

В.Б.УСПЕНСКИЙ, канд.техн.наук, доц. НТУ «ХПИ»;
И.А.БАГМУТ, асс., НТУ «ХПИ»

ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ УГЛОВ ОРИЕНТАЦИИ ВЛА НА ВЫСТАВКЕ

Розглянуто алгоритми обчислення кутів орієнтації повітряного літального апарату по вимірах інерційних датчиків. Отримано співвідношення для помилок визначення кутів орієнтації повітряного літального апарату на виставці залежно від систематичних складових інструментальних погрешностей інерційних датчиків.

Algorithms of an evaluation of angles of orientation of an air-slaked flight vehicle on measurements of inertial sensors surveyed. Ratio for errors of definition of angles of orientation of an air-slaked flight vehicle on the exhibition are obtained depending on regular component instrumental errors of inertial sensors.

Постановка проблемы. Алгоритм начальной выставки является одной из составляющих алгоритмического обеспечения интегрированных инерциально-спутниковых навигационных систем (ИИСНС). Под задачей выставки ИИСНС понимается определение начальной ориентации системы координат (СК), связанной с воздушным летательным аппаратом (ВЛА), по измерениям инерциальных датчиков (ИД) – гироскопов (ГС) и акселерометров (АК) [1]. Точность выставки в основном определяется инструментальными погрешностями (ИП) инерциальных датчиков. В этих условиях представляет практический интерес оценить ошибки определения углов ориентации ВЛА на выставке в зависимости от инструментальных погрешностей ИД.

Анализ последних исследований и публикаций. В [2] рассмотрено влияние погрешностей ГС на точность определения угла курса. При этом не было учтено влияние масштабных коэффициентов (МК) и углов несоосности гироскопов. Также не были затронуты вопросы влияния погрешностей АК на точность выставки.

Цель и постановка задачи. Целью работы является исследование влияния ошибок измерений инерциальных датчиков на точность определения углов ориентации ВЛА на выставке. В качестве параметров ориентации ВЛА принимаются углы курса ψ , тангажа θ и крена γ , вычисляемые относительно местной географической системы координат. Решается задача получения оценок ошибок определения этих углов.

Изложение материала. Рассмотрим используемые СК [3]:

- Географическая декартова СК с осями N, H, E, в дальнейшем обозначаемая символом $\{X_N\}$, вершина которой совпадает с точкой местопо-

ложения ВЛА. В данной СК ось N направлена на север, ось H – вдоль географической вертикали "вверх" и ось E – на восток.

- Связанная с ВЛА декартова базовая система координат (БСК) $\{X_B\}$ с началом в его центре масс, с осью X направленной по продольной оси ВЛА, осью Y лежащей в плоскости симметрии ВЛА и направленной "вверх", осью Z дополняющей СК до правой. Ориентацию БСК относительно географической СК задают углы курса ψ , тангажа θ и крена γ .
- Системы координат, связанные с осями чувствительности инерциальных датчиков – X_D, Y_D, Z_D . Начало данных систем отсчета совпадает с началом отсчета БСК. Оси этих СК могут совпадать с одноименными осями БСК, однако, как правило, имеет место некоторое рассогласование осей (см. рис. 1).

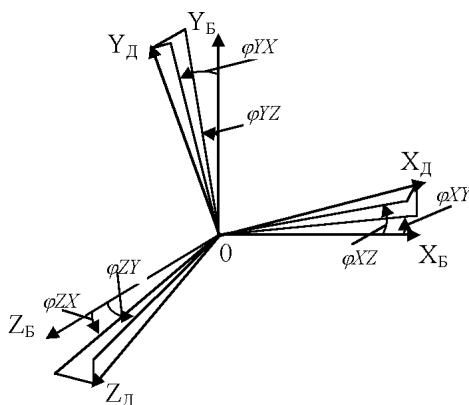


Рисунок 1 – Ориентация осей чувствительности ИД относительно осей БСК

Данное рассогласование задается шестью углами φ_{ij} , $i \in \{X, Y, Z\}$, $j \in \{X, Y, Z\}$, $i \neq j$, где i указывает на оси, между которыми есть рассогласование, j обозначает ось поворота, соответствующую данному углу рассогласования. Для тройки гироскопов данные углы будем обозначать $\omega_{XY}, \omega_{XZ}, \dots$, а для акселерометров – a_{XY}, a_{XZ}, \dots

Модели ошибок измерений гироскопов зададим следующим образом:

$$\begin{aligned} \delta\omega_x &= \Delta\omega_x - \omega_x^* \cdot \delta k\omega_x - \omega_z^* \cdot \omega_{XY} + \omega_y^* \cdot \omega_{XZ}; \\ \delta\omega_y &= \Delta\omega_y - \omega_y^* \cdot \delta k\omega_y + \omega_z^* \cdot \omega_{YX} - \omega_x^* \cdot \omega_{YZ}; \\ \delta\omega_z &= \Delta\omega_z - \omega_z^* \cdot \delta k\omega_z - \omega_y^* \cdot \omega_{ZX} + \omega_x^* \cdot \omega_{ZY}. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь $\omega_x^*, \omega_y^*, \omega_z^*$ – проекции истинного вектора абсолютной угловой скорости вращения ВЛА $\vec{\omega}^*$ на оси БСК; $\delta\omega_x, \delta\omega_y, \delta\omega_z$ – проекции ошибок измерения этого вектора на те же оси; $\Delta\omega_x, \Delta\omega_y, \Delta\omega_z$ – систематические

дрейфы ГС; $\delta k\omega_X, \delta k\omega_Y, \delta k\omega_Z$ – погрешности МК гироскопов.

Аналогичным образом зададим модели ошибок измерений АК:

$$\begin{aligned}\delta a_X &= \Delta a_X - a_X^* \cdot \delta k a_X - a_Z^* \cdot a_{XY} + a_Y^* \cdot a_{XZ}; \\ \delta a_Y &= \Delta a_Y - a_Y^* \cdot \delta k a_Y + a_Z^* \cdot a_{YX} - a_X^* \cdot a_{YZ}; \\ \delta a_Z &= \Delta a_Z - a_Z^* \cdot \delta k a_Z - a_Y^* \cdot a_{ZX} + a_X^* \cdot a_{ZY},\end{aligned}\quad (2)$$

где a_X^*, a_Y^*, a_Z^* – проекции ошибки истинного вектора кажущегося ускорения ВЛА \vec{a}^* на оси БСК; где $\delta a_X, \delta a_Y, \delta a_Z$ – проекции ошибки измерения этого вектора на те же оси; $\Delta a_X, \Delta a_Y, \Delta a_Z$ – систематические смещения нулей АК; $\delta k a_X, \delta k a_Y, \delta k a_Z$ – погрешности МК акселерометров.

Учитывая, что выставка проводится на стоянке ВЛА, истинные значения векторов $\vec{\omega}^*$ и \vec{a}^* будут следующими:

$$\begin{aligned}\omega_X^* &= \Omega_X^* = \Omega \cdot \cos \varphi \cdot \cos \psi^*, \quad \omega_Y^* = \Omega_Y^* = \Omega \cdot \sin \varphi \cdot \sin \psi^*, \\ \omega_Z^* &= \Omega_Z^* = -\Omega \cdot \cos \varphi \cdot \sin \psi^*;\end{aligned}\quad (3)$$

$$\begin{aligned}a_X^* &= g_X^* = g^* \sin \theta^*, \quad a_Y^* = g_Y^* = g^* \cos \theta^* \cos \gamma^*, \\ a_Z^* &= g_Z^* = -g^* \cos \theta^* \sin \gamma^*.\end{aligned}\quad (4)$$

Здесь Ω_X^*, Ω_Y^* и Ω_Z^* – горизонтальные проекции на оси БСК вектора истинной угловой скорости вращения Земли $\vec{\Omega}^*$, $\Omega = \|\vec{\Omega}^*\|$; ψ^* – истинное значение угла курса; φ – географическая широта точки выставки; g_X^*, g_Y^*, g_Z^* – горизонтальные проекции на оси БСК вектора истинного ускорения силы тяжести \vec{g}^* , $g^* = \|\vec{g}^*\|$; θ^* и γ^* – соответственно истинные значения тангажа и крена.

Считаем, что входящие в (1), (2) ИП являются константами, и реализуются в запуске случайным образом в соответствии с равномерным законом распределения из известного диапазона: $\Delta \omega_i \in [-\Delta \omega_{\max}; \Delta \omega_{\max}]$, $\delta k \omega_i \in [-\delta k \omega_{\max}; \delta k \omega_{\max}]$, $\omega_{ij} \in [-\varpi_{\max}; \varpi_{\max}]$, $\Delta a_i \in [-\Delta a_{\max}; \Delta a_{\max}]$, $\delta k a_i \in [-\delta k a_{\max}; \delta k a_{\max}]$, $a_{ij} \in [-\alpha_{\max}; \alpha_{\max}]$, $i \in \{X, Y, Z\}$, $j \in \{X, Y, Z\}$, $i \neq j$.

Оценка ошибки определения угла тангажа. Значение угла тангажа можно вычислить на основе соотношения

$$\theta = \arcsin \frac{g_X}{g}, \quad (5)$$

где $g = \|\vec{g}\|$ – модуль измеренного вектора силы тяжести $\vec{g} = (g_X \ g_Y \ g_Z)^T$; g_X, g_Y, g_Z – проекции этого вектора на оси БСК.

Полагаем, что измерения вектора силы тяжести содержат ошибки обусловленные погрешностями АК:

$$g_X = g_X^* + \delta a_X, \quad g_Y = g_Y^* + \delta a_Y, \quad g_Z = g_Z^* + \delta a_Z. \quad (6)$$

На основе соотношений (5), (6) ошибку вычисления угла тангажа $\delta\theta$ с учетом ее малости можно приближенно представить следующим образом (см. рис. 2):

$$\delta\theta \cong \frac{\delta a_{NE}}{g^*}, \quad (7)$$

где δa_{NE} – проекция совокупной ошибки измерений АК на горизонтальную плоскость NE СК $\{X_N\}$, обусловленная ошибками δa_X , δa_Y и δa_Z :

$$\delta a_{NE} = \cos\theta^* \delta a_X + \sin\theta^* (\sin\gamma^* \delta a_Z - \cos\gamma^* \delta a_Y). \quad (8)$$

С учетом (7), (8) ошибку определения угла тангажа можно выразить:

$$\delta\theta = \frac{1}{g^*} (\cos\theta^* \delta a_X + \sin\theta^* (\sin\gamma^* \delta a_Z - \cos\gamma^* \delta a_Y)). \quad (9)$$

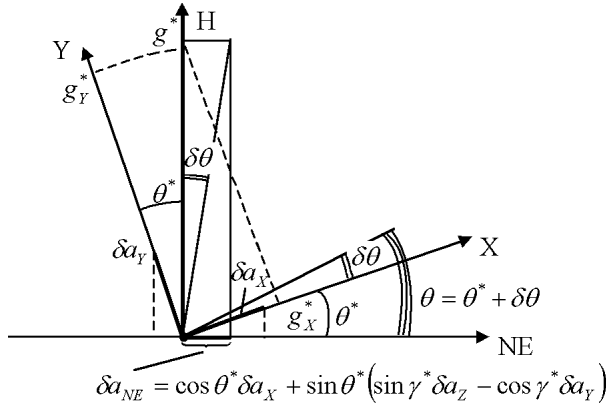


Рисунок 2 – Взаимосвязь ошибки определения угла тангажа с ошибками измерений АК

На основании (2) и (4) максимальные по абсолютному значению ошибки измерений АК будут задаваться следующими соотношениями:

$$\begin{aligned} \delta a_{X \max} &= \Delta a_{\max} + |g_X^*| \cdot \delta ka_{\max} + |g_Z^*| \cdot \alpha_{\max} + |g_Y^*| \cdot \alpha_{\max}; \\ \delta a_{Y \max} &= \Delta a_{\max} + |g_Y^*| \cdot \delta ka_{\max} + |g_Z^*| \cdot \alpha_{\max} + |g_X^*| \cdot \alpha_{\max}; \\ \delta a_{Z \max} &= \Delta a_{\max} + |g_Z^*| \cdot \delta ka_{\max} + |g_Y^*| \cdot \alpha_{\max} + |g_X^*| \cdot \alpha_{\max}. \end{aligned} \quad (10)$$

Очевидно, что максимальные ошибки измерений АК $\delta a_{X \max}$, $\delta a_{Y \max}$ и $\delta a_{Z \max}$ в зависимости от ориентации ВЛА в общем случае будут отличаться по значению, но при этом принадлежать одному и тому же диапазону: $\delta a_{i \max} \in [-\delta a_{\max}; \delta a_{\max}]$, $i \in \{X, Y, Z\}$.

Максимизируя (9) по γ^* получим соотношение для оценки максимальной

по абсолютному значению ошибки определения угла тангажа на выставке:

$$\delta\theta_{\max} = \max_{\gamma^*} |\delta\theta| = \frac{\left(\delta a_{X_{\max}} |\cos \theta^*| + (\delta a_{Z_{\max}} + \delta a_{Y_{\max}}) \frac{\sqrt{2}}{2} |\sin \theta^*| \right)}{g^*}.$$

Максимизировать ошибку $\delta\theta_{\max}$ также θ^* и значениям ошибок $\delta a_{X_{\max}}$, $\delta a_{Y_{\max}}$ и $\delta a_{Z_{\max}}$ в общем случае не представляется возможным, так как значения данных ошибок будут различными в зависимости от значения угла θ^* и соотношения максимальных значений инструментальных погрешностей.

Например, для $\Delta a_{\max} = 0,001$ м/с²; $\delta ka_{\max} = 0,01$ %; $\alpha_{\max} = 100''$; а также $g^* = 9,81$ м/с² и $\theta^* = 1^\circ$ имеем: $\delta\theta_{\max} \approx 2,8'$.

Оценка ошибки определения угла крена. Значение угла крена можно вычислить следующим образом:

$$\gamma = -\arctg \frac{g_Z}{g_Y}. \quad (11)$$

Учитывая соотношения (2), (4) и (11) ошибку определения угла крена на выставке можно представить так:

$$\delta\gamma = -\frac{1}{g^* \cos \theta^*} (\sin \gamma^* \delta a_Y + \cos \gamma^* \delta a_Z). \quad (12)$$

На основании (10), (12) соотношение для оценки максимальной по абсолютному значению ошибки определения угла крена будет таким:

$$\delta\gamma_{\max} = \max_{|\delta a_{i_{\max}}| \leq \delta a_{\max}, \gamma^*} |\delta\gamma| = \frac{\sqrt{2} \cdot \delta a_{\max}}{g^* \cos \theta^*}.$$

Например, для значений $\Delta a_{\max} = 0,001$ м/с²; $\delta ka_{\max} = 0,01$ %; $\alpha_{\max} = 100''$; $g^* = 9,81$ м/с² и $\theta^* = 1^\circ$ получим: $\delta\gamma_{\max} \approx 2,6'$.

Оценка ошибки определения угла курса. Считаем, что алгоритмически проведено горизонтирование приборной системы координат. В этом случае значение угла курса можно вычислить как

$$\psi = -\arccos \frac{\omega_1}{\sqrt{\omega_1^2 + \omega_3^2}} \cdot \text{sign} \omega_3, \quad (13)$$

где $\omega_1 = \cos \theta \cdot \omega_X - \sin \theta \cdot \cos \gamma \cdot \omega_Y - \sin \gamma \cdot \omega_Z$, $\omega_3 = \sin \gamma \cdot \omega_Y + \cos \gamma \cdot \omega_Z$ – горизонтальные проекции вектора измеренной угловой скорости; ω_X , ω_Y , ω_Z – проекции измеренного вектора абсолютной угловой скорости вращения ВЛА $\vec{\omega} = (\omega_X \ \omega_Y \ \omega_Z)^T$ на оси БСК.

Горизонтальные гироскопы генерируют следующие измерения проекций угловой скорости вращения Земли

$$\omega_X = \Omega_X^* + \delta\omega_X, \quad \omega_Z = -\Omega_Z^* + \delta\omega_Z. \quad (14)$$

Учитывая соотношения (13) и (14), получим ошибку определения угла

курса на выставке:

$$\delta\psi = -\frac{1}{\Omega \cos\varphi} (\delta\omega_X \sin\psi^* + \delta\omega_Z \cos\psi^*). \quad (15)$$

На основании (1), (3) максимальные по абсолютному значению ошибки измерений ГС будут задаваться соотношениями

$$\begin{aligned} \delta\omega_{X \max} &= \Delta\omega_{\max} + |\Omega_X^*| \cdot \delta k\omega_{\max} + |\Omega_Z^*| \cdot \overline{\omega}_{\max} + |\Omega_Y^*| \cdot \overline{\omega}_{\max}; \\ \delta\omega_{Y \max} &= \Delta\omega_{\max} + |\Omega_Y^*| \cdot \delta k\omega_{\max} + |\Omega_Z^*| \cdot \overline{\omega}_{\max} + |\Omega_X^*| \cdot \overline{\omega}_{\max}; \\ \delta\omega_{Z \max} &= \Delta\omega_{\max} + |\Omega_Z^*| \cdot \delta k\omega_{\max} + |\Omega_Y^*| \cdot \overline{\omega}_{\max} + |\Omega_X^*| \cdot \overline{\omega}_{\max}. \end{aligned} \quad (16)$$

Данные ошибки принадлежат одному и тому же диапазону: $\delta\omega_{i \max} \in [-\delta\omega_{\max}; \delta\omega_{\max}]$, $i \in \{X, Y, Z\}$.

С учетом (15) и (16) получим соотношение для определения максимальной по абсолютному значению ошибки определения угла курса:

$$\delta\psi_{\max} = \max_{|\delta\omega_{i \max}| \leq \delta\omega_{\max}, \psi^*} |\delta\psi| = \frac{\sqrt{2}\delta\omega_{\max}}{\Omega \cos\varphi}.$$

Например, для значений $\Delta\omega_{\max} = 0,001$ м/с², $\delta k\omega_{\max} = 0,001$ % и $\overline{\omega}_{\max} = 100$ ", а также $\varphi = 50^\circ$ и $\Omega = 7,29 \cdot 10^{-5}$ рад/с [3]: $\delta\psi_{\max} \approx 8,4^\circ$.

Выводы. Получены соотношения для оценок ошибок определения углов ориентации ВЛА на выставке в зависимости от систематических составляющих инструментальных погрешностей ИД. Данные оценки можно использовать при инициализации алгоритмов комплексирования информации в ИИСНС, а также для формирования требований к инерциальным датчикам.

Список литературы: 1. Степанов О. А. Интегрированные инерциально-спутниковые системы навигации // Гироскопия и навигация. – 2002. – № 1 (36). – С. 23-45. 2. Успенский В. Б., Багмут И. А. Оценка точности гирокомпасирования в зависимости от величины систематических дрейфов гироскопов // Зб. наук. пр. VI Міжнародної науково-технічної конференції «Фізичні і комп'ютерні технології в народному господарстві». – 2002. 3. Бромберг П. В. Теория инерциальных систем навигации. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1979. – 296 с.

Поступила в редколлегию 03.04.2009