Так как

$$\cos\xi = \frac{R}{Z} \quad \text{и} \quad \sin\xi = \frac{X}{Z},$$

то

$$A = \frac{2}{3}(I_a R + I_r X). \tag{22}$$

Подставляя A в (21) и учитывая, что эта величина мала по сравнению с $U_н$, получим:

$$U_R = U_н + \frac{B}{2} + \frac{1}{3}(I_a R + I_r X). \tag{23}$$

Как видно, (23) идентично с уравнением линии (1).

При холостом ходе напряжение при включении в одну из фаз моментного мотора сопротивления компенсатора поднимается на величину $\frac{B}{2}$.

С повышением нагрузки член A растет, что ведет к увеличению регулируемого напряжения U_R. Характеристика регулирования получается компаундной. Если в схеме рис. 3 переключить концы какой-либо обмотки трансформатора тока ТТ1, то получится статическая характеристика регулирования со стабилизацией. В этом случае

$$U_R = U_н + \frac{B}{2} - \frac{1}{3}(I_a R + I_r X). \tag{24}$$

Расчет по формулам (23) и (24) и экспериментальная проверка дали вполне совпадающие результаты. Для компенсатора ХЭТЗ с данными:

$$R_1 = X = 4\,\Omega;\quad I_b = 2\,\text{A};\quad r = 30\,\Omega;\quad \cos\varphi_м = 0{,}3,$$

постоянный член $\frac{B}{2} = 2{,}1\,\text{V}$.

К теории однофазных асинхронных машин

Г. И. Штурман
Уральский индустриальный институт им. Кирова

ЛИТЕРАТУРА, посвященная вопросам теории однофазного асинхронного двигателя, является, пожалуй, одной из наиболее обширных в области электромашиностроения. И, несмотря на это, даже в последний период, спустя свыше сорока лет после его изобретения, можно столкнуться с двумя точками зрения о принципе его действия. Подавляющее большинство авторов полагает, что наиболее полно рабочий процесс однофазного асинхронного двигателя интерпретируется работой двух механически связанных трехфазных машин с последовательно соединенными обмотками первичных цепей [1]. Наряду с этим высказывается точка зрения о возможности рассматривать режим работы однофазного двигателя как аналогичный режиму двух упомянутых выше машин, но при условии параллельного соединения их первичных обмоток [2].

Этому вопросу, т. е. схемам замещения однофазных асинхронных машин, посвящена настоящая работа, представляющая собой попытку рассмотрения поставленной задачи в наиболее общем ее виде.

Нелишне попутно отметить здесь те обстоятельства, которые обусловили в последнее время вообще повышение интереса к вопросам теории однофазных асинхронных машин. Как известно, большого распространения в широком диапазоне мощностей эти машины не получили, уступив в большинстве случаев свое место нормальным трехфазным двигателям. Однако трехфазные двигатели в силу целого ряда причин, включая и чисто аварийные, могут попадать в однофазные условия работы. Ориентировка в вопросах компановки схем и элементов защиты для таких аварийных режимов требует точной количественной оценки всех факторов, связанных с рабочим процессом машины при однофазном ее включении.

Иногда с целью решения определенных задач управления трехфазная машина оказывается по специальной схеме присоединенной к однофазной сети. Примером в данном случае может служить схема Сименса для торможения трехфазных асинхронных двигателей (ниже, рис. 4). В диапазоне малых мощностей однофазные двигатели успешно конкурируют в последнее время с однофазными коллекторными машинами, превосходя их своей простотой, более низкой стоимостью и эксплоатационной надежностью. Значительное распространение в целом ряде маломощных приводов получил однофазный асинхронный двигатель с явно выраженными полюсами [4]. Нельзя также не отметить того интереса, какой проявляется в последнее время по отношению к однофазным конденсаторным двигателям, и т. д. Все эти обстоятельства и послужили, повидимому, причиной появления на страницах советской и иностранной печати большого количества новых работ, подвергающих ревизии теорию однофазных асинхронных машин.

Составление основных связей в настоящей работе предполагается произвести помощью известных количественных соотношений, неоднократно применявшихся при переходе от потоков и м. д. с., пульсирующих по осям электромагнитной системы, к потокам и м. д. с., вращающимся в противоположные стороны. Однофазную первичную обмотку для удобства количественной оценки этих переходов рационально мыслить замененной фиктивной трехфазной, присоединенной к сети зажимами двух фаз (рис. 1). Для неизменности электромагнитного режима машины эту фиктивную обмотку надлежит, естественно, представлять обладающей неизменным по сравнению с однофазной обмоточным коэфициентом и в $\sqrt{3}$ раз уменьшенным числом витков в каждой фазе.

Для рассматриваемого однофазного двигателя, как и для всякой индукционной машины, вопросы

количественного анализа процессов сводятся к составлению наиболее рациональной формы выражения для импеданца вторичной цепи, приведенного, конечно, к обмоточным данным первичного контура. Ниже через $\vec{\Phi}$ и $\overleftarrow{\Phi}$ обозначены векторы вращающихся в противоположные стороны магнитных потоков, а через $\vec{I}_r$ и $\overleftarrow{I}_r$ — связанные с ними векторы тока в роторной цепи, отнесенные к обмотке рис. 1. Если теперь под $\vec{z}$ и $\overleftarrow{z}$ понимать результат приведения параметров фаз вторичной обмотки к фазам фиктивной первичной (рис. 1), т. е.

$$\vec{z} = \frac{z_{2n}}{s} \cdot \frac{1}{3}\left(\frac{f_{w1} \cdot w_1}{f_{w_2} w_2}\right)^2 \text{ и } \overleftarrow{z} = \frac{z_{20}}{2-s}\frac{1}{3}\left(\frac{f_{w_1} w_1}{f_{w_2} w_2}\right)^2, \quad (1)$$

где

$$z_{2n} = r_2 + jx_2 s \text{ и } z_{20} = r_2 + jx_2(2-s),$$

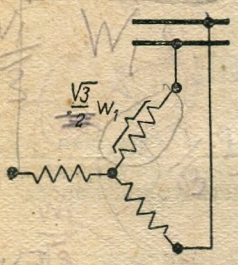

Рис. 1

то основные соотношения вторичной цепи можно записать следующим образом:

$$\vec{I}_r = -\frac{jm_r\vec{\Phi}}{\vec{z}}, \quad (2)$$

$$\overleftarrow{I}_r = -\frac{jm_r\overleftarrow{\Phi}}{\overleftarrow{z}}. \quad (3)$$

Здесь m_r — коэфициент пропорциональности между потоком и э. д. с., индуктируемой им в фазе обмотки рис. 1 при частоте 50 Hz. Переходя теперь к потокам и токам или м. д. с., пульсирующим по продольной и поперечной оси магнитной системы, можно выражения (2) и (3) видоизменить следующим образом:

$$\dot{I}_{rl} + j\dot{I}_{rq} = -\frac{jm_r}{\vec{z}}\left(\dot{\Phi}_l + j\dot{\Phi}_q\right); \quad (2')$$

$$\dot{I}_{rl} - j\dot{I}_{rq} = -\frac{jm_r}{\overleftarrow{z}}\left(\dot{\Phi}_l - j\dot{\Phi}_q\right). \quad (3')$$

Для оценки связи между пульсирующим по поперечной оси потоком $\dot{\Phi}_q$ и возбуждающим его током поперечной реакции ротора $\dot{I}_{rq}$ можно ввести коэфициент пропорциональности k_q':

$$\dot{\Phi}_q = \dot{I}_q k_q'. \quad (4)$$

В общем случае k_q' представляет собой величину комплексную. При отсутствии же поперечной оси магнитной системы замкнутых электрических контуров и пренебрежении потерями в железе мнимая компонента k_q', естественно, обращается в нуль. Решение уравнений (2′) и (3′) относительно $\dot{I}_{rq}$ дает:

$$\dot{I}_{rq}\left[1 + \frac{jm_r k_q'}{2}\left(\frac{1}{\overleftarrow{z}} + \frac{1}{\vec{z}}\right)\right] = -\frac{m_r}{2}\dot{\Phi}_l\left(\frac{1}{\vec{z}} - \frac{1}{\overleftarrow{z}}\right). \quad (5)$$

Входящая в (5) величина $jm_r k_q'$ имеет размерность сопротивления и представляет собой „поперечный импеданц“ машины:

$$jm_r k_q' = z_q'. \quad (6)$$

Последний относится так же, как и все величины, к одной фазе фиктивной трехфазной обмотки рис. 1. При переходе к реальной однофазной обмотке первичной цепи надлежит учесть увеличение коэфициента m_r в $\sqrt{3}$ раз и k_q' в отношении числа витков $\frac{\sqrt{3}}{2}$, что дает

$$z_q = jm_r\sqrt{3}\,k_q'\frac{2}{\sqrt{3}} = 2z_q'. \quad (7)$$

Таким образом выражения для тока поперечной реакции и величины потока $\dot{\Phi}_q$ получают вид:

$$\overline{I_{rq}} = -m_r\dot{\Phi}_l\frac{\frac{1}{\vec{z}} - \frac{1}{\overleftarrow{z}}}{2 + z_q'\left(\frac{1}{\vec{z}} + \frac{1}{\overleftarrow{z}}\right)}; \quad (8)$$

$$\overline{\Phi_q} = j\dot{\Phi}_l\frac{z_q'\left(\frac{1}{\vec{z}} - \frac{1}{\overleftarrow{z}}\right)}{2 + z_q'\left(\frac{1}{\vec{z}} + \frac{1}{\overleftarrow{z}}\right)}. \quad (9)$$

Учет значения $\dot{\Phi}_q$ (9) позволяет следующим образом выразить величину тока продольной реакции ротора:

$$\dot{I}_{rl} = -\frac{jm_r}{2}\dot{\Phi}_l\left[\left(\frac{1}{\vec{z}} + \frac{1}{\overleftarrow{z}}\right) - \frac{z_q'\left(\frac{1}{\vec{z}} - \frac{1}{\overleftarrow{z}}\right)^2}{2 + z_q'\left(\frac{1}{\vec{z}} + \frac{1}{\overleftarrow{z}}\right)}\right], \quad (10)$$

откуда компонента тока обмотки статора, компенсирующая реакцию вторичной цепи,

$$\dot{I}_{12} = -\frac{\sqrt{3}}{2}\dot{I}_{rl} = \frac{\dot{E}_1}{4}\left[\frac{1}{\vec{z}} + \frac{1}{\overleftarrow{z}} - \frac{z_q'\left(\frac{1}{\vec{z}} - \frac{1}{\overleftarrow{z}}\right)^2}{2 + z_q'\left(\frac{1}{\vec{z}} + \frac{1}{\overleftarrow{z}}\right)}\right]. \quad (11)$$

Из уравнения (11) непосредственно определяется искомая величина импеданца вторичной цепи, приведенного к первичной,

$$z_{2s}' = \frac{\dot{E}_1}{\dot{I}_{12}} = \frac{1}{\frac{1}{4\vec{z}}\cdot\frac{\vec{z}}{\overleftarrow{z} + z_q'} + \frac{1}{4\overleftarrow{z}}\cdot\frac{\overleftarrow{z}}{\vec{z} + z_q'}} + \frac{1}{\frac{1}{2z_q'} + \frac{1}{\vec{z} + \overleftarrow{z}}}. \quad (12)$$

Уравнение (12) иллюстрируется ветвью *ABCDEF* общей эквивалентной схемы однофазной асинхронной машины, изображенной на рис. 2. Рассмотрение ее обнаруживает любопытную зависимость структуры схемы замещения однофазного двигателя от величины импеданца поперечной реакции. Так, например, при предельном значении $z_q' = \infty$ зажимы *BC* (рис. 2) оказываются замкнутыми коротко, а ветвь *a* между зажимами *DE* — разомкнутой. Вторичная цепь однофазной машины при этом интерпретируется двумя соединенными последовательно импеданцами вторичных цепей трехфазных машин, вращаемых с одинаковой скоростью по и против направления вращения поля.

В случае обычного однофазного двигателя, не обладающего какой-либо обмоткой, расположенной по поперечной оси машины, z_q' равно z_{03} — импеданцу холостого хода, отнесенному к одной фазе трехфазной фиктивной обмотки рис. 1. Подстановка этого значения z_q в (12) приводит к следующему соотношению для полного импеданца, включаемого между зажимами A и F эквивалентной схемы рис. 2:

$$z_{AF} = \frac{1}{\frac{1}{z_{03}} + \frac{1}{\rightarrow z}} + \frac{1}{\frac{1}{z_{03}} + \frac{1}{\leftarrow z}}. \qquad (13)$$

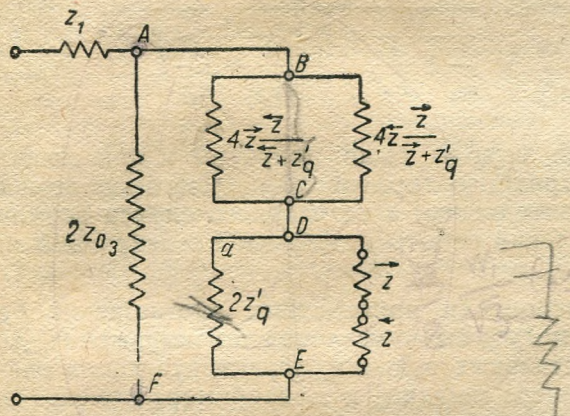

Рис. 2

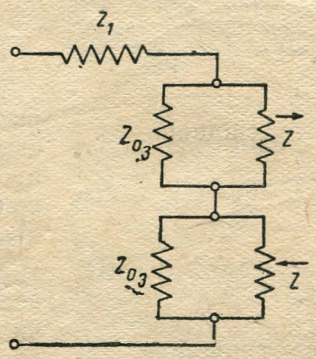

Рис. 3

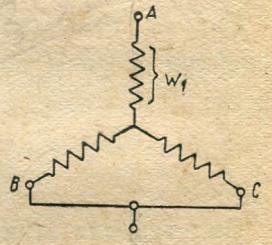

Рис. 4

Последнее соотношение характеризует известную схему замещения, состоящую во вторичной цепи между A и F из двух последовательно соединенных импеданцев трехфазных машин (рис. 3). Во втором предельном случае возможного диапазона величины поперечного импеданца, когда $z_q' = 0$, зажимы D и E эквивалентной схемы рис. 2 оказываются замкнутыми коротко. Вторичная цепь при этом состоит из учетверенных импеданцев соответствующих трехфазных машин, соединенных теперь уже параллельно.

Практически близок к этим условиям режим работы однофазных двигателей с явно выраженными полюсами, конечно, без пусковых витков на последних. Такой случай может иметь место, например, в применении этих двигателей в качестве элементов реле направления вращения в схемах торможения трехфазных асинхронных машин методом противовключения[1]. Формулированное положение о режиме работы однофазных двигателей с явно выраженными полюсами указывает на принципиально весьма низкие возможности эффективного использования этих машин. Их единственное преимущество в диапазоне малых мощностей (до $^1/_{20}$ л. с.), в котором они и нашли свое применение, — это исключительная простота и надежность изготовления. Стоимость же изготовления малых машин, как известно, является фактором, превалирующим по сравнению с оценкой потребного расхода активных материалов. Следует отметить, что в некоторых случаях указанная весьма низкая эффективность однофазных двигателей представляет фактор безусловно желательный и рационально используемый. Сюда относится, например, режим нарушения синхронизма в элементах однофазной синхронной передачи — сельсинах. Последние, как известно, представляют собой синхронизированные однофазные двигатели. Применение в них явно выраженных полюсов, помимо определенных преимуществ, связанных с синхронной работой, оказывается фактором, препятствующим разгону при нарушениях синхронизма и переходе на асинхронный режим.

В заключение небезынтересно рассмотреть применение общего выражения приведенного вторичного импеданца (12) к еще одному частному случаю режима работы однофазных двигателей. В качестве последнего этот случай будет рассмотрен на схеме торможения Сименса, включение по которой изображено на рис. 4. Отсоединение фазы C от сети и замыкание ее коротко на фазу B влечет за собой образование сильного демпфера по поперечной оси магнитной системы. Величина z_q', следовательно, должна быть относительно весьма малой. А это согласно вышеизложенному заведомо предопределяет тенденцию к интерпретации режима работы в тормозных условиях двумя механически связанными трехфазными двигателями с параллельным присоединением к сети. Параметры эквивалентной схемы рис. 2 удобно в данном случае выразить в долях параметров машины рис. 4 при нормальном трехфазном режиме ее работы. Число витков в фазе фиктивной обмотки рис. 1 оказывается тогда равным $\frac{\sqrt{3}}{2} w_1$, а приведенные сопротивления вторичной цепи:

$$\vec{z} = \frac{3}{4}\frac{z_2}{s}\left(\frac{f_{w_1} w_1}{f_{w_2} w_2}\right)^2 = \frac{3}{4}\vec{z}_{2s} \quad \text{и} \quad \leftarrow z = \frac{3}{4}\frac{z_2}{2-s}\left(\frac{f_{w_1} w_1}{f_{w_2} w_2}\right)^2 = \frac{3}{4}\leftarrow z_{2s}. \qquad (1')$$

Импеданц холостого хода в тормозном режиме для данного случая:

$$z_{01} = \frac{3}{2} z_{03}, \qquad (13')$$

[1] Такого типа реле используются в электрооборудовании станков. Идея их заключается в применении небольших вспомогательных однофазных машин, механически сочленяемых с основным приводным двигателем станка. Эти вспомогательные моторчики имеют подвижную станину. Движение станины и производит отключение от сети главного двигателя при приближении его скорости вращения к нулю.

где z_{03} — импеданц холостого хода, отнесенный к одной фазе при нормальном трехфазном включении. Под z_1 в эквивалентной схеме рис. 2 теперь понимается величина, также в $\frac{3}{2}$ раза бо́льшая импеданца фазы обмотки статора рис. 4. Для оценки z_q' надлежит привести импеданц двух последовательно соединенных фаз обмотки статора к одной фазе фиктивной обмотки с числом витков $\frac{\sqrt{3}}{2} w_1$ согласно схеме рис. 5.

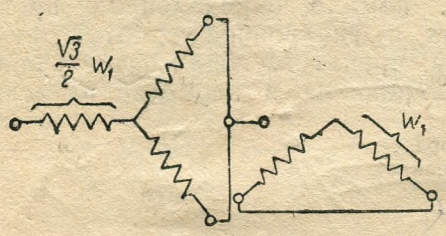

Рис. 5

Учет к тому же импеданца холостого хода, равного в силу изменения числа витков $\frac{3}{4} z_{03}$, дает:

$$z_q' = \frac{3}{4} \frac{1}{\frac{1}{z_{03}} + \frac{1}{z_1}}. \qquad (14)$$

Подстановка этих величин в соотношение (12) приводит к следующему:

$$z'_{2s} = \frac{3}{2} \cdot \frac{2\left(\frac{1}{z_{03}} + \frac{1}{z_1}\right) + \frac{1}{\vec{z}_{2s}} + \frac{1}{\overleftarrow{z}_{2s}}}{\left(\frac{1}{\vec{z}_{2s}} + \frac{1}{\overleftarrow{z}_{2s}}\right)\left(\frac{1}{z_{03}} + \frac{1}{z_1}\right) + \frac{2}{\vec{z}_{2s}\,\overleftarrow{z}_{2s}}}. \qquad (12')$$

Если же теперь пренебречь величиной намагничивающих токов и потерями в железе — положить в (12′) $z_{03} = \infty$, то эквивалентную схему можно получить, представив просто последовательно соединенным импеданц z'_{2s} с импеданцем обмотки статора, равным $\frac{3}{2} z_1$:

$$z = \frac{3}{2}\left[\frac{\frac{2}{z_1} + \frac{1}{\vec{z}_{2s}} + \frac{1}{\overleftarrow{z}_{2s}}}{\left(\frac{1}{\vec{z}_{2s}} + \frac{1}{\overleftarrow{z}_{2s}}\right)\frac{1}{z_1} + \frac{2}{\vec{z}_{2s}\,\overleftarrow{z}_{2s}}} + z_1\right] =$$

$$= 3 \frac{1}{\frac{1}{\vec{z}_1 + \vec{z}_{2s}} + \frac{1}{\overleftarrow{z}_1 + \overleftarrow{z}_{2s}}}. \qquad (15)$$

Тормозной режим оказывается, действительно, аналогичным рабочему процессу в спаренном агрегате из двух параллельно соединенных асинхронных двигателей. Любопытно отметить увеличение параметров в 3 раза, что эквивалентно работе от во столько же раз пониженного напряжения. Если величиной намагничивающих токов не пренебрегать, а полагать в схеме рис. 2 на участке BE включенным сопротивление (12′), то несколько более длительные алгебраические преобразования приводят к такому же по существу результату:

$$z = 3 \frac{1}{\frac{1}{\frac{1}{\frac{1}{z_{03}} + \frac{1}{\vec{z}_{2s}}} + z_1} + \frac{1}{\frac{1}{\frac{1}{z_{03}} + \frac{1}{\overleftarrow{z}_{2s}}} + z_1}}. \qquad (16)$$

Те же выводы были получены и при анализе рассмотренного тормозного процесса как режима самостоятельного, а не частного случая возможных условий работы однофазной асинхронной машины [5].

На основании приведенных соотношений без труда могут быть установлены выражения для всех остальных величин, характеризующих рабочий процесс машины, как, например, момента полезной мощности и т. п. Но этот вопрос по существу рассмотрен уже в ряде опубликованных статей и в задачу настоящей статьи не входил. Целью публикуемой работы была формулировка изложенного положения о влиянии величины поперечного импеданца на структуру схемы замещения однофазной асинхронной машины.

Литература

1 Fr. Eichberg, ETZ, 1900, S. 484; ETZ, 1903, S. 446. K. Thomälen, ETZ, 1905, S. 1111 и 1136. E. Arnold, Wechselstromtechnik, Bd. V, Teil 1. B. A. Behrend, The Induction Motor, 1921, S. 204. E. Punga. ETZ, 1928, S. 603.

2. G. Ferraiis, Mem. Real. Accad. della Science di Torino II. Bd. 44, 1893. G. Windred, World Power, Bd. 6, 1926, стр. 193. G. Benischke, Die asynchronen Wechselstrommotoren, 1929, S. 107.

3. J. Herschdörfer, A. f. E, XXVII, B. 1933, S. 462.

4. P. H. Trickey, El. Eng., 1936, Sept.

5. „Электричество" № 19, 1933; „Электричество" № 14, 1935.