

УДК 62-23+519.863

Бондаренко О.В.

## **СУМЩЕННЯ МЕТОДІВ ЛПТ-ПОШУКУ ТА ЗВУЖЕННЯ ОКОЛІВ ПРИ ОПТИМІЗАЦІЇ ТРИВАЛЬНИХ КОРОБОК ПЕРЕДАЧ**

### **Актуальність задачі.**

При оптимізації будь-якого об'єкта проектувальник формулює критерії та обмеження на змінні проектування. Стосовно самого процесу оптимізації, то він може проходити по-різному, бо кожна оптимізаційна задача є винятковою, тому не кожен з існуючого різноманіття методів може бути використаний. В деяких випадках, при великій кількості параметрів проектування та обмежень, непередбачуваної поведінці цільової функції, необхідно використовувати комбінації методів, чи навіть розробляти власні методи та алгоритми.

Тому актуальною є задача розробки комбінованого алгоритму для рішення задачі оптимізації коробок передач у зв'язку з численними параметрами проектування та складними обмеженнями на них [1].

### **Постановка задачі.**

Найбільше розповсюдження у трансмісіях транспортних засобів (наприклад, автомобілів) отримали КП, виконані за тривальною схемою [2]. Оптимізація коробок передач [1, 3, 4], як і кожна оптимізаційна задача, по-перше, потребує виділити ряд **параметрів проектування**: модулі зубчастих коліс  $m_q$ , числа зубців коліс  $z_{q1}$  та  $z_{q2}$ , кути нахилу зубців  $\beta_q$ , коефіцієнт ширини вінця 1-го зубчастого зачеплення  $\psi_{bd1}$  (постійного), прийнято у якості базового, у відповідності з яким обчислюються коефіцієнти ширини вінців інших зубчастих зачеплень [5].

Наступним кроком необхідно сформулювати один або декілька критеріїв та записати **цільові функції**. Оптимізація коробок передач може проводитись за багатьма критеріями: маса коробки передач, габаритні розміри (довжина, ширина, висота, міжосьова відстань), вібрація, шум та інші. З усього різноманіття найбільш характеристичними критеріями є міжосьова відстань, довжина та маса коробки передач [5].

Останній етап – формулюємо **обмеження на змінні** проектування [6].

### **Шляхи рішення задачі.**

На сьогоднішній день існує велика кількість шляхів розв'язання оптимізаційних задач. З усього різноманіття було обрано методи зондування простору параметрів, де у якості пробних точок в одиничному багатомірному кубі використовуються точки ЛПТ-послідовності, та звуження околів, які обкреслюються обмеженнями на змінні проектування, для знаходження більш якісного рішення.

Нагадаємо основні розрахункові залежності [7], що стосуються рівномірно розподілених послідовностей.

Якщо точки  $Q_i$  з декартовими координатами  $(q_{i,1}, \dots, q_{i,n})$  є рівномірно розподіленою послідовністю в  $K^n$  (одиничний  $n$ -вимірний куб) то точки  $A_i$  з декартовими координатами  $(\alpha_{i,1}, \dots, \alpha_{i,n})$ , де при  $j = 1, 2, \dots, n$

$$\alpha_{i,j} = a_j + (b_j - a_j) \cdot q_{i,j}, \quad (1)$$

є рівномірно розподіленою послідовністю в паралелепіпеді  $\Pi$  ( $n$ -вимірний паралелепіпед), що складається з точок  $(\alpha_1, \dots, \alpha_n)$ , координати яких задовольняють нерівностям  $a_j \leq \alpha_j \leq b_j$ .

Декартові координати  $q_{i,j}$  для ЛПт-послідовності обчислюються за арифметичним алгоритмом. Цей алгоритм базується безпосередньо на розрахунках за таблицею чисельників  $r_j^{(l)}$ . За заданим номером точки  $i$  обчислюємо  $m_\tau = 1 + \lceil \ln i / \ln 2 \rceil$ , а потім для кожного параметру  $j$  ( $j=1, 2, \dots, n$ ) обчислюємо координату:

$$q_{i,j} = \sum_{k=1}^{m_\tau} 2^{-k+1} \left\{ \frac{1}{2} \sum_{l=k}^{m_\tau} [2\{i^{-l}\}] \cdot [2\{r_j^{(l)} 2^{k-1-l}\}] \right\}, \quad (2)$$

У останніх двох формулах  $[z]$  – ціла частина, а  $\{z\}$  – дробова частина числа  $z$ .

Використання методу звуження околів припускає поступове зменшення “радіусів куль” [8] у просторі параметрів. Існує декілька правил зменшення радіуса: а) радіус ( $v_i$ ) кулі зменшується шляхом віднімання числа ( $a$ ) –  $v_i = v_{i-1} - a$ ,  $i = 1, 2, \dots$ ; б) радіус кулі зменшується шляхом поділу на число –  $v_i = v_{i-1} / a$ ,  $i = 1, 2, \dots$ , найбільш розповсюдженим у математиці та техніці є випадок поділу пополам, так званий метод половинного поділу; в) для зменшення радіуса використовується набір чисел Фібоначчі та інші.

Для рішення даної задачі було обрано правило зменшення інтервалу поділом на число. Це дозволяє підібрати дільник окремо по кожному параметру та для кожного кроку звуження околів.

Суміщення методів ЛПт-пошуку та звуження околів було спричинено тим фактором, що метод ЛПт-пошуку дозволяє оперувати значною кількістю параметрів (до 51), але має обмеження на кількість рівномірно-розподілених пробних точок (до  $2^{20}$ ). Цієї кількості пробних точок недостатньо для дослідження представленої задачі, тому було запропоновано знаходити рішення шляхом послідовного звуження  $n$ -вимірного паралелепіпеду параметрів. Це дозволило знайти більш точне рішення:  $n$ -вимірний паралелепіпед зменшувався на кожному наступному кроці дослідження, а кількість пробних точок залишалася максимально можливою.

Слід зазначити, що на даному етапі розробки алгоритму оптимізації для рішення задачі дільник є константою для всієї задачі в цілому, тобто для всіх параметрів та кроків звуження околів. Дільник, що приводить до найкращого оптимально-раціонального рішення, обирається для кожної конкретної задачі методом прямого підбору з одночасним аналізом отриманих результатів. Недоліком такого підходу є збільшений час, що витрачається для вибору дільника, а також відхід від окремих дільників по кожному параметру. Але вкажемо, що на час написання статті розробляється алгоритм вибору дільників по кожному параметру окремо. Цей вибір буде здійснюватися за псевдовипадковим законом розподілення.

### **Алгоритм рішення задачі оптимізації.**

Рішення задачі проводиться шляхом зондування  $n$ -вимірного паралелепіпеду, об’єм котрого зменшується на кожному наступному кроці. Точки для зондування обираються за законом ЛПт рівномірно-розподіленої послідовності. Схема оптимізаційного алгоритму приведена на рисунку.



Рисунок – Схема алгоритму оптимізації

Першим етапом у внутрішньому циклі алгоритму є генерування ЛП-т послідовності, тобто пошук координат точок для зондування  $n$ -вимірного паралелепіеду.

Координати точок знаходяться за залежністю (1). Для п'ятиступеневої тривальної коробки передач (одна передача пряма) задача має 21 вимір ( $n=21$ ):

$$\begin{aligned}
 m_{1i,1} &= m_{1\min 1} + (m_{1\max 1} - m_{1\min 1}) \cdot q_{i,1}; \\
 &\dots \\
 m_{5i,5} &= m_{5\min 5} + (m_{5\max 5} - m_{5\min 5}) \cdot q_{i,5}; \\
 z_{1,1i,6} &= z_{1,1\min 6} + (z_{1,1\max 6} - z_{1,1\min 6}) \cdot q_{i,6}; \\
 &\dots \\
 z_{5,2i,15} &= z_{5,2\min 15} + (z_{5,2\max 15} - z_{5,2\min 15}) \cdot q_{i,15}; \\
 \beta_{1i,16} &= \beta_{1\min 16} + (\beta_{1\max 16} - \beta_{1\min 16}) \cdot q_{i,16}; \\
 &\dots \\
 \beta_{5i,20} &= \beta_{5\min 20} + (\beta_{5\max 20} - \beta_{5\min 20}) \cdot q_{i,20}; \\
 \psi_{bd1i,21} &= \psi_{bd1\min 21} + (\psi_{bd\max 21} - \psi_{bd\min 21}) \cdot q_{i,21}.
 \end{aligned} \tag{3}$$

Попередньо знаходимо для кожного номеру ( $i$ ) точки  $m_\tau$  та чисельники  $r_j^{(l)}$ .

Кількість пробних точок проектувальник задає самостійно, але зрозуміло, що вона має бути максимальною, зважаючи на потужності ЕОМ.

Другим етапом у алгоритмі є перевірка обмежень на отримані параметри. Вона

здійснюється у певній послідовності [5]. Як тільки пробна точка не задовольняє обмеженню, то вона негайно відсіюється від подальших розрахунків, і на перевірку береться наступна пробна точка. Таким чином проходять перебір усі пробні точки. Ця послідовність дозволяє вчасно відсіяти “непридатні” точки і тим самим скоротити час машинних розрахунків.

З точок, що пройшли перевірку, складається множина, що задовольняє умовам проектування – це наступний етап. На цьому етапі враховують для кожної точки значення цільової функції.

Пошук найкращого варіанту здійснюється методом сортування множини точок за значенням цільової функції, при мінімальному значенні цільової функції маємо найкращу комбінацію параметрів проектування (для даного кроку). Сортування здійснюється методом вставки [9], де на  $i$ -му етапі “вставляємо”  $i$ -й елемент  $A[i]$  у потрібну позицію серед елементів  $A[1], A[2], \dots, A[i-1]$ , які вже впорядковані. Після цієї вставки перші  $i$  елементів будуть впорядковані.

Етап змінення крайніх значень параметрів проводиться для зменшення об’єму  $n$ -вимірного паралелепіпеду. Максимальне та мінімальне значення параметрів проектування для наступного  $k$ -го кроку обчислювань знаходяться відносно оптимально-раціональних значень параметрів для даного  $k-1$  кроку:

$$\begin{aligned} z_{q,1\min_k} &= z_{q,1k-1} - \left( z_{q,1\max_{k-1}} - z_{q,1\min_{k-1}} \right) / \Omega; \\ z_{q,1\max_k} &= z_{q,1k-1} + \left( z_{q,1\max_{k-1}} - z_{q,1\min_{k-1}} \right) / \Omega; \\ z_{q,2\min_k} &= z_{q,2k-1} - \left( z_{q,2\max_{k-1}} - z_{q,2\min_{k-1}} \right) / \Omega; \\ z_{q,2\max_k} &= z_{q,2k-1} + \left( z_{q,2\max_{k-1}} - z_{q,2\min_{k-1}} \right) / \Omega; \\ \beta_{q\min_k} &= \beta_{qk-1} - \left( \beta_{q\max_{k-1}} - \beta_{q\min_{k-1}} \right) / \Omega; \\ \beta_{q\max_k} &= \beta_{qk-1} + \left( \beta_{q\max_{k-1}} - \beta_{q\min_{k-1}} \right) / \Omega, \end{aligned} \quad (4)$$

де  $q$  – номер зачеплення коробки передач,  $k$  – номер кроку зменшення об’єму  $n$ -вимірного паралелепіпеду,  $\Omega$  – дільник.

Початкові максимальні та мінімальні значення для кожного параметру беруться з вхідних даних. Якщо максимальні та мінімальні значення параметрів на наступних кроках виходять з початкового діапазону, то вони обмежуються цим діапазоном.

Також вкажемо, що на відміну від попередніх алгоритмів оптимізації тривальних коробок передач [10], реалізовано підбір модулів зі стандартного ряду.

### **Результати розрахунків.**

Для оцінки та порівняння результатів розрахунків з оптимізації міжосьової відстані  $a_w$  у якості базової було прийнято коробку передач автомобіля ЗИЛ-130, параметри якої приведено у таблиці 1.

Контактні та згинні напруження  $\sigma_H$  та  $\sigma_F$ , МПа у зачепленнях при вхідному крутному моменті  $T=200$  Н·м приведено у таблиці 2 (розрахунки напружень виконано за стандартною методикою ГОСТ 21354-87 [11]).

Таблиця 1

Геометричні параметри коробки передач автомобіля ЗИЛ-130;  $a_w=123,25\text{мм}$

№ зачеплення	$m$	$\beta$	$z_1$	$z_2$	$b_w$
1 (постійне)	3,5	24,666	20	43	25
2	4,25	0	13	45	30
3	3,5	24,666	22	42	29
4	3,5	24,666	31	33	28
5	3,5	24,666	38	26	26

Таблиця 2

Напруження у зачепленнях базової коробки передач

	$\sigma_H$	$\sigma_{HP}$	$\sigma_{F1}$	$\sigma_{FP1}$	$\sigma_{F2}$	$\sigma_{FP2}$
1	805,21	924,95	178,21	630,26	144,6	585,76
2	1287,38	1219,9	291,434	622,64	116,28	575,37
3	985,93	1086,27	220,61	591,5	208,5	586,03
4	807,01	926,26	159,31	589,05	158,5	588,5
5	770,59	913,94	160,33	587,13	162,94	590,42

Для цих вхідних даних було проведено розрахунки за представленим вище алгоритмом. Значення дільників та відповідних їм міжосьовим відстаням надано у таблиці 3.

Таблиця 3

Пробні значення дільників та отримані у результаті міжосьові відстані

	$\Omega$	$a_w$
1	2,4	137,52
2	2,2	113,065
3	2	118,9
4	1,8	133,89

Варіант 2 відповідає меншому значенню міжосьової відстані. Параметри коробки передач для цього варіанту приведено у таблиці 4.

Таблиця 4

Геометричні параметри коробки передач, отримані при рішенні оптимізаційної задачі;  
 $a_w=113,065\text{мм}$

№ зачеплення	$m$	$\beta$	$z_1$	$z_2$	$\psi_{bd}$
1 (постійне)	4,5	15,354	14,314	34,721	0,462
2	2,75	19,037	23,038	54,356	0,5
3	2,75	17,841	34,474	50,336	0,5
4	5	24,212	20,641	15,364	0,414
5	2,75	18,243	47,398	33,48	0,439

Для подальших розрахунків приймаємо відкориговані параметри, що наведені у таблиці 5.

Таблиця 5

Відкориговані геометричні параметри оптимізованої коробки передач;  
 $a_p=113\text{мм}$

№ зачеплення	$m$	$\beta$	$z_1$	$z_2$	$\psi_{bd}$	$i$
1 (постійне)	4,5	12,666	13	36	0,462	2,769
2	2,75	9,728	22	59	0,5	2,682
3	2,75	13,232	32	48	0,5	1,5
4	5	21,689	23	19	0,414	0,826
5	2,75	9,72	53	28	0,439	0,528

Після проведення перевірочних розрахунків маємо напруження, що надані у таблиці 6.

Таблиця 6

Напруження у зачепленнях оптимізованої коробки передач

№ зачеплення	$\sigma_H$	$\sigma_{HP}$	$\sigma_{F1}$	$\sigma_{FP1}$	$\sigma_{F2}$	$\sigma_{FP2}$
1 (постійне)	935,79	907,81	162,04	619,56	102,59	574,6
2	1372,28	1248,4	558,79	642,93	171,85	596,53
3	898,52	1101,88	187,17	601,84	180,89	598,65
4	774,73	952,9	96,4	572,8	98,785	574,36
5	736,1	939,2	137,3	597,7	137	602,7

### **Висновок.**

Запропонований алгоритм з оптимізації тривальних коробок передач сумісний методи ЛПт-пошуку та звуження околів. Його використання у чисельному експерименті дозволило зменшити міжосьову відстань коробки передач у порівнянні з базовою конструкцією з 123,25мм до  $\approx 113\text{мм}$ .

Література: 1. Бондаренко О.В. Критерії та шляхи оптимізації тривальних коробок передач / Олексій Бондаренко, Олександр Устиненко // Вісник Національного Політехнічного Університету "Харківський Політехнічний Інститут": Збірник наукових праць. Тематичний випуск "Машинознавство та САПР". – Харків: НТУ "ХП", 2009. – №19. – С.14–18. 2. Дымшиц И.И. Коробки передач. – М.: Машгиз, 1960. – 360с. 3. Расчет и проектирование зубчатых редукторов: Справочник / В.Н. Кудрявцев, И.С. Кузьмин, А.Л. Филипенков; Под общ. ред. В.Н. Кудрявцева. – СПб.: Политехника, 1993. – 448с. 4. Иосилевич Г.Б. Детали машин. – М.: Машиностроение, 1988. – 368с. 5. Бондаренко О.В. Оптимізація тривальних коробок передач за масогабаритними характеристиками: критерії та цільові функції / Олексій Бондаренко, Олександр Устиненко // Вісник Національного Політехнічного Університету "Харківський Політехнічний Інститут": Збірник наукових праць. Тематичний випуск "Машинознавство та САПР". – Харків : НТУ "ХП", 2010. – №19. – С.124–128. 6. Бондаренко А.В. Оптимизация трехвальных коробок передач по критерию минимального межосевого расстояния / Алексей Бондаренко, Александр Устиненко // Вісник Національного Політехнічного Університету "Харківський Політехнічний Інститут": Збірник наукових праць. Тематичний випуск "Проблеми механічного приводу". – Харків: НТУ "ХП", 2008. – №28. – С.110–115. 7. Соболев И.М., Статников Р.Б. Выбор оптимальных параметров в задачах со многими критериями. – М.: Наука, 1981. – 107с. 8. Стоян Ю.Г., Соколовский В.З. Решение

некоторых многоэкстремальных задач методом сужающихся окрестностей. – К.: Наукова Думка, 1980. – 208с. 9. Ахо, Альфред, В., Хопкрофт, Джон, Ульман, Джеффри, Д. Структуры данных и алгоритмы. Пер. с англ.: Уч. пос. – М.: Вильямс, 2000. – 384с. 10. Бондаренко О.В. Оптимізація тривальних коробок передач за критерієм мінімальної міжосьової відстані методом ЛП $\tau$ -пошуку / Олексій Бондаренко, Олександр Устиненко // Вісник Національного Політехнічного Університету "Харківський Політехнічний Інститут": Збірник наукових праць. Тематичний випуск "Проблеми механічного приводу". – Харків: НТУ "ХП", 2010. – №27. – С.31–37. 11. ГОСТ 21354-87. Передатки зубчатые цилиндрические эвольвентные внешнего зацепления. Расчет на прочность. – Введен 01.01.1989. – М.: Изд-во стандартов, 1989. – 76с.

Бондаренко А.В.

СОВМЕЩЕНИЕ МЕТОДОВ ЛП $\tau$ -ПОИСКА И СУЖЕНИЯ ОКРЕСТНОСТЕЙ  
ПРИ ОПТИМИЗАЦИИ ТРЕХВАЛЬНЫХ КОРОБОК ПЕРЕДАЧ

Рассмотрены причины совмещения методов ЛП $\tau$ -поиска и сужения окрестностей при оптимизации трехвальных коробок передач. Приведен алгоритм и зависимости для расчетов, а также результаты проведения численного эксперимента.

Bondarenko A.V.

COMBINATION OF METHODS OF LP $\tau$ -SEARCH AND NARROWING OF RANGES  
DURING OPTIMIZATION OF THREE-SHAFT GEAR-BOXES

Reasons of combination of methods of LP $\tau$ -search and narrowing of ranges during optimization of three-shaft gear-boxes are considered. An algorithm and equations for calculations and also results of execution of numerical experiment are presented.

---