УДК 681.518

Л.М. ЛЮБЧИК, М.Н. МАЛЬКО, *Харьков, Украина*

К ЗАДАЧЕ КОМПЕНСАЦИИ ВОЗМУЩЕНИЙ В СИСТЕМАХ С РАЗРЫВНЫМИ УПРАВЛЕНИЯМИ

Розглянуто задачу синтезу компенсатора збурень для системи з ковзними режимами. За допомогою метода еквівалентних ковзань отримані рівняння компенсатора та встановлені умови його стійкості.

Рассмотрим задачу управления выходом для линейного многомерного объекта

$$\dot{x} = A^0 x + B_1^0 u + B_2^0 w, \quad x(0) = x_0, \quad y_1 = C_1^0 x, \quad y_2 = C_2^0 x, \tag{1}$$

где $x \in \mathbf{R}^n$ – вектор состояния, x_0 – начальное состояние, $\|x_0\| < c_0$, $u \in \mathbf{R}^{m_1}$ – управляющее воздействие, $w \in \mathbf{R}^{m_2}$ – входное возмущение $\|w\| \le c_w$, $y_1 \in \mathbf{R}^{q_1}$, $y_2 \in \mathbf{R}^{q_2}$ – выходные регулируемые и измеряемые переменные.

Пусть $S_{ij} = C_i^0 B_j^0$, $i, j = 1,2$ – параметры Маркова системы (1) и выполнены условия $\operatorname{rank} B_1^0 = \operatorname{rank} S_{11} = m_1 = q_1$, $\operatorname{rank} B_2^0 = \operatorname{rank} S_{22} = m_2 \le q_2$.

Задача управления выходом состоит в формировании закона управления, обеспечивающего слежение регулируемой переменной y_1 за задающим воздействием y_1^*, $\|y_1^*\| \le c_0^*$, и компенсацию влияния возмущающего воздействия w на ошибку регулирования $e = y_1^* - y_1$. Решение задачи может быть получено в виде комбинированного управления $u = K_1 e + u^*$, где u^* – компенсирующее управление, синтезированное, например, на основе метода обратных динамических моделей [1].

При решении задачи управления выходом в условиях ограниченности управлений широко используются системы с переменной структурой. Соответствующий подход связан с реализацией разрывного управления

$$\begin{aligned} &u^\sigma = -U(x)\operatorname{sign}[\sigma(\mathrm{x})], \quad \sigma = (\sigma_1, \ldots, \sigma_n), \\ &\operatorname{sign}(\sigma) = [\operatorname{sign}(\sigma_1), \ldots, \operatorname{sign}(\sigma_\mathrm{n})], \end{aligned} \tag{2}$$

обеспечивающего скольжение вдоль поверхности разрыва $\sigma = 0$. Уравнение скольжения по многообразию $\sigma = 0$ может быть получено с помощью эквивалентного управления u^{eq}, найденного из условия $\sigma\left(u^{eq}\right) = 0$. Процедура синтеза состоит из выбора поверхности разрыва $\sigma(x)$ таким образом, чтобы движение объекта (1) с управлением $u = u^{eq}$ обладало желаемыми динамическими свойствами, и выбора управления $U(x)$ из условия реализуемости и устойчивости скользящего режима [2]:

$$\dot{\sigma}_i \sigma_i < 0, \quad \left|u_i^{eq}(t)\right| \le U^M, \quad i = \overline{1, m}. \tag{3}$$

Применение систем с переменной структурой в задаче управления выходом может основываться на предложенном в [3] принципе эквивалентности скользящих режимов. Согласно этому принципу поверхность разрыва $\sigma(x)$ выбирается таким образом, чтобы эквивалентное управление совпадало с идеальным управлением, полученным, например, на основе метода обратных динамических моделей [1]. Пусть выбираемая поверхность переключения имеет вид $\sigma = Gx - \sigma_0 = 0$, где G – произвольная матрица, такая, что матрица GB_1 имеет полный ранг.

Вспомогательная функция времени σ_0 выбирается таким образом, что $u^{eq} = K_1 e + u^*$. Примем $G = S_{11}^{-1} C_1^0$, в этом случае

$$\dot{\sigma}_0 = \left(S_{11}^{-1} C_1^0 A^0 - K_1 C_1^0\right) x + S_{11}^{-1} S_{12} w + u^* + K_1 y_1^* . \tag{4}$$

Выберем уравнение динамического компенсатора с переменной структурой [1] в виде:

$$\dot{x}_c = A x_c + L_1 r_1^* + B_1^0 u_1^\sigma + B_2^0 \hat{w}, \quad r_1^* = y_1^* - C x_c , \tag{5}$$

где ε_1, L_1 – произвольные настроенные параметры, $\hat{w}$ – оценка возмущения, полученная с помощью динамического наблюдателя, а разрывное управление $u_1^\sigma(t)$ определяется как

$$u_1^\sigma = U_1^M \operatorname{sign}[\sigma_1], \quad \sigma_1(t) = -S_{11}^{-1}\left[r_1^* + \sigma_1^0(t) - \varepsilon_1 y_1^*\right]. \tag{6}$$

В соответствии с принципом эквивалентности скользящих режимов поверхность переключения $\sigma_1(t)$ должна быть выбрана таким образом, чтобы уравнение системы (1) с управлением (6) совпадало с предложенным в [1] уравнением компенсатора на основе обратной модели. Пользуясь определением эквивалентного управления получим:

$$u_1^{eq} = S_{11}^{-1}\left[(1-\varepsilon_1)\dot{y}_1^* - C_1^0 A^0 x_c - C_1^0 L_1 r_1^* - C_1^0 B_2^0 \hat{w} + \dot{\sigma}_1^0\right], \tag{7}$$

откуда следует уравнение для вспомогательной функции σ_1^0:

$$\dot{\sigma}_1^0 = C_1^0 L_1 r_1^* + \varepsilon_1 C_1^0 \left(A^0 x_c + B_2^0 \hat{w}\right). \tag{8}$$

Из полученных соотношений следует окончательное выражение для эквивалентного управления:

$$u_1^{eq} = (1-\varepsilon_1) S_{11}^{-1}\left(\dot{y}_1^* - C_1^0 A^0 x_c - S_{22}\hat{w}\right). \tag{9}$$

В результате уравнение динамического компенсатора с переменной структурой в скользящем режиме

$$\begin{aligned} \dot{x}_c &= \Pi_1(\varepsilon_1) A^0 x_c + L_1 r_1^* + H_1(\varepsilon_1)\dot{y}_1^* + \Pi_1(\varepsilon_1) B_2^0 \hat{w}, \\ \Pi_1(\varepsilon_1) &= I_n - (1-\varepsilon_1) B_1^0 S_{11}^{-1} C_1^0, \end{aligned} \tag{10}$$

совпадает с уравнением компенсатора на основе обратной модели. При этом компенсирующая составляющая управления имеет вид:

$$u^* = u_1^\sigma + \left(B_1^0\right)^+ L_1 r_1^* . \tag{11}$$

Поскольку медленная составляющая $u_1^\sigma(t)$ совпадает с эквивалентным управление $u_1^{eq}(t)$, то в качестве компенсирующей составляющей может быть принято его усредненное значение $\hat{u}^*(t)$. В свою очередь оно может быть получено с помощью многомерного низкокачественного фильтра. Поскольку фактически управление в рамках рассматриваемого подхода формируется с помощью преобразователя с переменной структурой (4), указанный фильтр может быть исключен из схемы управления. Действительно, разрывная составляющая компенсирующего управления (11) преобразуется интегральной частью закона управления (2), (4), которое и реализует необходимое усреднение.

Получим условия устойчивости скользящих режимов в рассмотренной системе комбинированного управления. Рассмотрим два вида управляющих функций: (A) релейное управление, модулированное по амплитуде в функции состояния $U(e) = \alpha\|e\| + \beta$, $\alpha, \beta > 0$ и (B) идеальное релейное управление $U(e)=U^M>0$. Для получения условий устойчивости воспользуемся следующим вспомогательным утверждением [3]:

Пусть система $\dot{x}=Ax+Bu$, $y=c^T x+d^T u$, $y=\mathbf{R}^1$ устойчива, $x(0)=0$ и $\|u\|\le c_u$. Тогда $|y|\le|y(\infty)|\le\left[\delta\left(c^T V^{-1}c\right)^{1/2}\|B\|+\|d\|\right]c_u$, $\delta=2\lambda_m(W)[\mathrm{cond}(V)]^{1/2}$, где $\mathrm{cond}(V)=\lambda_m(V)/\lambda_M(V)$ – степень обусловленности положительно определенной матрицы V, являющейся решением уравнения Ляпунова $VA+A^T V=-W$, $W>0$, λ_m,λ_M – минимальное и максимальное собственные числа соответствующих матриц.

С использованием этого результата получим условия устойчивости системы (1) с управлением (2), (4). Поскольку $\dot{\sigma}=u^\sigma-u^*-K_1 e$, то для закона управления (A) условия устойчивости приобретают следующий вид:

$$\alpha>\max\left\{\left\|E_i^T K_1\right\|\right\},\quad i=\overline{1,m},\quad \beta>\max\left\{\delta_1\left(d_i^T V_1^{-1}d_i\right)^{1/2}\chi_0+\chi_i\right\},, \tag{12}$$

где E_i^T, означает i-ый единичный вектор,

$$\begin{aligned}
\chi_0&=\|L_1\|c_0^*+(1-\varepsilon_1)\left\|B_1^0 S_{11}^{-1}\right\|c_1^*+\left\|\Pi_1(\varepsilon)B_2^0\right\|c_w,\\
d_i^T&=E_i^T C_1(\varepsilon_1,L_1),\\
\chi_i&=\left\|E_i^T\left(B_1^0\right)^{-1}L_1\right\|c_0^*+(1-\varepsilon_1)\left\|E_i^T S_{11}^{-1}\right\|c_1^*+(1-\varepsilon_1)\left\|S_{11}^{-1}S_{11}\right\|c_w,\\
\delta_1&=\delta(F_1,V_1),\quad V_1F_1+F_1^T V_1=-W.
\end{aligned}, \tag{13}$$

Аналогично могут быть получены условия для закона управления (B). Получим условия устойчивости компенсатора с переменной структурой. Воспользуемся выражением для производной функции переключения:

$$\dot{\sigma}_1(t)=u_1^\sigma(t)+(1-\varepsilon_1)\left(C_1^0B_1^0\right)^{-1}\left[C_1^0A^0x_c(t)+C_1^0B_2^0\hat{w}(t)-\dot{y}_1^*(t)\right]. \tag{14}$$

Тогда условия устойчивости компенсатора приобретают вид:

- для закона управления (A) $U(x_c)=\alpha_1\|x_c\|+\beta_1$:

$$\alpha_1>(1-\varepsilon_1)\max_i\{\|d_i\|\},\quad \beta_1>\max_i\left\{\left\|E_i^T S_{12}\right\|\right\}c_w+c_1^*, \tag{15}$$

- для закона управления (B) $U(x_c)=U_1^M$:

$$U_1^M>\max\left\{\delta_1\left(d_i^T A^0V_1^{-1}\left(A^0\right)^T d_i\right)^{1/2}\chi_0+\psi_i^{(1)}c_w\right\}+c_1^*, \tag{16}$$

где $d_i^T=E_i^T S_{11}C_1^0$, $\psi_i^{(1)}=\left\|E_i^T S_{12}\right\|$.

Таким образом, при выполнение полученных выше условий устойчивости синтезированный компенсатор, эквивалентный в скользящем режиме компенсатору с обратной моделью, позволяет осуществить компенсацию возмущений в системах с разрывными управлениями.

Список литературы: 1. *Ю.Т. Костенко, Л.М. Любчик*. Системы управления с динамическими моделями. - Х., Основа.-212 с. 2. *В.И. Уткин*. Скользящие режимы в задачах идентификации и управления. М. - Наука, 1981.-368 с. 3. *L.M. Lyubchik*. Integral Variable Structure Robust Controller Design for Multivariable Plant Output Control. Proc. 5-th European Control Conf., Karlsruhe, 1999.

Поступила в редколлегию 10.05.99