

САМОПОДІБНІСТЬ ЯК ХАРАКТЕРИСТИЧНА ВЛАСТИВІСТЬ ФРАКТАЛУ

Адашевська І.Ю., Краєвська О.О., Вус С.М.
*Національний технічний університет
 «Харківський політехнічний інститут»,
 м. Харків*

В роботі розглянуто питання інваріантної самоподібності геометричних фракталів на прикладі побудови кривої Коха.

Фундаментальним предикатом опису категорії фрактала є самоподібність. Багато об'єктів реального світу, наприклад, берегові лінії, мають властивість статистичної самоподібності. Самоподібність означає, що підсистеми нижніх рівнів фрактальної системи повторюють конфігурацію цілої системи і в межах загальної форми укладено точно або з деякими змінами «тиражований» патерн. Інакше кажучи, фрагмент фракталу, ідентичний цілісній формі, відтворюється на кожному наступному рівні меншого масштабу, утворюючи свого роду «вкладену» структуру. Будь-який фрактал являє собою візуалізацію деякого алгоритму, набору математичних процедур, що мають характер послідовних ітерацій. Загальним для всіх фрактальних структур є наявність рекурсивної процедури їхньої генерації, що означає нескінченний ланцюжок автопоезіса, в якому кожен результат попередньої ітерації є початковим значенням нового циклу відтворення: $z_{n+1} = f(z_n)$.

Крива Коха утворює нескінченно довгу лінію всередині області кінцевої площі. Крива Коха є типовим детермінованим фракталом. Розглянемо процес її побудови. **Шаг 0:** беремо одиничний відрізок, це **аксіома** (рис.1). **Шаг 1:** поділяємо цей відрізок на три рівні частини і замінюємо середній інтервал рівностороннім трикутником без цього сегмента. В результаті утворюється ламана, що складається з чотирьох ланок завдовжки $1/3$. Довжина отриманої кривої $4/3$ Це – **генератор** (рис.2).

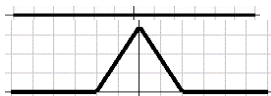


Рис.1



Рис.2

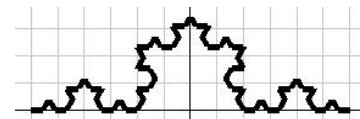


Рис.3

Шаг 2: повторюємо операцію для кожної з чотирьох одержаних ланок. Отримана ламана складається з $(4)^2$ ланок завдовжки $(1/3)^2$. Загальна довжина отриманої лінії дорівнює $(4/3)^2$. На n -ному кроці отримуємо ламану, що складається з $(4)^n$ ланок завдовжки $(1/3)^n$ кожна, при цьому довжина всієї лінії буде $l=(4/3)^n$. Гранична крива і буде фракталом- кривої Коха (рис.3) при цьому її довжина при $n \rightarrow \infty$ буде прагнути до нескінченності.