

УДК 539.3

DOI: 10.20998/2411-0558.2023.01.02

Б. А. ХУДАЯРОВ, д-р физ-мат. наук, проф., Национальный исследовательский университет "ТИИИМСХ", г. Ташкент, Узбекистан,

А. А. ТУХТАБОЕВ, Наманганский инженерно-строительный институт, г. Наманган, Узбекистан,

О. Р. КУЧАРОВ, Национальный исследовательский университет "ТИИИМСХ", г. Ташкент, Узбекистан,

Ф. Ж. ТУРАЕВ, Национальный исследовательский университет "ТИИИМСХ", г. Ташкент, Узбекистан,

Н. Н. ЮЛДАШЕВ, Национальный исследовательский университет "ТИИИМСХ", г. Ташкент, Узбекистан

МОДЕЛИРОВАНИЕ КОЛЕБАНИЯ ПЛОТИНЫ-ПЛАСТИНКИ ПЕРЕМЕННОЙ ТОЛЩИНЫ

Наследственная теория вязкоупругости предоставила широкие возможности для описания динамических процессов деформирования разнообразных материалов. Однако, реализация этих возможностей во многих случаях затруднена из-за отсутствия адекватного математического аппарата, в особенности при исследовании динамических процессов в вязкоупругих системах. Имеются принципиальные основания считать, что весьма перспективным в этом смысле является аппарат интегральных уравнений. Использование при этом современных возможностей вычислительной техники позволяет создавать эффективные технологии математического моделирования для задач большой сложности, к которым относятся задачи динамики и динамической устойчивости вязкоупругих элементов тонкостенных конструкций с переменной жесткостью. В работе построены математические модели задач динамики, разработаны эффективные вычислительные алгоритмы, исследованы вынужденные колебания плотины-пластины с переменной жесткостью. Приведены результаты исследований задач о колебаниях плотины-пластины переменной толщины с учетом вязкоупругих свойств материала, гидродинамического давления воды, грунта и сейсмической нагрузки. Ил.: 8. Библиогр.: 22 назв.

Ключевые слова: вязкоупругие системы; интегральные уравнения; математическое моделирование; вынужденные колебания плотины-пластины.

1. Введение. В строительстве гидротехнических сооружений часто встречаются элементы плотин типа пластинки конечной длины: плоские затворы, контрфорсные плотины с плоскими напорными перекрытиями, стенки шлюзов, различные ограждающие конструкции и т. п. При этом, естественно, возникает необходимость рассматривать пластины не только постоянной, но и переменной толщины, пластины и пластинчатые

© Б.А. Худаяров, А.А. Тухтабоев, О.Р. Кучаров, Ф.Ж. Тураев, Н.Н. Юлдашев, 2023

системы, что приводит к существенному усложнению динамических расчетов конструкций.

Особенности расчета гидросооружений на сейсмостойкость связаны с необходимостью учета влияния водной среды, наличие которой приводит к дополнительному гидродинамическому давлению воды на напорные грани, изменению частот и форм собственных колебаний конструкции, что в итоге может существенно сказаться на напряженно-деформированном состоянии сооружений. Многие исследователи [1–7] изучали свободные и вынужденные колебания упругих и вязкоупругих пластин с переменной толщиной в течение многих лет.

В работе приведены результаты исследований задач о колебаниях плотины-пластины с учетом вязкоупругих свойств материала, гидродинамического давления воды, грунта и сейсмической нагрузки. В связи с этим в статье были поставлены следующие задачи: построение математических моделей задач динамики вязкоупругих систем с учетом переменной жесткости; разработка эффективной методики решения интегро-дифференциальных уравнений типа Вольтерра; осуществление строгой математической постановки соответствующих граничных и начально-краевых задач и разработка аналитических и численных методов их решения с последующей их апробацией и реализацией; исследование вынужденных колебаний плотины-пластины с переменной жесткостью с учетом вязкоупругих свойств материала, силы инерции и гидродинамического давления воды.

2. Постановка задачи и уравнения движения. Выведем уравнения колебания изотропной плотины-пластинки переменной толщины с учетом вязкоупругих свойств материала, основанной на модели Кирхгофа-Лява. Физическая зависимость между напряжениями в срединной поверхности σ_x , σ_y , τ_{xy} и деформациями ε_x , ε_y , γ_{xy} в плоскости xOy выражаются следующими уравнениями

$$\begin{aligned}\sigma_x &= \frac{E}{1-\mu^2} (1-R^*) (\varepsilon_x + \mu\varepsilon_y), \\ \sigma_y &= \frac{E}{1-\mu^2} (1-R^*) (\varepsilon_y + \mu\varepsilon_x), \\ \tau_{xy} &= \frac{E}{2(1+\mu)} (1-R^*) \gamma_{xy},\end{aligned}\tag{1}$$

где E – модуль упругости; μ – коэффициент Пуассона; R^* – интегральный оператор с ядром релаксации $R(t)$:

$$R^* \varphi = \int_0^t R(t-\tau) \varphi(\tau) d\tau.$$

Геометрическую зависимость зададим уравнением в виде

$$\varepsilon_x = -z \frac{\partial^2 w_1}{\partial x^2}; \quad \varepsilon_y = -z \frac{\partial^2 w_1}{\partial y^2}; \quad \gamma_{xy} = -2z \frac{\partial^2 w_1}{\partial x \partial y}. \quad (2)$$

Подставляя соотношения (1), (2) в известное уравнение

$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} + 2 \frac{\partial^2 H}{\partial x \partial y} + q - \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0, \quad (3)$$

здесь M_x , M_y , H – изгибающие и крутящие моменты:

$$M_x = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_x z dz, \quad M_y = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_y z dz, \quad H = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \tau_{xy} z dz,$$

$$M_x = -D(1-R^*) \left(\frac{\partial^2 w_1}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 w_1}{\partial y^2} \right),$$

$$M_y = -D(1-R^*) \left(\frac{\partial^2 w_1}{\partial y^2} + \mu \frac{\partial^2 w_1}{\partial x^2} \right),$$

$$H_{xy} = -D(1-R^*)(1-\mu) \frac{\partial^2 w_1}{\partial x \partial y},$$

где $D = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)}$ – цилиндрическая жесткость пластины-пластинки.

Подставляя соотношения (1), (2) в известное уравнение (3), получим следующее интегро-дифференциальное уравнение с переменными коэффициентами относительно функции прогиба $w_1 = w_1(y, z, t)$:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{h} (1-R^*) \left[D \nabla^4 w_1 + 2 \frac{\partial D}{\partial y} \frac{\partial}{\partial y} \nabla^2 w_1 + 2 \frac{\partial D}{\partial z} \frac{\partial}{\partial z} \nabla^2 w_1 + \nabla^2 D \nabla^2 w_1 - \right. \\ & \left. - (1-\mu) \left(\frac{\partial^2 D}{\partial z^2} \frac{\partial^2 w_1}{\partial y^2} - 2 \frac{\partial^2 D}{\partial z \partial y} \frac{\partial^2 w_1}{\partial z \partial y} + \frac{\partial^2 D}{\partial y^2} \frac{\partial^2 w_1}{\partial z^2} \right) \right] + \\ & + \rho_1 \frac{\partial^2 (w_1 + w_0)}{\partial t^2} - \frac{\rho}{h} \cos \alpha \frac{\partial \phi_1}{\partial t} \Big|_{x=ytg\alpha} - \end{aligned} \quad (4)$$

$$- \frac{\rho}{h} \left\{ \frac{\partial \phi_0}{\partial t} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial \phi_0}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi_0}{\partial y} \right)^2 \right] \right\} \Big|_{x=ytg\alpha + w_0(t)} \cos \alpha = 0.$$

Уравнение (4) является достаточно общим. Из него в частном случае можно получить уравнения колебаний пластины-пластинки переменной толщины с учетом вязкоупругих свойств материала.

Допустим, что толщина пластины изменяется по координате y , т.е. $h(z, y) = h(y)$. Тогда получим следующее уравнение:

$$\begin{aligned} \frac{1}{h} (1 - R^*) \left[D \nabla^4 w_1 - 2 \frac{\partial D}{\partial y} \frac{\partial}{\partial y} \nabla^2 w_1 + \frac{\partial^2 D}{\partial y^2} \nabla^2 w_1 - (1 - \mu) \frac{\partial^2 D}{\partial y^2} \frac{\partial^2 w_1}{\partial z^2} \right] + \\ + \rho_1 \frac{\partial^2 (w_1 + w_0)}{\partial t} - \frac{\rho}{h} \cos \alpha \frac{\partial \Phi_1}{\partial t} \Big|_{x=y \operatorname{tg} \alpha} - \\ - \frac{\rho}{h} \left\{ \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial \Phi_0}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi_0}{\partial x} \right)^2 \right] \right\} \Big|_{x=y \operatorname{tg} \alpha + w_0(t)} \cos \alpha = 0. \end{aligned} \quad (5)$$

Рассмотрим пластинку со следующими граничными условиями:

1. Края $z = \pm a$ свободно оперты,

$$w_1 = 0, \quad \frac{\partial w_1}{\partial y^2} + \mu \frac{\partial w_1}{\partial z^2} = 0.$$

2. Край $y = 0$ жестко защемлен,

$$w_1 = 0, \quad \frac{\partial w_1}{\partial x} = 0.$$

3. Край $y = b$ свободен.

$$\frac{\partial w_1}{\partial y^2} + \mu \frac{\partial w_1}{\partial z^2} = 0, \quad \frac{\partial^3 w_1}{\partial y^3} + (2 - \mu) \frac{\partial^3 w_1}{\partial z \partial y^2}.$$

Функции $w_k(y, z)$, удовлетворяющие этим граничным условиям на краях $y = 0, b$; $z = \pm a$, можно принять в виде

$$\begin{aligned} w_k(y, z) = \cos \frac{k\pi z}{2a} \left[\frac{1}{k} \sin \frac{k\pi(b-y)}{2b} - \frac{1}{k+2} \sin \frac{(k+2)\pi(b-y)}{2b} + \right. \\ \left. + E_k \left(\cos \frac{k\pi(b-y)}{b} - \cos \frac{(k+2)\pi(b-y)}{b} \right) \right], \end{aligned} \quad (6)$$

где $E_k = -\frac{(-1)^{\frac{k-1}{2}}}{8} \left(1 + \frac{\mu\lambda^2 k}{k+2}\right)$, $\lambda = \frac{a}{b}k = 1, 3, 5, \dots$

3. Методы решения. Решение интегро-дифференциальных уравнений (4), (5), удовлетворяющее граничным условиям задачи, задаем в виде

$$w_1(y, z, t) = \sum_{k=1,3,\dots}^{\infty} C_k(t) w_k(y, z), \quad (7)$$

где $C_k = C_k(t)$ – искомые функции времени; координатные функции $w_k(y, z)$ удовлетворяют граничным условиям закрепления краев пластины - пластинки.

Подставляя (7) в уравнение (5) и выполняя процедуру Бубнова-Галеркина для определения безразмерных $C_k(t)$, получим следующую систему интегродифференциальных уравнений:

$$\sum_{k=1,3,\dots}^{\infty} [L_{mk} \ddot{C}_k(t) + \omega^2 (1 - R^*) M_{mk} C_k(t)] + a_0 \omega^2 N_m(t) = 0. \quad (8)$$

Здесь

$$L_{mk} = \frac{1}{ab} \left\{ \int_{0-a}^b \int_{0-a}^a \left(1 - \alpha^* \frac{y}{b}\right) w_k(y, z) w_m(y, z) dy dz + \frac{\rho}{\rho_1} \left(\frac{1}{h_0}\right) \times \right.$$

$$\left. \times \int_{0-a}^b \int_{0-a}^a A_k \cos \alpha \cos[\gamma_k (b-y)] \exp[-\gamma_k y t g \alpha] (z-a) w_m(y, z) dy dz \right\},$$

$$M_{mk} = \frac{b^3}{a\pi^4} \int_{0-a}^b \int_{0-a}^a D(1 - R^*) \left[\frac{\partial^4 w_k}{\partial y^4} + 2 \frac{\partial^4 w_k}{\partial y^2 \partial z^2} + \frac{\partial^4 w_k}{\partial z^4} - \right.$$

$$\begin{aligned}
 & - \frac{6\alpha^* \left(1 - \alpha^* \frac{y}{b}\right)}{\left(1 - 2\alpha^* \frac{y}{b}\right)} \left(\frac{\partial^3 w_k}{\partial y^3} + \lambda^2 \frac{\partial^3 w_k}{\partial y \partial z^2} \right) + \frac{6(\alpha^*)^2}{\left(1 - 2\alpha^* \frac{y}{b}\right)} \times \\
 & \times \left(\frac{\partial^2 w_k}{\partial y^2} + \mu \lambda^2 \frac{\partial^2 w_k}{\partial z^2} \right) \Big] w_m(y, z) dy dz, \\
 N_m(t) = & \frac{1}{aba_0 \omega^2} \int_{0-a}^b \int_a^a \left\{ \left(1 - \alpha^* \frac{y}{b}\right) \ddot{w}_0(t) - \frac{\rho}{\rho_1} \frac{1}{h_0} \left[\frac{\partial \varphi_0}{\partial t} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \varphi_0}{\partial x} \right)^2 + \right. \right. \\
 & \left. \left. + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \varphi_0}{\partial y} \right)^2 \right]_{x=ytg\alpha + w_0(t)} \cos \alpha \right\} w_m(y, z) dy dz.
 \end{aligned}$$

В расчетах было использовано ядро Колтунова – Ржаницына:

$$R(t) = At^{\alpha-1} \exp(-\beta t), \quad A, \beta > 0, \quad 0 < \alpha < 1.$$

4. Численные результаты и обсуждение. Интегрирование системы уравнений (8), полученное на основе многочисленной аппроксимации прогибов, выполнено с помощью численного метода, основанного на использовании квадратурных формул [8 – 11].

Результаты вычислений отражены на графиках, приведенных на рис. 1 – 3.

На рис.1 представлена форма колебаний срединной точки упругой плотины-пластины ($A = 0$ – кривая 1) и плотины-пластины с учетом вязкоупругих свойств материала ($A = 0.05, 0.1$ – кривые 2, 3).

Из этих результатов видно влияние вязкоупругих свойств материала плотины-пластины. Решения упругой и вязкоупругой задачи в начальный период времени мало отличаются друг от друга. С течением времени вязкоупругие свойства оказывают существенное влияние, что приводит к заметному отличию решений. Заметим также, что с увеличением параметра A амплитуда колебаний уменьшается. Наблюдения показывают, что с увеличением коэффициента A частота колебаний также уменьшается [12 – 17].

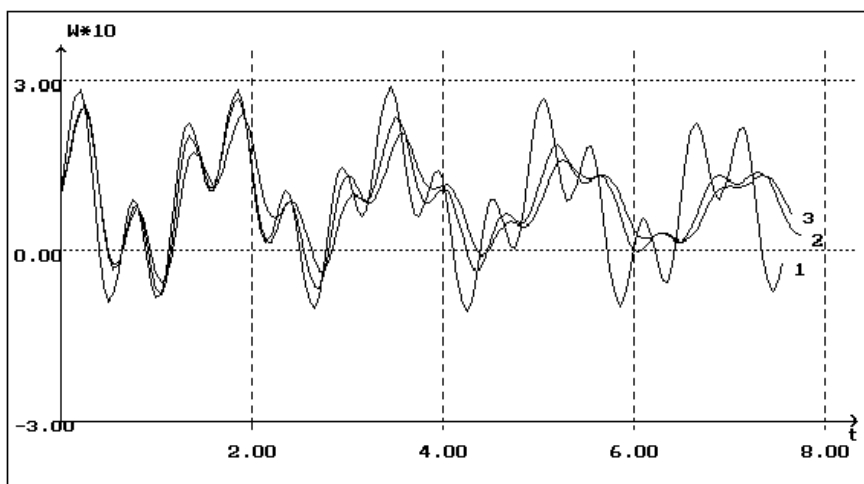


Рис. 1. Форма колебаний серединной точки упругой плотины-пластины ($A = 0,05$, кривая 1)

Исследовалось влияние гидродинамического давления воды на поведение плотины-пластины. На рис. 2 приведены графики кривых при различных значениях параметра ρ/ρ_1 . Анализ результатов показывает, что с увеличением значения параметра ρ/ρ_1 , амплитуда колебаний плотины-пластины уменьшается. Таким образом, учет гидродинамического давления воды приводит к уменьшению амплитуды колебаний. Благодаря влиянию воды на собственные частоты замедляются колебания плотины-пластины.

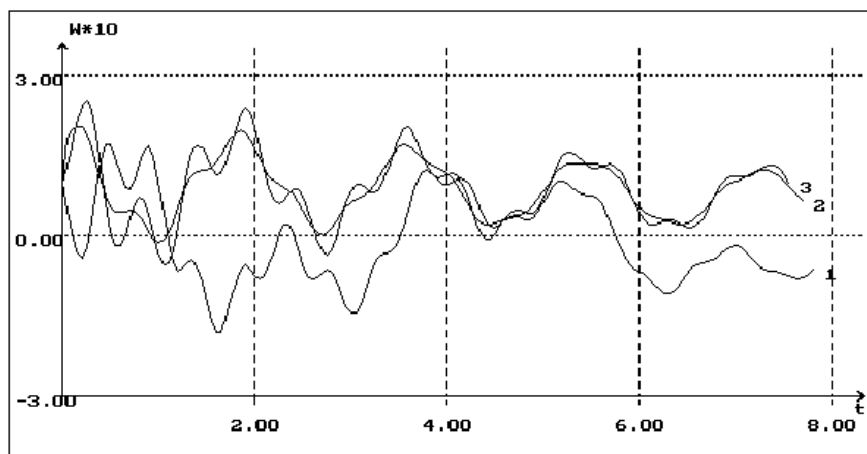


Рис. 2. Форма колебаний серединной точки упругой плиты-пластины с учетом вязкоупругих свойств материала ($A = 0,05, 0,1$, кривые 2 и 3)

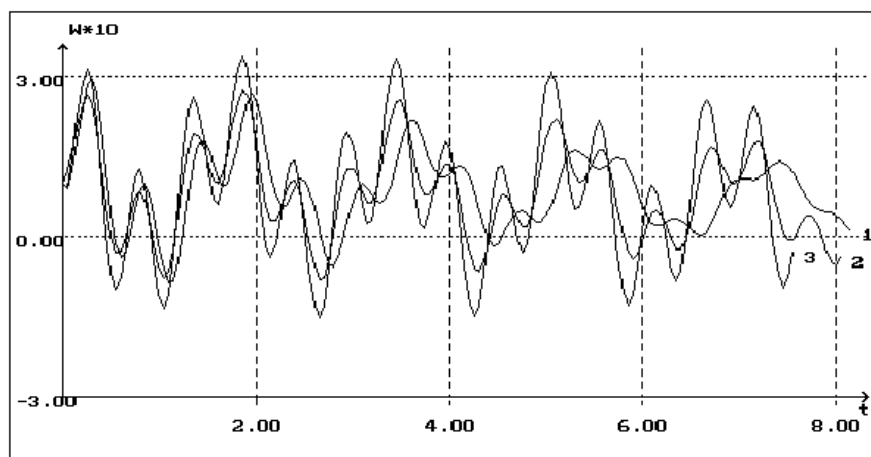


Рис. 3. Графики W функции прогиба в срединной точке плиты-пластины при различных значениях α : $\alpha = 0, 25$ (1); $\alpha = 0, 5$ (2); $\alpha = 0, 75$ (3)

Изучено влияние параметра α . На рис. 3 представлены графики W функции прогиба в срединной точке плиты-пластины при различных значениях α . Заметим, что с увеличением значения α амплитуда колебаний увеличивается, а частота колебаний уменьшается [18 – 23].

Выводы. Построены математические модели задач динамики плиты-пластины переменной толщины с учетом:

- вязкоупругих свойств материала;
- сил инерции, возникающих от движения плотины-пластины как твердого тела и от деформации ее. На основе метода Бубнова-Галеркина в сочетании с численным методом, основанном на использовании квадратурных формул:
 - разработана методика решения взаимосвязанных интегро-дифференциальных уравнений типа Вольтерра;
 - разработан вычислительный алгоритм, позволяющий исследовать задачи колебаний плотины-пластины постоянной толщины с учетом вязкоупругих свойств материала.
 - установлено, что учет вязкоупругих свойств материала плотины-пластины приводит к уменьшению амплитуд и частот колебаний.

References:

1. Elia Efraim, and Moshe Eisenberger (2007), Exact vibration analysis of variable thickness thick annular isotropic and FGM plates, *Journal of Sound and Vibration*, 299 (4 – 5), 720–738.
2. Gupta A.K., and Kumar Lalit (2008), Thermal effects on vibration of non-homogeneous visco-elastic rectangular plate of linearly varying thickness in two directions, *Meccanica*, Vol. 43, pp. 47–54.
3. Gupta A.K., and Khanna Anupam (2010), Thermal Effect On Vibrations Of Parallelogram Plate Of Linearly Varying Thickness, *Advanced Studies Of Theoretical Physics*, Vol. 4, No.17, pp: 817-826.
4. Pradeep V., and Ganesan N. (2007), Buckling and vibration of rectangular composite viscoelastic sandwich plates under thermal loads, *Composite Structure*, Vol. 77 (4), pp. 419–429.
5. Tomar J.S., and Gupta A.K. (1983), Thermal effect on frequencies of an orthotropic rectangular plate of linearly varying thickness, *Journal Sound and Vibration*, Vol. 90 (3), pp. 325–331.
6. Khudoynazarov Kh., and Khudoyberdiyev Z.B. (2020), Unsteady vibrations of a three-layer plate with an asymmetric structure. *IOP Conf. Ser.: Earth Environ. Sci.* 614 012061.
7. Filippov I.G., and Kudainazarov K. (1998), Boundary-value problems of longitudinal vibrations of circular cylindrical shells. *International Applied Mechanics* 34 (12), pp. 1204–1210.
8. Badalov F.B., Khudayarov B.A., and Abdukarimov A. (2007), Effect of the heredity kernel on the solution of linear and nonlinear dynamic problems of heredity deformable systems, *Journal of Machinery Manufacture and Reliability*, 36, pp. 328–335. <https://doi.org/10.3103/S1052618807040048>
9. Badalov F.B. (1987), *Methods for Solving Integral and Integro-differential Equations of the Heredity Theory of Viscoelasticity* (Tashkent: Mechnat).
10. Badalov F.B., Eshmatov Kh., and Yusupov M. (1987), Some Methods of Solution of the Systems of Integro-differential Equations in Problems of Viscoelasticity *Applied Mathematics and Mechanics*, 51 (5), pp. 867-871.

11. Khudayarov B.A., and Turaev F.Zh. (2019), Mathematical Simulation of Nonlinear Oscillations of Viscoelastic Pipelines Conveying Fluid, *Applied Mathematical Modelling*, 66, pp. 662–679, <https://doi.org/10.1016/j.apm.2018.10.008>.

12. Khudayarov B.A., Komilova Kh. M., and Turaev F.Zh. (2020), Dynamic analysis of the suspended composite pipelines conveying pulsating fluid, *Journal of Natural Gas Science and Engineering*, 75, pp. 103-148. <https://doi.org/10.1016/j.jngse.2020.103148>.

13. Khudayarov B.A., Komilova Kh.M., and Turaev F.Zh. (2019) The effect of two-parameter Pasternak foundations on the oscillations of composite pipelines conveying gas-containing fluids, *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, 176, 103946 <https://doi.org/10.1016/j.ijpvp.2019.103946>.

14. Khudayarov B.A., and Turaev F.Zh. (2019) *Nonlinear vibrations of fluid transporting pipelines on a viscoelastic foundation Magazine of Civil Engineering*, 86 (2), pp. 30–45, doi: 10.18720/MCE.86.4.

15. Khudayarov B.A., Komilova Kh.M., and Turaev F.Zh. (2019), The effect of two-parameter Pasternak foundations on the oscillations of composite pipelines conveying gas-containing fluids, *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, 176, 103946, <https://doi.org/10.1016/j.ijpvp.2019.103946>.

16. Khudayarov B.A., and Turaev F.Zh. (2019), Nonlinear supersonic flutter for the viscoelastic orthotropic cylindrical shells in supersonic flow, *Aerospace Science and Technology*, 84, pp. 120-130, doi: 10.1016/j.ast.2018.08.044

17. Khudayarov B.A. (2019), Modeling of supersonic nonlinear flutter of plates on a visco-elastic foundation, *Advances in aircraft and spacecraft science*, 6 (3), pp. 257–272, <https://doi.org/10.12989/aas.2019.6.3.257>

18. Khudayarov B., Turaev F. and Kucharov O. (2019), Computer simulation of oscillatory processes of viscoelastic elements of thin-walled structures in a gas flow, *E3S Web of Conferences*, 97, pp. 60–80, <https://doi.org/10.1051/e3sconf/20199706008>

19. Khudayarov B.A., Ruzmetov K., Turaev F., Vakhobov V., Khidoyatova M., Mirzaev S.S. and Abdikarimov R. (2020), Numerical modeling of nonlinear vibrations of viscoelastic shallow shells, *Engineering Solid Mechanics*, 8 (3), pp. 199–204.

20. Khudayarov B.A. (2005), Numerical Analysis of the Nonlinear Oscillation of Viscoelastic Plates, *International Applied Mechanics*, 41, pp. 538–542.

21. Khudayarov B.A., and Bandurin N.G. (2007), Numerical Investigation of Nonlinear Vibrations of Viscoelastic Plates and Cylindrical Panels in a Gas Flow, *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 48, pp. 279–284.

22. Khudayarov B.A., and Bandurin N.G. (2005), Nonlinear Oscillation of Viscoelastic Orthotropic Cylindrical Panels, *Mathematical Models and Computer Simulations*, 17, pp. 79–86.

Статью представил доктор технических наук, профессор Национального технического университета "Харьковский политехнический институт" Сергей Леонов

Поступила (received) 06.03.2023

Khudayarov Bakhtiyar, Dr.Tech.Sci., Professor
Tashkent institute of irrigation and agricultural mechanization engineers
Str. Kari-Niyazova, 39, Tashkent, Uzbekistan, 100000
Tel.:(99871)2370986, bakht-flpo@yandex.ru
ORCID ID: 0000-0002-2876-8447

Turaev Fozilzhon, Assistent
Tashkent institute of irrigation and agricultural mechanization engineers
Str. Kari-Niyazova, 39, Tashkent, Uzbekistan, 100000
Tel.:(99871)2370986, t.fozil86@mail.ru

Yuldashev Nurilla, PhD
Tashkent institute of Irrigation and Agricultural Mechanization Engineers Higher
mathematics,
Str. Kari Niyaziy, 39, Tashkent, Uzbekistan, 100000,
Tel: +998911658674, email:
ORCID ID: 0000-0002-4542-1229

УДК 004.02

Моделювання коливань греблі-пластинки змінної товщини / Б.А. Худаяров, А.А. Тухтабоев, О.Р. Кучаров, Ф.Ж. Тураєв, Н.М. Юлдашев // Вісник НТУ "ХПІ". Серія: Інформатика та моделювання. – Харків: НТУ "ХПІ". – 2023. – № 1–2 (9–10). – С. 27 – 39.

Спадкова теорія в'язкопружності надала широкі можливості для опису динамічних процесів деформування різноманітних матеріалів. Однак, реалізація цих можливостей у багатьох випадках утруднена через відсутність адекватного математичного апарату, особливо при дослідженні динамічних процесів у в'язкопружних системах. Є принципові підстави вважати, що дуже перспективним у сенсі є апарат інтегральних рівнянь. Використання при цьому сучасних можливостей обчислювальної техніки дозволяє створювати ефективні технології математичного моделювання для завдань великої складності, до яких відносяться задачі динаміки та динамічної стійкості в'язкопружних елементів тонкостінних конструкцій зі змінною жорсткістю. У роботі побудовано математичні моделі завдань динаміки, розроблено ефективні обчислювальні алгоритми, досліджено вимушені коливання греблі-пластини з перемінною жорсткістю. Наведено результати досліджень завдань про коливання греблі-пластини змінної товщини з урахуванням в'язкопружних властивостей матеріалу, гідродинамічного тиску води, ґрунту та сейсмічного навантаження. Іл.: 3, Бібліогр.: 22 назв.

Ключові слова: в'язкопружні системи; інтегральні рівняння; математичне моделювання; вимушені коливання греблі-пластини

УДК 004.02

Моделирование колебаний плотины-пластинки переменной толщины / Б.А. Худаяров, А.А. Тухтабоев, О.Р. Кучаров, Ф.Ж. Тураев, Н.Н. Юлдашев // Вестник НТУ "ХПИ". Серия: Информатика и моделирование. – Харьков: НТУ "ХПИ". – 2023. – № 1–2 (9–10). – С. 27 – 39.

Наследственная теория вязкоупругости предоставила широкие возможности для описания динамических процессов деформирования разнообразных материалов. Однако, реализация этих возможностей во многих случаях затруднена из-за отсутствия адекватного математического аппарата, в особенности при исследовании динамических процессов в вязкоупругих системах. Имеются принципиальные основания считать, что весьма перспективным в этом смысле является аппарат интегральных уравнений. Использование при этом современных возможностей вычислительной техники позволяет создавать эффективные технологии математического моделирования для задач большой сложности, к которым относятся задачи динамики и динамической устойчивости вязкоупругих элементов тонкостенных конструкций с переменной жесткостью. В работе построены математические модели задач динамики, разработаны эффективные вычислительные алгоритмы, исследованы вынужденные колебания плотины-пластины с переменной жесткостью. Приведены результаты исследований задач о колебаниях плотины-пластины переменной толщины с учетом вязкоупругих свойств материала, гидродинамического давления воды, грунта и сейсмической нагрузки. Figs.:3, Refs.: 22 titles.

Ключевые слова: вязкоупругие системы; интегральные уравнения; математическое моделирование; вынужденные колебания плотины-пластины.

UDC 004.02

Simulation of oscillation of a dam-plate of variable thickness / B.A. Khudayarov, A.A. Tukhtaboev, O.R. Kucharov, F.Zh. Turaev, N.N. Yuldashev // Herald of the National

Technical University "KhPI". Series of "Informatics and Modeling". – Kharkov: NTU "KhPI". – 2023. – № 1 (9). – P. 27 – 39.

The hereditary theory of viscoelasticity has provided ample opportunities for describing the dynamic processes of deformation of various materials. However, the implementation of these possibilities in many cases is difficult due to the lack of an adequate mathematical apparatus, especially in the study of dynamic processes in viscoelastic systems. There are fundamental reasons to believe that the apparatus of integral equations is very promising in this sense. The use of modern computer technology capabilities makes it possible to create effective mathematical modeling technologies for problems of great complexity, which include problems of dynamics and dynamic stability of viscoelastic elements of thin-walled structures with variable stiffness. Mathematical models of dynamic problems are constructed, efficient computational algorithms are developed, and forced vibrations of a dam-plate with variable stiffness are studied. The results of studies of problems on vibrations of a dam-plate of variable thickness are given, taking into account the viscoelastic properties of the material, the hydrodynamic pressure of water, soil and seismic load. Figs.:3, Refs.: 22 titles.

Keywords: viscoelastic systems; integral equations; math modeling; forced vibrations of a dam-plate