# ОБЧИСЛЮВАЛЬНІ ТЕХНОЛОГІЇ ДЛЯ ЗАДАЧ З ВІЛЬНОЮ МЕЖЕЮ

Довгий С.О.[1], Ванін В.А.[2], Пічкур В.В.[3] Черній Д.І.[3]
[1]Інститут телекомунікацій і глобального інформаційного простору, НАН України, Київ
[2] Харківський національний технічний університет "ХПІ", Харків
[3] Київський національний університет ім. Тараса Шевченка, Київ, Україна,
D_Cherniy@ukr.net

Розглядаються нестаціонарні плоскі гідродинамічні задачі з вільними межами – задачі про відривні течії, задачі проникнення скрізь вільну межу відокремлення рідких середовищ. В залежності від виникаючих фізичних явищ та ефектів, такі задачі можна звести до зв'язаної системи задач вигляду:

Для детермінованої границі $L_d$:

$$\begin{cases} \boldsymbol{z = \omega_d(t) \in L_d(t), \quad t \geq t_0:} \\ \boldsymbol{Re\{\bar{V}^+(\omega_d, t) \cdot n(\omega_d, t)\} = Re\{\bar{W}(\omega_d, t) \cdot n(\omega_d, t)\}} \\ \boldsymbol{W(\omega_d, t) = \frac{d\omega_d(t)}{dt}} \\ \boldsymbol{\int_{L_d(t)} \bar{V}^+(\omega, t)\, d\omega = C_1} \end{cases} \tag{1}$$

Для вихорової границі $L_v$:

$$\begin{cases} \boldsymbol{z = \omega_v(t) \in L_v(t), t > t_0:} \\ \boldsymbol{\frac{d\bar{\omega}_v}{dt} = \frac{1}{2}(\bar{V}^+(\omega_v, t) + \bar{V}^-(\omega_v, t)),} \\ \boldsymbol{\int_{L_v(t)} f(\omega, t)\, d\omega = C_2,} \\ \boldsymbol{t = t_0: \quad L_v(t_0) = L_{0v},} \\ \boldsymbol{\bar{V}(\omega_v, t_0) = \bar{V}_0(\omega_v);} \end{cases} \tag{2}$$

Для вільної границі $L_S$:

$$\begin{cases} \boldsymbol{z = \omega_s(t) \in L_s(t), t > t_0:} \\ \boldsymbol{\frac{d\bar{\omega}_s}{dt} = \bar{V}^+(\omega_s(t), t),} \\ \boldsymbol{Re\left\{\frac{d}{dt}\Phi^+(\omega_s(t), t)\right\} = Re\left\{\frac{\bar{V}^+(\omega_s, t)\overline{\bar{V}^-(\omega_s, t)}}{2} + G(\omega_s)\right\} - P(\omega_s, t)} \\ \boldsymbol{t = t_0: \quad L_s(t_0) = L_{0s},} \\ \boldsymbol{\bar{V}^+(\omega_s, t_0) = \bar{V}_0^+(\omega_s); \quad \Phi(\omega_s, t_0) = \Phi_0(\omega_s).} \end{cases} \tag{3}$$

Для розв'язування вищеназваних гідромеханічних задач з вільною межею застосовна математична модель, яка має вигляд інтегральних представлень:

$$\Phi(z,t) = \varphi(x,y,t) + i\psi(x,y,t) = \frac{1}{2\pi i}\int_{L_s(t)} f(\omega,t)\ln(z-\omega)\,d\omega + C(t), \tag{4}$$

$$\bar{V}(z,t) = u(x.y,t) - iv(x,y,t) = \frac{\partial\Phi(z,t)}{\partial z} = \frac{1}{2\pi i}\int_{L_s(t)} \frac{f(\omega,t)}{z-\omega}\,d\omega, \tag{5}$$

Розв'язування задач чисельними методами потребує застосування її дескретизованих аналогів:

$$\Phi(z,t) = \varphi(x,y,t) + i\psi(x,y,t) = \sum_{j=1}^{M} \frac{\gamma_j(t)}{2\pi i} ln(z - \omega_{0j}(t)) + C(t) \tag{6}$$

$$\bar{V}(z,t) = u(x.y,t) - iv(x,y,t) = \frac{\partial\Phi(z,t)}{\partial z} = \sum_{j=1}^{M} \frac{\gamma_j(t)}{2\pi i(z-\omega_{0j})} \tag{7}$$

Але, для виключення розривних функцій у виразах (4) та (6), для коректного обчислення, в алгоритмі, замість (6) застосовується представлення у вигляді:

$$\Phi(z,t) = \varphi(x,y,t) + i\psi(x,y,t) = \sum_{j=1}^{M-1} \frac{D_j(t)}{2\pi i\left(z-\omega_j^1\right)} + \frac{Q_j(t)}{2\pi i} ln(z - \omega_{0M}) \tag{8}$$

де $\quad Q_j(t) = \sum_{k=1}^{j} \gamma_k(t) \qquad D_j(t) = (\omega_{0j+1} - \omega_{0j}) \sum_{k=1}^{j} \gamma_k\,(t),$ (9)

В доповіді представлено алгоритм обчислювальних технологій для нестаціонарних плоских гідродинамічних задач з вільними межами. Алгоритм застосовний для плоских, нестаціонарних гідродинамічних задач з можливою адаптацію на вісесиметрічні та тривимірні задачі.

**Ключові слова**: вільні межі, відривні течії, обчислювальні технології, метод дискретних особливостей.

**Перелик посилань**

1. Довгий С.А., Лифанов И.К., Черний Д.И. Метод сингулярних интегральных уравнений и вычислительные техно
2. логи.-К.: Издательство «Юстон» 2016, 380с.
3. Довгий С.О., Ляшко С.І., Черній Д.І. Алгоритми методу дискретних особливостей для обчислювальних технологій. // Кибернетика и системный анализ. 2017, *№6, сс.147-159.*
4. Cherniy D. An algorithm for finding similar objects in an image / Dmytro I. Cherniy, Yaroslav M. Linder, Volodymyr T. Matvienko, Volodymyr V. Pichkur // 2019 IEEE International Conference on Advanced Trends in Information Theory. Conference Proceedings (IEEE ATIT 2019, 18.12.2019 – 20.12.2019, Kyiv, Ukraine). – Kyiv, 2019. – P. 365 – 368.