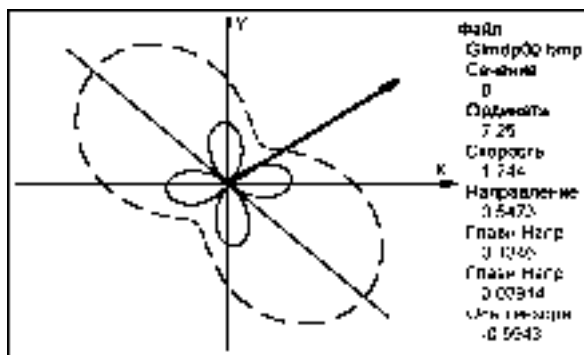


Рисунок 2

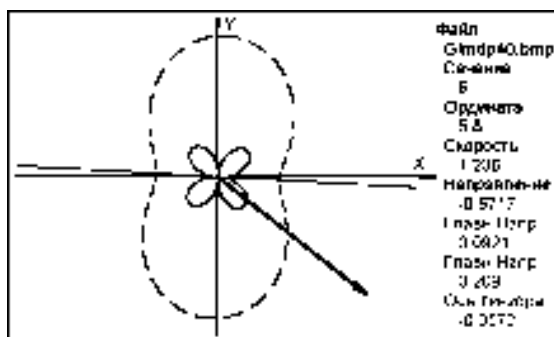


Рисунок 3

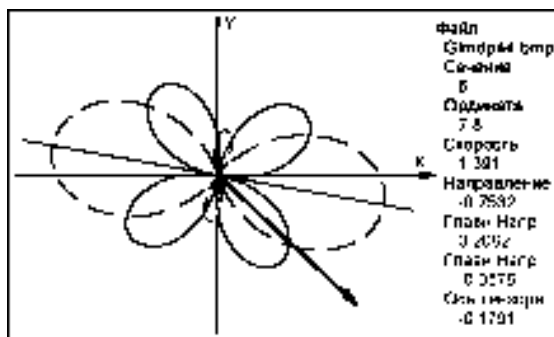


Рисунок 4

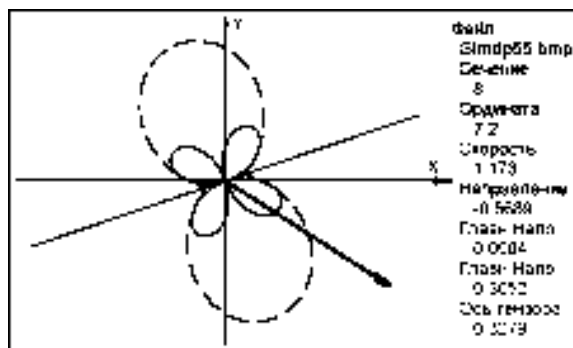


Рисунок 5

«Конвективный перенос» соответствует $\frac{\partial U_i}{\partial x_j} U_j$, преобладает в точках

Выводы. В результате сопоставления методов представления и обработки сигналов ЛДИС и осреднения Рейнольдса показана идентичность интервала времени аппаратного интегрирования при формировании спектра сигналов и

времени осреднения в процедуре Рейнольдса.

Показана возможность однозначного соответствия (14) между измерениями одноточечных корреляций пульсаций лазерным доплеровским анемометром и значениями компонентов тензора Рейнольдса в одноименной системе уравнений.

Для ЛДИС, адаптированного к измерению величин компонентов тензора турбулентных корреляций, определена минимальная ошибка, возможная в случае стационарного турбулентного течения.

Список литературы: 1. Автметрия. – Новосибирск, изд-во СО РАН, 2004. – №№ 4-6. – <http://www.sibran.ru/avtw.htm>. 2. Дубнищев Ю.Н., Ринкевичус Б.С. Методы лазерной доплеровской анемометрии. – М.: Наука, 1982. – 304 с. 3. Дубнищев Ю.Н. и др. Лазерной доплеровские измерители скорости. – Новосибирск: Наука СО, 1975. – 164 с. 4. Дюррани Т., Грейтид К. Лазерные системы в гидромеханических измерениях. – М.: Энергия, 1980. – 336 с. 5. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. – М.: Наука. 1978. 735 с. 6. Никитин А.М. Измерение кинематических параметров турбулентных течений // Вестник НТУ «ХПИ». Тематический выпуск: «Энергетические и теплотехнические процессы и оборудование». – Харьков: НТУ «ХПИ». – 2005. – № 29. – С. 35-42. 7. Товажнянский Л.Л., Никитин А.М. и др. Лазерная диагностика потоков. Часть 1. Двумерные модуляторы лазерного излучения // Вестник НТУ «ХПИ». Тематический выпуск: «Динамика и прочность машин». – Харьков: НТУ «ХПИ». – 2004. – № 12. – С. 139-146.

Поступила в редакцию 06.10.2008.

УДК 539.3

Н.И.ОБОДАН, докт.техн.наук; **Н.Б.МАКАРЕНКО**, канд.техн.наук;
Днепропетровский национальный университет

ИДЕНТИФИКАЦИОННЫЙ ПОДХОД В ГРАНИЧНЫХ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧАХ ТЕОРИИ ОБОЛОЧЕК

Розглядається проблема ідентифікації геометричних параметрів реальної системи за допомогою вимірів відгуків досліджуваної системи на зовнішній вплив. Розв'язання такої задачі зв'язано із знаходженням зворотного оператора для крайової задачі теорії оболонок, що при числовій реалізації приводить до нездоланих труднощів, що визначені поганою обумовленістю задачі. В поданій роботі пропонується підхід, заснований на комбінації чисельного розв'язання послідовних прямих задач, методу оптимізації (метод Ньютона) і методів регуляризації.

The problem of identification of geometrical parameters of real system with the help of measurements of the responses of researched system on external influence is considered. The decision of such task is connected to finding of the inverse operator for a boundary value problem of the theory of shells, which at numerical realization results in insuperable difficulties, which are predetermined by bad conditionality of a task. In the present work the approach based on a combination of the numerical decision of consecutive direct tasks, method of optimization (method of Newton) and regularization methods is offered.

Введение и постановка задачи. Решение обратных задач в механике деформируемого твердого тела для систем с распределенными параметрами яв-