

**О. І. ТОЛОЧКО**, докт. техн. наук, проф., Національний технічний університет України «КПІ», Київ;  
**В. П. СТЯЖКІН**, канд. техн. наук, ст. наук. співр., Інститут електродинаміки НАНУ, Київ;  
**О. М. РИЖКОВ**, аспірант, Інститут електродинаміки НАНУ, Київ.

**ДОСЛІДЖЕННЯ ПРОЦЕСІВ РУХУ МЕХАНІЗМІВ МОСТОВОГО КРАНУ ПРИ ЇХ ОДНОЧАСНІЙ РОБОТІ МЕТОДОМ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ З ВИКОРИСТАННЯМ ВІРТУАЛЬНОГО МЕХАНІЧНИХ БЛОКІВ БІБЛІОТЕКИ SIMMECHANICS ПАКЕТА МАТЛАВ**

**Введення.** Для переміщення вантажів в умовах виробничого процесу широкого розповсюдження набули кранові установки. Серед них значну кількість складають мостові крани, що здійснюють рухи вантажу у трьох взаємоперпендикулярних напрямках за допомогою трьох основних механізмів:

- моста, що пересувається по рейках, покладених на підкранові балки уздовж прольоту відкритої або закритої вантажної площадки;
- візка з підвішеним до неї вантажем, що переміщається уздовж моста, тобто поперек прольоту площадки;
- піднімального пристрою у вигляді лебідки для намотування каната, до якого прикріплений вантаж.

Схематичне зображення сукупності механізмів мостового крана наведено на рис. 1. Оскільки вантаж є підвішеним до візка на гнучкому канаті, то він може ще здійснювати коливання у вертикальній площині, просторова орієнтація якої залежить від співвідношення параметрів руху моста та візка. Отже, вантаж, що переміщується мостовим краном, має 5 ступенів свободи.

У багатьох джерелах [1-4] при аналізі коливань вантажу і при синтезі систем регулювання швидкості візка та моста з умов гасіння цих коливань окремо розглядають систему візок-вантаж при нерухомому мості та систему міст-візок-вантаж при нерухомому візку та вважають довжину канату при переміщенні моста і візка незмінною [2, 3].

Математичний опис мостового крана з 5 ступенями свободи, отриманий шляхом застосування рівнянь Лагранжа другого роду уперше наведено у [5] і у різних інтерпретаціях використано у подальших роботах, наприклад, [6-8]. Ця математична модель являє собою нелінійний багатозв'язний об'єкт керування 8-го порядку з перехресними зв'язками, чисельними тригонометричними функціями та блоками множення:

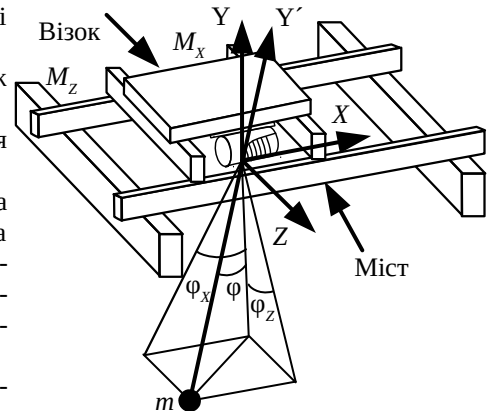


Рисунок 1 – Механічна система міст-візок-вантаж-підіймальний пристрій

$$\begin{aligned}
 F_z(t) &= (M_z + M_x + m) \frac{dv_z(t)}{dt} + mL(t) \frac{d\omega_z(t)}{dt} \cos \varphi_z(t) \cos \varphi_x(t) - mL(t) \frac{d\omega_x(t)}{dt} \sin \varphi_z(t) \sin \varphi_x(t) - \\
 &\quad - mL(t) v_z^2(t) \sin \varphi_z(t) \cos \varphi_x(t) - mlv_x^2 \sin \varphi_z(t) \cos \varphi_x(t) - 2mL(t) v_z(t) v_x(t) \cos \varphi_z(t) \sin \varphi_x(t), \\
 F_x(t) &= (M_x + m) \frac{dv_x(t)}{dt} + mL(t) \frac{d\omega_z(t)}{dt} \sin \varphi_z(t) \cos \varphi_x(t) - mL(t) \omega_z^2(t) \sin \varphi_x(t), \\
 L(t) \frac{d\omega_z(t)}{dt} \cos^2 \varphi_x(t) + \ddot{x} \cos \varphi_z(t) \cos \varphi_x(t) + g \sin \varphi_z(t) \cos \varphi_x(t) - 2L(t) \omega_z(t) \omega_x(t) \sin \varphi_z(t) \cos \varphi_x(t) &= 0, \\
 L(t) \frac{d\omega_x(t)}{dt} + \frac{dv_x(t)}{dt} \cos \varphi_z(t) + g \sin \varphi_x(t) \cos \varphi_z(t) - L(t) \frac{dv_z(t)}{dt} \sin \varphi_z(t) \sin \varphi_x(t) + \\
 &\quad + L(t) \omega_z^2(t) \omega_x(t) \cos \varphi_z(t) \sin \varphi_x(t) = 0, \\
 \frac{dx(t)}{dt} = v_x(t), \quad \frac{dz(t)}{dt} = v_z(t), \quad \frac{d\varphi_x(t)}{dt} = \omega_x(t), \quad \frac{d\varphi_z(t)}{dt} = \omega_z(t).
 \end{aligned}$$

Це ускладнює його використання для створення математичних моделей у популярних програмах структурного моделювання, наприклад, *Simulink*.

**Постановка задачі.** Наразі все більшу актуальність при дослідженні механічних об'єктів зі складною кінематикою та багатьма ступенями свободи набуває розробка віртуальних фізичних моделей, які не потребують від користувача знання математичного опису, потребують менше часу для налаштування, є більш наочними, мають розвинені засоби візуалізації та анімації результатів досліджень. Такі моделі можна створювати і в *Simulink* шляхом використання віртуальних механічних блоків бібліотеки *SimMechanics* [9-11]. Але розробці моделей мостових кранів при сумісній роботі усіх механізмів у літературних джерелах приділено не достатньо уваги. Наприклад, в [1] наведено *SimMechanics*-модель механічної системи візок-вантаж з постійною довжиною канату та нерухомим мостом з урахуванням тертя, у [4] – структурну та віртуальну механічну модель системи візок-підіймальний пристрій.

**Метою даної роботи** є розробка віртуальної механічної моделі для дослідження процесів переміщення вантажу при одночасній роботі моста, візка і лебідки у середовищі пакета *MATLAB* з використанням віртуальних механічних блоків бібліотеки *SimMechanics*.

**Матеріали досліджень.** При розробці моделі об'єкта, зображеного на рис. 1, знехтуємо пружністю та вагою каната і тертям. Віртуальна механічна модель сукупності механізмів мостового крана, створена за правилами та рекомендаціями, поданими у [9-11], показана на рис. 2.

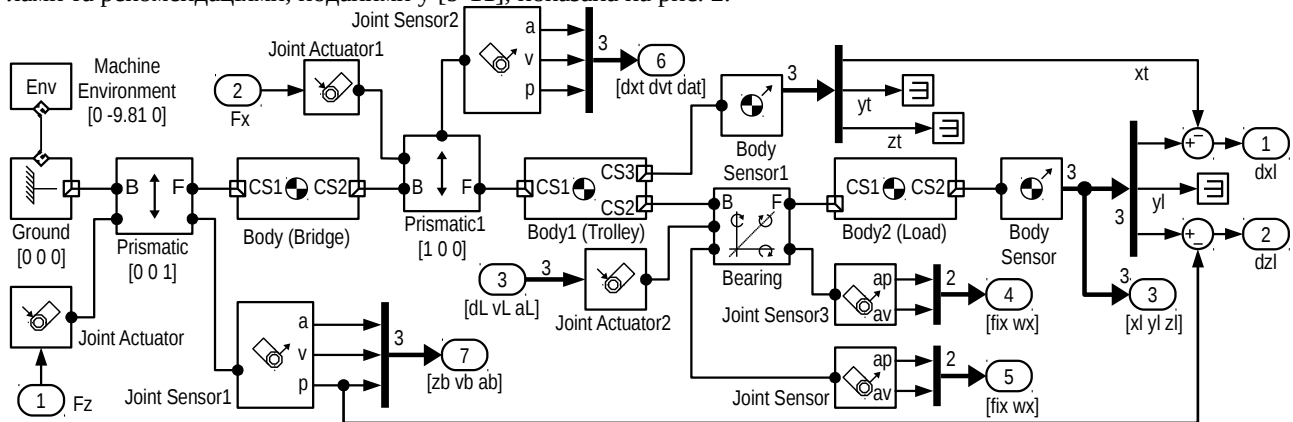


Рисунок 2 – Віртуальна фізична модель мостового крана

Комбінація блоків *Machine Environment* і *Ground* задає гравітаційні сили, прикладені до центру координат та їх орієнтацію в заданій системі відліку. Тіла *Body*, та відображують властивості моста (*Bridge*), візка (*Trolley*) та вантажу (*Load*) з зосередженими масами  $M_z$ ,  $M_x$  та  $m$  відповідно. Для правильного спраження тіл, що утворюють між собою кінематичні пари, треба, щоб точки тіл, що з'єднуються через суглоб, мали в однакових осях однакові координати.

Кінематичні зв'язки *Prismatic* із приєднаними до них тілами утворюють кінематичні пари із поступальним ступенем свободи, а зв'язок *Bearing* має 3 обертові та 1 поступальний ступені свободи, причому поступальний рух здійснюється після завершення поворотів уздовж тієї осі, навколо якої виконувався останній поворот [12].

Блоки *Joint Actuator* дозволяють задати у функції часу силову дію (*Generalized Force*) між елементами кінематичної пари або рух (*Motion*) наступного тіла (*Following*) відносно базового (*Base*), *Joint Sensor* та *Body Sensor* є датчиками для зняття сигналів. При виборі датчиків враховано, що блоки *Joint Sensor* вимірюють координати руху тіла *Following* ( $F$ ) відносно тіла *Base* ( $B$ ), а блоки *Body Sensor* – абсолютні координати відповідних тіл.

Як бачимо, завдання на рух візка і моста задається зусиллями  $F_x$  та  $F_z$  відповідно, а завдання на рух підйомного пристрою задається у режимі *Motion* сукупністю трьох сигналів: переміщення (зміна довжини канату  $dL$ ), лінійні швидкість  $v_L$  та прискорення  $a_L$  у напрямку осі  $\gamma'$  (див. рис.1). Це дуже зручно для механізму з активним навантаженням, у якого проекція сили тяжіння на рухому вісь  $\gamma'$  постійно змінюється із-за коливальності вантажу. У такий же спосіб можна закріпити будь який із механізмів, якщо ми не хочемо, щоб він не рухався. Наприклад, якщо треба закріпити позицію візка відносно мосту, то замість зусилля  $F_x$  на ланку *Joint Actuator* треба подати вектор із 3-х нульових сигналів  $[0 \ 0 \ 0]$ , попередньо змінивши у вікні параметрів блоку опцію *Actuate with*: зі значення *Generalized Force* на значення *Motion*. Завдяки цьому наведена модель стає універсальною у тому сенсі, що за її допомогою можна досліджувати рухи кожного механізму окремо і будь-які сполучення механізмів при їх сумісній роботі.

Вихідними сигналами наведеної моделі є  $[zb \ vb \ ab]$  (порт 7) – положення, швидкість та прискорення моста,  $[dxt \ dvt \ dat]$  (порт 6) – положення, швидкість та прискорення візка відносно моста,  $[xt \ yt \ zt]$  – абсолютні координати візка у 3-вимірному просторі,  $[xl \ yl \ zl]$  (порт 3) – абсолютні координати вантажу у 3-вимірному просторі,  $[dx1 \ dz1]$  (порти 1, 2) – лінійні відхилення вантажу від вертикалі,  $[fix \ wx]$  (порт 4) – кутове відхилення вантажу від вертикалі та кутова швидкість у площині  $xu$ ,  $[fiz \ wz]$  (порт 5) – кутове відхилення вантажу від вертикалі та кутова швидкість у площині  $zu$ , Вхідні сигнали можна формувати, а вихідні реєструвати будь-якими блоками бібліотек *Simulink*, що дозволяє доповнити механічну модель крана системами керування координатами його механізмів у структурному вигляді.

Апробацію запропонованої моделі виконано при таких вихідних даних: маса вантажу з гаком – 4000 кг, маса візка із закріпленням на ньому підйомним пристроєм і відповідними двигунами – 2000 кг, моста з приводними двигунами – 18000 кг, довжина каната – 12 м. Для перевірки її адекватності попередньо були розраховані основні характеристики коливальності, отримані з аналізу лінеаризованого математичного опису [ ]:

1) для вантажу, підвішеного до нерухомої опори при тестовому значенні початкового кута  $\varphi_0 = 30^\circ$

$T_0 = \sqrt{L/g} = 1.106 \text{ с}$ ,  $T_{k0} = 2\pi T_0 = 6.95 \text{ с}$  – стала часу та період коливальності вантажу, підвішеного до нерухомої опори;

$\omega_{m0} = \varphi_0 / T_0 = 27 \text{ град/с}$ ,  $x_m = x_0 = -L \sin \varphi_0 = 6 \text{ м}$ ,  $y_m = y_0 = -L \cos \varphi_0 = -10.4 \text{ м}$  – амплітуда кутової швидкості та максимальні лінійні відхилення вантажу від стану рівноваги;

2) для вантажу, підвішеного до візка, що пересувається по нерухомому мосту при ступінчатому прикладенні до візка постійного зусилля, розрахованого з умови забезпечення середнього прискорення візка  $a_{x0} = 0.5 \text{ м/с}^2$ :  $F_{x0} = (M_x + m) a_{x0} = 3000 \text{ Н}$

$T_{12} = \sqrt{\frac{L}{g} \cdot \frac{M_x}{M_x + m}} = 0.64 \text{ с}$ ,  $T_{k12} = 2\pi T_{12} = 4.01 \text{ с}$  – стала часу та період коливань системи візок–вантаж;

$\varphi_{x \min} = 0$ ,  $\varphi_{x \max} = -\frac{2F_{x0}}{(M_x + m)g} = 0.102 \text{ рад} = 5.84^\circ$  – максимальні

значення куту відхилення вантажу при прискореному русі візка;

$a_{\max} = \frac{x_0 F}{M_x} = 1.5 \text{ м/с}^2$ ,  $a_{x \min} = a_{x \max} \frac{M_x - m}{M_x + m} = -0.5 \text{ м/с}^2$  – макси-

мальне та мінімальне прискорення візка;

3) для вантажу, підвішеного до візка, закріпленого на мосту, який рухається під дією постійного зусилля, розрахованого з умови забезпечення середнього прискорення візка  $a_{z0} = 0.2 \text{ м/с}^2$ :  $F_{z0} = (M_x + M_z + m) a_{z0} = 4800 \text{ Н}$

$T_{13} = \sqrt{\frac{L}{g} \cdot \frac{M_z}{M_z + M_x + m}} = 1.01 \text{ с}$ ,  $T_{k13} = 2\pi T_{13} = 6.34 \text{ с}$  – стала часу та період коливань системи візок–міст–вантаж;

$\varphi_{z \min} = 0$ ,  $\varphi_{z \max} = -\frac{2F_{z0}}{(M_z + M_x + m)g} = 0.04 \text{ рад} = -2.34^\circ$  – максимальні

значення куту відхилення вантажу при прискореному русі моста;

$a_{z \max} = \frac{z_0 F}{M_z + M_x} = 0.24$ ,  $a_{z \min} = a_{z \max} \frac{M_z + M_x - m}{M_z + M_x + m} = 0.16 \text{ м/с}^2$

максимальне та мінімальне прискорення моста.

Графіки власних коливань вантажу, підвішеного до нерухо- мої опори, при початковому куті відхилення  $30^\circ$  представлені на рис. 3. Як бачимо, параметри перехідних процесів співпадають з розрахованими вище. Графіки коливань вантажу та траєкторія його руху при роботі лебідки, що підіймає вантаж з рівня – 12 м до рівня – 5 м відносно точки підвісу, фіксує його на цьому рівні, а потім опускає, подані на рис. 4. З графіків видно, що при зменшенні довжину канату за лінійним законом зростає не тільки частота, а й амплітуда куту відхилення вантажу від вертикалі. Усталена частота коливань збігається з частотою, визначеною аналітично, а аналітичний вираз для закону зміни амплітуди залишається невідомим, тому що досліджувана система стає суттєво нелінійною.

Розглянемо тепер перехідні процеси у механічній системі міст–візок–вантаж при діаграмах динамічних зусиль, розрахованих так, щоб при одночасному початку руху візка і моста візок пересунувся на 5 м, а міст – на 4 м, здійснюючи переміщення за трапецеїдальними тахограмами при усталеній швидкості  $v_{xu} = v_{zu} = 0.4 \text{ м/с}$ . Ча- си розгону та гальмування для моста і візка обрані рівними періодам коливань  $T_{k13}$  та  $T_{k12}$  відповідних автономних двомасових систем, визначених за умов лінеаризації їх математичного опису.

Такі графіки показані на рис. 5: перший графік – прискорення, швидкість та переміщення моста з візком та вантажем; другий – прискорення, швидкість і переміщення візка з вантажем відносно моста; третій і четвертий графіки – коливання вантажу у двох взаємо перпендикулярних напрямках. На рис. 5 показано траєкторію рухів вантажу відносно вертикалі, що проходить через точку підвісу, а на рис. 6 – для порівняння та ж сама трає- кторія при відсутності узгодження часів розгону та гальмування з періодами коливань вантажу на цих ділянках.

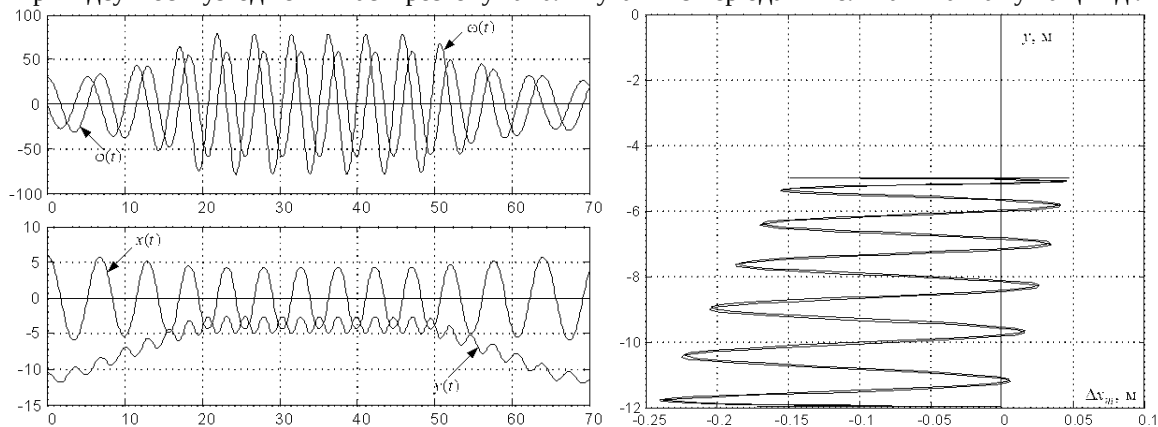


Рисунок 4 –Графіки коливань вантажу, підвішеного до нерухої опори при змінній довжині канату

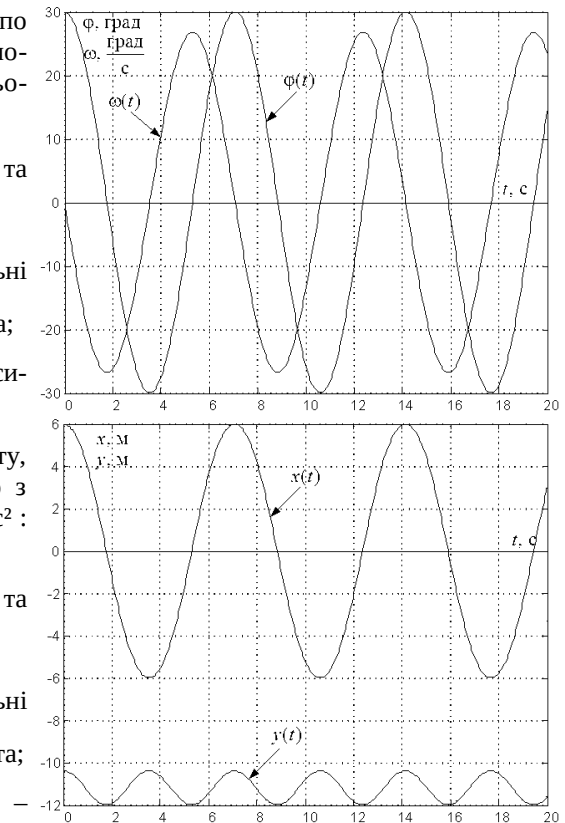


Рисунок 3 – Графіки власних рухів вантажу, підвішеного до нерухої опори.

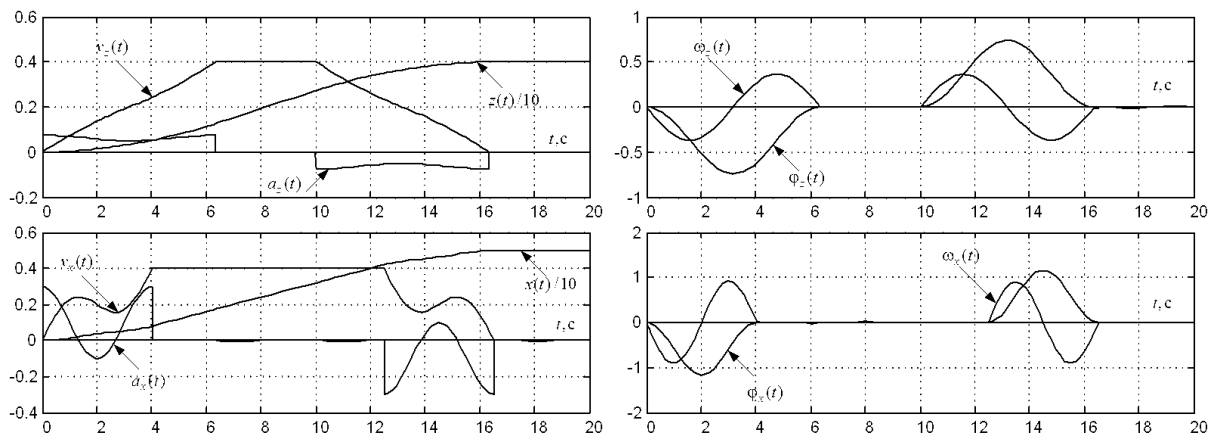


Рисунок 5 – Перехідні процеси при переміщенні моста і візка на задані відстані при скоригованих часах розгону та гальмування

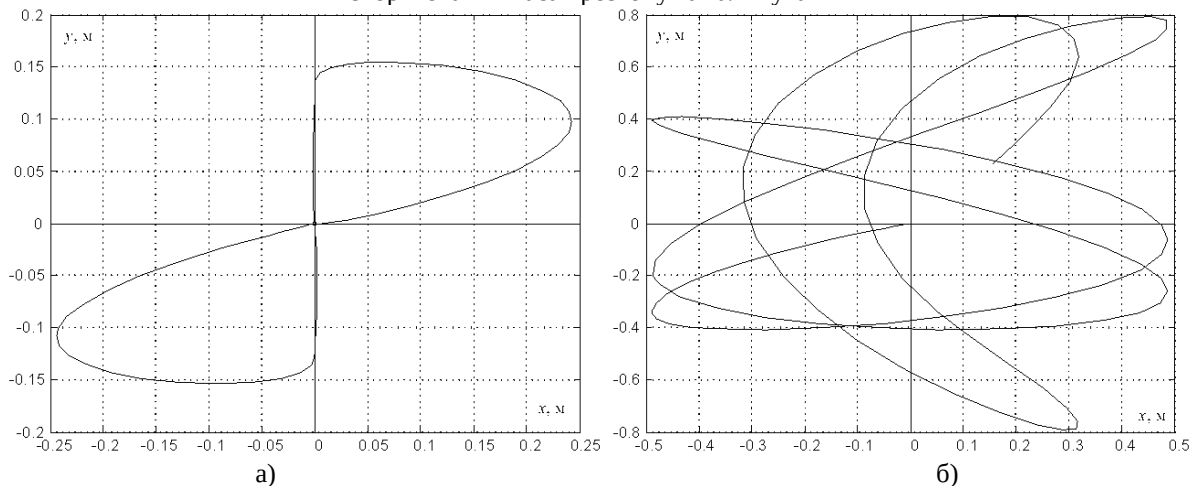


Рисунок 6 – Траєкторія рухів вантажу відносно вертикалі при скоригованих (а) та не скоригованих (б) часах розгону та гальмування візка і крана

Із аналізу перехідних процесів також видно, що при узгодженні рухів моста і візка з коливаннями вантажу у відповідних площинах при невеликих кутах відхилення вантажу та постійній довжині канату усі механізми системи здійснюватимуть лише по одному коливанню на цих ділянках, а на усталеній швидкості коливань не буде. При відсутності такого узгодження вантаж описує хаотичні траєкторії навколо вертикалі з підвищеною амплітудою. Із графіків також видно, що при однаковій кутовій амплітуді коливань вантажу, амплітуда коливань прискорення візка у 10 раз перевищує амплітуду коливань прискорення моста, що пояснюється таким же відношенням маси моста з візком до маси візка.

На закінчення розглянемо одночасну роботу усіх трьох механізмів: моста, візка і лебідки. Графіки перехідних процесів, отримані при переміщенні моста на 12 м, візка по мосту на 15 м при зміні довжини канату на 7 м, отримані за допомогою розробленої моделі, показані на рис. 7. На початку руху довжина каната зменшується, тобто вантаж підіймають на певну висоту, а потім довжина відновлюється, тобто вантаж опускають дотолу.

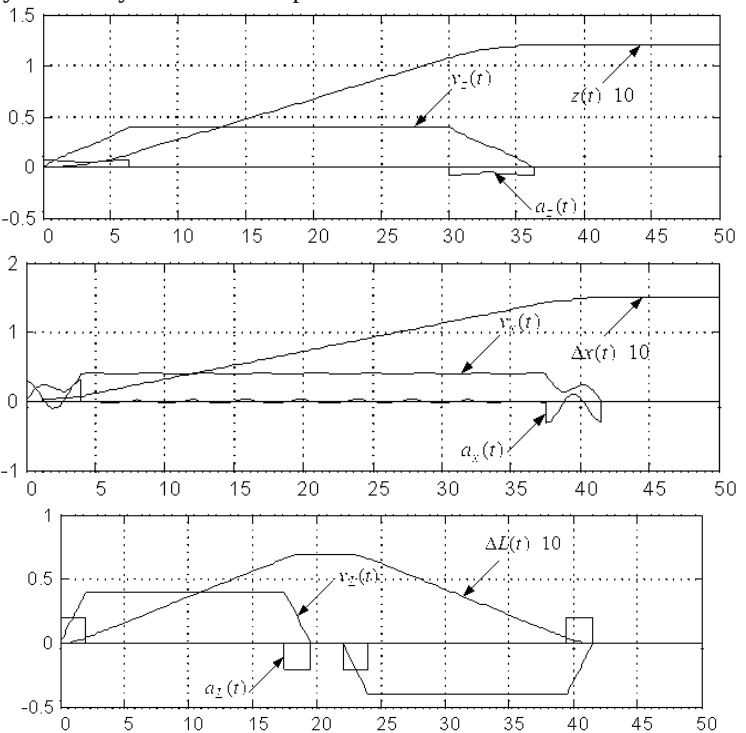


Рисунок 7 – Графіки прискорень, швидкостей переміщень моста, візка і зміни довжини каната

На рис. 8а подані траєкторії руху вантажу та переміщень моста, візка та зміни довжини каната, на рис. 8б – траєкторії відхилень вантажу від вертикалі, що проходить через точку підвісу каната, у тривимірному просторі.

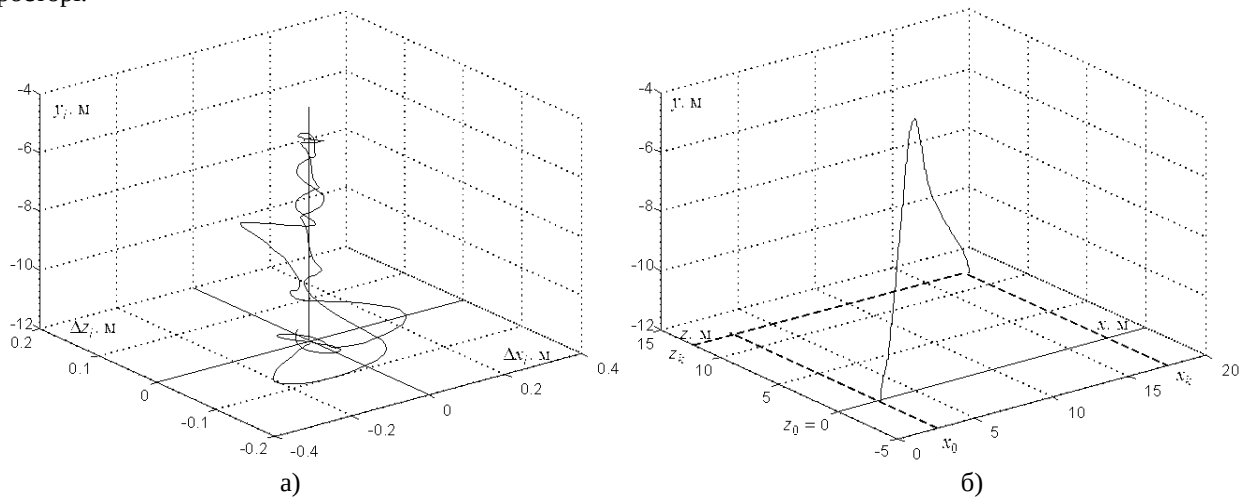


Рисунок 8 – Траєкторія руху вантажу при одночасних переміщеннях моста та візка при зміні довжини канату (а) і траєкторія руху вантажу (б) відносно вертикалі, що проходить через точку підвісу канату

**Висновок.** Розроблена модель адекватно відображує перехідні процеси пересування вантажу механізмами мостового крану і може бути використана при дослідженні різноманітних систем керування.

**Список літератури:** 1. Mohamed B. Trabia. Generalized Design of an Anti-swing Fuzzy Logic Controller for an Overhead Crane with Hoist / Mohamed B. Trabia, Jamil M. Renno, Kamal A. F. // Journal of Vibration and Control, No 14(3). – P.p. 319-346. 2. Герасим'як Р.П., Лещев В.А. Анализ и синтез крановых электромеханических систем. – Одесса: СМІЛ, 2008. – 191 с. 3. Thein Moe Win. Simmechanics visualization of experimental model overhead crane, its linearization and reference tracking-lqr control / Thein Moe Win, Tim Hesketh, Ray Eaton // International Journal of Chaos, Control, Modelling and Simulation (IJCCMS) Vol.2, No.3, September 2013. – 16 p. 4. Толочко О.І., Бажутін Д.В. Розробка моделей мостового крану із урахуванням зміни довжини канату // Наукові праці ДонНТУ. Серія: “Електротехніка і енергетика”. – Донецьк: ДВНЗ «ДонНТУ», 2011.- Вип. 11(186). – С. 388–391. 5. Lee H.H. Modeling and control of a three-dimensional overhead crane // ASME Journal of Dynamic Systems, Measurements, and Control, 120, 1998. – P. 471-476. 6. R.M.T. Raja Ismail. Nonlinear dynamic modelling and analysis of a 3-d overhead gantry crane system with system parameters variation / Raja Ismail, Ahmad, Ramli, Rashidi // IJSSST, Vol. 11, No. 2. – P.p. 9-16. 7. Diantong Liu. Adaptive sliding mode fuzzy control for a two-dimensional overhead crane / Diantong Liu, Jianqiang Yi, Dongbin Zhao, Wei Wang // Mechatronics, 15, 2005. – P.p. 505-522. 8. Xianqing Wu. Nonlinear Energy-Based Regulation Control of Three-Dimensional Overhead Cranes / Xianqing Wu, Xiongxiang He // IEEE transactions on automation science and engineering, 2016. – 12 p. 9. SimMechanics 2. User's Guide. Matlab & Simulink. COPYRIGHT 2001–2007 by The MathWorks, Inc. 10. Мусалимов В.М. Моделирование мехатронных систем в среде MATLAB (Simulink / SimMechanics): учебное пособие для высших учебных заведений / В.М. Мусалимов, Г.Б. Заморуев и др. – СПб: НИУ ИТМО, 2013. – 114 с. 11. Щербakov В.С. Моделирование и визуализация движений механических систем / В.С. Щербakov, М.С. Корытов и др. Омск, 2007. – 85 с.

**Bibliography (translated):** 1. Mohamed B. Trabia. Generalized Design of an Anti-swing Fuzzy Logic Controller for an Overhead Crane with Hoist / Mohamed B. Trabia, Jamil M. Renno, Kamal A. F. // Journal of Vibration and Control, No 14(3). – P.p. 319-346. 2. Gerasimjak R.P., Leshchov V.A. Analis s sintez kranovyh electromechanicheskikh system. – Odessa, 2008. – 191 s. 3. Thein Moe Win. Simmechanics visualization of experimental model overhead crane, its linearization and reference tracking-lqr control / Thein Moe Win, Tim Hesketh, Ray Eaton // International Journal of Chaos, Control, Modelling and Simulation (IJCCMS) Vol.2, No.3, September 2013. – 16 p. 4. Tolochko O.I., Bazhutin D.V. Rozrobka modelej mostovogo kranu iz urahuvannjam zminy dovzhyny kanatu // Naukovi praci DonNTU. Serija: “Elektrotehnika i energetyka”. – Donetsk: DonNTU, 2011. – No. 11(186). – S. 388–391. 5. Lee H.H. Modeling and control of a three-dimensional overhead crane // ASME Journal of Dynamic Systems, Measurements, and Control, 120, 1998. – P. 471-476. 6. R.M.T. Raja Ismail. Nonlinear dynamic modelling and analysis of a 3-d overhead gantry crane system with system parameters variation / Raja Ismail, Ahmad, Ramli, Rashidi // IJSSST, Vol. 11, No. 2. – P.p. 9-16. 7. Diantong Liu. Adaptive sliding mode fuzzy control for a two-dimensional overhead crane / Diantong Liu, Jianqiang Yi, Dongbin Zhao, Wei Wang // Mechatronics, 15, 2005. – P.p. 505-522. 8. Xianqing Wu. Nonlinear Energy-Based Regulation Control of Three-Dimensional Overhead Cranes / Xianqing Wu, Xiongxiang He // IEEE transactions on automation science and engineering, 2016. – 12 p. 9. SimMechanics 2. User's Guide. Matlab & Simulink. COPYRIGHT 2001–2007 by The MathWorks, Inc. 10. Musalimov V.M. Modelirovanie mehatronnyh sistem v srede MATLAB (Simulink / SimMechanics) / V.M. Musalimov, G.B. Zamoruev i dr. – SPb: NIU ITMO, 2013. – 114 s. 11. Shcherbakov V.S. Modelirovanie i vizualizacija dvizhenij mehanicheskikh sistem / V.S. Shcherbakov, M.S. Korytov i dr. Omsk, 2007. – 85 s.

Надійшла 26.06.2017