

УДК 614.89:537.868

**Н.П.КУНДЕНКО**, канд. техн. наук, доц., ХНТУСХ им. П. Василенко,  
Харьков

### **ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ МИКРОПОТОКОВ ПРИ НАЛИЧИИ АКУСТИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ**

Получены выражения для среднего значения по времени скоростей микропотоков вблизи границы биологических объектов. Эти результаты являются основой для моделирования процесса массопереноса частиц крио – консервирующей среды к поверхности биологических объектов при наличии акустических колебаний.

**Ключевые слова:** микропоток, диффузия, акустика, биологический объект.

Отримано залежність для середнього значення за часом швидкостей мікропотоків поблизу границі біологічних об'єктів. Дані результати є основою для моделювання процесу масопереносу часток крио – консервуючого середовища, до поверхні біологічних об'єктів при наявності акустичних коливань.

**Ключові слова:** мікропотік, дифузія, акустика, біологічний об'єкт.

Expressions are derived for the mean time-velocity microflows close to the boundary of biological objects. These results are the basis for modeling the mass transfer of particles cryo - preserving the environment to the surface of biological objects in the presence of acoustic oscillations.

**Key words:** microflows, diffusion, acoustics, biological object.

#### **1. Введение**

Известно [1], что одним из основных механизмов диффузии частиц крио-консервирующей среды к поверхности биологического объекта (эмбрион, спермий) являются микропотоки, возникающие под действием акустических колебаний. Наличие этих микропотоков означает отличие от нуля среднего по времени потока массы. Одним из определяющих факторов при определении скорости микропотоков [1] является колебательная скорость частиц среды в окрестности граничной поверхности биологического объекта. Однако, на практике геометрические размеры биологического объекта могут быть значительно (на несколько порядков) меньше длины звуковой волны. Величина постоянной составляющей скорости (предполагается, что при отсутствии акустических колебаний крио – консервирующая среда покоилась) микропотока меньше амплитуды колебательной скорости в акустической волне. Это обстоятельство позволяет в качестве математической модели, описывающей микропотоки вблизи поверхности биологического объекта, использовать уравнения гидродинамики вязкой сжимаемой жидкости [2].

#### **2. Методика исследований**

Будем предполагать, что в состоянии покоя (акустические колебания отсутствуют) крио – консервирующая среда является вязкой сжимаемой жидкостью с параметрами:  $\rho_0$  - плотность,  $P_0$  - статическое давление,  $\eta$  - коэффициент динамической вязкости.

Теория микропотоков основывается на уравнениях гидродинамики вязкой сжимаемой жидкости. В векторной формуле в эйлеровых координатах эти уравнения имеют следующий вид [3]

$$\rho \left[ \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V}, \nabla) \vec{V} \right] = \vec{F}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \vec{V}) = 0, \quad (2)$$

где  $\rho_0$  - плотность среды,  $\vec{V}$  - вектор скорости,

$$\vec{F} = -\Delta P + \eta \nabla \nabla \vec{V} + \frac{\eta}{3} \nabla \operatorname{div} \vec{V}, \quad (3)$$

$P$  - давление,  $\nabla$  - оператор Гамельтона:  $\nabla \varphi = \operatorname{grad} \varphi$ , и  $\Delta$  - оператор Лапласа:  $\Delta = \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ .

Наша ближайшая цель – получить с помощью (1) – (3) уравнения описывающие микропотоки. Легко видеть, что уравнения (1), (2) являются нелинейными дифференциальными уравнениями.

Поэтому непосредственное решение этих уравнений сопряжено со значительными математическими трудностями. Одним из наиболее эффективных приближенных методов решения этих уравнений является метод возмущений [4] Обоснование возможности применения этого метода для построения решений уравнений (1), (2) дано в [4].

Известно [4], что для медленных микропотоков (величина колебательной скорости значительно превосходит скорость микропотока) отношение скорости микропотока к амплитуде колебательной скорости имеет порядок  $M\Phi$ , где  $M = V_0/c_0$  - акустическое число Маха ( $V_0$  - амплитуда колебательной скорости,  $c_0$  - скорость звука в невозмущенной жидкости);  $\Phi$  – геометрический фактор, пропорциональный безразмерному масштабу микропотока.

Даже при максимально высоких уровнях акустических колебаний, полученных в настоящее время числа Маха не превосходят  $\sim 5 \cdot 10^{-2}$ . Из условия  $M\Phi \ll 1$  следует, что по мере увеличения  $M$  микропотоки перестают быть медленными в случае крупномасштабных (экартовских) потоков. Поскольку нас интересуют микропотоки в окрестности биологических объектов (эмбрион, спермий), имеющих незначительные геометрические размеры, то естественно предположить, что для рассматриваемой задачи  $M\Phi \ll 1$ . Этот факт является основанием для применимости метода возмущений при построении решений уравнений (1), (2).

На основании выше изложенного, будем искать решение уравнений (1), (2) в виде разложения в ряд.

А именно, представим плотность  $\rho$ , давление  $P$  и скорость  $\vec{V}$  в виде следующих рядов :

$$\begin{aligned} \rho &= \rho_0 + \rho_1 + \rho_2 + \dots, \\ P &= P_0 + P_1 + P_2 + \dots, \\ \vec{V} &= \vec{V}_1 + \vec{V}_2 + \dots, \end{aligned} \quad (4)$$

где индекс указывает порядок малости соответствующей переменной величины.

В разложении (4) величины 1-го порядка малости  $(\rho_1, p_1, \vec{v}_1)$  зависят периодически от времени и являются акустическим полем в линейном приближении.

Величины 2-го порядка малости  $(\rho_2, p_2, \vec{v}_2)$ , наряду с членами, периодически зависящими от времени и меняющимися с удвоенной частотой акустических колебаний, могут иметь постоянные составляющие. Получим уравнения относительно этих составляющих.

Подставим (4) в (1), (2), (3) и группируя члены одного порядка малости, получим бесконечную цепочку уравнений. Ограничиваясь уравнениями 1-го и 2-го приближений будем иметь :

уравнения 1-го приближения

$$\rho_0 \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \nabla p_1 - \eta \left[ \frac{4}{3} \nabla \operatorname{div} \vec{v}_1 - \operatorname{rot} \operatorname{rot} \vec{v}_1 \right] = 0, \quad (5)$$

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \rho_0 \operatorname{div} \vec{v}_1 = 0, \quad (6)$$

Уравнения 2-го приближения

$$\rho_0 \frac{\partial \vec{v}_2}{\partial t} + \eta \left[ \operatorname{rot} \operatorname{rot} \vec{v}_2 - \frac{4}{3} \nabla \operatorname{div} \vec{v}_2 \right] + \nabla p_2 = - \vec{F}_1 \quad (7)$$

$$\frac{\partial \rho_2}{\partial t} - \rho_0 \operatorname{div} \vec{v}_2 = - \operatorname{div} (\rho_1 \vec{v}_1), \quad (8)$$

$$\vec{F}_2 = \frac{\partial (\rho_1 \vec{v}_1)}{\partial t} + \rho_0 \vec{v}_1 \operatorname{div} \vec{v}_1 + \rho_0 (\vec{v}_1, \nabla) \vec{v}_1 \quad (9)$$

Уравнения (5), (6) описывают периодически зависящее от времени акустическое поле в линейном приближении.

Как следует из (7) – (9), уравнения 2-го приближения имеют ненулевую правую часть, которая полностью определяется решением уравнений 1-го приближения.

Для теории медленных микропотоков достаточно построить решения уравнений 2-го приближения [4]. При этом следует исключить из рассмотрения процессы установления.

С этой целью необходимо усреднить уравнения (7) – (9) по времени, тогда будем иметь

$$\eta \left( \overline{\operatorname{rot} \operatorname{rot} \vec{v}_2 - \frac{4}{3} \nabla \operatorname{div} \vec{v}_2} \right) + \overline{\nabla p_2} = - \vec{\Phi}_2, \quad (10)$$

$$\overline{\operatorname{div} \vec{v}_2} = - \frac{1}{\rho_0} \overline{\operatorname{div} (\rho_1 \vec{v}_1)}, \quad (11)$$

$$\vec{\Phi}_2 = - \rho_0 \left[ \overline{\vec{v}_1 \operatorname{div} \vec{v}_1 + (\vec{v}_1, \nabla) \vec{v}_1} \right], \quad (12)$$

а черта обозначает операцию усреднения по времени.

Уравнения (10) – (12) являются исходными для теории медленных стационарных микропотоков. Это уравнения движения вязкой жидкости ( $\eta \neq 0$ ) под действием внешних объемных сил : средней по времени объемной силы  $\vec{\Phi}_2$ , определяемой по формуле (12). Кроме уравнений (10), (11), следует

сформулировать условия на границе биологического объекта и вдали от нее. Вдали от границы будем считать

$$\vec{V}_2 = 0, \quad (13)$$

а на границе биологического объекта нормальная компонента скорости микропотока совпадает с колебательной скоростью акустических колебаний, а касательные компоненты обращаются в нуль (эффекты связанные с вязкостью крио – консервирующей среды).

### 3. Выводы

Таким образом, задача решена в определении скорости микропотока  $\vec{V}_2$  в окрестности биологического объекта на. Разработана математическая модель, описывающая микропотоки частиц крио – консервирующей среды у граничной поверхности биологического объекта возникающие под действием акустических волн. Эти результаты являются основой для моделирования процесса массопереноса частиц крио – консервирующей среды к поверхности биологических объектов при наличии акустических колебаний.

**Список литературы:** 1. Бергман Л. Ультразвук и его применение в науке и технике [Текст] / Бергман Л. – М.: ИЛ, 1956. – 726 с. 2. Физика и техника мощного ультразвука. Физические основы ультразвуковой технологии. Под редакцией проф. Л.Д. Розенберга. – М.Наука, 1970. – 687 с.3 . Бэтчелор Дж. Введение в динамику жидкости. М.: Мир, 1974. – 758 с.4. Физика и техника мощного ультразвука. Физические основы ультразвуковой технологии. Под редакцией проф. Л.Д. Розенберга. [Текст] / Л.Д. Розенберг. – М.: Наука, 1970. – 687 с.

*Поступила в редколлегию 23.11.2011*

**УДК 621.396.931**

**А.И. ФИЛИПЕНКО**, докт. техн. наук, проф., ХНУРЭ, Харьков

**Б.А. МАЛИК**, канд. техн. наук, доц., ХНУРЭ, Харьков

**Н.П. СЕЛЕНКОВА**, асп., ХНУРЭ. Харьков

### **ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ КАСКАДНЫХ ВОЛОКОН**

Рассмотрены вопросы согласования оптоволоконных компонентов с различными оптическими и геометрическими параметрами. Предлагается использовать поперечную интерференцию для определения геометрических параметров каскадных соединений волокон.

Розглянуті питання узгодження оптоволоконних компонентів з різними оптичними та геометричними параметрами. Пропонується використовувати поперечну інтерференцію для визначення геометричних параметрів каскадних з'єднань волокон.

Questions of the coordination of fibre-optical components with various optical and geometrical parameters are considered. It is offered to use a cross-section interference for definition of geometrical parameters of cascade connections of fibres.

При реализации оптоволоконных линий связи часто возникает задача согласования оптоэлектронных компонентов и волокон с различными поперечными сечениями излучающей и принимающей области и различными числовыми апертурами. Вариантом такой задачи может быть соединение одномодового и многомодового волокон или излучателей и фотоприемников с волокнами различных типов [1].

Например, при использовании лазерного диода для передачи мощности или