Варто зазначити, що описана методика не є універсальною. Вона спрацьовує лише для послідовного вкладення прихованої інформації, тобто вкладення у кожний послідовний байт зображення. Якщо використати, наприклад, програму ***S-Tools***, яка розподіляє вбудовані біти по всьому зображенню, а кількості інформації недостатньо для заповнення всіх байт зображення, то виявлення прихованих вкладень не відбувається.

Список літератури: *1. Генне О.В.* Стеганография: основные положения стеганографии //Конфидент № 3 (33) май - июнь 2000 г. *2. Westfeld A. and Pfitzmann A.* Attack on Steganographic Systems, Lectures Notes in Computer Science, vol. 1768, Springer-Verlag, Berlin, 2000, pp. 61-75 *3. Гурман В.Е.* Теория вероятностей и математическая статистика: Учебное пособие для ВУЗов. М.: Высш. шк., 2003. – 479 с.:

Надійшла до редколегії 05.04.07

УДК 519.146

В. П. ПУТЯТИН, д-р. техн. наук, зав. каф. кибернетики ХНТУСХ им. П. Василенко, ***А. Б. ЭЛЬКИН***, соискатель ХНТУСХ им. П.Василенко

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЗАДАЧИ ОПТИМИЗАЦИИ РАЗБИЕНИЙ В АПК

Розглянуто математичну модель задачі оптимізації розбиття двовимірної області складної форми на підобласті рівної площі. Такі задачі виникають, наприклад, при передачі земельних наділів з колективної у особисту власність членів сільгосппідприємств. Досліджуються специфічні особливості математичної моделі, які у подальшому лягли в основу чисельної реалізації математичної моделі.

Рассмотрена математическая модель задачи оптимизации разбиения двумерной области сложной формы на подобласти равной площади. Такие задачи возникают, например, при передаче земельных наделов из коллективной в частную собственность членов сельхозпредприятий. Исследуются особенности математической модели, которые в дальнейшем легли в основу численной реализации математической модели.

The mathematical model of problem of optimization of fragmentation a two-dimensional region of the complex form on subregions of equal area is considered. Such problems appear, for instance, at the disposition allotment from collective property in the private property of members of agricultural enterprise. The particularities of mathematical models, which underlie of numerical implementation of the mathematical models, are researched.

Введение. Реформирование аграрного сектора Украины требует разработки соответствующих методов и средств, базирующихся на техническом, технологическом, юридическом, экономическом и нормативном обеспечении. При этом, одной из проблем реформирования является процесс паевания земли, суть которого заключается в передаче земельных участков (паев) из коллективной в частную собственность членов сельхозпредприятий. Законодательство Украины [1 – 2] и другие регламентирующие документы определяют круг задач, возникающих в процессе паевания земли, для реализации которых необходима разработка конструктивных механизмов, включающих математические модели, численные методы, программное и специальное аппаратурное обеспечение.

Постановка проблемы. Процесс выделения паев земли [1-3] требует решения, на первый взгляд, простой прикладной задачи: ***необходимо разбить область сложной пространственной формы (земельное угодие, поле) на подобласти (паи), имеющие одинаковые площади или площади, кратные числу объединившихся пайщиков.*** При этом решение этой общей проблемы усложняется еще и тем, что необходимо предусмотреть сеть связующих дорог минимальной общей длины, проходящих по границам между паями, для обеспечения доступа к каждому участку (паю) [2, 4]. Кроме того, необходимо принимать во внимание так называемые области запрета, представляющие собой, например, деградированные или малопродуктивные сельскохозяйственные угодья, водоемы, строения, участки земли не сельскохозяйственного назначения, опоры линий электропередач, автомагистрали, железнодорожные пути и т.д. [2].

Анализ исследований и публикаций. Рассматриваемый класс задач относится к геометрическому проектированию [5, 11], включающему следующие задачи: размещения геометрических объектов различной физической природы; разбиения сложных областей на подобласти; раскроя материала; многомерной компоновки; покрытия; трассировки; прокладки коммуникационных соединений и др. Характерной чертой рассматриваемых в настоящей работе задач разбиения, является то, что при их решении необходимо учитывать характер области разбиения, а именно ее «анизотропию», проявляющуюся в неравномерности общего рельефа поля, подлежащего разбиению на паи. Учет последнего фактора требует применения наземных и спутниковых технологий, обеспечивающих топоориентирование [6 – 9] и технологию точного земледелия [7]. В работах [6, 8] рассмотрены вопросы определения рационального направления прямолинейного движения сельскохозяйственного агрегата, при челночном способе его передвижения, с учетом конфигурации поля и его рельефа. Оптимизация направления движения агрегата осуществляется путем минимизации общей длины холостого хода агрегата на поворотах, что обеспечивает максимальную часовую производительность исследуемого агрегата. Эти результаты получены для различных ширин захвата агрегата (от 4,0 м. до 12,0 м.) и для угла наклона поля $\alpha = [0^o, 5^o]$. Для $\alpha > 5^o$, поле обрабатывается поперек склона, чтобы предотвратить возникновение водной эрозии почвы.

Постановка задачи и формулировка цели исследования. Пусть на плоскости $P(xOy)$ задана исходная область Ω сложной формы (земельное поле, подлежащее паеванию). Область Ω описывается неравенством $f\,(x,\,y)\le 0$. Пусть также определены области запрета $\Omega_1,\ \Omega_2,\ \ldots\ \Omega_m$ сложной формы, например, строения, водоемы, автомагистрали и т.п.. Каждая из этих областей принадлежит исходной области Ω, т.е. выполняется равенство $\bigcup_{j=1}^{m}\Omega_j\cap\Omega=\bigcup_{j=1}^{m}\Omega_j$, и описывается соответственно неравенствами $f_1\,(x,\,y)\le 0$, $f_2\,(x,\,y)\le 0$, $\ldots$ $f_m\,(x,\,y)\le 0$. Эти неравенства и неравенство $f\,(x,\,y)\le 0$ могут быть представлены или с помощью R – функций Рвачева В.Л. [10], или в виде оцифрованного графического изображения поля, полученного с помощью геоинформационной системы.

Под полезной областью Ω^* будем понимать область, образованную в результате вычитания из исходной области объединения всех областей запрета: $\Omega^*=\Omega\setminus\bigcup_{j=1}^{m}\Omega_j$.

Задача выделения паев земли, например, для «узкой и вытянутой» области Ω состоит в следующем. Необходимо разбить полезную область Ω^* на как можно большее количество областей-полос (паев) $T_1,\ T_2,\ \ldots\ T_n$ так, чтобы коэффициент заполнения χ полезной области Ω^* полосами $T_i\ (i=1,\,2,\,\ldots\,n)$ был максимален.

Функция цели рассматриваемой задачи

$$\chi\to max, \tag{1}$$

где $\chi=\dfrac{S\,(\bigcup_{i=1}^{n}T_i\,)}{S\,(\Omega^*\,)}$; $0\le\chi\le 1$; S площадь соответствующей области.

Функция цели χ может быть также определена как разность площади полезной области Ω^* и площади области, образованной в результате объединения всех полос $T_i\ (i=1,\,2,\,\ldots\,n)$:

$$\chi=S\,(\Omega^*\,)-S\,(\bigcup_{i=1}^{n}T_i\,)\to min, \tag{2}$$

где $0\le\chi\le S\,(\Omega^*\,)$.

При этом в процессе разбиения полезной области Ω^* на области-полосы $T_i\ (i=1,\,2,\,\ldots\,n)$ накладываются следующие ограничения.

Ограничение 1. Все паи должны быть размещены в рамках исходного земельного поля, исключающего области запрета, т.е. в рамках полезной области Ω^*. В этом случае области-полосы $T_i\ (i=1,\,2,\,\ldots\,n)$ полностью размещаются в полезной области Ω^*:

$$\bigcup_{i=1}^{n}T_i\cap\Omega^*=\bigcup_{i=1}^{n}T_i\,. \tag{3}$$

Условия (3) эквивалентны неравенствам [11]:

$$\rho_i(T_i, R^2 \setminus \Omega^*) > 0 \quad (i = 1,2,..n), \tag{4}$$

где ρ_i – соответствующее расстояние между областью-полосой T_i и дополнением полезной области Ω^* в R^2; R^2 – неподвижная плоскость $P(xOy)$.

Ограничение 2. Невозможность наложения соседних паев друг на друга. В этом случаи соседние области-полосы T_i и T_{i+1} $(i = 1, 2, \dots n\text{-}1)$ не должны пересекаются:

$$T_i/t_i \cap T_{i+1}/t_{i+1} = \varnothing, \ \ (i = 1,2,\dots,n), \tag{5}$$

где t_i, t_{i+1} – соответствующие границы областей-полос T_i и T_{i+1}.

Условия (5) эквивалентны неравенствам [11]:

$$\rho_{i,i+1}(T_i, T_{i+1}) \geq 0, \ \ (i = 1,2,\dots,n), \tag{6}$$

где $\rho_{i,i+1}$ – соответствующее расстояние между соседними областями-полосами T_i и T_{i+1}.

Неравенства (6) могут быть модифицированы, если требуется, чтобы соседние области-полосы T_i, T_{i+1} были расположены на расстоянии, не меньшем заданного значения D_1, учитывающего, например, дороги [4]:

$$\rho_{i,i+1}(T_i, T_{i+1}) \geq D_1 = const \geq 0, \ (i = 1,2,\dots,n). \tag{7}$$

Ограничение 3. Необходимо, чтобы все паи имели одинаковую площадь, значение которой известно в начале процесса паевания поля, т.е. области-полосы T_i $(i = 1, 2, \dots n)$ равновелики по площади:

$$S(T_1) = S(T_2) = \dots = S(T_n) = S^* = const \geq 0. \tag{8}$$

Ограничение 4. Определяет форму каждого пая земли в виде полосы, ограниченной двумя параллельными линиями и сложной границей полезной области, и учитывает угол ориентации паев. При этом каждая область-полоса T_i $(i = 1, 2, \dots n)$ образуется исходя из следующего принципа:

$$T_i = \{M(x,y) \in \Omega^* \mid C_i^л \leq \alpha x + \beta y \leq C_i^п\}, \tag{9}$$

где $M(x,y)$ – точка плоскости $P(xOy)$, принадлежащая полезной области Ω^*; $l_i^л : \alpha x + \beta y = C_i^л$, $l_i^п : \alpha x + \beta y = C_i^п$ – две параллельные прямые линии, («левая» и «правая»), отсекающие в полезной области Ω^* область-полосу T_i.

При этом:

$$\forall i, i = 1,2,..n : C_i^л > C_i^п, \tag{10}$$

$$\forall i, j(i, j = 1,2,..n, i \neq j) : l_i^л \,||\, l_i^п \,||\, l_{i+1}^л \,||\, l_{i+1}^п . \qquad (11)$$

Таким образом, $l_1^л$, $l_1^п$, $l_2^л$, $l_2^п$, ... $l_n^л$, $l_n^п$ образуют пучок параллельных прямых линий *L,* угол наклона θ к абсциссе *Ox* которого определяет отношение коэффициентов α к β: $tg\theta = -\dfrac{\alpha}{\beta}$.

Угол наклона θ или задается экспертом, или определяется [6, 8] с учетом рельефа области Ω. При этом $\theta = const$, $0^o \le \theta \le 180^o$.

Ограничение 5. Задает минимальную ширину каждой полосы, необходимую для создания условий, являющихся обязательными, например, для обработки паев специализированной техникой [6, 8]. При этом ширина $d(T_i)$ области-полосы T_i $(i = 1, 2, ... n)$ определяется как расстояние между соответствующими параллельными прямыми линиями $l_i^л$ и $l_i^п$, образующими область-полосу T_i. Ширина $d(T_i)$ должна быть не меньше заданного значения константы D_2:

$$d(T_i) = \rho(l_i^л, l_i^п) \ge D_2 = const \ge 0, \; (i = 1,2,\ldots,n). \qquad (12)$$

Таким образом, математическая модель задачи разбиения «узкой и вытянутой» области сложной пространственной формы на подобласти равной площади сводится к поиску экстремума функции цели (1) или (2) с ограничениями (4, 7 – 12). Проведем анализ наиболее специфических особенностей рассматриваемой математической модели (1, 4, 7 – 12).

Особенности математической модели и ее численной реализации. Для существования решения задачи разбиения, необходимы выполнения следующих условий:

$$S\,(\Omega^*) \ge S^*, \qquad (13)$$

то есть, площадь S полезной области Ω^*, подлежащей разбиению, должна быть больше или равна заданной площади S^* полосы разбиения, и выполнение (хотя бы для одной полосы) технологического ограничения (12).

Число n полос в основном зависит от соотношения площадей $S\,(\Omega^*)$ и S^* в (13), а также выбранной ориентации θ полос [6, 8], пространственной формы области Ω^*, величин характерных размеров области Ω^*, допустимого значения ширины полос.

Оценка числа полос осуществляется следующим образом:

$$0 \le n \le n_{\max} = E\left(\frac{S\,(\Omega^*)}{S^*}\right), \qquad (14)$$

где n_{max} – максимально возможное число полос, на которое можно разбить полезную область; S^* – заданная площадь каждой полосы разбиения; E – целая часть числа.

В общем случае, для сложной пространственной формы области Ω, система ограничений (4, 7 – 12) содержит нелинейные неравенства и является нелинейной.

Оптимизация функции цели (1) или (2) требует минимизации незанятой части области Ω^* или, другими словами, максимизации числа n полос разбиения. Это требование выводит нашу модель из класса моделей в виде системы ограничений в класс моделей нелинейного математического программирования. Число локальных экстремумов в основном зависит от пространственной формы области Ω^*. Значения функции цели $\chi=1$ для (1) и $\chi=0$ для (2) достигаются при отсутствии незанятой части области Ω^*, то есть при точном разбиении.

Специфика постановки исходной задачи такова, что для ее решения существует возможность воспользоваться идеей последовательно-одиночного размещения геометрических объектов [11]. Это дает возможность осуществить редукцию размерности основной задачи и перейти к последовательно-одиночному разбиению области Ω^* областями-полосами.

При этом на верхнем уровне возможна организация одной из следующих итерационных процедур: последовательно-одиночное разбиение области Ω^* на области-полосы «справа - налево»; то же «слева - направо»; случайным образом назначаются координаты полюса первой полосы, а затем от этой полосы организуется поисковый процесс «справа - налево» и «слева - направо».

На нижнем уровне осуществляется поиск ширины полосы. Если область задана в аналитическом виде, то площадь полосы находится точным вычислением определенного интеграла с одним нефиксированным пределом интегрирования, с помощью которого затем устанавливается ширина полосы. В результате приравнивания значения интеграла к заданной площади полосы, приходим к алгебраическому уравнению с одним неизвестным, а именно – с не фиксированным пределом интегрирования. Находя действительный и принадлежащий заданному отрезку корень этого уравнения, получаем возможность определения значения ширины полосы.

Аналогично, если разбиваемая область задана с помощью геоинформационной системы в оцифрованном виде, то возможно применение одного из многочисленных методов численного интегрирования с одним не фиксированным искомым параметром – пределом интегрирования.

Выводы и рекомендации.

Предложена математическая модель задачи разбиения области сложной пространственной формы на подобласти равной площади.

Исследованы особенности математической модели: проанализированы возможные функции цели и система ограничений; получены условия разрешимости задачи (совместности системы ограничений); дана оценка размерность пространства искомых параметров; оценивается число возможных ограничений; обосновывается принадлежность задач такого класса к задачам математического программирования.

Предложены возможные подходы к численной реализации математической модели. Отмечается, что специфика постановки исходной задачи такова, что для ее решения существует возможность воспользоваться идеей последовательно-одиночного размещения геометрических объектов. Это дает возможность осуществить редукцию размерности основной задачи и перейти к последовательно-одиночному разбиению области.

В дальнейшем необходимо проведение согласования точности численной реализации с точностью измерительных средств (спутниковых, геоинформационных, лазерных, топографических, механических) для определения линейных размеров на местности.

Если условия корректной постановки задачи не выполняются (узкие, протяженные, нетехнологичные подобласти), то необходима разработка новых математических моделей, например, задач разбиения области сложной пространственной формы – на простые по форме геометрические объекты заданной площади.

Методы их решения, по – видимому, близки по идее к нерегулярным сеточным методам (покрытие неравномерной сеткой области сложной формы), с последующей оптимизацией распределения узлов сетки и автоматизацией выбора ее шага. Кроме того, область, образованную незанятыми граничными ячейками, возможно, например, разбить на прямоугольники равной площади, путем их размещения в этой области.

Рекомендуется применение рассмотренной математической модели для решения задач разбиения в АПК (паевание земли), в легкой промышленности (рациональное использование материала), в приборостроении (рациональная резка искусственных монокристалов) и др.

Список литературы: **1.** *Про землеустрій:* Закон України від 22 травня 2003 року // Відомості Верховної Ради. – 2003. – № 36. – с. 282. **2.** *Про порядок виділення в натурі (на місцевості) земельних ділянок власникам земельних часток (паїв):* Закон України від 5 червня 2003 року // Відомості Верховної Ради. – 2003. – № 38. – с. 314. **3.** *Иванников А.* Арендная плата не устраивает крестьян // Журнал ТПП Украины «Деловой вестник». – № 10 (149). – 2006. – С. 32 – 35. **4.** *Строительные нормы и правила.* Внутрихозяйственные автомобильные дороги в колхозах, совхозах и других сельскохозяйственных предприятиях и организациях. СНиП 2.05.11–83. – 27 с. **5.** *Стоян Ю. Г.* Основная задача геометрического проектирования. – Харьков: ИПМаш АН УССР, Препринт № 181. – 1983. – 36 с. **6.** *Мельник В. И., Чигирин А. Г., Миронов П. А.* Анализ задачи выбора оптимального направления сплошной обработки поля с учетом его рельефа // Вісник Харківського державного технічного університету сільського господарства. – 2003. – Вип. 20. – С. 285 – 296. **7.** *Крыжачковский Н., Трагов В.* Анализ разрабатываемых систем «точного земледелия» // Труды Таврической государственной академии. – Вып. 1. – Том 10. – 1999. – С. 63 – 69. **8.** *Мельник В. И., Золотухин А. Е.* Выбор оптимального направления сплошной обработки поля // Тракторы и сельскохозяйственные машины. – 1997. – № 3. – С. 27 – 28. **9.** *Шаповалов В. Д.* Автоматика топоориентированных технологий растеневодства // Техника в сельском хозяйстве. – 2001. – № 1. – С. 3 – 5. **10.** *Рвачев В. Л.* Геометрические приложения алгебры логики. – Киев: Техніка, 1967. – 212 с. **11.** *Стоян Ю. Г., Гиль Н. И.* Методы и алгоритмы размещения плоских геометрических объектов. – Киев.: Наукова думка, 1976. – 245 с.

Поступила в редколлегию 26.03.07

УДК 629.783

В. Б. УСПЕНСКИЙ, канд. техн. наук,
А. Д. АСЮТИН, студент НТУ «ХПИ»

РАЗРАБОТКА ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ МОДЕЛИ ВРАЩЕНИЯ УПРУГОГО КЛА, УПРАВЛЯЕМОГО С ПОМОЩЬЮ СИСТЕМЫ ГИРОДИНОВ

Розроблено обчислювальну модель обертання пружного КЛА з гіросиловою системою управління орієнтацією та стабілізацією (СУОС), яка містить власно модель обертання КЛА, моделі датчиків та виконавчих органів системи управління та модуль алгоритмів математичного забезпечення СУОС. Розроблена модель призначається для тестування та аналізу алгоритмів СУОС, що проектуються. Наведено зразок її використання

Разработана вычислительная модель вращения упругого КЛА с гиросиловой системой управления ориентацией и стабилизацией (СУОС), которая содержит собственно модель вращения КЛА, модели датчиков и исполнительных органов системы управления и модуль алгоритмов математического обеспечения СУОС. Разработанная модель предназначается для тестирования и анализа алгоритмов проектируемых СУОС. Приведен пример ее использования.

The calculable model of rotation of resilient Spacecraft (SC) with power gyroscopic control system by the orientation and stabilizing (CSOS) is developed. The model contains own model of rotation of SC, models of sensors and executive branches of the system management and module of algorithms of the mathematical providing of CSOS. The target of developed model is testing and analysis of algorithms of CSOS, which are designed. The example of the use of model is resulted.

Одним из этапов создания нового программно-математического обеспечения бортовых систем космических летательных аппаратов (КЛА), является отработка проектируемых алгоритмов на различных стендах. Статья посвящена вопросам построения и использования «исследовательского стенда» системы управления ориентацией и стабилизации (СУОС) КЛА, предназначенного для проверки теоретической концепции, полагаемой в основу разрабатываемых алгоритмов, их работоспособности и получения предварительных оценок эффективности функционирования в составе СУОС.

В [1,2] описан специальный многофункциональный программный комплекс, созданный для решения подобных задач и использованный, в