

Ю. Е. ХОРОШАЙЛО, Н. Я. ЗАЙЧЕНКО, А. Д. МЕНЯЙЛО

АНАЛИЗ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПРОВОЛОК, ПРИМЕНЯЕМЫХ В 3D ПРИНТЕРАХ

В статье рассмотрена математическая модель диэлектрической проволоки для 3D принтера на выходе экструдера в виде уравнения теплопроводности. В цилиндрических координатах его решения представляется с помощью функций Бесселя. Для его решения во временной области используется преобразование Лапласа. Анализ полученных решений позволил определить характер зависимости распределения температуры как в области сечения, так и по длине проволоки от теплофизических параметров и скорости. Полученные результаты могут быть применены для решения дальнейших оптимизационных задач по улучшению качества печати FDM 3D-принтеров. Перспективы улучшения качества 3D печати связаны с учетом в геометрии сопла экструдера и регулировании скорости движения диэлектрической проволоки.

Ключевые слова: тепловые методы, анализ теплофизических параметров, преобразование Лапласа, уравнение теплопроводности, 3D печать, диэлектрическая проволока

Ю. Є. ХОРОШАЙЛО, Н. Я. ЗАЙЧЕНКО, О. Д. МЕНЯЙЛО

АНАЛИЗ ТЕПЛОФІЗИЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ДІЕЛЕКТРИЧНИХ ДРОТІВ, ЯКІ ВИКОРИСТОВУЮТЬСЯ В 3D ПРИНТЕРАХ

В статті розглянута математична модель діелектричного дроту для 3D принтера на виході екструдера у вигляді рівняння теплопровідності. У циліндричних координатах його рішення надається за допомогою функції Бесселя. Для його рішення у часовій області використовується перетворення Лапласа. Аналіз отриманих результатів дозволив визначити характер залежності розподілу температури як в області перерізу, так і по довжині дроту від теплофізичних параметрів і швидкості. Отримані результати можуть бути застосовані для рішення подальших оптимізаційних задач з покращення якості друку FDM 3D принтерів. Перспективи покращення якості 3D друку пов'язані із врахуванням геометрії сопла екструдера і регулюванням швидкості руху діелектричного дроту.

Ключевые слова: теплові методи, аналіз теплофізичних параметрів, перетворення Лапласа, рівняння теплопровідності, 3D друк, діелектричний дріт.

Ye. HOROSHAILO, N. ZAYCHENKO, A. MENYALO

DIELECTRIC WIRE FOR 3D PRINTER THERMOPHYSICAL CHARACTERISTICS ANALYSIS

The article considers a mathematical model of a dielectric wire for a 3D printer at the exit of an extruder in the form of an equation of thermal conductivity. In cylindrical coordinates, its solutions are represented using Bessel functions. To solve it in the time domain, the Laplace transform is used. The analysis of the obtained solutions made it possible to determine the nature of the dependence of the temperature distribution both in the region of the section and along the length of the wire on the thermophysical parameters and speed. The results obtained can be used to solve further optimization problems to improve the print quality of FDM 3D printers. Prospects for improving the quality of 3D printing are associated with taking into account the geometry of the extruder nozzle and controlling the speed of the dielectric wire.

Keywords: thermal methods, thermo physical parameters, Laplace transformation, heat equation, 3D printing, dielectric wire

Введение. Качество 3D печати зависит от многих параметров. В первую очередь, конечно же от качества расходных материалов. Пластик для 3D-печати должен, с одной стороны, обеспечивать постоянный диаметр на любом участке прутка, а с другой, однородность, без воздушных пузырей и инородных частиц, обладающий вполне определенными теплофизическими характеристиками. Так, например, увеличение скорости печати должно сопровождаться увеличением температуры сопла, чтобы пластик успевал плавиться. Однако по закону сохранения энергии, если греть пластик в 2-3 раза быстрее, то и охлаждаться он будет настолько же медленнее. Иначе возможны дефекты, вызванные оплыванием пластика, особенно, если использовать пластиками с низкой температурой отвердения.

Анализ и оптимизация этих теплофизических характеристик позволяет существенно повысить качество печати.

Анализ основных исследований и публикаций. В последнее десятилетие технологии быстрого прототипирования получили широкое распространение. Эти технологии осваивают такие промышленные гиганты, как General Electric и Siemens и в различных странах открывают исследовательские центры [1].

3D-печать используется для производства очень широкого спектра вещей: от прототипов деталей для систем авионики и оборудования промышленности, печати имплантатов в медицине и хирургии, и до целого ряда предметов быта, гаджетов и игрушек.

Однако при изготовлении различных изделий существенное влияние на их качество оказывает контроль параметров диэлектрической проволоки, подаваемой в экструдер – устройство, оснащенное механическим приводом для подачи нити, нагревательным элементом для плавки материала и соплом, через которое осуществляется непосредственно экструзия.

Нагревательный элемент служит для нагревания сопла, которое в свою очередь плавит пластиковую нить и подает расплавленный материал на строящуюся модель. Как правило, верхняя часть сопла, наоборот, охлаждается с помощью вентилятора для создания резкого градиента температур, необходимого для обеспечения плавной подачи материала (рис. 1). Экструдер перемещается в горизонтальной и вертикальной плоскостях под контролем алгоритмов, аналогичных используемым в станках с числовым программным управлением.

© Ю.Е. Хорошайло, Н.Я. Зайченко, А.Д. Меняйло, 2019

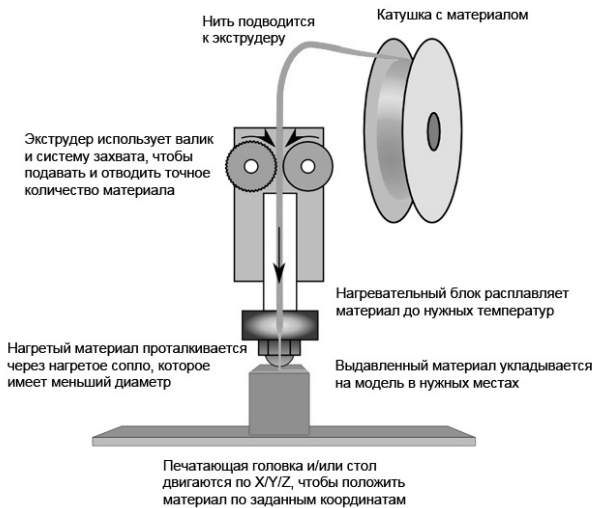


Рис. 1 – Схематическое изображение работы FDM 3D-принтера

В качестве расходных материалов доступны всевозможные термопластики и композиты, включая ABS, PLA, поликарбонаты, полиамиды, полистирол и многие другие. Как правило, различные материалы предоставляют выбор баланса между определенными прочностными и температурными характеристиками.

Пластик, который выходит из экструдера, имеет температуру в интервале 190–240 °С. Поскольку пластик горячий, он мягкий и ему легко придавать различные формы. Но когда он остывает, он быстро становится твердым, и форму его так просто уже не изменить. Необходимо добиться баланса между температурой и охлаждением так, чтобы пластик мог свободно течь через сопло, но быстро затвердевал, обеспечивая точные размеры распечатываемой 3D-детали.

Если такого баланса нет, могут возникнуть проблемы с качеством печати, когда, например, внешние размеры объекта окажутся не такими, как ожидалось. Как видно на рис.1, филамент, который был экструдирован на вершину пирамиды, не смог достаточно быстро застыть, чтобы сохранить форму.

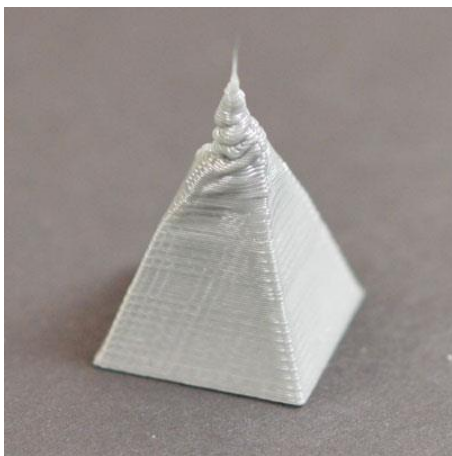


Рис. 2 – Вид детали при дефекте перегрева пластика

Цель исследования. Анализ тепловых процессов, протекающих в движущейся диэлектрической проволоке, исследование

зависимости температуры от теплофизических параметров материала, скорости движения диэлектрической проволоки.

Исследование распределения теплового поля в движущейся диэлектрической проволоке. Одним из методов решения этой задачи является применение метода, основанного на преобразовании Лапласа. Рассмотрим несколько наиболее характерных с теоретической точки зрения случаев.

Представим в общем виде диэлектрическую проволоку экструдера в виде области $x > 0$ движущаяся со скоростью U . Начальная температура равна $V_0 + ax$, а область в $x = 0$ при $t > 0$ поддерживается при температуре $V_1 + bx$. При этом предполагаем, что в этой области тепло распределено равномерно, суммарной мощностью A_0 .

При различных значениях постоянных V_0, V_1, a, b, A_0 этот случай охватывает целый ряд практических задач. Найденные решения остаются справедливыми при обоих знаках скорости U . Дифференциальное уравнение, описывающее распределение температур в движущейся области имеет вид [2]

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} - \frac{U}{\chi} \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{1}{\chi} \frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{A_0}{K}, \quad (1)$$

Задаемся граничными условиями

$$v = V_0 + ax, x > 0, t = 0; v = V_1 + bx, x = 0, t > 0 \quad (2)$$

Тогда дифференциальное уравнение распределения температур примет вид

$$\frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial x^2} - \frac{U}{\chi} \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} - \frac{1}{\chi} \frac{\partial \bar{v}}{\partial t} = -\frac{A_0}{Kp} - \frac{V_0 + ax}{\chi} \quad (3)$$

Решая его при условии

$$\bar{v} = \frac{V_1}{p} + \frac{b}{p^2}, x = 0, \quad (4)$$

Получим зависимость температуры от влияющих факторов

$$\bar{v} = \left[\frac{V_1 - V_0}{p} + \frac{b + aU - (\chi A_0 / K)}{p^2} \right] \exp \left\{ \frac{Ux}{2\chi} - x \left(\frac{U^2}{4\chi^2} + \frac{p}{\chi} \right)^{\frac{1}{2}} \right\} + \left(\frac{\chi A_0}{K} - aU \right) \frac{1}{p^2} + \frac{V_0 + ax}{p}, \quad (5)$$

где χ – коэффициент теплообмена, K – коэффициент теплопроводности.

После преобразований и перехода к физическим переменным, получаем выражение в временной области

$$v = V_0 + ax + \left(\frac{\chi A_0 t}{K} \right) - aUt + \frac{1}{2} (V_1 - V_0) \left\{ \Phi \left[\frac{x - Ut}{2(\chi t)^{\frac{1}{2}}} \right] + \frac{\bar{v}x}{\chi} \Phi \left[\frac{x + Ut}{2(\chi t)^{\frac{1}{2}}} \right] \right\} + \frac{1}{2U} \left(b + aU - \frac{\chi A_0}{K} \right) \left\{ (x + Ut) \frac{\bar{v}x}{\chi} \Phi \left[\frac{x + Ut}{2(\chi t)^{\frac{1}{2}}} \right] + (Ut - x) \Phi \left[\frac{x - Ut}{2(\chi t)^{\frac{1}{2}}} \right] \right\}, \quad (6)$$

где Φ – интеграл Лапласа,

$$\begin{aligned} \Phi &= 1 - \Phi^* \\ \Phi^* &= \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-\xi^2} d\xi \end{aligned}$$

Область $x > 0$ с начальной температурой V_0 движется со скоростью U . Граничное условие на плоскости $x = 0$ имеет вид

$$\frac{\partial v}{\partial x} - kv = 0,$$

(7)

В этом случае нужно решить дифференциальное уравнение при $A_0 = 0$ с соответствующим граничным условием. В этом случае решение исходного дифференциального уравнения, используя представление искомой функции в виде Лаплас-образа может быть записано следующим образом

$$\begin{aligned} \bar{v} &= \frac{V_0}{p} - \frac{hV_0}{p \left\{ \left[(p/\chi) + \left(\frac{U^2}{4\chi^2} \right) \right]^{\frac{1}{2}} + \left[h - \left(\frac{U}{2\chi} \right) \right] \right\}} \\ &\cdot \exp \left\{ \frac{Ux}{2\chi} - x \left(\frac{U^2}{4\chi^2} + \frac{p}{\chi} \right)^{\frac{1}{2}} \right\}, \end{aligned} \quad (8)$$

где h – константа из граничного условия 3 рода.

Переходя к оригиналу [3], получим

$$\begin{aligned} v &= V_0 - \frac{1}{2} V_0 \left\{ \Phi \left[\frac{x - Ut}{2(\chi t)^{1/2}} \right] + \frac{\chi h}{\chi h - U} e^{ux/\chi} \Phi \left[\frac{x + Ut}{2(\chi t)^{1/2}} \right] \right\} + \\ &+ \frac{V_0(2\chi h - U)}{2(\chi h - U)} \exp[hx - ht(U - \chi h)] \cdot \\ &\cdot \Phi \left[\frac{x + (2\chi h - U)t}{2(\chi t)^{1/2}} \right], \end{aligned} \quad (9)$$

Это решение справедливо при обоих знаках U и $2\chi h - U$. Учитывая возможность расплавленной диэлектрической проволоки на выходе экструдера к радиальному движению, предположим, что при установившемся радиальном течении расплавленной диэлектрической проволоки через каждую окружность в 1 сек проходит масса жидкого пластика m .

Тогда радиальная скорость жидкого пластика u_r равна

$$u_r = \frac{m}{2\pi\rho r}, \quad (10)$$

Переходя к цилиндрической системе координат дифференциальное уравнение теплопроводности принимает вид

$$\frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{u_r}{\chi} \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{1}{\chi} \frac{\partial v}{\partial t} = 0, \quad (11)$$

где u_r – определяется равенством (10).

Вспомогательное уравнение для (11) при нулевой начальной температуре запишется следующим образом

$$\frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} (1 - 2v) \frac{\partial \bar{v}}{\partial r} - q^2 \bar{v} = 0, \quad (12)$$

где $v = m/4\pi\chi\rho$. Решение этого уравнения, ограниченное при $r \rightarrow \infty$, имеет вид

$$r^v K_v(qr), \quad (13)$$

отсюда изображение функции равняется

$$\frac{Q(qr)^v}{2^{v+1}\pi\chi\Gamma(v+1)} K_v(qr), \quad (14)$$

Имеет вид

$$\frac{Q}{4\pi\chi\Gamma(v+1)} \left(\frac{r^2}{4\chi t} \right)^v e^{-r^2/4\chi t}, \quad (15)$$

Решение (15) обладает тем свойством, что полное количество тепла в области $r > 0$ постоянно и равно Q . Таким образом, оно аналогично решению для линейного источника применительно к данному случаю радиального движения среды.

Последняя формула предоставляет возможность проанализировать влияние радиуса сопла экструдера с необходимым количеством тепла для поддержания требуемой температуры.

Результаты моделирования. Используя результаты теоретического анализа, было проведено моделирование влияния внешних факторов на тепловые параметры движущейся диэлектрической проволоки. В качестве примера были выбраны наиболее распространенные пластики ABS и PLA, основные теплофизические параметры которого приведены в табл. 1.

Таблица 1 – Основные теплофизические параметры для пластика ABS

Вид пластика	Коеф.теплопроводности, Вт/(м ² с)	Теплоемкость, Дж/(кг град)	Плотность, кг/м ³	Температура плавления, °С
ABS	0,13–0,2	1300–2300	1030–1060	220
PLA	0,13	1800	1230–1250	173-178

Коэффициент теплообмена рассчитывается по формуле [1]

$$\chi = \frac{C}{c \cdot \rho}, \quad (16)$$

где C – коэффициент теплоемкости,

ρ – плотность и составляет $0.15 \cdot 10^{-6}$ Вт/м² град для ABS пластика.

В качестве примера проведем теплофизический расчет изменения температуры диэлектрической проволоки на выходе экструдера при скорости ее движения 1 м/с. Результаты расчета, проведенные с помощью MathCad, для пластиков типа ABS и PLA приведены на рис. 3.

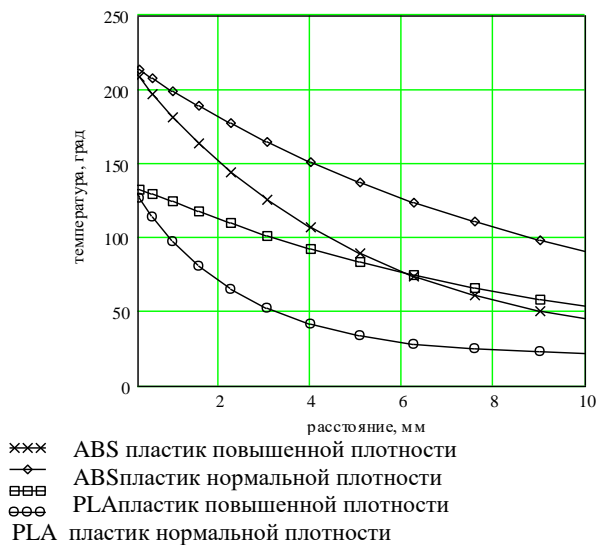


Рис. 3 – Зависимость температуры от координаты

Результаты расчета показывают, что при выбранных граничных условиях в направлении диаметра отверстия при сдвиге от центра по радиусу на 1 мм температура ABS пластика изменяется в пределах 20%, а для альтернативного PLA пластика на 30%.

Результаты проведенного моделирования говорят о том, что температура диэлектрической проволоки зависит от предельных значений плотности, теплоемкости и теплопроводности, используемых пластиков.

Кроме координаты и теплофизических параметров температура диэлектрической проволоки зависит от поступательной и радиальной скоростей ее

движения. Количественной мерой этого влияния является расхождение между графиками кривых.

Полученные результаты могут быть применены для решения дальнейших оптимизационных задач по улучшению качества печати FDM 3D-принтеров

Выводы. Математической моделью диэлектрической проволоки для 3D принтера на выходе экструдера является уравнение теплопроводности. В цилиндрических координатах его решения представляется с помощью функций Бесселя. Для его решения хорошо зарекомендовало себя преобразование Лапласа. Анализ полученных решений позволил определить характер зависимости распределения температура как в области сечения, так и по длине проволоки от теплофизических параметров и скорости. Перспективы улучшения качества 3D печати связаны с учетом в геометрии сопла экструдера и регулировании скорости движения диэлектрической проволоки.

Список литературы

1. Классификация 3D принтеров (7 технологий 3D печати) [Электронный ресурс] Режим доступа: <https://geektimes.ru/post/208906/> – 19.12.2018 – Загл. с экрана.
2. Карслоу Г., Егер Д. Теплопроводность твердых тел: пер. с англ. – Наука, 1964. – 488 с.
3. Мышкис, А. Прикладная математика для инженеров. специальные курсы. Litres, 2018. – 690 с.

References(transliterated)

1. Klassifikatsiya 3D printerov (7 tekhnologiy 3D pechati) [Elektronnyy resurs] Rezhim dostupu: <https://geektimes.ru/post/208906/> – 19.12.2018 – Zagl. s ekrana.
2. Karslou G., Yeger D. Teploprovodnost' tverdykh tel: per. s angl. [Thermal conductivity of solids] – Nauka, 1964. – 488 p.
3. Myshkis, A. Prikladnaya matematika dlya inzhenerov. Spetsial'nyye kursy [Applied mathematics for engineers. Special courses]. Litres, 2018. – 690 p.

Поступила (received) 01.11.19

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

Хорошайло Юрій Євгенійович (Хорошайло Юрий Евгеньевич Horoshajlo Yuriy Evgenievich) – кандидат технічних наук, доцент, Харківський національний університет радіоелектроніки, професор кафедри ПЕЕА, м.Харків, 057-70-21-494, e-mail: d_doed@nure.ua

Зайченко Наталія Ярославівна (Зайченко Наталия Ярославовна, Zaichenko Nataliia Yaroslavivna) – аспірант кафедри ПЕЕА, Харківський національний університет радіоелектроніки, доцент кафедри ПЕЕА, м.Харків, Україна, e-mail: nataliia.zaichenko @ nure.ua

Меняйло Олександр Дмитрович (Меняйло Александр Дмитриевич, Meniaylo Oleksandr Dmitrovych,) – кандидат технічних наук, доцент, Харківський національний університет радіоелектроніки, доцент, м.Харків, 057-70-21-494, e-mail: d_doed@nure.ua