

# ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ И АЛГОРИТМ УПРАВЛЕНИЯ КАЧЕСТВОМ ПРОЦЕССА РАЗРАБОТКИ ПРОГРАММНЫХ СИСТЕМ НА ОСНОВЕ МОДЕЛИ ЗРЕЛОСТИ

УДК 004.4.075

## ГОДЛЕВСКИЙ Михаил Дмитриевич

д.т.н., профессор, заведующий кафедрой автоматизированных систем управления НТУУ «Харьковский политехнический институт».

**Научные интересы:** управление развитием сложных систем, теория принятия решений.

**e-mail:** god\_asu@kpi.kharkov.ua

## БРАГИНСКИЙ Игорь Львович

аспирант кафедры автоматизированных систем управления НТУУ «Харьковский политехнический институт».

**Научные интересы:** инженерия качества программных систем.

**e-mail:** garry@nixsolutions.com

### ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время существует множество подходов к оценке качества процесса разработки программных систем (ПР ПС). Основными из них, наиболее хорошо зарекомендовавшими себя на практике, являются: стандарт ISO/IEC 15504 TR – Software Process Improvement and Capability Determination (SPICE); модель CMMI – Capability Maturity Model Integration.

Модель CMMI разработана Институтом программной инженерии (Software Engineering Institute, SEI) и была создана в 1998 году на базе более ранней модели CMM (Capability Maturity Model). Обе модели базируются на концепции зрелости организации – разработчика ПС. Зрелость организации характеризуется как степень четкости: определения, управления, измерения, контроля и выполнения процесса разработки ПС. Знание степени зрелости помогает предсказать возможности каждого проекта в достижении поставленных перед ним целей [1,2].

Модель CMMI реализует два подхода к оценке зрелости: дискретное представление (как в CMM) на основе пяти уровней зрелости; непрерывное представление (как в SPICE) на основе четырех уровней возмож-

ности. В основе первого подхода лежит концепция зрелости базового ПР ПС в масштабе всей организации, а в основе непрерывного – концепция мощности (качества) отдельной процессной области.

Каждый уровень зрелости состоит из нескольких процессных (фокусных) областей. Процессная область (Key Process Area, KPA) определяет действия, обеспечивающие достижение множества целей, важных с точки зрения увеличения зрелости ПР ПС.

Используются два вида целей: частные и общие. Частные цели принадлежат к определенной процессной области и описывают, что должно быть выполнено для реализации процессной области. Общая цель может появляться в нескольких процессных областях. Каждая KPA состоит из множества практик (Key Practice, KP). Практики описывают инфраструктуру и действия, необходимые для успешной реализации процессной области. Они разделены на частные и общие, и обеспечивают достижение соответствующих им частных и общих целей.

Повышение качества ПР ПС одна из основных задач программной инженерии, которая реализуется на основе усовершенствования действующих в организации процессов [3]. Согласно стандарту ДСТУ ISO/IEC TR 15504-7 одним из наиболее важных и ответственных

шагов технологии усовершенствования процессов жизненного цикла (ЖЦ) ПС является построение плана программы усовершенствования в условиях ограниченных ресурсов на основе анализа оценивания мощности процессов. Это позволяет руководителю организации определить стратегию продвижения фирмы к более высокому уровню зрелости в условиях ограниченных ресурсов на некотором рассматриваемом плановом периоде. В настоящее время в научной литературе в области программной инженерии этот вопрос рассматривается, в основном, на вербальном уровне. Не формализованы критерии продвижения организации к более высокому уровню зрелости. Не разработаны математические модели и алгоритмы определения последовательности усовершенствования отдельных процессов ЖЦ. Не рассматривается данная задача с учетом ограниченных ресурсов, которые необходимо распределить между отдельными процессами по периодам планирования. Все это говорит об актуальности исследований, проводимых в работе.

### ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМЫ

Предлагается рассматривать динамическую задачу управления качеством ПР ПС на основе вербальной модели СММІ [4]. Период моделирования  $[0, T]$ , где  $T$  – целое число, определяющее количество подпериодов планирования  $t \in [0, T]$ . Согласно [5] управление качеством ПР ПС будем рассматривать на основе двух частных критериев: «уровень зрелости», «финансовые затраты». С целью формализации модели СММІ дополнительно введем понятие уровня возможности отдельной практики, соответствующий некоторой технологии, для реализации которой необходимы финансовые ресурсы. Уровень возможности практики соответствует адекватному уровню возможности фокусной области, в которую она входит. Без потери общности в работе рассматриваются только частные практики фокусных областей. Исходя из этого, в качестве управляющих будем использовать дискретные целочисленные переменные  $x_{ij}^t$ , определяющие значение уровня возможности отдельной частной практики [5]

$$x_{ij}^t = \overline{m, n}, j \in J_i, i \in \bar{I}, t \in \overline{0, T}, \quad (1)$$

где  $\bar{I}$  – множество фокусных областей;  $J_i$  – множество частных практик  $i$ -ой фокусной области;  $m, n$  – минимальное и максимальное значения уровня возможности частной практики. Согласно [1] фокусная область оценивается четырьмя уровнями возможности (от 0 до 3).

Каждый  $k-1$ -ый уровень зрелости определяется совокупностью фокусных областей

$$\hat{I}_{k-1} = \bigcup_{i=1}^{k-1} I_i, k = \overline{2, 6}, \quad (2)$$

где  $I_i$  – множество фокусных областей, которое наращивается при переходе от  $i-1$ -го к  $i$ -му уровню зрелости. При этом значение уровня возможности фокусной области  $y_i^t$  определяется по некоторому правилу  $f_i$  на основе совокупности уровней возможности входящих в нее отдельных частных практик. Тогда

$$y_i^t = f_i(\{x_{ij}^t, j \in J_i\}), i \in \bar{I}, t \in \overline{0, T}.$$

Возникает вопрос оценки уровня зрелости ПР ПС организации в том случае, если множество фокусных областей (2) удовлетворяет требованиям модели СММІ для того, чтобы объявить  $k-1$ -ый уровень зрелости, а множество

$$\check{I}_p = \bigcup_{i=k}^p I_i, p = \overline{k, 5}$$

не полностью удовлетворяет этим требованиям для объявления  $p$ -го уровня зрелости ПР ПС организации. В этом случае предлагается использовать теорию нечетких множеств [6] и при наличии  $k-1$ -ого уровня зрелости ввести понятие степени принадлежности и  $p$ -му уровню зрелости [5]. С этой целью предварительно введем функции  $\omega_k^t(\{x_{ij}^t\})$ ,  $k = \overline{2, 5}$ ,  $t \in [0, T]$ , определяющие степень принадлежности ПР ПС к  $k$ -му уровню зрелости в  $t$ -м подпериоде планирования в том случае, если  $k-1$ -ый уровень зрелости достигнут. При этом будем считать, что первый уровень зрелости априори достигнут для каждого ПР ПС организации. Исходя из [5]

$$\omega_k^t(\{x_{ij}^t\}) = Z_k^t(\{x_{ij}^t\}) / Z_k^t(\{\overline{m}_{ij}^k\}), \quad (3)$$

где

$$\begin{aligned}
 & Z_k^t \left( \{x_{ij}\}^t \right) = \\
 & = \sum_{\substack{k=1 \\ i \in \bigcup_{s=1}^{k-1} I_s}} \bar{\rho}_i^{k,t} \sum_{j \in J_i} \rho_{ij}^t \left( x_{ij}^t - \bar{m}_{ij}^{k-1} \right) + \\
 & + \sum_{i \in I_k} \bar{\rho}_i^{k,t} \sum_{j \in J_i} \rho_{ij}^t x_{ij}^t, \quad k = \overline{2,5}, \quad t = \overline{0,T},
 \end{aligned} \quad (4)$$

при условии

$$\bar{m}_{ij}^{k-1} \leq x_{ij}^t \leq \bar{m}_{ij}^k, \quad j \in J_i, \quad i \in I_s, \quad s = \overline{1, k-1}, \quad t = \overline{0, T}, \quad (5)$$

$$0 \leq x_{ij}^t \leq \bar{m}_{ij}^k, \quad j \in J_i, \quad i \in I_k, \quad k = \overline{2,5}, \quad t = \overline{0, T}, \quad (6)$$

$$\bar{\rho}_i^{kt} \geq 0, \quad \forall i, k, t; \quad \sum_{\substack{i \in \bigcup_{s=1}^k I_s}} \bar{\rho}_i^{kt} = 1, \quad k = \overline{2,5}, \quad t = \overline{0, T}, \quad (7)$$

$$\rho_{ij}^t \geq 0, \quad \forall i, j, t; \quad \sum_{j \in J_i} \rho_{ij}^t = 1, \quad i \in \bigcup_{s=1}^k I_s, \quad t = \overline{0, T}. \quad (8)$$

Параметры  $\bar{m}_{ij}^k, j \in J_i, i \in I_k, k = \overline{2,5}$  определяют минимальный уровень возможности  $j$ -ой практики  $i$ -ой фокусной области для достижения  $k$ -го уровня зрелости. Коэффициенты  $\rho_{ij}^t, \bar{\rho}_i^{kt}$  определяют, соответственно, степень важности  $j$ -ой практики  $i$ -ой фокусной области в  $t$ -ом подпериоде планирования и степень важности  $i$ -ой фокусной области при достижении  $k$ -го уровня зрелости ПР ПС организации в  $t$ -ом подпериоде. В результате уровень зрелости ПР ПС определяется двумя показателями:  $k-1$ -ом уровнем зрелости и степенью достижения  $k$ -го уровня зрелости. Однако такой подход еще не в полной мере оценивает уровень зрелости ПР ПС, так как не учитывается степень достижения последующих уровней зрелости (следующих за  $k$ -м). Поэтому рассматривается следующий подход. Допустим, достигнут  $k-1$ -ый уровень зрелости. Тогда степень достижения  $p$ -ого уровня зрелости, где  $p = \overline{k,5}$ , предлагается определять следующим образом

$$\bar{\mu}_p^t \left( \{x_{ij}\}^t \right) = \prod_{s=k}^p \omega_s^t \left( \{x_{ij}\}^t \right), \quad p = \overline{k,5}. \quad (9)$$

Проводя оценку реальной размерности задачи управления качеством ПР ПС на основе переменных (1) становится ясным, что для ее решения нельзя использовать простой перебор вариантов. Поэтому в работе ставится задача синтеза модели динамического программирования, основанной на отсечении подмно-

жеств вариантов развития ПР ПС на каждом подпериоде управления, для которых становится ясным, что они не войдут в оптимальное решение задачи. Кроме этого, в работе алгоритмы динамического программирования должны учитывать ограничения на ресурсы, а также использовать различные приемы уменьшения размерности задачи.

### МОДЕЛЬ УПРАВЛЕНИЯ КАЧЕСТВОМ ПР ПС

В данной работе в качестве основного критерия будем использовать интегральный показатель, связанный с увеличением уровня зрелости ПР ПС на протяжении рассматриваемого планового периода. При этом степень важности увеличения уровней зрелости определяется вектором параметров  $\{\lambda_p, p = \overline{k,5}\}$ , которые удовлетворяют следующим условиям

$$\lambda_p \geq 0, \quad p = \overline{k,5}; \quad \sum_{p=k}^5 \lambda_p = 1. \quad (10)$$

Тогда интегральный показатель степени достижения уровня зрелости ПР ПС на  $t$ -ом подпериоде планирования определяется следующим образом

$$\mu^t \left( \{x_{ij}\}^t \right) = \sum_{p=k}^5 \lambda_p \prod_{s=k}^p \omega_s^t \left( \{x_{ij}\}^t \right). \quad (11)$$

В дальнейшем совокупность значений уровней возможности частных практик в  $t$ -ом подпериоде планирования  $\{x_{ij}\}^t$  обозначим матрицей переменных  $\chi_t$ . Тогда прирост уровня зрелости при переходе с  $t-1$ -го на  $t$ -ый подпериод планирования имеет следующий вид

$$\bar{\Phi}_t(\chi_{t-1}, \chi_t) = \mu^t(\chi_t) - \mu^{t-1}(\chi_{t-1}), \quad t = \overline{1, T}. \quad (12)$$

Кроме этого, введем понятие степени важности прироста уровня зрелости на  $t$ -ом подпериоде планирования путем введения весовых коэффициентов важности

$$\xi_t \geq 0, \quad t = \overline{1, T}, \quad \sum_{t=1}^T \xi_t = 1. \quad (13)$$

Тогда прирост уровня зрелости запишем в следующем виде

$$\Phi_t(\chi_{t-1}, \chi_t) = \xi_t \bar{\Phi}_t(\chi_{t-1}, \chi_t), \quad t = \overline{1, T}. \quad (14)$$

В итоге целевая функция, определяющая интегральный показатель степени увеличения уровня зрелости ПР ПС на всем плановом периоде с учетом степе-

ни важности каждого подпериода и степени важности достижения отдельным  $p$ -м уровнем определенной степени уровня зрелости, где  $p = \overline{k, 5}$ , записывается следующим образом

$$F(\chi) = \sum_{t=1}^T \Phi_t(\chi_{t-1}, \chi_t), \quad (15)$$

где  $\chi = \{\chi_t\}$ .

Конкретный вид модели (целевая функция и ограничения) задачи управления качеством ПР ПС зависит от стратегии лица принимающего решение (ЛПР) по отношению к последовательности достижения соответствующего уровня зрелости организации. Допустим некоторый  $k-1$ -ый уровень зрелости достигнут. Тогда возможны два подхода.

1. ЛПР на некотором периоде  $[0, T]$  планирует достичь  $k$ -ый уровень зрелости и далее в порядке очередности последующие уровни.

2. ЛПР выставляет приоритеты по отношению к фокусным областям различных уровней зрелости и задача решается параллельно для некоторого подмножества уровней зрелости или сразу для всех.

Первый подход фактически является интерпретацией лексикографической задачи, когда абсолютный приоритет выставляется для  $k$ -го уровня зрелости по отношению к остальным более старшим. Когда  $k$ -ый уровень достигнут, то абсолютный приоритет выставляется для  $k+1$ -го уровня и т.д.

Целевая функция (15), которая формируется на основе (3)-(14) соответствует второму подходу, когда ресурсы могут использоваться для увеличения степени зрелости на каждом уровне с учетом их приоритетов. При использовании первого подхода на основе достигнутого  $k-1$ -го уровня зрелости решается задача достижения только  $k$ -го уровня и зависимости, на основе которых строится целевая функция (15), значительно упрощаются. Так в (3)-(8) используются только фиксированные значения  $k$ , а условия (9)-(11) приводятся к следующему виду

$$\mu^t(\{x_{ij}\}^t) = \omega_k^t(\{x_{ij}\}^t) \quad (16)$$

и в этом случае вектор весовых коэффициентов  $\{\lambda_p\}$  вообще не используется.

В дальнейшем модель задачи управления качеством ПР ПС будет рассматриваться с учетом ограниче-

ния на финансовые ресурсы и второй критерий перейдет в ограничение. В результате возникает задача синтеза функции, определяющей затраты на увеличение уровня зрелости ПР ПС.

Перейдем к рассмотрению вопроса формирования функции затрат на  $t-1$ -м подпериоде управления, которые обеспечивают прирост уровня зрелости ПР ПС с  $t$ -го подпериода на величину, определяемую согласно (14). С этой целью введем понятие генеральных треугольных матриц  $\{r_{ij}(l, s)\}$  вариантов развития  $j$ -ой частной практики  $i$ -ой фокусной области. Их элементы определяют необходимые финансовые ресурсы при переходе практик с  $l$ -го на  $s$ -ый уровень возможности, где  $l$  – номер строки матрицы, а  $s$  – номер столбца. При этом по определению все элементы главной диагонали матрицы равны нулю.

Если считать, что на периоде управления  $[0, T-1]$  любая практика для всех фокусных областей является потенциальным объектом вклада ресурсов, то финансовые затраты, которые используются на  $\tau-1$ -м подпериоде управления определяются следующим образом

$$\overline{R}_\tau(\chi_{\tau-1}, \chi_\tau) = \sum_{i \in \bigcup_{s=1}^5 I_s} \sum_{j \in J_i} r_{ij}(x_{ij}^{\tau-1}, x_{ij}^\tau), \quad \tau = \overline{1, T}. \quad (17)$$

При этом накладываются условия

$$x_{ij}^{\tau-1} \leq x_{ij}^\tau, \quad j \in J_i, \quad i \in \bigcup_{s=1}^5 I_s, \quad \tau = \overline{1, T}, \quad (18)$$

где

$$x_{ij}^0 = \tilde{m}_{ij}^0, \quad j \in J_i, \quad i \in \bigcup_{s=1}^5 I_s, \quad (19)$$

$\tilde{m}_{ij}^0$  – исходное значение уровня возможности  $j$ -ой практики  $i$ -ой фокусной области. Если ЛПР использует первый подход к стратегии управления качеством ПР ПС, то в зависимостях (17)-(19) вместо  $\bigcup_{s=1}^5 I_s$  необ-

ходимо использовать  $\bigcup_{s=1}^k I_s$ .

Будем считать, что в каждом подпериоде  $\tau$  на управление развитием ПР ПС выделяются ресурсы в объеме  $R_\tau$  и неиспользованные ресурсы на  $\tau$ -у подпериоде могут быть израсходованы на последующих

подпериодах управления. В результате ресурсное ограничение записывается следующим образом

$$\sum_{\tau=1}^t \bar{R}_{\tau}(\chi_{\tau-1}, \chi_{\tau}) \leq \sum_{\tau=0}^{t-1} R_{\tau} = \hat{R}^{t-1}, \quad t = \overline{1, T}. \quad (20)$$

В результате задача управления качеством ПР ПС на основе модели зрелости, соответствующая второму подходу, записывается следующим образом. Найти оптимальные значения элементов матрицы  $\chi$ , обеспечивающие максимальное значение критерию (15) при условиях (3) – (14), (17)-(20).

В том случае, если используется первый подход, то модель упрощается и выглядит следующим образом. Найти оптимальные значения элементов матрицы  $\chi$ , обеспечивающие максимальное значение критерию (15) при условиях (3)-(8) с фиксированным значением  $k$ , условиях (12)-(14) и (16)-(20) при замене  $\bigcup_{s=1}^5 I_s$  на  $\bigcup_{s=1}^k I_s$ .

### АЛГОРИТМ УПРАВЛЕНИЯ КАЧЕСТВОМ ПР ПС

Для решения задачи управления качеством ПР ПС на основе оптимизации переменных модели (3)-(15), (17)-(20) используем идею алгоритма [7], основная суть которого состоит в последовательном сжатии исходного множества  $\Omega$  конкурентоспособных вариантов ее решения. Данный алгоритм представляет собой многошаговый процесс, на каждом  $s$ -ом шаге которого производится «отметание» множества  $\Omega_s$  неконкурентоспособных вариантов, о котором в процессе работы алгоритма стало известно, что это множество не содержит оптимального варианта. Данный алгоритм был разработан В.С. Михалевичем и Н.З. Шором и впервые применен для конкретных расчетов в конце 50-х годов прошлого столетия.

Задача нелинейного программирования называется аддитивной, если речь идет об отыскании оптимального значения аддитивной целевой функции (в нашем случае это (15)) при ограничениях вида

$$\chi_t \in G_t, \quad t = \overline{0, T}, \quad (21)$$

где  $G_t$  – множество допустимых вариантов решения задачи на  $t$ -м подпериоде.

Ограничения (21) в нашем случае интегрально должны учитывать условия (5), (6), (19), (20). Кроме этого, дополнительно накладываются условия (18), определяющие на множествах  $G_{\tau-1}, G_{\tau}, \tau = \overline{1, T}$  взаимосвязь между  $\chi_{\tau-1}$  и  $\chi_{\tau}$ . С целью наглядности сделаем геометрическую интерпретацию рассматриваемой задачи. В пространстве  $(\chi, t)$  построим гиперплоскости  $\Sigma_t, t = \overline{0, T}$ , которые являются многомерными пространствами переменных элементов матриц  $\chi_t$  (рис. 1).

Будем считать, что

$$\chi_t \in G_t \subset \Sigma_t, \quad t = \overline{0, T}.$$

Если задать некоторую конкретную совокупность матриц  $(\bar{\chi}_0, \bar{\chi}_1, \bar{\chi}_2 \dots \bar{\chi}_T)$ , удовлетворяющих (18), (21), то мы получим ломанную (рис. 1), длины отрезков  $(\bar{\chi}_{t-1}, \bar{\chi}_t)$  которой определяются функциями  $\Phi_t(\chi_{t-1}, \chi_t)$ . В результате задача формируется следующим образом: среди всех ломанных, соединяющих гиперплоскости  $\Sigma_0, \Sigma_T$  найти ломанную максимальной длины, которая удовлетворяет условиям (18), (21). Все множество возможных ломанных и есть множество вариантов  $\Omega$ .

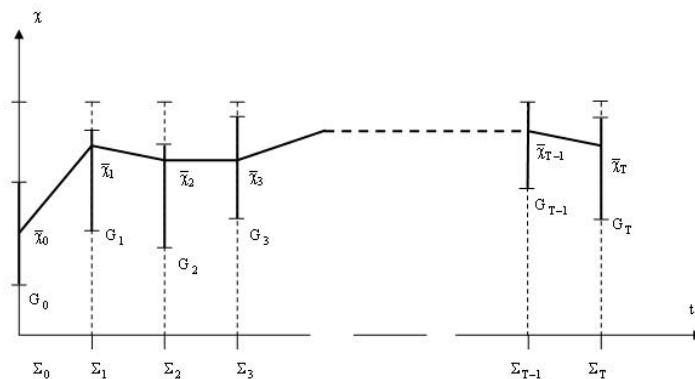


Рисунок 1 – Геометрическая интерпретация алгоритма рассматриваемой задачи

Перейдем непосредственно к использованию идеи алгоритма [7] в задаче управления качеством процесса разработки ПС. При этом будем использовать два приведенных выше подхода, определяемых стратегиями ЛПР по отношению к последовательности достижения соответствующих уровней зрелости организации.

Для первого подхода исходное состояние ПР ПС определяется матрицей  $\left\{ \tilde{m}_{ij}^0, j \in J_i, i \in \bigcup_{l=1}^k I_l \right\}$ , которая является единственным элементом множества  $G_0$ . Для построения множеств  $G_t, t = \overline{1, T}$  сформируем исходные множества  $\tilde{G}_t$ , элементами которых являются матрицы  $\chi_t = \left\{ x_{ij}^t, j \in J_i, i \in \bigcup_{l=1}^k I_l \right\}$ . Каждый элемент множества  $\tilde{G}_t$  формируется на основе варьирования элементов матрицы  $\chi_t$  в пределах дискретных интервалов  $[\tilde{m}_{ij}^0, \bar{m}_{ij}^k], j \in J_i, i \in \bigcup_{l=1}^k I_l$ . Количество элементов каждого множества  $\tilde{G}_t$  определяется следующим образом

$$|\tilde{G}_t| = \prod_{i \in \bigcup_{l=1}^k I_l} \prod_{j \in J_i} (\bar{m}_{ij}^k - \tilde{m}_{ij}^0 + 1), \quad t = \overline{1, T}.$$

Перейдем к нулевому шагу алгоритма отсечения неконкурентоспособных вариантов из множества  $\tilde{G}_0$ . Предварительно сформируем множество  $G_1 \subseteq \tilde{G}_1$ . Для этого необходимо изъять из  $\tilde{G}_1$  элементы, которые не удовлетворяют условию (20). Проверка всех элементов множества  $\tilde{G}_1$  на выполнение (20) осуществляется для  $t = 1$ , а (17) записывается в следующем виде

$$\bar{R}_1(\{\tilde{m}_{ij}^0\}, \chi_1) = \sum_{i \in \bigcup_{s=1}^k I_s} \sum_{j \in J_i} r_{ij}(\tilde{m}_{ij}^0, x_{ij}^1)$$

Рассмотрим отдельные элементы множества  $G_1$ . Максимальное расстояние от некоторого фиксированного элемента  $\chi_1$  до гиперповерхности  $\Sigma_0$ , которой принадлежит множество  $G_0$  обозначим через

$$L_1(\chi_1) = \max_{\chi_0 \in G_0} \Phi_1(\chi_0, \chi_1).$$

Условие (18) для  $\tau = 1$  выполняется автоматически, исходя из технологии построения множества элементов  $G_1$ , и выглядит следующим образом

$$x_{ij}^1 \geq \tilde{m}_{ij}^0, \quad j \in J_i, \quad i \in \bigcup_{s=1}^k I_s.$$

Величина  $L_1(\chi_1)$  определяет прирост степени зрелости ПР ПС организации начиная с первого подпериода управления при различных значениях матрицы переменных  $\chi_1$ . Так как  $G_0$  в нашей задаче состоит из одного элемента, то

$$L_1(\chi_1) = \Phi_1(\{\tilde{m}_{ij}^0\}, \chi_1)$$

Рассмотрим теперь функцию  $F(\chi_0, \chi_1 \dots \chi_T)$ . Так как

$$\max_{\chi_0 \in G_0} F(\chi_0, \chi_1 \dots \chi_T) = L_1(\chi_1) + \sum_{t=2}^T \Phi_t(\chi_{t-1}, \chi_t),$$

то любая ломаная, не содержащая отрезка  $L_1(\chi_1)$ , не может быть претендентом на решение задачи. Так как на нулевом шаге множество  $G_0$  состоит из одного элемента, то множество ломаных, которое отмечается после нулевого шага равно пустому множеству ( $\bar{G}_0 = \emptyset$ ).

Перейдем к рассмотрению первого шага алгоритма. Для этого возьмем некоторый элемент  $\chi_2 \in \tilde{G}_2$ . Обозначим через  $L_2(\chi_2)$  максимальную длину ломаной, соединяющей  $\chi_2$  и гиперплоскость  $\Sigma_0$ . Очевидно, что

$$L_2(\chi_2) = \max_{\chi_1 \in G_1} (L_1(\chi_1) + \Phi_2(\chi_1, \chi_2)). \quad (22)$$

При этом должны удовлетворяться следующие условия

$$x_{ij}^2 \geq x_{ij}^1, \quad j \in J_i, \quad i \in \bigcup_{s=1}^k I_s, \quad (23)$$

$$\bar{R}_1(\{\tilde{m}_{ij}^0\}, \chi_1) + \bar{R}_2(\chi_1, \chi_2) \leq \sum_{\tau=0}^1 R_\tau. \quad (24)$$

Таким образом, для фиксированного значения  $\chi_2$  рассматриваются все  $\chi_1 \in G_1$ , удовлетворяющие условиям (23), (24) и выбираются те, которые обеспечивают решение задачи (22).

Задача (22)-(24) решается для всех  $\chi_2 \in \tilde{G}_2$ . В результате формируется множество  $G_2$ , отдельные элементы которого являются концами ломаных – претен-

дентов на оптимальное решение задачи. Рассмотрим теперь функцию  $F(\chi_0, \chi_1 \dots \chi_T)$ . Так как

$$\max_{\chi_0, \chi_1} F(\chi_0, \chi_1 \dots \chi_T) = L_2(\chi_2) + \sum_{t=3}^T \Phi_t(\chi_{t-1}, \chi_t),$$

то множество ломаных, не содержащих  $L_2(\chi_2)$ , не могут быть претендентами на решение задачи. Таким образом, на первом шаге алгоритма отбрасывается некоторое множество  $\bar{\Omega}_1$  вариантов решения задачи. В результате  $\Omega \setminus \bigcup_{i=0}^1 \bar{\Omega}_i$  – оставшееся множество вариантов.

Необходимо отметить, что переход из исходного состояния ПР ПС  $\chi_0 = \{\tilde{m}_{ij}^0\}$  сразу в произвольное состояние  $\chi_2 \in \tilde{G}_2$  всегда требует меньше ресурсов, чем при наличии промежуточного значения  $\chi_1 \neq \chi_0$ . Поэтому можно заранее сузить  $\tilde{G}_2$  и построить множество элементов  $G_2$ , которые удовлетворяют условию

$$\bar{R}_2(\chi_0, \chi_2) \leq \sum_{\tau=0}^1 R_\tau.$$

При таком подходе решается задача (22)-(24) для  $\chi_2 \in G_2$ . В этом случае на первом шаге алгоритма значительно уменьшится трудоемкость формирования неконкурентоспособного множества  $\bar{\Omega}_1$  вариантов ее решения.

Рассмотрим теперь множество  $\tilde{G}_{t+1}$ . Исходя из рассуждений, приведенных выше, формируем  $G_{t+1} \subseteq \tilde{G}_{t+1}$ , все элементы  $\chi_{t+1}$  которого удовлетворяют условию

$$\bar{R}_{t+1}(\chi_0, \chi_{t+1}) \leq \sum_{\tau=0}^t R_\tau.$$

Далее будем считать, что каждый элемент  $\chi_t \in G_t$  соединен с гиперплоскостью  $\Sigma_0$  ломаной максимальной длины, которую обозначим  $L_t(\chi_t)$  с учетом введенных выше ограничений на переменные модели и ресурсы. Тогда длина максимальной ломаной, соединяющей  $\chi_{t+1}$  и  $\Sigma_0$  определяется следующим образом

$$L_{t+1}(\chi_{t+1}) = \max_{\chi_t \in G_t} (L_t(\chi_t) + \Phi_{t+1}(\chi_t, \chi_{t+1})) \quad (25)$$

при условиях

$$x_{ij}^{t+1} \geq x_{ij}^t, \quad j \in J_i, \quad i \in \bigcup_{s=1}^k I_s, \quad (26)$$

$$\sum_{\tau=0}^t \bar{R}_{\tau+1}(\chi_\tau, \chi_{\tau+1}) \leq \sum_{\tau=0}^t R_\tau. \quad (27)$$

Далее решается задача (25)-(27) для всех  $\chi_{t+1} \in G_{t+1}$ . Так как

$$\max_{\chi_0, \chi_1 \dots \chi_t} F(\chi_0, \chi_1 \dots \chi_T) = L_{t+1}(\chi_{t+1}) + \sum_{\tau=t+2}^T \Phi_\tau(\chi_{\tau-1}, \chi_\tau),$$

то множество ломаных, не содержащих  $L_{t+1}(\chi_{t+1})$ , не могут быть претендентами на решение задачи. Поэтому отмечаем на данном шаге новое множество вариантов  $\bar{\Omega}_t$ . В результате  $\Omega \setminus \bigcup_{i=0}^t \bar{\Omega}_i$  – оставшееся множество вариантов.

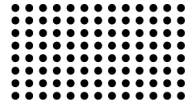
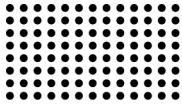
На последнем шаге алгоритма элементы  $\chi_T \in G_T$  соответствуют ломаным  $L_T(\chi_T)$ . Наша задача заключается в нахождении ломаной максимальной длины, соединяющей гиперплоскости  $\Sigma_0, \Sigma_T$ . Для этого необходимо решить задачу

$$L_{\max} = \max_{\chi_T \in G_T} L_T(\chi_T).$$

Найденная оптимальная траектория обладает следующим свойством – любой ее отрезок является снова оптимальной ломаной. Это означает, что, если взять два элемента этой ломаной  $\chi_t$  и  $\chi_\tau$ , то ломаная максимальной длины их соединяющая, с учетом заданных ограничений, принадлежит найденной ломаной.

## ВЫВОДЫ

Усовершенствование процессов ЖЦ ПС – одна из основных задач программной инженерии. В предлагаемой работе впервые формализован процесс построения плана программы усовершенствования на основе модели зрелости СММІ в условиях ограниченных ресурсов. Это позволит реализовать руководителю организации разработчика ПС рациональную стратегию продвижения фирмы к более высокому уровню зрелости. На настоящий момент времени работоспособность предложенной модели и алгоритма проверена на тестовых примерах. Целью дальнейших исследований является: учет влияния уровня зрелости на стоимость ПС; исследование вида функции принадлежности к некоторому уровню зрелости ПР ПС; разработка технологии оценки мощности ПР ПС на основе методологии



коллективного экспертного оценивания как исходной информации для решения рассмотренной задачи; сравнение работоспособности разработанной модели на основе СММІ с моделью на основе SPICE.

**ЛИТЕРАТУРА:**

1. Chrissis M.B., M. Konrad. CMMI: Guidelines for Process Integration and Product Improvement. — Addison-Wesley, 2003, 688 p.
2. Андон Ф.И. Основы инженерии качества программных систем /Ф.И. Андон, Г.И. Коваль, Т.М. Коротун, Е.М. Лаврищева, В.Ю. Сулов. — К.: Академперіодика, 2007. — 672 с.
3. Persse J.R. Process Improvement Essentials /J.R.Persse. — O'Reilly, 2006. — 352 p.
4. Шеховцов В.А. Вербальное описание технологии улучшения качества процесса разработки программного обеспечения /В.А. Шеховцов, М.Д. Годлевский, И.Л. Брагинский //Вісник Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут». — 2012. — №29. — С.54-59.
5. Годлевский М.Д. Принципы моделирования оценки и управления качеством процесса разработки программного обеспечения /М.Д. Годлевский, В.А. Шеховцов, И.Л. Брагинский //Східно-Європейський журнал передових технологій. — 2012. — №5/3 (59). — С.45-49.
6. Раскин Л.Г. Нечеткая математика. Основы теории. Приложения /Л.Г. Раскин, О.В. Серая. — Х.: Парус, 2008. — 352 с.
7. Моисеев Н.Н. Методы оптимизации /Н.Н. Моисеев, Ю.П. Иванюков, Е.М. Столяров. — М.: Наука, 1978.— 352 с.