

**И.В. ТЮПА**, канд.техн.наук, НТУ "ХПИ", Харків

### ФОРМАЛИЗОВАННЫЙ МЕТОД РАСЧЕТА ИНФОРМАЦИОННОГО ВИХРЕВОГО ТОКА В ОБЪЕКТЕ КОНТРОЛЯ

В роботі розроблено формалізований метод моделювання інформаційного вихрового струму в об'єкті контролю з невизначеною геометричною структурою і електромагнітними властивостями. Показано, що за допомогою конформних перетворень можливо визначити вихровий струм в ОК, та його вплив на вимірвальну обмотку вихрострумного перетворювача.

The formalized method of design of modeling of eddy in the object of control with an indefinite geometrical structure and electromagnetic properties is developed. It is rotined that by conformal transformations it is possible to define an eddy current in object of control, and influence on the measuring coils of eddy current transformer.

**Введение.** В теории и практике электромагнитного неразрушающего контроля проблемы дефектоскопии, связанные с обнаружением и оценкой параметров дефектов с учетом неоднородности и нелинейности зондирующего электромагнитного поля и сложной структуры объекта контроля (ОК), с точки зрения неопределенной геометрии и неоднородности электромагнитных характеристик, в полной мере не решены, по причине существенных математических трудностей решения краевой задачи взаимодействия трехмерных векторных функций информационного электромагнитного поля дефекта с вихретоковым преобразователем (ВТП) в многосвязных областях с границами раздела сложной формы [1].

Аналитические методы решения дифференциальных или интегральных уравнений, описывающие взаимодействие системы ВТП-ОК проблемны даже для случая, когда контролируемое изотропное изделие имеет дефекты простой геометрической формы. Применение широко развитых в настоящее время численных методов моделирования информационного поля дефекта дает возможность оценить реакцию сигнала измерительной обмотки ВТП от дефекта, однако требует существенных затрат машинного времени, а также, наличие соответствующего лицензионного программного обеспечения [2].

Фактор машинного времени играет главенствующую роль при определении оптимальных по чувствительности параметров ВТП для варьируемых геометрических размеров модельных дефектов, напряженностей комбинированного зондирующего электромагнитного поля, нелинейности электромагнитных свойств ОК, размеров измерительных катушек, по причине большого объема вычислительных операций.

Задачей настоящей работы является создание адекватной теоретической модели информационного поля дефекта, базирующейся на аналитических

выражениях, которые позволяют максимально исключить процессы численного интегрирования или дифференцирования базовых уравнений электромагнитного поля.

**Основная часть.** Сформулируем наиболее общую проблему моделирования взаимодействия вихретокового преобразователя с объектом контроля. Представим ОК в виде области пространства  $Q_1$ , как показано на рис. 1, с неопределенной геометрией  $(x,y,z)$  и нелинейными и неоднородными электромагнитными свойствами, которые характеризуются распределением удельной электрической проводимости  $\sigma(x,y,z)$  и распределением относительной магнитной проницаемости  $\mu_r(x,y,z)$  материала изделия. Как в ОК, так и окружающем его пространстве  $Q_2$ , обладающем нелинейными и неоднородными в электромагнитном отношении свойствами, создается пространственное электромагнитное поле, источником которого в общем случае является среда  $Q_3$ . Источник  $Q_3$  в пространстве  $Q_1$  и  $Q_2$  создает неоднородное или однородное электромагнитное поле произвольной ориентации по отношению к системе координат среды  $Q_1$ , т.е. система среды  $Q_1$  и  $Q_3$  не обладает симметрией в глобальной системе координат  $(x,y,z)$  и существуют все компоненты векторов напряженностей электрического  $\vec{E}$  и магнитного полей  $\vec{B}$ .

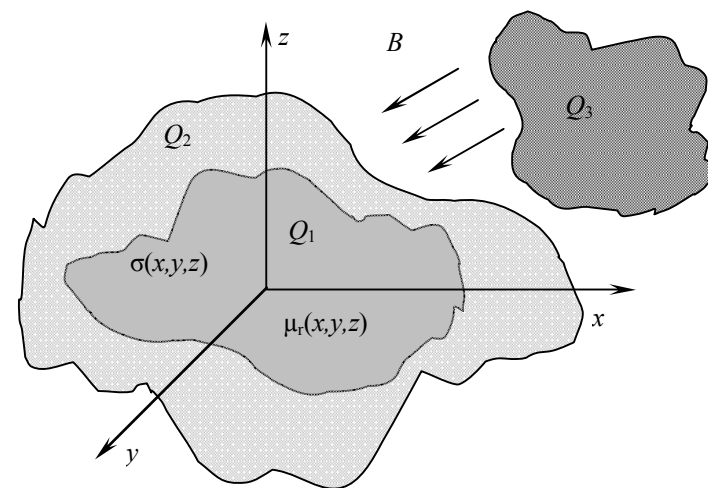


Рис.1 Формализованное представление системы ВТП - ОК.

Процесс взаимодействия источника электромагнитного поля  $Q_3$  с средой  $Q_1$  описывается фундаментальными уравнениями Максвелла [3]:

$$\operatorname{rot} \bar{H} = \bar{J} \quad (1)$$

$$\operatorname{rot} \bar{E} = -\frac{\partial \bar{B}}{\partial t} \quad (2)$$

$$\operatorname{div} \bar{B} = 0 \quad (3)$$

$$\operatorname{div} \bar{D} = \rho \quad (4)$$

где  $\bar{H}$  и  $\bar{E}$  – напряженности магнитного и электрического полей;  
 $\bar{B}$  и  $\bar{D}$  – магнитная и электрическая индукция;  
 $\bar{J}$  – полная плотность тока;  
 $\rho$  – плотность зарядов.

Дополним данные уравнения выражениями материальной связи:

$$\bar{B} = \mu_0 \mu_r \bar{H} \quad (5)$$

$$\bar{D} = \varepsilon \varepsilon_0 \bar{E} \quad (6)$$

$$\bar{J} = \sigma \bar{E} \quad (7)$$

где  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м – магнитная постоянная;  
 $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{12}$  Ф/м – электрическая постоянная.

Поскольку в предложенной постановке проблемы аналитическое интегрирование уравнений Максвелла не реализовано до настоящего времени, прибегают к известным численным методам, путем конкретизации расчетной области. Рассмотрим исследуемую среду  $Q_1$  в виде отдельных  $q_1, q_2, \dots, q_n$  тонких  $dh$  близкорасположенных слоев, как показано на рис. 2.

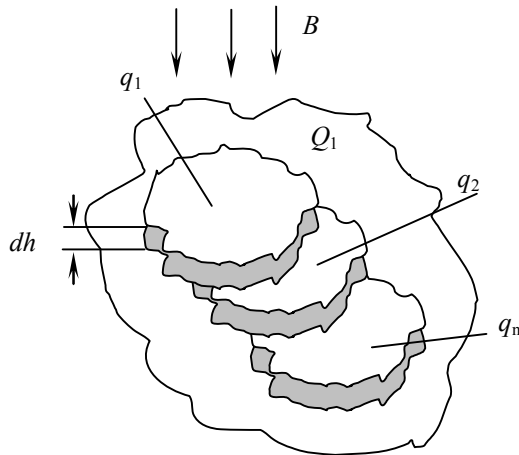


Рис. 2 Разделение ОК на тонкие пространственные слои

Под воздействием внешнего электромагнитного поля, в объеме каждого

слоя  $q_i$  будут протекать замкнутые вихревые токи  $I_{ij}$ . В силу малости толщины слоя  $dh$ , можно считать плотность вихревого тока по сечению  $q_n$  постоянной, и заменить объемные вихревые токи в объеме слоя на поверхностные.

Конфигурация силовых линий индуцированного вихревого тока  $I_{ij}$  для каждого слоя  $q_i$  будет иметь специфическую структуру, которая связана с распределением зондирующего электромагнитного поля и распределением электромагнитных параметров объекта, как показано на рис. 3.

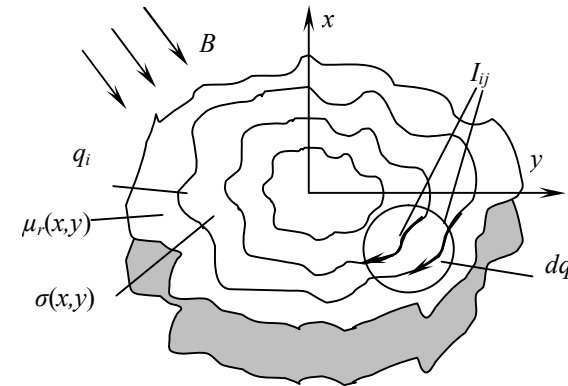


Рис. 3 Конфигурация вихревых токов в слое ОК

Очевидно, что геометрия силовой линии вихревого тока  $I_{ij}$  будет зависеть от источника электромагнитного поля и распределения удельной электрической проводимости  $\sigma(x,y)$  и относительной магнитной проницаемости  $\mu_r(x,y)$  в объеме (считаем по поверхности) конкретного слоя. Амплитуда вихревого тока  $I_{ij}$  будет зависеть от порядкового номера слоя  $q_i$  по отношению к поверхности пространства  $Q_1$ , т.е. учет затухания электромагнитного поля в материале ОК (экранирующий эффект). Также следует обратить внимание на нелинейность магнитных свойств среды, т.е. зависимость  $\mu_r$  от напряженности магнитного поля  $H$  при решении поставленной полевой задачи для ферромагнетиков.

Следует отметить, что в подавляющем большинстве задач дефектоскопии, геометрические размеры искомого дефекта несоизмеримо малы по сравнению с геометрическими размерами ОК. Воспользуемся данным обстоятельством и выберем на поверхности  $q_i$  слоя малый участок поверхности  $dq$ , в пределах которого будем считать среду линейной и изотропной. Тогда, в предположении о квазистационарном характере поля (справедливо для источников электромагнитного поля которые применяются для вихретокового неразрушающего контроля), токами смещения в электропроводящей среде можно пренебречь и записать уравнения (1) – (4) в виде:

$$\text{rot} \bar{H} = \sigma \bar{E} + \overline{I_{cm}} \quad (8)$$

$$\text{rot} \bar{E} = -\frac{\partial B}{\partial t} \quad (9)$$

$$\text{div}(\partial \bar{E} + \overline{I_{cm}}) = 0 \quad (10)$$

Для решения данных уравнений в предложенной постановке широко используются как аналитические, так и численные методы. Тем не менее, существует альтернативный метод нахождения неизвестного вихревого тока в элементе  $dq$  и, соответственно, на всей области  $q_i$ , основанный на свойствах функций комплексного переменного и аппарата конформных отображений [3].

Рассмотрим более детально (см.рис. 4) выбранный элемент  $dq$  на поверхности слоя  $q_i$  пространства ОК  $Q_1$ . Элемент  $dq$  образован дугами  $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ , линии (трубки) вихревого тока  $I_{ij}$  и уровни равного электрического потенциала  $V_{ij}$  образуют сетку с узловыми точками с координатами  $(x,y)$ .

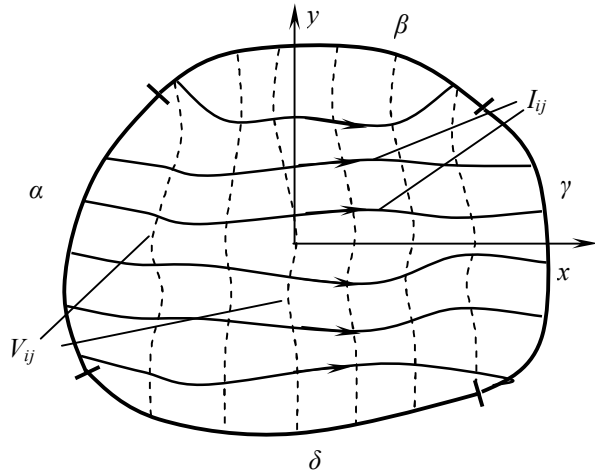


Рис. 4 Область  $dq$  с линиями вихревого тока  $I_{ij}$  и электрического потенциала  $V_{ij}$ .

Поместим фигуру  $dq$  в комплексную плоскость  $z=x+iy$ . В этом случае поле вихревого тока будет задаваться комплексным потенциалом  $W(z)$ , т.е. линиями равного потенциала  $U(z)=\text{const}$  и линиями тока  $I(z)=\text{const}$ . Дуги  $\alpha$  и  $\gamma$  служат линиями равного потенциала, причем  $U(\alpha)=V_1, U(\gamma)=V_2$ . Значения потенциалов  $V_1$  и  $V_2$  находится по заданному источнику магнитного поля  $\bar{B}$  из выражения:

$$\text{grad}V = -E \quad (10)$$

Если по дуге  $\delta$  положить функцию тока равной нулю  $I(\delta)=I_1$ , то на  $\beta$  функция  $I$  примет некоторое положительное значение  $I(\beta)=I^*$ , пропорциональное полному вихревому току  $I$  в элементе  $dq$

$$I^* = kI \quad (11)$$

Выделим малый участок этой полосы длиной  $dl$  при ширине этого участка  $db$ , ограниченный линиями  $I(z)=I_1$  и  $I(z)=I_2$  как показано на рис. 5.

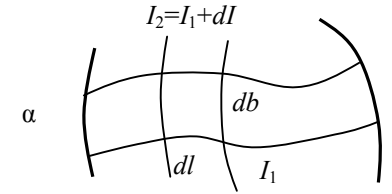


Рис. 5 Участок сетки элемента  $dq$

Комплексное сопротивление этого участка будет определяться соотношениями:

$$\dot{Z} = R + j\omega L \quad (12)$$

$$R = \frac{dl}{\sigma dh db} \quad (13)$$

$$L = \frac{\mu_0 dl}{2\pi} \left( \ln \frac{2dl}{g} - 1 + \frac{a}{dl} - \frac{m^2}{4dl^2} \right) + \frac{dl}{2(db+dh)} \sqrt{\frac{\mu_0 \mu_r}{2\omega\sigma}} \quad (14)$$

где  $g, a, m$  – средние геометрические, арифметические и квадратические расстояния площади поперечного сечения трубки тока от самой себя;  $\omega$  – циклическая частота зондирующего электромагнитного поля.

При величине тока  $dl$  разность потенциалов на концах участка равна:

$$dU = \dot{Z} dl \quad (15)$$

С другой стороны, так как отображение плоскости  $z$  в плоскость  $W$  конформно, то рассматриваемый участок пластины, представляющий собой ограниченный линиями равного потенциала и линиями тока криволинейный прямоугольник со сторонами  $dl$  и  $db$ , отображается в прямоугольник со сторонами  $dU$  и  $dI^*$ , причем отношение сторон сохраняется:

$$\frac{dU}{dI^*} = \frac{dl}{db} \quad (16)$$

Вместе с (15) это дает:

$$dI^* = \dot{Z} dl \quad (17)$$

Таким образом, полный ток  $I$  на элементе определяется функцией  $I^*$ . Переходим от отображения элементарного прямоугольника при помощи функции  $W(z)$  к отображению всей пластины. Поскольку вдоль каждой линии тока потенциал растет монотонно от  $V_1$  до  $V_2$ , а функция тока растет от  $I_1$  до  $I_2$  вдоль каждой линии равного потенциала, пластинка взаимно однозначно отображается на прямоугольник  $V_1 \leq \text{Re} W(z) \leq V_2, I_1^* \leq \text{Im} W(z) \leq I_2^*$ , как

показано на рис. 6. Задача определения поля вихревого тока при заданных краевых условиях решается при помощи конформного отображения элемента  $dq$  на прямоугольник. Следует отметить, что соотношение сторон трансформированного прямоугольника не произвольно, а определяется формой пластинки и выбором граничных дуг.

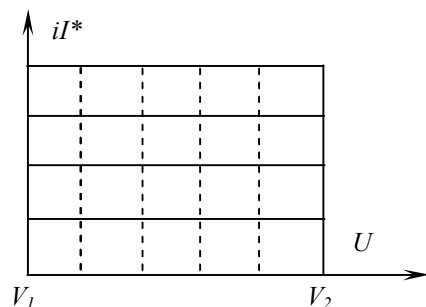


Рис. 6 Отображение элемента  $dq$  на прямоугольную пластину.

Очевидно, что для прямоугольной пластины достаточно просто определить комплексное сопротивление, и индуцированный вихревой ток  $I^*$ . Подобные преобразования легко произвести для любого участка слоя  $q_i$ . Поскольку преобразования конформны, то можно перейти к реальному распределению индуцированного вихревого тока по всему слою, и с учетом затухания электромагнитного поля в среде для всего ОК. В задачах вихретокового контроля, индуцированный вихревой ток воздействует на измерительную обмотку ВТП, сигнал в которой можно рассчитать путем решения системы линейных алгебраических уравнений [4].

**Выводы:** С помощью предложенной в данной работе процедуры расчета вихревого тока в ОК с использованием конформных преобразований можно существенно упростить процесс моделирования взаимодействия ОК с ВТП, поскольку исключается необходимость численного или аналитического интегрирования уравнений электромагнитного поля, что в свою очередь влияет на скорость расчета.

**Список литературы:** 1. Неразрушающий контроль: Справочник: В 7 т. Под общ. Ред. В.В. Клюева. Т.2: В 2 кн.-М.: Машиностроение, 2003.-688 с. 2. Гальченко В.Я. Информационные модели в теории и практике электромагнитной дефектоскопии. –Луганск: Издательство Восточноукраинского государственного университета, 1997. -262 с. 3. В. Коппенфельс, Ф. Штальман. Практика конформных отображений. -Москва: Издательство иностранной литературы, 1963. -407 с. 4. Горкунов Б.М., Тюпа И.В., Тищенко А.А. Модель вихретокового преобразователя проходного типа с токопроводящим цилиндрическим образцом. // Технічна електродинаміка, тематичний випуск "Силова електроніка та енергоефективність", ч.5, 2007, Київ, С. 45-48.

Поступила в редколлегию 20.05.11