

**А. И. ГАПОН**, канд. техн. наук, проф. НТУ “ХПИ”  
**О. Н. ЕВСЕЕНКО**, магистр НТУ “ХПИ”;

## **ПОСТРОЕНИЕ МОДЕЛИ ТЕПЛООВОГО ОБЪЕКТА НА РС-СЕТКАХ**

Производится выбор метода моделирования. Осуществляется построение математической модели теплового объекта на основе метода РС-сеток. Снимаются переходные характеристики объекта. Исследуется реакция объекта на серию ШИМ-импульсов.

**Ключевые слова:** модель, тепловой объект, метод РС-сеток, масштабные коэффициенты, переходная характеристика, ШИМ.

**Введение.** Моделирование — важный процесс при изучении объекта, который позволяет упрощенно описать сложную систему, отразив её существенные свойства. Это позволяет использовать модель в качестве заместителя изучаемой системы.

Математическое моделирование основано на идентичности дифференциальных уравнений, описывающих явление в оригинале, и модели, отличающихся по своей природе.

Основные преимущества математического моделирования в сравнении с физическим: при математическом моделировании более наглядно осуществляется индикация и регистрация результатов исследований, можно в широких пределах варьировать исходные данные задачи для выбора оптимальных (по заданному критерию) параметров исследуемой системы, время решения задачи может быть изменено в широких пределах [1].

Реализация управления объектом должна основываться на дискретных системах — в них проще реализовать сложные алгоритмы управления. При использовании ЦВМ алгоритм задается в виде программы, сложность которой практически не влияет на конструкцию системы. Смена программы управления производится без больших затрат времени. В непрерывных САУ повышение сложности алгоритма управления требует включения в состав системы новых элементов, а замена алгоритма связана с существенным усложнением конструкции [2].

**Цель работы.** Построение математической модели реального теплового объекта и исследование его поведения на РС-сетках на импульсные воздействия, параметры которых вычисляются по методу, предложенному в работе [3].

**Анализ литературы.** Из многообразия методов математического моделирования [4] был сделан выбор в пользу метода РС-сеток. Суть метода моделирования на РС-сетках заключается в разделении моделируемой

области на элементарные объемы и замене их эквивалентными электрическими схемами замещения, состоящими из резисторов и емкостей.

Схема разбивки области решаемой задачи сеткой может быть самой разнообразной и зависит от многих факторов, определяющим из которых является точность решения. Точность решения при замене сплошной среды сеткой дискретных элементов зависит от шага сетки и величины градиентов температур в данной области.

Преимуществом этого метода является то, что для расчета значений RC-сетки для каждого элемента не требуется дополнительной информации об объекте.

**Реализация.** Значения RC-элементов получают из экспериментальной кривой разогрева объекта.

В качестве объекта исследований была выбрана стальная труба размерами: длина 35.5 см., диаметр 3.2 см., с намотанным на одном конце нагревателем длиной 8.2 см. от начала трубы и пятью датчиками, равноудаленными друг от друга на 5 см. Данные с датчиков снимались с периодом, равным 5 секундам [5].

При переходе от тепловой схемы замещения к электрической (рис. 1) необходимо учесть, что аналогом изменения температуры  $\Delta T$  на электрической модели является изменение напряжения  $\Delta U$ , теплового сопротивления  $\Theta_{ja}$  – электрическое сопротивление  $R$ , теплоёмкости  $C_{ja}$  – электроёмкость  $C$ , мощности рассеивания  $P$  – сила тока внешнего источника  $I_{э.т}$  реального времени – время машинное.

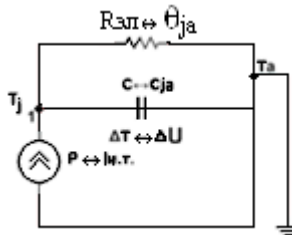


Рис. 1 – Переход от тепловой модели к электрической

При этом уравнение теплопроводности (1) будет выглядеть как уравнение напряжения в точке 1 (рис. 1) для RC-цепи (2), а переходный процесс изменения температуры (3) — как переходный процесс изменения напряжения (4).

$$\frac{\partial T_j}{\partial t} = \frac{-T_j}{\Theta_{ja} \cdot C_{ja}} + \frac{P}{C_{ja}}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{-U}{R \cdot C} + \frac{I_{э.т.}}{C}, \quad (2)$$

$$T_j(t) = T_{j2} - (T_{j2} - T_{j1}) \cdot e^{\frac{-t}{\Theta_{ja} \cdot C_{ja}}}; \quad (3)$$

$$U(t) = U_2 - (U_2 - U_1) \cdot e^{\frac{-t}{R \cdot C}} \quad (4)$$

Сам переход от тепловой схемы замещения модели к электрической осуществляется путем перемножения значений параметров тепловой модели на соответствующие масштабные коэффициенты температуры  $K_T$ , теплового потока  $K_Q$ , сопротивления  $K_R$ , теплоёмкости  $K_C$ , времени  $K_t$ .

$$K_T = \frac{T}{U}; \quad (5)$$

$$K_Q = \frac{Q}{I}; \quad (6)$$

$$K_t = \frac{t_{\text{теп}}}{t_3} \quad (7)$$

**Расчёт электрической модели.** Выбор масштабных коэффициентов производится из соображений удобства задания исходных данных и удобства измерения искомой величины.

Так как значения температурной кривой начинаются с  $22^\circ\text{C}$ , а не с 0, то формула для масштабных коэффициентов преобразуется в (8).

$$K_T = \frac{T - T_{\min}}{U} \quad (8)$$

$$K_T = \frac{100 - 22}{10} = 7.8;$$

$$K_t = \frac{1}{50} = 0.02;$$

По экспериментальной кривой, полученной в [5] (рис. 2), определим постоянную времени  $\tau$  по уровню 63.2% от максимального значения температуры по формуле (9),  $2\tau$  по уровню 86,5% от  $T_{\max}$  по формуле (10) и  $3\tau$  по уровню 95% от  $T_{\max}$  по формуле (11) для пяти датчиков, результаты сведены в таблицу 1.

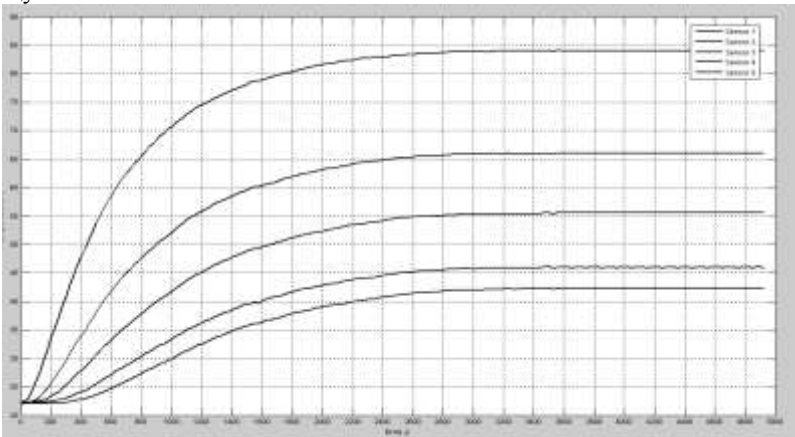


Рис. 2 – Переходные характеристики теплового объекта для пяти датчиков

$$T_1 = (T_{\max} - T_{\min}) \cdot 0.632 + T_{\min} \quad (9)$$

$$T_2 = (T_{\max} - T_{\min}) \cdot 0.865 + T_{\min} \quad (10)$$

$$T_3 = (T_{\max} - T_{\min}) \cdot 0.95 + T_{\min} \quad (11)$$

Таблица 1 – Исходные данные для построения кривых

№ датчика	1	2	3	4	5
$t, c$	680	880	1170	1200	1400
$2t, c$	1330	1490	1790	1850	2020
$3t, c$	1900	2300	2210	2300	2600

Далее по рассчитанным значениям постоянной времени, из учёта потерь тепла на нагрев окружающей среды произведём выбор значений элементов и построим схему в программном прикладном пакете моделирования электронных схем Multisim v 12.0.

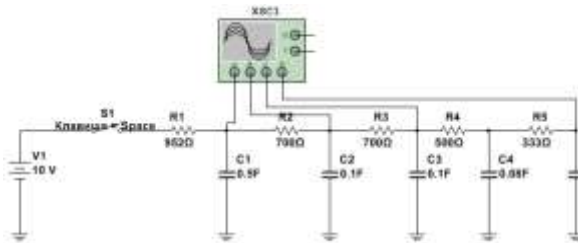


Рис. 3 – Построенная модель теплового объекта на RC–элементах:  
 R1,C1...R5,C5 — RC–сетка для пяти точек разбегия;  
 S1 — реле; V1 — источник питания

Далее получим переходную характеристику объекта. По определению переходная характеристика – это реакция объекта на единичное ступенчатое воздействие при нулевых начальных условиях [6].

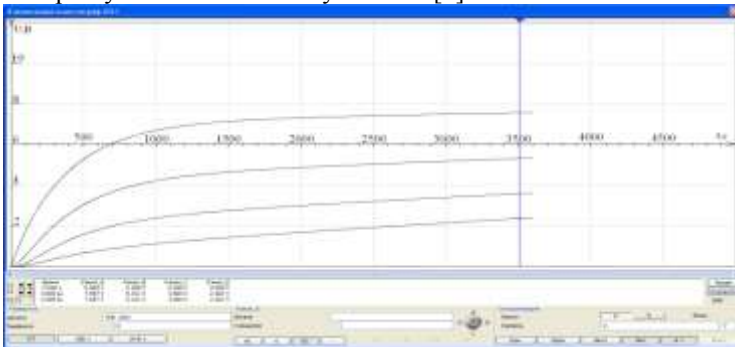


Рис. 4 – Переходные характеристики моделируемого объекта

Смоделируем реакцию объекта на серию ШИМ-импульсов, для которых параметры вычисляются по методу [3], для ближайшего к нагревателю датчика (рис. 5).

Далее сравним результаты с заданной температурной кривой (рис. 6) и найдём погрешность результата.

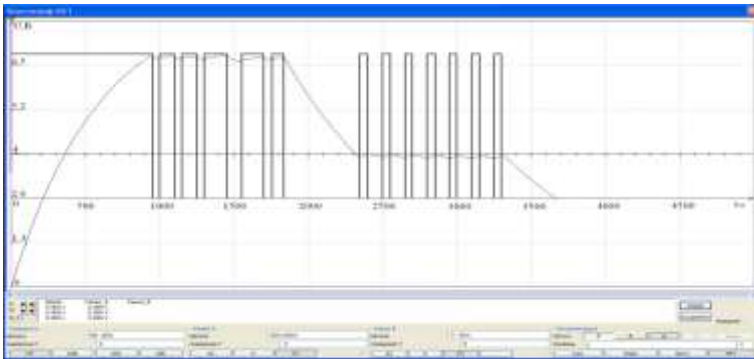


Рис. 5 – Реакция объекта на серию ШИМ-импульсов

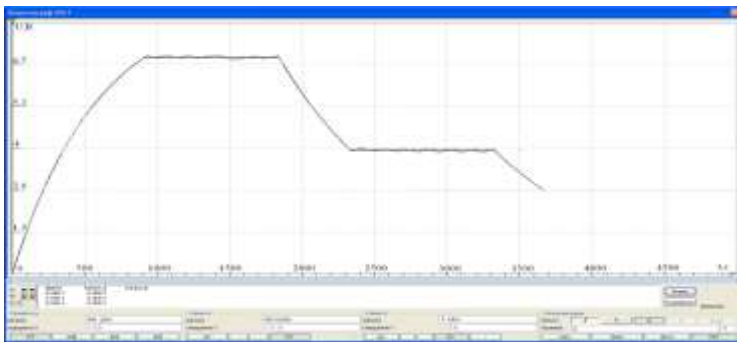


Рис. 6 – Сравнение заданной и полученной кривой

Абсолютная погрешность результата определяется по формуле (12), относительная по формуле (13):

$$\Delta T = |T_{np} - T_0| \quad (12)$$

$$\delta_{\text{отн}} = \frac{\Delta T}{T_{np}} \cdot 100\% \quad (13)$$

где  $\theta_{np}$  — приближённое значение температуры;

$\theta_0$  — точное значение температуры.

Для участка, где заданная температура = 75 °С, абсолютная погрешность и относительная погрешности равняются:

$$\Delta T = |75.8 - 75| = 0.8^\circ\text{C};$$

$$\delta_{\text{отн}} = \frac{0.8}{75.7} \cdot 100\% = 1.05\%$$

Для участка, где заданная температура = 54 °С, абсолютная погрешность и относительная погрешности равняются:

$$\Delta T = |54 - 53.4| = 0.6^\circ\text{C};$$

$$\delta_{\text{отн}} = \frac{0.6}{53.6} \cdot 100\% = 1.12\%$$

**Выводы.** Из широкого разнообразия методов математического моделирования был сделан выбор в пользу построения аналитической модели на основе метода РС-сеток, для которого значения РС-элементов получают из экспериментальной кривой разогрева объекта.

Построена математическая модель теплового объекта на РС-элементах, снята его переходная характеристика и проверена его реакция на серию импульсов. Была подтверждена возможность отработки алгоритмов управления температурой объекта на его электрической модели.

Погрешность результата математической модели дала аналогичный результат, как и погрешность для реальной тепловой модели.

**Список литературы:** 1. Цаплин А. И. Моделирование теплофизических процессов и объектов в металлургии : учеб. пособие / А. И. Цаплин, И. Л. Никулин. – Пермь : Изд-во Перм. гос. техн. ун-та, 2011. – 299 с. 2. Теория автоматического управления : учеб. пособие / Е. А. Санковский [и др.] ; ред. А. С. Шаталов. – М. : Высш. shk., 1977. – 448 с. : ил. 3. Спосіб програмного управління тепловим об'єктом з застосуванням широтно-імпульсної модуляції : патент на корисну модель № 81276 Україна : МПК G05D 23/19 (2006.01) / Савицький С. М., Гапон А. І., Качанов П. О., Євсеєнко О. М., Вискребенцев В. О. ; заявник Нац. техн. ун-т «Харк. політехн. ін-т». – № u201300059 ; заявл. 02.01.2013 ; опубл. 25.06.2013, Бюл. № 12. – 4 с. 4. Блинов Ю. Ф. Методы математического моделирования. Ч. 1 [Электронный ресурс] : электрон. учеб. пособие / Блинов Ю. Ф., Иванцов В. В., Серба П. В. ; ТТИ ЮФУ. – Таганрог, 2012. – 42 с. –Режим доступа: <http://fep.tti.sfedu.ru/russian/tmina/education/literatura/mmm1.pdf>. – Загл. с экрана. 5. Савицький С. М. Експериментальні дослідження способів управління тепловими об'єктами / Савицький С. М., Євсеєнко О. Н., Вискребенцев В. О. // Актуальні проблеми автоматички и приборостроения Украины : матерiальні науч.-техн. конф., 24–25 дек. 2012 г. / НТУ «ХПІ». — Харьков, 2012. – С. 9–10. 6. Теория автоматического управления. В 2 ч. Ч. 1. Теория линейных систем автоматического управления / [Н. А. Бабаков и др.] ; под ред. А. А. Воронова. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : Высш. shk., 1986. – 367 с. : **Bibliography (transliterated):** 1. Caplin A. I. Modelirovanie teplofizicheskikh pro-cessov i ob#ektov v metallurgii : ucheb. posobie / A. I. Caplin, I. L. Nikulin. – Perm' : Izd-vo Perm. gos. tehn. un-ta, 2011. – 299 s. 2. Teorija avtoma-ticheskogo upravlenija : ucheb. posobie / E. A. Sankovskij [i dr.] ; red. A. S. Shatalov. – M. : Vyssh. shk., 1977. – 448 s. : 3. Sposib program-nogo upravlinnja teplovim ob'ektom z zastosuvannjam shirotno-impul'snoї mo-duljacii : patent na korisnu model' № 81276 Ukraїna : MPK G05D 23/19 (2006.01) / Savic'kij S. M., Gapon A. I., Kachanov P. O., Evseenko O. M., Viskrebencev V. O. ; zajavnik Nac. tehn. un-t «Hark. politehn. in-t». – № u201300059 ; zajavl. 02.01.2013 ; opubl. 25.06.2013, Bjul. № 12. – 4 s. 4. Blinov Ju. F. Metody matematicheskogo modelirovanija. Ch. 1 [Jel-ektronnyj resurs] : jelektron. ucheb. posobie / Blinov Ju. F., Ivancov V. V., Serba P. V. ; TTI JuFU. – Taganrog, 2012. – 42 s. –Rezhim dostupa: <http://fep.tti.sfedu.ru/russian/tmina/education/literatura/mmm1.pdf>. – Zagl. s jekrana. 5. Savickij S. M. Jeksperimental'nye issledovanija sposobov upravlenija teplovymi ob#ektami / Savic-kij S. M., Evseenko O. N., Vyskrebencev V. O. // Aktual'nye problemy avto-matiki i priborostroenija Ukrainy : materialy nach.-tehn. konf., 24–25 dek. 2012 g. / NTU «HPI». — Har'kov, 2012. – S. 9–10. 6. Teorija avtomaticheskogo upravlenija. V 2 ch. Ch. 1. Teorija linejnyh sistem avtomaticheskogo upravlenija / [N. A. Babakov i dr.] ; pod red. A. A. Voronova. – 2-e izd., pere-rab. i dop. – M. : Vyssh. shk., 1986. – 367 s.

*Поступила (received) 10.11.2013*