

## РЕЦЕНЗІЯ

рецензента, к.т.н., доцента Бурласко В'ячеслава Миколайовича  
на дисертаційну роботу Малишева Сергія Євгенійовича  
«Біфуркації та стійкість нелінійних коливань балочних конструкцій з  
тріщинами втоми»

подану на здобуття наукового ступеня доктора філософії  
за спеціальністю 113 – Прикладна математика

Вважаю, що наукова робота здобувача заслуговує оцінки "відмінно". Вона є суттєвим внеском у розвиток галузі нелінійної динаміки та моделювання конструкцій з тріщинами. У дослідженні вперше отримано розв'язки низки задач, які раніше не були представлені в науковій літературі.

### 1. Актуальність теми

Задачі нелінійної механіки викликають значний інтерес серед сучасної наукової спільноти, що зумовлено не лише стрімким розвитком обчислювальної техніки, який відкрив нові можливості для ефективного розв'язання складних задач у нелінійних постановках, а й глибиною теоретичних проблем, важливих для широкого спектра прикладних галузей.

Розглянуті в дисертаційній роботі Малишева С.Є. задачі належать до класу суттєво нелінійних, що пояснюється як природою деяких нелінійних ефектів (зокрема, геометрична та інерційна нелінійність, дихання тріщин), так і їх складною взаємодією у розглянутих динамічних системах. Запропоновані математичні моделі узагальнюють відомі з літератури, зокрема ті, що були розроблені закордонними дослідниками (Чрістідесом та Каддемі), і демонструють глибоке розуміння предметної області здобувачем. На основі цих моделей уперше досліджено квазіперіодичні та хаотичні коливання балок із тріщинами, в умовах взаємодії нелінійностей різної природи. Одержані результати можуть бути використані для вдосконалення методів діагностики пошкоджень у

відповідальних елементах технічних систем — таких як конструкції літальних апаратів, енергетичне та транспортне обладнання та ін.

Опираючись на вищесказане, вважаю, що обрана Малишевим С.Є. тема дисертаційної роботи «Біфуркації та стійкість нелінійних коливань балочних конструкцій з тріщинами втоми» є безумовно актуальною.

## **2. Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами**

Малишев С.Є. брав участь у виконанні НДР за темою III-11-21 «Наукові основи використання вуглецевих наноматеріалів та нанокомпозитів для підвищення динамічної міцності і стійкості машинобудівних конструкцій» (науковий керівник чл.-кор. НАН України К. В. Аврамов, № 0121U100411) де було розроблено математичні моделі, чисельно-теоретичні підходи та спеціальне програмне забезпечення для дослідження напружено-деформованого стану елементів енергетичних машин та ракетно-космічної техніки при високошвидкісних навантаженнях

## **3. Наукова новизна одержаних результатів**

До основних наукових результатів можна віднести:

- вперше отримано узагальнення теорій балок з тріщинами з робіт Чрїстїдїса та Кадеммі на випадок геометрично нелїнійного деформування;
- вперше, із застосуванням варїаційного принципу Ху–Вашидзу, розв'язано задачу про параметричні коливання балок з трїщинами з урахуванням ефектів нелїнійної кривини та інерції;
- розвинуто алгоритми стрїльби для двоточкових крайових задач та пошуку спектру показників Ляпунова із застосуванням методів автоматичного диференціювання;
- вперше досліджено перехїд до хаосу нелїнійних коливань балок з двома трїщинами втоми через каскад бїфуркацій подвоєння перїоду. Було виявлено, що хаос зникає під час зменшення вїдстанї мїж трїщинами;

- побудовано нелінійні нормальні форми вільних коливань балок з дихаючими тріщинами при геометрично нелінійному деформуванні;
- вперше показано наявність хаотичного режиму параметричних коливань балок з дихаючими тріщинами. Досліджено ефект зриву хаотичних коливань.

Вважаю, що робота дисертанта є значним внеском у галузь нелінійної динаміки конструкцій з тріщинами.

#### **4. Практична цінність одержаних результатів та рекомендації щодо їх подальшого використання**

Результати досліджень можуть бути застосовані для покращення методів діагностики тріщин. Так, наприклад, виявлення хаотичних режимів на низьких амплітудах може свідчити про наявність тріщини в конструкції.

**5. Повнота викладення матеріалів дисертації в наукових працях, які опубліковані автором.** За результатами дослідження дисертаційної роботи опубліковано 9 наукових праць, з них у фахових наукових виданнях, рекомендованих ДАК Міністерства освіти і науки України – 2, у реферативній базі Scopus – 4, наукових праць, які засвідчують апробацію матеріалів дисертації – 3. Зазначене вище дозволяє стверджувати, що представлена дисертаційна робота є самостійним, завершеним науковим дослідженням, результати якого мають значення для теоретичної та прикладної нелінійної динаміки.

#### **6. Аналіз змісту дисертації. Ступінь обґрунтованості наукових положень, висновків і рекомендацій, сформульованих в дисертації**

Дисертація Малишева С. Є. є завершеною науковою працею, містить анотацію – українською та англійською мовами, вступ, 4 розділи, висновки, список використаних джерел і два додатки.

Дисертація присвячена розв'язанню задач нелінійних коливань балочних конструкцій з тріщинами втомі.

Об'єктом дослідження є нелінійна динаміка балочних конструкцій з тріщинами втоми.

В першому розділі наведено об'ємний огляд існуючих підходів до опису коливань балочних конструкцій з тріщинами втоми. Описано сучасний стан проблеми і обґрунтовано необхідність розв'язання задач, де враховано ефекти геометричної та інерційної нелінійності.

Другий розділ присвячено розвитку існуючих методів дослідження нелінійних динамічних систем з використанням методів автоматичного диференціювання. Доведено теореми про еквівалентність розв'язання задачі Коші з використанням дуальних чисел та сумісного розв'язання цієї задачі з відповідною системою варіаційних рівнянь, отриманих з використанням дійсних чисел.

В третьому розділі пропонується узагальнення математичних моделей з робіт Чрістідеса та Кадеммі, на випадок геометричної нелінійності. Також модель з роботи Чрістідеса була розширена на випадок параметричних коливань балок з розкритими тріщинами. В цій моделі враховано ефект нерозтяжності серединної лінії балки шляхом модифікації функціоналу Ху–Вашидзу за допомогою методу множників Лагранжа.

В четвертому розділі розглядаються чисельні експерименти для отриманих математичних моделей. Спершу розв'язується задача про коливання консольної балки з однією, або двома тріщинами втоми. Досліджується ефект багатозначності вимушених коливань, який зумовлено постійною складовою в навантаженні. Для випадку двох тріщин показано наявність хаотичних режимів. Далі розв'язано задачі про вимушені та вільні коливання балок з дихаючими тріщинами при геометрично нелінійному деформуванні. Досліджено біфуркації та стійкість нелінійних коливань. Показано можливість виникнення замкнених петель вимушених коливань. Також розглядається задача про параметричні коливання балки з дихаючою тріщиною. Враховано ефекти нелінійної кривини та нерозтяжності серединної лінії балки.

Проаналізовано біфуркації параметричних коливань та показано наявність хаотичних режимів, що є наслідком руйнування інваріантного тору.

*Висновки*, сформульовані стисло та інформативно. В цілому висновки відповідають вимогам, які висуваються до результатів дисертаційного дослідження на здобуття наукового ступеня доктора філософії з прикладної математики.

*Список літератури* досить широко охоплює предметне поле дослідження і охоплює роботи вітчизняних та іноземних вчених, що зробили значний внесок в розвиток теорії коливань балок з тріщинами втоми.

*Додаток* містить інформацію про практичне впровадження результатів дисертації.

## **7. Достовірність отриманих результатів та висновків**

Достовірність отриманих результатів ґрунтується на застосуванні інструментів теорії біфуркацій, дослідженні збіжності отриманих розв'язків та порівнянню отриманих результатів зі скінчено-елементним моделюванням.

## **8. Оформлення дисертації, дотримання вимог академічної доброчесності та повнота викладення наукових положень та результатів в опублікованих працях**

Дисертація виконана з дотримання вимог академічної доброчесності, отримані результати дають підстави говорити про оригінальність роботи. У тексті містяться авторські ідеї, і не виявлено використання ідей інших науковців без посилання на їх роботи.

### **Недоліки та зауваження до дисертаційної роботи**

1. Вважаю, що термін "тріщина втоми" у назві роботи потребує додаткового обґрунтування. Бажано вказати, чому саме така класифікація тріщини є коректною з огляду на її природу, механізм утворення та умови експлуатації конструкції.
2. У підрозділі 2.1.2 умови Теорема 2.1 потребують більш строго математичного формулювання. Зокрема, слід чітко зазначити, що виконання

теореми передбачає неперервність не тільки правої частини рівняння (2.13) (що вимагається для існування неперервного по параметру  $k$  розв'язку задачі Коші), а також її частинної похідної за параметром  $k$ . За цієї умови існує неперервна часткова похідна  $\frac{\partial y}{\partial k}$  для розв'язку задачі Коші, яка задовольняє рівняння (2.14) з відповідною початковою умовою. Крім того, умова неперервної диференційовності функції  $f$  за параметром  $k$  є необхідною для доведення рівняння (2.14), оскільки (2.14) є результатом формального диференціювання рівняння (2.13) за параметром, а отже виконання задачі Коші в диференціальній формі. Застосування автором для доведення рівняння (2.14) підходу автоматичного диференціювання також базується на положенні про неперервно диференційовану функцію  $f$  за параметром  $k$  у (2.18).

3. З метою верифікації запропонованих математичних моделей було б доцільно навести приклади, які порівнюють отримані здобувачем результати з відомими розв'язками, що вже опубліковані в науковій літературі.
4. Було б доцільно навести обґрунтування вибору параметрів для розв'язуваних задач, оскільки їх обрані значення мають істотний вплив на динамічну поведінку системи та на ті феномени, які можуть бути виявлені у дослідженні.
5. Додатково, побудова біфуркаційних діаграм забезпечила б кращу ілюстрацію хаотичної поведінки системи.
6. Загалом результати роботи мають значну практичну цінність, проте висновок не охоплює потенційні області застосування отриманих результатів, а також важливість проведених досліджень для вирішення конкретних практичних задач та низки пов'язаних проблем. Включення цієї інформації сприяло б підвищенню наукової цінності роботи та її значення для практичної реалізації.

Зазначені зауваження не є критичними і не впливають на загальну позитивну оцінку роботи, однак їх врахування може покращити зміст роботи

### 10. Висновки

Дисертаційна робота Малишева С. Є. є завершеною науково-дослідною роботою, яка містить науково-обґрунтовані результати, має наукову новизну та дає перспективи подальших досліджень. Тема дослідження відповідає галузі знань 11 – «Математика та статистика» та спеціальності 113 – «Прикладна математика».

Вважаю, що дисертаційна робота Малишева Сергія Євгенійовича «Біфуркації та стійкість нелінійних коливань балочних конструкцій з тріщинами втоми» відповідає вимогам 6, 7, 8, 9 «Порядку присудження ступеня доктора філософії та скасування рішення разової спеціальної вченої ради Закладу вищої освіти, наукової установи про присудження ступеня доктора філософії» від 12.01.2022 р. № 44 та вимогам до оформлення дисертації МОН України від 12.01.2017 № 40, а Малишев Сергій Євгенійович заслуговує присудження йому наукового ступеня доктора філософії зі спеціальності 113 «Прикладна математика».

Рецензент – кандидат технічних наук,  
 професор кафедри прикладної математики  
 Національного Технічного Університету  
 «Харківський Політехнічний Інститут»

В'ячеслав БУРЛАЄНКО

Підпис *В'ячеслав Бурлаєнко*  
 ЗАСВІДЧУЮ:  
 ВЧЕНИЙ СЕКРЕТАР  
 НАЦІОНАЛЬНОГО-ТЕХНІЧНОГО УНІВЕРСИТЕТУ  
 "ХАРКІВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ"  
*В'ячеслав Бурлаєнко*  
 19 " 05 2025 р.

