

**О.П. ІВАНІЦЬКАЯ**, канд. техн. наук, доцент, НТУ «ХП»

## **ПРО МОДЕЛЮВАННЯ ГІДРАВЛІЧНИХ МОДУЛІВ З ГОРИЗОНТАЛЬНИМ ОДНОШТОКОВИМ ГІДРАВЛІЧНИМ ЦИЛІНДРОМ**

Уся різноманітність гідравлічних дросельних приводів з горизонтальним гідравлічним циліндром може бути зведена до 16 гідравлічних модулів залежно від напрямку руху поршня, напрямку дії навантаження, наявності або відсутності дроселя (або регулятора витрати) і розташування його в напірній або зливній магістралях. Наведені математичні моделі 16 основних типів гідравлічних модулів з горизонтальним гідравлічним циліндром.

Все разнообразие гидравлических дросельных приводов с горизонтальным гидравлическим цилиндром можно свести к 16 гидравлическим модулям в зависимости от направления движения поршня, направления действия нагрузки, наличия или отсутствия дросселя (или регулятора расхода) и расположения его в напорной или сливной магистралях. Приведены математические модели 16 основных типов гидравлических модулей с горизонтальным гидравлическим цилиндром.

All variety of hydraulic throttle drives with the horizontal hydraulic cylinder can be reduced to 16 hydraulic modules depending on a direction of movement of the piston, a direction of action of loading, presence or absence of a throttle (or a regulator of the charge) and its arrangements in pressure head or drain highways. Mathematical models 16 of the basic types of hydraulic modules with the horizontal hydraulic cylinder are resulted.

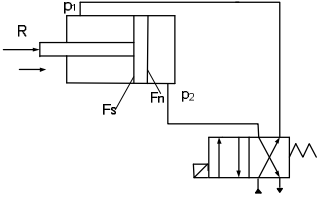
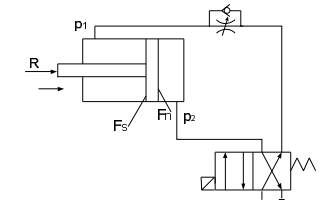
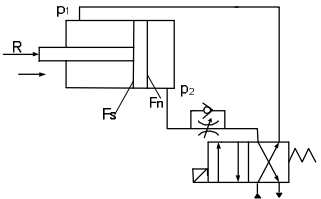
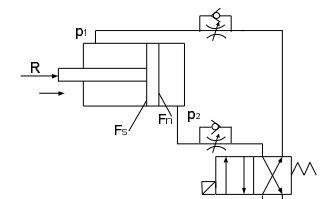
**Вступ.** Гідравлічні приводи застосовуються для автоматизації процесів в усіх галузях життєдіяльності людини. Тому питання математичного моделювання їх робочих процесів є актуальним.

**Мета статті.** Метою даної статті є розробка математичних моделей для робочого процесу гідравлічних модулів з горизонтальним одноштоковим гідравлічним циліндром (ГЦ).

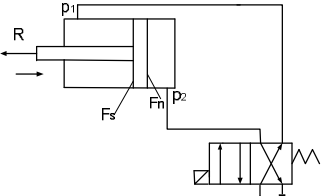
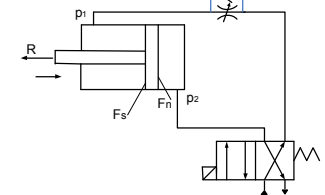
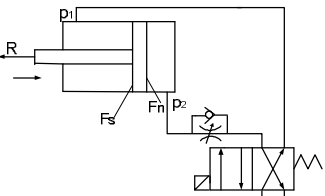
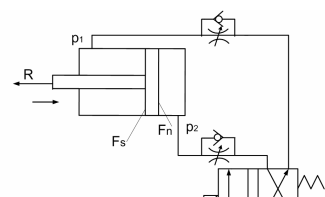
**Поняття гідравлічного модуля.** Будемо вважати, що будь-яку гідравлічну схему можна представити у вигляді гідравлічного блоку (модуля), який складається з: ГЦ; гідравлічного розподільника (у загальному випадку двопозиційного чотирьох лінійного); дроселя зі зворотним клапаном; напірної магістралі, з'єднаної з насосом; зливальної магістралі, з'єднаної з баком (дивись модуль № 1 – 16 таблицю) [1, 2].

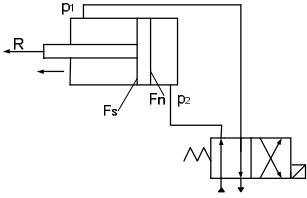
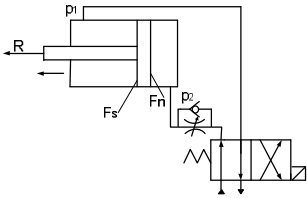
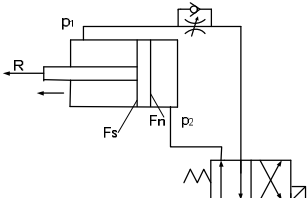
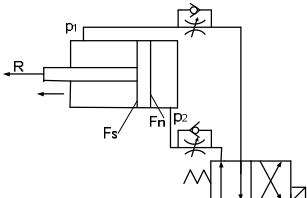
Використовуючи поняття гідравлічного модуля, усі наявні гідравлічні схеми з горизонтальним одноштоковим ГЦ можливо звести до 16 гідравлічних модулів. Перші чотири модулі здійснюють втягування штока ГЦ. При цьому розподільник перебуває в правій робочій позиції (дивись таблицю). Напрямок навантаження співпадає з втягуванням штока. Гідравлічні модулі з п'ятого по восьмий (дивись таблицю) здійснюють висування штока ГЦ. Розподільник при цьому перебуває в лівій робочій позиції. Напрямок навантаження співпадає з втягуванням штока ГЦ.

## Математичні моделі гідравлічних модулів з горизонтальним ГЦ

№	Гідравлічна схема модуля	Математична модель модуля
1	2	3
1		$\left\{ \begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= \frac{1}{m}(p_1 F_s - p_2 F_n + R - Rt); \\ \frac{dp_1}{dt} &= (\mu \pi d_z x_z \sqrt{\frac{2}{\rho}(p_n - p_1)} - VF_s) \frac{E}{W_{01} + F_s y}; \\ \frac{dp_2}{dt} &= \left( -\mu \pi d_z x_z \sqrt{\frac{2}{\rho} p_2} + VF_n \right) \frac{E}{W_{02} - F_n y}. \end{aligned} \right.$
2		$\left\{ \begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= \frac{1}{m}(p_1 F_s - p_2 F_n + R - Rt); \\ \frac{dp_1}{dt} &= (\mu f_d \sqrt{\frac{2}{\rho}(p_n - p_1)} - VF_s) \frac{E}{W_{01} + F_s y}; \\ \frac{dp_2}{dt} &= \left( -\mu \pi d_z x_z \sqrt{\frac{2}{\rho} p_2} + VF_n \right) \frac{E}{W_{02} - F_n y}. \end{aligned} \right.$
3		$\left\{ \begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= \frac{1}{m}(p_1 F_s - p_2 F_n + R - Rt); \\ \frac{dp_1}{dt} &= (\mu \pi d_z x_z \sqrt{\frac{2}{\rho}(p_n - p_1)} - VF_s) \frac{E}{W_{01} + F_s y}; \\ \frac{dp_2}{dt} &= \left( -\mu f_d \sqrt{\frac{2}{\rho} p_2} + VF_n \right) \frac{E}{W_{02} - F_n y}. \end{aligned} \right.$
4		$\left\{ \begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= \frac{1}{m}(p_1 F_s - p_2 F_n + R - Rt); \\ \frac{dp_1}{dt} &= (\mu f_{d1} \sqrt{\frac{2}{\rho}(p_n - p_1)} - VF_s) \frac{E}{W_{01} + F_s y}; \\ \frac{dp_2}{dt} &= \left( -\mu f_{d2} \sqrt{\frac{2}{\rho} p_2} + VF_n \right) \frac{E}{W_{02} - F_n y}. \end{aligned} \right.$

1	2	3
5		$\frac{dV}{dt} = \frac{1}{m}(-p_1 F_s + p_2 F_n - R - Rt);$ $\frac{dp_1}{dt} = (-\mu \pi d_z x_z \sqrt{\frac{2}{\rho} p_1 + V F_s}) \frac{E}{W_{01} - F_s y};$ $\frac{dp_2}{dt} = \left( \mu \pi d_z x_z \sqrt{\frac{2}{\rho} (p_n - p_2) - V F_n} \right) \frac{E}{W_{02} + F_n y}.$
6		$\frac{dV}{dt} = \frac{1}{m}(-p_1 F_s + p_2 F_n - R - Rt);$ $\frac{dp_1}{dt} = (-\mu \pi d_z x_z \sqrt{\frac{2}{\rho} p_1 + V F_s}) \frac{E}{W_{01} - F_s y};$ $\frac{dp_2}{dt} = \left( \mu f_d \sqrt{\frac{2}{\rho} (p_n - p_2) - V F_n} \right) \frac{E}{W_{02} + F_n y}.$
7		$\frac{dV}{dt} = \frac{1}{m}(-p_1 F_s + p_2 F_n - R - Rt);$ $\frac{dp_1}{dt} = (-\mu f_d \sqrt{\frac{2}{\rho} p_1 + V F_s}) \frac{E}{W_{01} - F_s y};$ $\frac{dp_2}{dt} = \left( \mu \pi d_z x_z \sqrt{\frac{2}{\rho} (p_n - p_2) - V F_n} \right) \frac{E}{W_{02} + F_n y}.$
8		$\frac{dV}{dt} = \frac{1}{m}(-p_1 F_s + p_2 F_n - R - Rt);$ $\frac{dp_1}{dt} = (-\mu f_{d1} \sqrt{\frac{2}{\rho} p_1 + V F_s}) \frac{E}{W_{01} - F_s y};$ $\frac{dp_2}{dt} = \left( \mu f_{d2} \sqrt{\frac{2}{\rho} (p_n - p_2) - V F_n} \right) \frac{E}{W_{02} + F_n y}.$

1	2	3
9		$\begin{cases} \frac{dV}{dt} = \frac{1}{m}(p_1 F_s - p_2 F_n - R - Rt); \\ \frac{dp_1}{dt} = (\mu \pi d_z x_z \sqrt{\frac{2}{\rho}(p_n - p_1)} - VF_s) \frac{E}{W_{01} + F_s y}; \\ \frac{dp_2}{dt} = \left( -\mu \pi d_z x_z \sqrt{\frac{2}{\rho} p_2} + VF_n \right) \frac{E}{W_{02} - F_n y}. \end{cases}$
10		$\begin{cases} \frac{dV}{dt} = \frac{1}{m}(p_1 F_s - p_2 F_n - R - Rt); \\ \frac{dp_1}{dt} = (\mu f_d \sqrt{\frac{2}{\rho}(p_n - p_1)} - VF_s) \frac{E}{W_{01} + F_s y}; \\ \frac{dp_2}{dt} = \left( -\mu \pi d_z x_z \sqrt{\frac{2}{\rho} p_2} + VF_n \right) \frac{E}{W_{02} - F_n y}. \end{cases}$
11		$\begin{cases} \frac{dV}{dt} = \frac{1}{m}(p_1 F_s - p_2 F_n - R - Rt); \\ \frac{dp_1}{dt} = (\mu \pi d_z x_z \sqrt{\frac{2}{\rho}(p_n - p_1)} - VF_s) \frac{E}{W_{01} + F_s y}; \\ \frac{dp_2}{dt} = \left( -\mu f_d \sqrt{\frac{2}{\rho} p_2} + VF_n \right) \frac{E}{W_{02} - F_n y}. \end{cases}$
12		$\begin{cases} \frac{dV}{dt} = \frac{1}{m}(p_1 F_s - p_2 F_n - R - Rt); \\ \frac{dp_1}{dt} = (\mu f_{d1} \sqrt{\frac{2}{\rho}(p_n - p_1)} - VF_s) \frac{E}{W_{01} + F_s y}; \\ \frac{dp_2}{dt} = \left( -\mu f_{d2} \sqrt{\frac{2}{\rho} p_2} + VF_n \right) \frac{E}{W_{02} - F_n y}. \end{cases}$

1	2	3
13		$\begin{cases} \frac{dV}{dt} = \frac{1}{m}(-p_1 F_s + p_2 F_n + R - R_t); \\ \frac{dp_1}{dt} = (-\mu \pi d_z x_z \sqrt{\frac{2}{\rho} p_1 + V F_s}) \frac{E}{W_{01} - F_s y}; \\ \frac{dp_2}{dt} = \left( \mu \pi d_z x_z \sqrt{\frac{2}{\rho} (p_n - p_2) - V F_n} \right) \frac{E}{W_{02} + F_n y}. \end{cases}$
14		$\begin{cases} \frac{dV}{dt} = \frac{1}{m}(-p_1 F_s + p_2 F_n + R - R_t); \\ \frac{dp_1}{dt} = (-\mu \pi d_z x_z \sqrt{\frac{2}{\rho} p_1 + V F_s}) \frac{E}{W_{01} - F_s y}; \\ \frac{dp_2}{dt} = \left( \mu f d \sqrt{\frac{2}{\rho} (p_n - p_2) - V F_n} \right) \frac{E}{W_{02} + F_n y}. \end{cases}$
15		$\begin{cases} \frac{dV}{dt} = \frac{1}{m}(-p_1 F_s + p_2 F_n + R - R_t); \\ \frac{dp_1}{dt} = (-\mu f d \sqrt{\frac{2}{\rho} p_1 + V F_s}) \frac{E}{W_{01} - F_s y}; \\ \frac{dp_2}{dt} = \left( \mu \pi d_z x_z \sqrt{\frac{2}{\rho} (p_n - p_2) - V F_n} \right) \frac{E}{W_{02} + F_n y}. \end{cases}$
16		$\begin{cases} \frac{dV}{dt} = \frac{1}{m}(-p_1 F_s + p_2 F_n + R - R_t); \\ \frac{dp_1}{dt} = (-\mu f d_1 \sqrt{\frac{2}{\rho} p_1 + V F_s}) \frac{E}{W_{01} - F_s y}; \\ \frac{dp_2}{dt} = \left( \mu f d_2 \sqrt{\frac{2}{\rho} (p_n - p_2) - V F_n} \right) \frac{E}{W_{02} + F_n y}. \end{cases}$

Гідравлічні модулі з дев'ятого по дванадцятий здійснюють втягування штока ГЦ. При цьому розподільник перебуває в правій робочій позиції (дивись таблицю). Напрямок навантаження співпадає з висуванням штока ГЦ.

Гідравлічні модулі із тринадцятого по шістнадцятий (дивись таблицю) здійснюють висування штока ГЦ. Розподільник при цьому перебуває в лівій робочій позиції. Напрямок навантаження співпадає з висуванням штока ГЦ.

Розглянуті гідравлічні модулі із вертикальним одноштоковим ГЦ (шток орієнтований униз) мають наступні особливості схеми (дивись таблицю):

- модуль №1: шток втягується, дроселі відсутні, напрямок навантаження співпадає з втягуванням штока;
- модуль №2: шток втягується, дросель установлений у напірній магістралі, напрямок навантаження співпадає з втягуванням штока ГЦ;
- модуль №3: шток втягується, дросель установлений у зливній магістралі, напрямок навантаження співпадає з втягуванням штока ГЦ;
- модуль №4: шток втягується, дроселі встановлені в напірній і зливній магістралях, напрямок навантаження співпадає з втягуванням штока ГЦ;
- модуль №5: шток висувається, дроселі відсутні, напрямок навантаження співпадає з втягуванням штока ГЦ;
- модуль №6: шток висувається, дросель установлений у напірній магістралі, напрямок навантаження співпадає з втягуванням штока ГЦ;
- модуль №7: шток висувається, дросель установлений у зливній магістралі, напрямок навантаження співпадає з втягуванням штока ГЦ;
- модуль №8: шток висувається, дроселі встановлені в напірній і зливній магістралях, напрямок навантаження співпадає з втягуванням штока ГЦ;
- модуль №9: шток втягується, дроселі відсутні, напрямок навантаження співпадає з висуванням штока ГЦ;
- модуль №10: шток втягується, дросель установлений у напірній магістралі, напрямок навантаження співпадає з висуванням штока ГЦ;
- модуль №11: шток втягується, дросель установлений у зливній магістралі, напрямок навантаження співпадає з висуванням штока ГЦ;
- модуль №12: шток втягується, дроселі встановлені в напірній і зливній магістралях, напрямок навантаження співпадає з висуванням штока ГЦ;
- модуль №13: шток висувається, дроселі відсутні, напрямок навантаження співпадає з висуванням штока ГЦ;
- модуль №14: шток висувається, дросель установлений у напірній магістралі, напрямок навантаження співпадає з висуванням штока ГЦ;
- модуль №15: шток висувається, дросель установлений у зливній магістралі, напрямок навантаження співпадає з висуванням штока ГЦ;
- модуль №16: шток висувається, дроселі встановлені в напірній і злив-

ній магістралях, напрямок навантаження співпадає з висуванням штока ГЦ.

**Математичні моделі гідравлічних модулів з горизонтальним одноштоковим гідравлічним циліндром.** При побудові математичних моделей будемо використовувати наступні припущення [4]:

- відсутні витоки робочої рідини (РР);
- сухе тертя дорівнює нулю;
- хвильові процеси в трубопроводах відсутні;
- температура РР постійна (тобто постійними вважаємо коефіцієнти кінематичної в'язкості й сили тертя);
- втрати на тертя в магістралях і в гідравлічній апаратурі не враховуються;
- тиск у зливній магістралі дорівнює нулю;
- радіальний зазор між втулкою й золотником у золотникових розподільниках приймаємо рівним нулю;
- робочі кромки вважаємо гострими;
- приймаємо постійним  $E$  – модуль пружності РР.

1. *Рівняння нерозривності.* Рівняння нерозривності виражає закон збереження маси рідини, що рухається. Для двох поперечних перерізів того самого потоку ідеальної рідини рівняння нерозривності можна записати у вигляді:

$$Q_1 = Q_2 \quad \text{або} \quad V_1 S_1 = V_2 S_2, \quad (1)$$

де  $Q_1$ ,  $Q_2$ ,  $V_1$ ,  $V_2$ ,  $S_1$ ,  $S_2$  – витрати, швидкості РР й площі поперечних перерізів 1-1 і 2-2.

Так, наприклад, для гідравлічної системи із дросельним способом регулювання швидкості (модуль 3, таблиця) при правій робочій позиції розподільника рівняння нерозривності має вигляд:

$$Q_n = Q_{p1} = Q_{ц1}; \quad Q_{ц2} = Q_{op} = Q_{p2} = Q_{\sigma}, \quad (2)$$

де  $Q_n$  – витрата насоса;  $Q_{p1}$ ,  $Q_{p2}$  – витрата через розподільник;  $Q_{ц1}$  – витрата штокової порожнини ГЦ;  $Q_{ц2}$  – витрата поршневої порожнини ГЦ;  $Q_{op}$  – витрата через дросель;  $Q_{\sigma}$  – витрата, що надходить із ГЦ через розподільник у бак.

2. *Рівняння динаміки* виконавчого органа гідравлічного приводу, що описує рух поршня ГЦ як твердого тіла, відповідно до законів механіки, а саме на основі *принципу Даламбера* (згідно з яким сила інерції дорівнює різниці активних сил і сил опору), запишемо на прикладі модуля 3 (таблиця) у вигляді:

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} = p_1 F_s - p_2 F_n + R - R_t, \quad (3)$$

де  $m$  – приведена до поршня маса рухливих частин і РР;  $p_1, p_2$  – тиск у порожнинах гідроциліндра;  $F_n, F_s$  – ефективні площі поршня поршневої і штокової порожнин ГЦ;  $R$  – навантаження;  $R_t$  – сили тертя;  $y$  – переміщення поршня.

3. *Рівняння витрат РР через апаратуру.* Для ГЦ, з урахуванням стисливості РР, рівняння витрати, наприклад, для модуля 3 (таблиця) має вигляд:

$$Q_{ц1} = F_s V + \frac{(W_{01} + F_s y)}{E} \frac{dp_1}{dt}; \quad Q_{ц2} = F_n V - \frac{(W_{02} - F_n y)}{E} \frac{dp_2}{dt}, \quad (4)$$

де  $V$  – швидкість поршня;  $W_{01}, W_{02}$  – початковий об'єм РР у відповідних порожнинах ГЦ.

Для гідравлічної апаратури, у якій відбувається дроселювання РР (дроселі, розподільники), рівняння витрати має вигляд:

$$Q_{др} = \mu f_d \sqrt{2\Delta p / \rho}, \quad Q_p = \mu \pi d_z x_z \sqrt{2\Delta p / \rho}, \quad (5)$$

де  $Q_{др}, Q_p$  – витрата через дросель та розподільник;  $\mu$  – коефіцієнт витрати;  $f_d$  – площа прохідного перетину дроселя;  $\Delta p$  – перепад тиску на щілині гідроапаратури;  $\rho$  – густина РР;  $d_z$  – діаметр золотника розподільника;  $x_z$  – величина відкриття вікна розподільника.

У таблиці наведені математичні моделі гідравлічних модулів з горизонтальним одноштоковим ГЦ, які складені на підставі розглянутих вище рівнянь нерозривності, руху рухливих елементів і рівнянь витрати через гідравлічну апаратуру.

**Висновки.** Усе різноманіття гідравлічних дросельних приводів з горизонтальним одноштоковим ГЦ можна звести до 16 типових гідравлічних модулів залежно від напрямку руху поршня і штока ГЦ, напрямку дії навантаження, наявності дроселя (або регулятора витрати) і розташування його в напірній або зливній магістралях.

Для опису робочого процесу гідравлічних приводів використовуються основні види рівнянь: нерозривності; руху рухливих елементів; витрат рідини через апаратуру.

Наведені математичні моделі 16 основних гідравлічних модулів з горизонтальним одноштоковим ГЦ.

**Список літератури:** 1. *Іваницька Е.П.* К вопросу о типизации гидравлических приводов // Восточно-европейский журнал передовых технологий, 2009. – № 4 / 10 (40). – С. 37 – 40. 2. *Іваницька Е.П.* Математические модели гидравлических модулей с вертикальным гидравлическим цилиндром // Восточно-европейский журнал передовых технологий, 2009. – №5 / 6 (41). – С. 38 – 41. 3. *Лур'є З.Я., Іваницька О.П.* Моделювання та динаміка гідравлічних систем: Навчальний посібник. – Харків: ХДПУ, 2000. – 132 с. 4. *Іваницька О.П.* Про моделювання гідравлічних модулів з вертикальним гідравлічним циліндром // Вісник НТУ «ХП», 2011. – Вип.13. С. 89 – 96.

Надійшла до редколегії 09.01.2012