

АНАЛИТИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ МАКСИМАЛЬНОЙ ТЕМПЕРАТУРЫ НАГРЕВА МАССИВНОГО ПРОВОДНИКА ИМПУЛЬСНЫМ ТОКОМ

Баранов М.М.

Ростовский государственный университет

Россия, 344090, Ростов-на-Дону, ул. Зорге, 5, РГУ, кафедра прикладной электродинамики и компьютерного моделирования

Баранов М.И., д.т.н., Носенко М.А.

НИПКИ "Молния" Национального технического университета

"Харьковский политехнический институт"

Украина, 61013, Харьков, ул. Шевченко, 47, НИПКИ "Молния" НТУ "ХПИ"

тел. (057) 707-68-41, E-mail: nipkimolniya@kpi.kharkov.ua

Отримані формули для наближеного аналітичного розрахунку у сталому режимі поверхню температури масивного немагнітного та однорідного провідника довільної конфігурації поперечного перерізу зі імпульсним струмом, якій змінюється стосовно різним та характерним у імпульсній техніці часовим залежностям. Ці формули можливо знайдуть практичне застосування при електротеплових розрахунках у задачах електрофізики, електротехніки, радіофізики та електроенергетиці.

Получены формулы для приближенного аналитического расчета в установившемся режиме поверхностной температуры массивного немагнитного и однородного проводника произвольной конфигурации поперечного сечения с импульсным током, изменяющимся по различным и характерным для импульсной техники временным зависимостям. Данные формулы могут найти практическое применение при электротепловых расчетах в задачах электрофизики, электротехники, радиофизики и электроэнергетики.

ВВЕДЕНИЕ

При проектировании, анализе и выборе режимов работы массивных не – и изолированных токопроводов различного поперечного профиля (например, круглого, прямоугольного и др.), широко применяемых в устройствах электротехники (электрических аппаратах и машинах высокого напряжения [19]) и электроэнергетики (экранированных генераторных выводах энергоблоков, воздушных и кабельных линиях электропередачи, высоковольтных выключателях, силовых трансформаторах и токоограничивающих реакторах [12]), а также в устройствах радиотехники (силовых фидерах электрооборудования и направляющих электромагнитных структурах теле – и радиопередающих и радиолокационных станций [14]) и сильноточных устройствах высоковольтной импульсной техники (мощных электрофизических установках технологического и научно-исследовательского назначения [11,20]), необходимо уметь рассчитывать тепловое состояние указанных токопроводов, испытывающих воздействие протекающих по ним переменных (импульсных) как установившихся, так и переходных токов. Углубленное исследование температурных полей в токоведущих частях с импульсным током указанной техники требует использования как численных, так и аналитических методов для их математического моделирования. В [3,7,8,16] приведены результаты численного решения с помощью конечно-разностного метода одномерных нестационарных нелинейных электротепловых задач для круглых и плоских немагнитных токопроводов электроустановок с импульсным током различных временных форм, учитывающие влияние нелинейной диффузии в них импульсных магнитных полей. Наряду с этим для прак-

тических расчетов температурных полей разнообразных массивных токопроводов специалистам целесообразно иметь аналитические соотношения для приближенной и экспертной оценки максимальной (как правило, поверхностной) температуры нагрева их материала на протяжении всего процесса протекания по токопроводам заданных импульсных токов $i(t)$, изменяющихся во времени t по произвольному закону. Несмотря на то, что такие соотношения по своей точности уступают уточненным с учетом влияния нелинейных режимов работы массивных неферромагнитных токопроводов численным расчетам на ПЭВМ в них не – и стационарных температурных полей, однако возникающие из-за их простоты (аналитичности) технические преимущества, удобства и требуемые малые затраты машинного времени для пользователя могут приобретать решающее значение при выборе последним методов их расчета. В настоящее время подобные аналитические соотношения для приближенного расчета максимальной температуры нагрева массивных немагнитных токопроводов импульсным током практически отсутствуют. Имеющиеся расчетные материалы касаются, в основном, нагрева проводников постоянным или гармоническим током и не учитывают влияния на динамику изменения их температуры как временной формы, так и длительности токового импульса, а также характера распределения по поперечному сечению проводников протекающего по ним переменного или импульсного тока [11,14,21]. В [12] расчет температуры токоведущих частей силового электрооборудования с переменным током производится графическим методом по кривым нагрева различных металлов, построенным для постоянной по

сечению проводника плотности тока. Известные подходы при аналитическом решении электротепловых задач для токопроводов силовых электроустановок, изложенные в [19,23], предполагают также равномерное распределение переменного тока по их поперечному сечению, которое на практике зачастую не выполняется и приводит к заниженным расчетным значениям температуры нагрева массивных проводников.

Целью данной статьи является получение простых аналитических соотношений для приближенного расчета в установившемся режиме максимальной поверхностной температуры нагрева массивного немагнитного проводника произвольного поперечного сечения импульсным током различных временных форм, наиболее часто использующихся на практике в устройствах электротехники, электроэнергетики, радиотехники и высоковольтной импульсной техники.

ПРИНЯТЫЕ ДОПУЩЕНИЯ, ОГРАНИЧЕНИЯ И ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Для общности рассмотрим в декартовой системе координат окруженный воздушной средой плоский массивный элемент прямоугольной формы (шириной a , длиной b и толщиной h) немагнитного изотропного проводника произвольной конфигурации поперечного сечения, по которому в направлении оси OY протекает импульсный ток $i(t)$ и для которого выполняются следующие соотношения: $a, b \gg h$ и $h \gg \Delta_{\sigma}$, где Δ_{σ} - толщина электрического (токового) скин-слоя в массивном элементе проводника [11,17] (Рис.1). Пусть атмосферные условия в окружающей среде таковы, что давление воздуха составляет 101,3кПа, а его температура равна $\theta_0=20$ °С. Примем, что для рассматриваемого элемента проводника с импульсным током $i(t)$ токи смещения пренебрежимо малы по сравнению с токами проводимости, то есть электромагнитные процессы в проводнике квазистационарны [11,16].

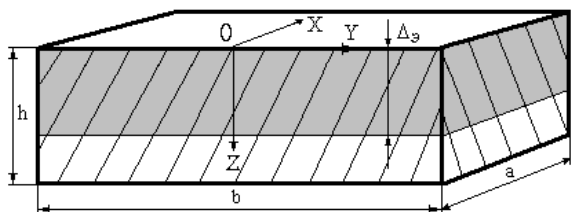


Рис. 1. Расчетная модель плоского массивного элемента немагнитного и однородного проводника с импульсным током

Считаем, что достигаемая в рассматриваемом элементе проводника за счет джоулева нагрева температура такова, что ее влиянием на электро- и теплофизические характеристики его материала и пространственно-временное распределение в последнем напряженности установившегося переменного магнитного поля $H(z,t)$, вызванной протекающим по проводнику током $i(t)$ и удовлетворяющей условиям

Дирихле [1], можно пренебречь [2,11]. Кроме того, кратковременный нагрев материала исследуемого элемента и проводника в целом происходит в адиабатическом режиме, при котором теплоотдачу в окружающую воздушную среду и влияние теплопроводности материала можно не учитывать. Исследование стационарного температурного поля массивного элемента проводника выполним применительно к заданной на его плоской наружной поверхности ($z=0$) напряженности внешнего импульсного магнитного поля (ИМП) $H_s(0,t)$ и в случае отсутствия напряженности ИМП на его плоской внутренней поверхности ($z=h$), то есть для случая полного затухания электромагнитного поля в проводнике. Важно отметить, что для большинства применяемых на практике геометрических форм поперечных сечений массивного проводника аналитические соотношения между значениями тока $i(t)$ в проводнике и напряженности магнитного поля $H_s(0,t)$ на его поверхности хорошо известны [11,17,20]. При отсутствии известных подобных соотношений последние приближенно могут быть получены на основании закона полного тока [17]. Поэтому для специалистов переход от заданных (известных) значений $i(t)$ к $H_s(0,t)$ в проводнике и наоборот никаких трудностей не вызывает.

Требуется с учетом принятых допущений и ограничений получить аналитические решения линейной задачи о стационарном температурном поле на наружной поверхности плоского массивного элемента немагнитного проводника произвольной формы поперечного сечения, нагреваемого протекающим по нему в условиях проявления поверхностного эффекта импульсным током $i(t)$, изменяющимся во времени t по характерным для указанных выше областей техники зависимостям.

ОСНОВНЫЕ РАСЧЕТНЫЕ СООТНОШЕНИЯ

Известно, что при постоянном удельном электропроводности материала рассматриваемого массивного элемента немагнитного проводника с импульсным током $i(t)$ для его поверхностной температуры $\theta_{st}(0,t)$ можно записать [9]:

$$\theta_{st}(0,t) = \frac{J_{cs}}{c_0 \gamma_0} + \theta_0, \quad (1)$$

где $J_{cs} = \int_0^t \delta_s^2(0,t) dt$ - интеграл тока [9,11];

$\delta_s(0,t)$ - плотность импульсного тока на наружной поверхности ($z=0$) рассматриваемого массивного элемента проводника; c_0 - удельная теплоемкость, отнесенная к единице объема материала массивного элемента проводника (при $\theta_0=20$ °С для алюминия - $c_0=2,7 \cdot 10^6$ Дж/м³·°С; для меди - $c_0=3,92 \cdot 10^6$ Дж/м³·°С [11]); γ_0 - удельная электропроводимость

материала массивного элемента проводника (при $\theta_0 = 20^\circ\text{C}$ для алюминия – $\gamma_0 = 3,61 \cdot 10^7 \text{Cm/m}$; для меди – $\gamma_0 = 5,81 \cdot 10^7 \text{Cm/m}$ [11]).

Из (1) видно, что расчет температуры $\theta_{st}(0, t)$ при заданных значениях c_0 и γ_0 для материала проводника в нашем случае сводится к нахождению интеграла тока J_{cs} , определяемого плотностью тока $\delta_s(0, t)$ в проводнике. Поверхностная плотность тока $\delta_s(0, t)$, в свою очередь, для плоского массивного элемента проводника может быть найдена из первого уравнения Максвелла [17]:

$$\delta_s(0, t) = - \left. \frac{\partial H}{\partial z} \right|_{z=0}. \quad (2)$$

Для определения напряженности магнитного поля $H(z, t)$ в проводнике и ее дальнейшего использования в (2) при нахождении поверхностной плотности тока $\delta_s(0, t)$ требуется при заданных краевых условиях для стационарной электротепловой задачи найти решение уравнения одномерной линейной магнитной диффузии в рассматриваемый массивный плоский проводник, имеющего следующий известный вид [11,16]:

$$\frac{\partial^2 H}{\partial z^2} - \mu_0 \gamma_0 \frac{\partial H}{\partial t} = 0, \quad (3)$$

где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{Гн/м}$ – магнитная постоянная.

Из широкого многообразия временных зависимостей для импульсного тока $i(t)$ и соответственно плотности тока $\delta_s(0, t)$ в массивном проводнике, а также воздействующей на него напряженности внешнего магнитного поля $H_s(0, t)$ ограничимся рассмотрением нижеследующих случаев, характерных для вышеуказанных технических областей и приложений.

СЛУЧАЙ 1. Пусть для напряженности внешнего ИМП $H_s(0, t)$ справедливо выражение [11,12]:

$$H_s(0, t) = H_{ms} \sin \omega t, \quad (4)$$

где H_{ms} , ω – соответственно амплитуда и круговая частота напряженности магнитного поля на наружной поверхности ($z=0$) массивного элемента проводника.

Как известно, в этом случае плотность импульсного тока $\delta_s(0, t)$ на наружной поверхности плоского массивного элемента проводника для стационарного режима будет равна [11]:

$$\delta_s(0, t) = \sqrt{2} H_{ms} (\Delta \dot{\gamma})^{-1} \sin(\omega t + \pi/4), \quad (5)$$

где $\Delta \dot{\gamma} = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu_0 \gamma_0}}$ [11, 17].

Воспользовавшись выражениями (1) и (5), после интегрирования в J_{cs} по t для превышения поверхно-

стной температуры массивного проводника $\theta_{sn}(0, t)$, вызванного протекающим по нему синусоидальным током $i(t)$ и соответственно воздействующей на него напряженности ИМП вида (4), в безразмерном виде получаем:

$$\theta_{sn}^*(0, \varphi) = \varphi + \sin^2 \varphi, \quad (6)$$

где $\theta_{sn}^*(0, \varphi) = \theta_{sn}(0, \varphi) / \theta_{ms}$; $\theta_{sn}(0, \varphi) = \theta_{sn}(0, t) = (\theta_{st} - \theta_0)$; θ_{st} – температура на наружной поверхности проводника в процессе воздействия на него импульсного тока; $\theta_{ms} = \mu_0 H_{ms}^2 / 2c_0$ – базисное значение температуры; $\varphi = \omega t$.

Из выражения (6) в частном случае при $\varphi = \pi$ можно получить известную в технике сильных электрических и магнитных полей приближенную формулу (10.85) из [20] для превышения температуры нагрева рабочей поверхности массивного тела одновиткового соленоида (концентратора ИМП) за первую полуволну синусоидального разрядного тока емкостного накопителя энергии (ЕНЭ) высоковольтной электрофизической установки (ВЭФУ) и соответственно за первый полупериод генерируемого им в воздушном рабочем объеме соленоида ИМП, имеющую в принятых нами обозначениях такой вид:

$$\theta_{sn}(0, \pi / \omega) = \pi \mu_0 H_{ms}^2 / 2c_0. \quad (7)$$

На рис.2 приведены построенные по формулам (4) и (6) безразмерные зависимости для напряженности внешнего магнитного поля $H_s^*(0, \varphi) = H_s(0, \varphi) / H_{ms}$ и превышения поверхностной температуры $\theta_{sn}^*(0, \varphi)$ в функции от φ , носящие обобщенный характер. Из временной зависимости для $\theta_{sn}^*(0, \varphi)$ в установившемся режиме (кривая 2 на рис.2) видно, что температура на поверхности исследуемого проводника с гармоническим током нарастает на участке каждой полуволны тока практически идентичным ступенчатым образом и изменяется прямо пропорционально квадрату амплитуды напряженности воздействующего магнитного поля H_{ms} и величине его фазы φ . При этом условно можно считать, что кривая для $\theta_{sn}^*(0, \varphi)$ при $t > \pi / \omega$ носит приближающийся к колебательному процессу характер, определяемый вторым слагаемым в правой части выражения (6), то есть членом $\sin^2 \varphi$. Из кривой 2 на рис.2 следует, что в стационарном режиме на поверхности массивного токопровода с синусоидальным током при $\varphi = 4\pi$ отношение плотности тепловой энергии $w_T = c_0 \theta_{sn}(0, t)$ к максимальной плотности магнитной энергии $w_M = \mu_0 H_{ms}^2 / 2$ численно составляет значение, примерно равное $w_T / w_M = \theta_{sn}^* = 12,7$.

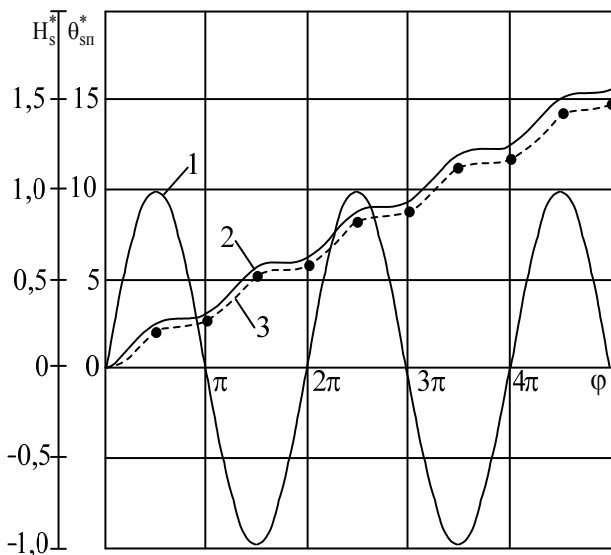


Рис.2. Зависимости $H_s^*(0, t)$ и $\theta_{sn}^*(0, t)$ от φ для напряженности внешнего ИМП вида (4)

Жирными точками и соответственно штриховой кривой 3 на рис.2 показаны результаты численного расчета нестационарной нелинейной электротепловой задачи для $\theta_{sn}^*(0, \varphi)$, выполненного применительно к рассматриваемому случаю для массивного круглого медного токопровода диаметром $d=1,13\text{мм}$ ($d/\Delta_3=4,1$) с переменной удельной электропроводимостью γ_0 его материала по методике, приведенной в [7]. Из указанных графических зависимостей на рис.2 следует, что превышение поверхностной температуры $\theta_{sn}(0, \varphi)$ массивного немагнитного проводника для первой четверти волны синусоидального тока в установившемся режиме (кривая 2) при $\varphi=1,27$ примерно в 1,35 раза больше, чем в переходном режиме (кривая 3). К концу первого периода колебаний тока ($\varphi=2\pi$) это отношение превышений поверхностных температур уменьшается и составляет около 1,15, а к окончанию второго периода ($\varphi=4\pi$) – лишь 1,08. Такое изменение для превышения поверхностной температуры $\theta_{sn}(0, \varphi)$ массивного немагнитного проводника с синусоидальным током в зависимости от режима возбуждения в нем электромагнитного и соответственно теплового полей находится в полном согласии с результатами работ [2,5,16] по установлению длительности протекания переходного электромагнитного процесса в массивном проводнике с импульсным током синусоидальной формы. В этой связи расчеты превышения температуры $\theta_{sn}(0, \varphi)$ на поверхности массивного немагнитного проводника по формуле (6) могут рассматриваться как оценочные, дающие в адиабатическом режиме завышенные результаты и определяющие максимально возможные значения его температуры $\theta_{st}(0, t)$.

Отметим, что полученная формула (6) может быть использована при приближенном расчете и анализе квазистационарного нагрева массивных токопроводов, используемых в цепях силовых электроустановок промышленной частоты 50Гц, работающих в нормальных режимах [12], а также кратковременного процесса индукционного нагрева немагнитных толстостенных металлических заготовок гармоническим током [18] и, кроме того, в оценочных расчетах температуры массивной ошиновки разрядных цепей ВЭФУ с ЕНЭ на участке первой полуволны их тока $i(t)$, определяющей наибольшую амплитуду напряженности рабочего магнитного поля в полеобразующих устройствах (например, в соленоидах и концентраторах ИМП) и приближающейся к синусоидальной форме [20].

СЛУЧАЙ 2. Примем, что для напряженности внешнего ИМП $H_s(0, t)$ выполняется широко распространенное на практике соотношение вида [6,16]:

$$H_s(0, t) = k_H H_{ms} \exp(-\delta t) \sin \omega t, \quad (8)$$

где δ - коэффициент затухания напряженности магнитного поля на наружной поверхности массивного элемента проводника; $k_H = [\exp(-\delta/\omega) \operatorname{arctg} \delta/\omega \sin(\operatorname{arctg} \delta/\omega)]^{-1}$ — нормирующий коэффициент [5,7].

Для такой временной формы внешнего ИМП классическое выражение, описывающее в установившемся режиме изменение плотности $\delta_s(0, t)$ импульсного тока на поверхности плоского массивного немагнитного элемента проводника, имеет следующий вид [5,10]:

$$\delta_s(0, t) = \sqrt{2} k_H H_{ms} (\Delta_3)^{-1} \sqrt{(\delta/\omega)^2 + 1} \times \exp(-\delta t) \cdot \sin(\omega t + \pi/4 + 0,5 \operatorname{arctg} \delta/\omega). \quad (9)$$

Тогда с учетом (1) и (9) в безразмерной форме аналитическое выражение для превышения поверхностной температуры $\theta_{sn}(0, \varphi)$ массивного проводника с затухающим синусоидальным током $i(t)$ в установившемся режиме принимает ниже-следующий вид:

$$\begin{aligned} \theta_{sn}^*(0, \varphi) = & k_H^2 \sqrt{(\delta/\omega)^2 + 1} \times \\ & \times \{ 0,5(\delta/\omega)^{-1} + [1 + (\delta/\omega)^2]^{-1} \times \\ & \times [(\delta/\omega) \sin^2(\pi/4 + 0,5 \operatorname{arctg} \delta/\omega) + \sin(\pi/4 + \\ & + 0,5 \operatorname{arctg} \delta/\omega) \cos(\pi/4 + 0,5 \operatorname{arctg} \delta/\omega) - 0,5 \times \\ & \times (\delta/\omega)] - 0,5(\delta/\omega)^{-1} \exp(-2\varphi\delta/\omega) - \\ & - [1 + (\delta/\omega)^2]^{-1} \exp(-2\varphi\delta/\omega) \times \\ & \times [(\delta/\omega) \sin^2(\varphi + \pi/4 + 0,5 \operatorname{arctg} \delta/\omega) + \\ & + \sin(\varphi + \pi/4 + 0,5 \operatorname{arctg} \delta/\omega) \cdot \cos(\varphi + \pi/4 + \\ & + 0,5 \operatorname{arctg} \delta/\omega) - 0,5(\delta/\omega)] \}. \quad (10) \end{aligned}$$

Из (10) явствует, что искомое превышение поверхностной температуры $\theta_{sn}^*(0, \varphi)$ зависит практически от двух безразмерных величин – значений фазы φ и отношения δ/ω , характеризующего степень затухания тока $i(t)$ в проводнике.

На рис.3 в обобщенном виде изображены временные изменения напряженности внешнего ИМП $H_s^*(0, \varphi)$ (кривая 1) и превышения поверхностной температуры $\theta_{sn}^*(0, \varphi)$ (кривая 2), построенные соответственно по (8) и расчетной формуле (10) при $\delta/\omega=0,185$.

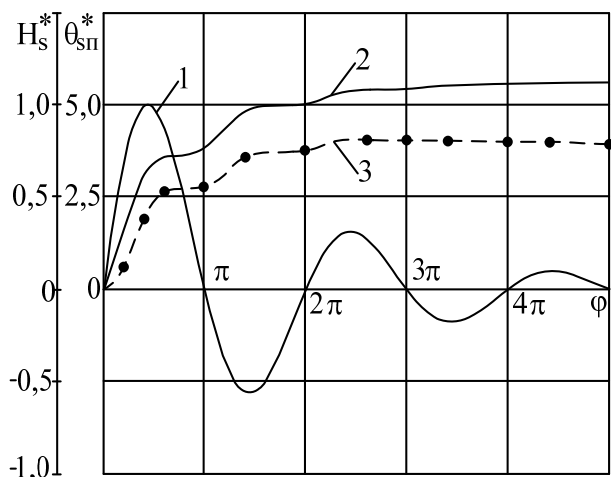


Рис.3. Зависимости $H_s^*(0, t)$ и $\theta_{sn}^*(0, t)$ от φ для напряженности внешнего ИМП вида (8)

Для проверки достоверности результатов аналитического расчета $\theta_{sn}^*(0, \varphi)$ по (10) жирными точками и штриховой кривой 3 на рис.3 аналогично данным рис.2 показаны результаты численного расчета соответствующей нестационарной нелинейной электротепловой задачи для массивного круглого медного проводника ($d/\Delta_{\varnothing}=4,1$) [7]. Из кривых 2 и 3 на рис.3 следует, что в нестационарном режиме протекания затухающего синусоидального тока ($\delta/\omega=0,185$) по массивному ферромагнитному проводнику превышение его поверхностной температуры $\theta_{sn}(0, \varphi)$ на участке первой четверти периода тока для $\varphi=1,27$ примерно в 1,62 раза меньше, чем в установившемся режиме. Для $\varphi=\pi$ это отношение превышений температур $\theta_{sn}(0, \varphi)$ составляет около 1,4, а для $\varphi=2\pi$ – примерно 1,33. При $\varphi \geq 3\pi$ за счет влияния теплопроводности материала массивного проводника и проявления в нем «обратного» скин-эффекта (перехода части тока с приповерхностных более нагретых слоев материала во внутренние менее нагретые области проводника) [3] температура на его наружной поверхности ($z=0$) начинает постепенно уменьшаться (см. кривую 3 на рис.3). Кроме того, из кривой 2 на рис.3 вытекает, что, например, для сплошной медной

жилы диаметром $d=1,13$ мм радиочастотного кабеля типа РК 75-7-15 со сплошной полиэтиленовой изоляцией [22], используемого в силовых разрядных цепях ВЭФУ с ЕНЭ, в случае, когда по последнему протекает затухающий синусоидальный ток с амплитудой первой полуволны, равной, например, $I_m=50$ кА ($\omega=359 \cdot 10^3$ рад/с, $\delta/\omega=0,185$, $d/\Delta_{\varnothing}=4,1$), поверхностная температура $\theta_{st}(0, t)$ его жилы ($\theta_0=20$ °С) к концу пятого полу периода тока ($\varphi=5\pi$) возрастает до величины, примерно составляющей $\theta_{st}(0, 5\pi/\omega)=200$ °С и превышающей предельно допустимую кратковременную температуру θ_d для полиэтиленовой изоляции, численно равную $\theta_d=120$ °С [9,23].

Представленные на рис.3 результаты расчета $\theta_{sn}^*(0, \varphi)$ в стационарном (кривая 2) и нестационарном (кривая 3) режимах качественно хорошо согласуются с расчетными данными работ [2,4] по определению в указанных режимах поверхностных плотностей тока $\delta_s(0, t)$ в массивной круглой сплошной медной жиле ($d/\Delta_{\varnothing}=24,6$) радиочастотного кабеля типа РК 75-33-17 [22] и толстостенном внутреннем цилиндрическом токопроводе коаксиальной системы, азимутальная напряженность внешнего ИМП которых изменяется во времени t по закону (8). Поэтому можно заключить, что выполненный аналитический расчет $\theta_{sn}^*(0, \varphi)$ по формуле (10), несмотря на принятые допущения и ограничения, представляется реалистичным и отражающим основные особенности динамического распределения $\theta_{sn}^*(0, \varphi)$ для массивного проводника с экспоненциально затухающим синусоидальным током $i(t)$.

Важно отметить, что из полученных для описанного выше случая из области силовоточной импульсной техники расчетных результатов для $\theta_{sn}^*(0, \varphi)$ следует то, что в стационарном режиме для массивного немагнитного проводника, испытывающего воздействие затухающего синусоидального тока ($\delta/\omega=0,185$), отношение наибольшего значения плотности тепловой энергии w_T на его наружной поверхности ($z=0$) к максимальной поверхностной плотности магнитной энергии w_M приложенного к проводнику электромагнитного поля оказывается равным безразмерной величине превышения поверхностной температуры $\theta_{sn}^*(0, \varphi)$ и составляющим для указанного варианта при $\varphi=5\pi$ численное значение, примерно равное 5,7 (см. кривую 2 на рис.3). При этом значительное превышение плотности тепловой энергии w_T над плотностью магнитной энергии w_M для проводника с затухающим синусоидальным током $i(t)$ приводит к тому, что наружная поверхность рас-

смагнриваемого проводника при соответствующих значениях H_{ms} может нагреваться до больших температур. Так, уже при $H_{ms}=500\text{кЭ}$ температура рабочей поверхности массивного медного соленоида (концентратора магнитного потока) для получения таких амплитудных значений напряженности ИМП временного вида (8) ($\theta_0=20\text{ }^\circ\text{C}$) согласно расчетной формуле (10) повышается до температуры, приближенно равной $\theta_{st}(0,t)=738\text{ }^\circ\text{C}$. Для сравнения этого уровня температуры $\theta_{st}(0,t)$ с критическим для указанного токопровода заметим, что температура плавления для меди равна $\theta_m=1083\text{ }^\circ\text{C}$ [9,11].

Таким образом, полученное соотношение (10) применимо при определении установившегося температурного поля наружных поверхностей массивных токопроводов, размещенных в сильноточных разрядных цепях ВЭФУ с ЕНЭ для электротехнологических и прикладных научных целей и испытывающих воздействие напряженности внешнего ИМП, изменяющейся во времени t по закону экспоненциально затухающей синусоиды вида (8) [11,20].

СЛУЧАЙ 3. Считаем, что напряженность ИМП $H_s(0,t)$ на поверхности массивного проводника изменяется согласно следующей временной зависимости [11]:

$$H_s(0,t) = H_{ms} \exp(t/\tau_1), \quad (11)$$

где τ_1 - постоянная нарастания напряженности магнитного поля на наружной поверхности массивного элемента проводника.

С учетом уравнения (3) и граничного условия (11) линейная диффузия ИМП в плоский массивный элемент немагнитного проводника для данного случая будет описываться следующим выражением [13]:

$$H(z,t) = H_{ms} \exp(t/\tau_1) \times [C_1 \exp(-z/\Delta_{M1}) + C_2 \exp(z/\Delta_{M1})], \quad (12)$$

где $\Delta_{M1} = \sqrt{\tau_1 / \mu_0 \gamma_0}$ - толщина магнитного скин-слоя в проводнике с ИМП вида (11) [11]; C_1, C_2 - постоянные интегрирования.

Исходя из (12), принятых краевых полевых условий на наружной ($z=0$) и внутренней ($z=h$) поверхностях проводника и физических соображений, для рассматриваемой электротепловой задачи получаем, что $C_1=1$, а $C_2=0$. Далее, используя найденное решение для напряженности $H(z,t)$ ИМП и соотношение (2), для поверхностной плотности тока $\delta_s(0,t)$ в принятом проводнике имеем:

$$\delta_s(0,t) = H_{ms} (\Delta_{M1})^{-1} \exp(t/\tau_1). \quad (13)$$

В результате из (1) и (13) для превышения в стационарном режиме поверхностной температуры $\theta_{sn}(0,t)$ массивного проводника, на который воздействует внешнее ИМП согласно (11), в безразмерном виде находим:

$$\theta_{sn}^*(0,t) = \exp(2t/\tau_1) - 1, \quad (14)$$

где $\theta_{sn}^*(0,t) = \theta_{sn}(0,t) / \theta_{ms}$.

На рис.4 представлены безразмерные зависимости, построенные по выражениям (11) и (14) соответственно для временных изменений напряженности внешнего ИМП $H_s^*(0,t) = H_s(0,t) / H_{ms}$ (кривая 1) и превышения поверхностной температуры $\theta_{sn}^*(0,t)$ (кривая 2).

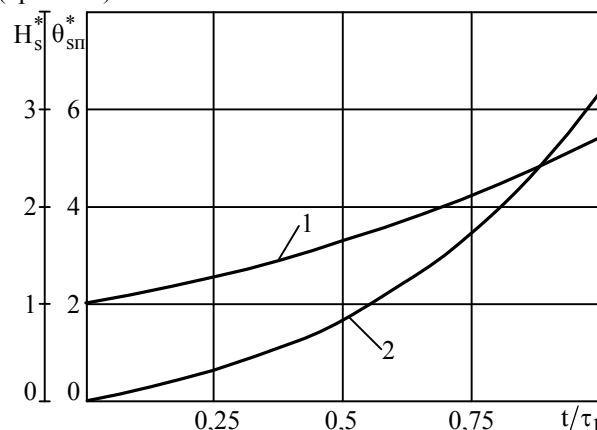


Рис.4. Зависимости $H_s^*(0,t)$ и $\theta_{sn}^*(0,t)$ от t/τ_1 для напряженности внешнего ИМП вида (11)

Из кривых рис.4 явствует, что для исследуемого случая уже при $t/\tau_1=1$ на поверхности массивного немагнитного проводника отношение плотности тепловой энергии w_T к максимальной плотности магнитной энергии w_M в стационарном режиме достигает значения, численно равного $w_T/w_M = \theta_{sn}^* = 6,4$. Заметим, что ранее в [11] упомянутое отношение w_T/w_M было названо коэффициентом поверхностной энергии $\mathcal{G}(t)$ для проводника с переменным током, имеющим согласно вышеуказанному литературному источнику численное значение порядка единицы. Из сравнения полученных нами расчетным аналитическим путем для трех вышеописанных случаев изменения напряженности внешнего ИМП $H_s(0,t)$ численных данных для $\mathcal{G}(t)$ следует, что указанный коэффициент для массивного немагнитного проводника с импульсным током значительно больше единицы и вне зависимости от значений электро- и теплофизических характеристик его материала существенно зависит от временной формы и длительности протекания импульсного тока $i(t)$.

Аналитическое выражение (14) целесообразно применять при приближенной оценке температуры нагрева и определении электротермической стойкости устройств магнитной кумуляции в технике генерирования с помощью ВЭФУ сильных и сверхсильных импульсных магнитных полей, получаемых методом компрессии магнитного потока металлической оболочкой (лайнром), ускоряемой магнитным давлением

массивного соленоида (концентратора ИМП) из неферромагнитного материала [11,20].

СЛУЧАЙ 4. В отличие от предыдущего случая, связанного с воздействием на рассматриваемый проводник возрастающей во времени t напряженности магнитного поля, исследуем случай, когда $H_s(0,t)$ монотонно убывает как [17]:

$$H_s(0,t) = H_{ms} \exp(-t/\tau_2), \quad (15)$$

где τ_2 - постоянная спада напряженности ИМП на наружной поверхности массивного элемента проводника.

Здесь на основании (3) и (15) решение диффузионной задачи для напряженности ИМП $H(z,t)$ в плоском массивном элементе немагнитного проводника может быть записано в виде [13]:

$$H(z,t) = H_{ms} \exp(-t/\tau_2) \times [C_3 \cos(z/\Delta_{M2}) + C_4 \sin(z/\Delta_{M2})], \quad (16)$$

где $\Delta_{M2} = \sqrt{\tau_2 / \mu_0 \gamma_0}$ - толщина магнитного скин-слоя в проводнике для ИМП вида (15) [11]; C_3, C_4 - постоянные интегрирования.

Из крайних условий решаемой электромагнитной задачи следует, что для этого случая изменения напряженности внешнего ИМП $C_3=1$, а $C_4=-1$. Тогда из (2) и (16) для поверхностной плотности тока $\delta_s(0,t)$ в массивном проводнике получаем:

$$\delta_s(0,t) = H_{ms} (\Delta_{M2})^{-1} \exp(-t/\tau_2). \quad (17)$$

Исходя из (1) и (17), решение линейной стационарной электротепловой задачи для превышения поверхностной температуры $\theta_{sn}(0,t)$ рассматриваемого проводника принимает следующий безразмерный вид:

$$\theta_{sn}^*(0,t) = 1 - \exp(-2t/\tau_2). \quad (18)$$

Временные зависимости (15) и (18) графически проиллюстрированы на рис.5, где функция $H_s^*(0,t)$ обозначена кривой (1), а $\theta_{sn}^*(0,t)$ - соответственно кривой (2). Из этих аналитических зависимостей и данных рис.5 следует, что спадающее по экспоненте внешнее ИМП вызывает повышение температуры $\theta_{st}(0,t)$ наружной поверхности массивного токопровода также по показательному закону. При $t/\tau_2=2$ ее безразмерное превышение θ_{sn}^* практически достигает своего максимального значения, равно $\theta_{sn}^*=1$ и не зависящего от величины постоянной спада τ_2 напряженности ИМП.

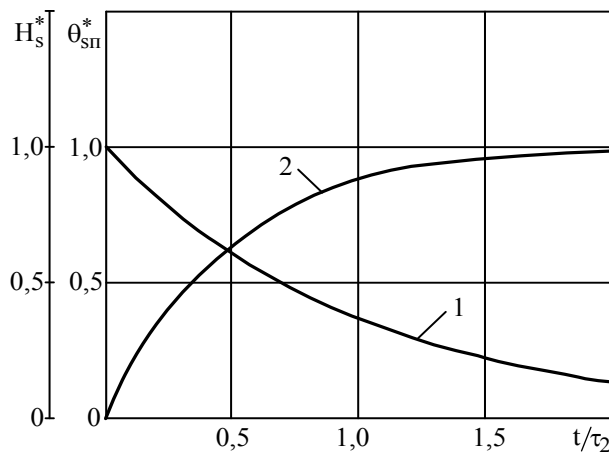


Рис.5. Зависимости $H_s^*(0,t)$ и $\theta_{sn}^*(0,t)$ от t/τ_2 для напряженности внешнего ИМП вида (15)

Приведенная расчетная формула (18) может быть полезной при анализе электротепловых процессов в силовых цепях с индуктивной катушкой и силовых RC -цепях при их включении под высокое постоянное напряжение [17], а также в схемах генераторов больших импульсных токов (БИТ) с индуктивным накопителем энергии или с конденсаторной батареей и замыкателем RL -нагрузки (клубаром) [11,20].

СЛУЧАЙ 5. Рассмотрим случай экспоненциального нарастания с нуля временной функции для тока $i(t)$ и соответственно для напряженности внешнего ИМП $H_s(0,t)$ [17]:

$$H_s(0,t) = H_{ms} [1 - \exp(-t/\tau_3)], \quad (19)$$

где τ_3 - постоянная возрастания напряженности магнитного поля на наружной поверхности исследуемого проводника.

В соответствии с (3) и (19) напряженность ИМП $H(z,t)$ внутри плоского массивного немагнитного проводника в этом случае будет описываться следующим выражением [13]:

$$H(z,t) = H_{ms} \{1 - \exp(-t/\tau_3) \times [C_5 \cos(z/\Delta_{M3}) + C_6 \sin(z/\Delta_{M3})]\}, \quad (20)$$

где $\Delta_{M3} = \sqrt{\tau_3 / \mu_0 \gamma_0}$ - толщина магнитного скин-слоя в проводнике с ИМП вида (19) [11]; C_5, C_6 - постоянные интегрирования.

Так как из используемых нами крайних условий при определении проникновения заданного ИМП в рассматриваемый проводящий элемент вытекает, что $C_5=C_6=1$, то с помощью (2) и (20) для плотности тока $\delta_s(0,t)$ на поверхности массивного проводника в интересующем нас случае можно записать:

$$\delta_s(0,t) = H_{ms} (\Delta_{M3})^{-1} \exp(-t/\tau_3). \quad (21)$$

Используя (21), аналогично (18) для безразмерного превышения поверхностной температуры $\theta_{sn}^*(0,t)$ массивного токопровода с напряженностью

ИМП, соответствующей временной зависимости (19), получаем:

$$\theta_{sn}^*(0,t) = 1 - \exp(-2t/\tau_3). \quad (22)$$

На рис.6 показаны временные изменения значений $H_s^*(0,t)$ по (19) (кривая 1) и $\theta_{sn}^*(0,t)$ согласно (22) (кривая 2).

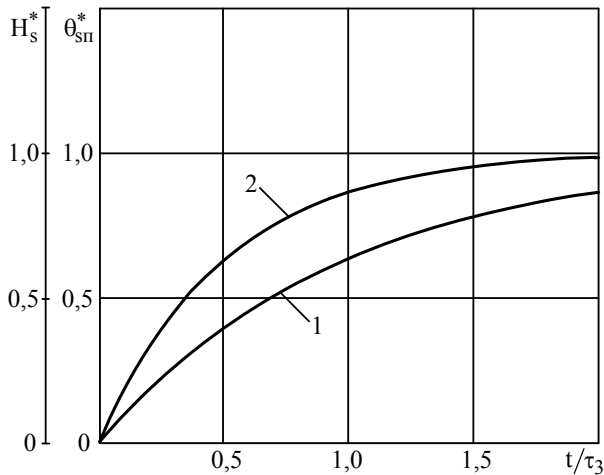


Рис.6. Зависимости $H_s^*(0,t)$ и $\theta_{sn}^*(0,t)$ от t/τ_3 для напряженности внешнего ИМП вида (19)

Из расчетных формул (18), (22) и данных рис.5 и 6 следует, что при $t/\tau_2 = t/\tau_3$ нагрев поверхности массивного проводника как экспоненциально спадающим до нуля, так и экспоненциально нарастающим с нуля ИМП одинаковой амплитуды напряженности H_{ms} осуществляется идентичным образом и не превышающим максимального значения температуры, равного $\theta_{st} = \theta_{ms} + \theta_0$.

Выражение (22) может найти практическое применение при расчете теплового режима токопроводов силовых RL -цепей и зарядных цепей ВЭФУ с ЕНЭ, включаемых под высокое постоянное напряжение [17,23], или при формировании в рабочих объемах массивных соленоидов (концентраторов H -поля) с помощью разряда ЕНЭ ВЭФУ экспоненциально нарастающих ИМП [11].

СЛУЧАЙ 6. Исследуем практически важный случай воздействия на плоский массивный элемент ферромагнитного проводника униполярного импульса напряженности магнитного поля $H_s(0,t)$, имеющего следующий вид [3,14]:

$$H_s(0,t) = k_s H_{ms} [\exp(-t/\tau_4) - \exp(-t/\tau_5)], \quad (23)$$

где τ_5, τ_4 - соответственно постоянные нарастания и спада напряженности ИМП на наружной поверхности проводника; $k_s = \left[(\tau_5/\tau_4)^{\tau_5/(\tau_4-\tau_5)} - (\tau_5/\tau_4)^{\tau_4/(\tau_4-\tau_5)} \right]^{-1}$ - нормирующий множитель [9].

Следует заметить, что для импульса H -поля вида (23) время t_m , соответствующее амплитуде H_{ms} напряженности магнитного поля, определяется из выражения:

$$t_m = \tau_4 \tau_5 \ln(\tau_4/\tau_5)/(\tau_4 - \tau_5). \quad (24)$$

Аналогично (16) из (3) и (23) выражение для напряженности ИМП $H(z,t)$ в материале массивного проводника запишем в виде [13]:

$$H(z,t) = k_s H_{ms} \{ \exp(-t/\tau_4) \times [\cos(z/\Delta_{M4}) - \sin(z/\Delta_{M4})] - \exp(-t/\tau_5) \times [\cos(z/\Delta_{M5}) - \sin(z/\Delta_{M5})] \}, \quad (25)$$

где $\Delta_{M4} = \sqrt{\tau_4/\mu_0\gamma_0}$, $\Delta_{M5} = \sqrt{\tau_5/\mu_0\gamma_0}$ - толщина магнитного скин-слоя в проводнике для первой и второй составляющих ИМП вида (23) соответственно [11].

Поэтому из (2) и (25) для поверхностной плотности тока $\delta_s(0,t)$ в массивном проводнике с рассматриваемой временной формой ИМП следует:

$$\delta_s(0,t) = k_s H_{ms} (\Delta_{M4} \cdot \Delta_{M5})^{-1} [\Delta_{M4} \exp(-t/\tau_5) - \Delta_{M5} \exp(-t/\tau_4)]. \quad (26)$$

В итоге с учетом (1) и (26) для безразмерного превышения поверхностной температуры $\theta_{sn}^*(0,t)$ массивного проводника, наружная поверхность которого испытывает воздействие в установившемся режиме напряженности ИМП в соответствии с выражением (23), находим:

$$\theta_{sn}^*(0,t) = k_s^2 \{ 2 - \exp(-2t/\tau_4) - \exp(-2t/\tau_5) + 4 \sqrt{\tau_4/\tau_5} (1 + \tau_4/\tau_5)^{-1} \times [\exp(-t/\tau_4 - t/\tau_5) - 1] \}. \quad (27)$$

На рис.7 кривой 1 изображена временная зависимость биекспоненциального импульса напряженности $H_s^*(0,t)$ внешнего ИМП согласно (23), соответствующего аperiodическому импульсному току молнии с временными параметрами 2/50мкс ($\tau_4=65,41$ мкс, $\tau_5=0,841$ мкс, $t_m=3,71$ мкс) [3,9], а кривой 2 - динамика изменения во времени t превышения температуры $\theta_{sn}^*(0,t)$ по (27) на поверхности массивного проводника, испытывающего прямой удар молнии с указанными временными параметрами тока в ее сильноточном канале. Из (27) и приведенных на рис.7 кривых следует, что для $t/\tau_4 \geq 3$, то есть при протекании по проводнику практически полного импульса тока молнии, безразмерная величина $\theta_{sn}^*(0,t)$ не превышает численного значения, равного $\theta_{sn}^* = w_T/w_M = 1,85$.

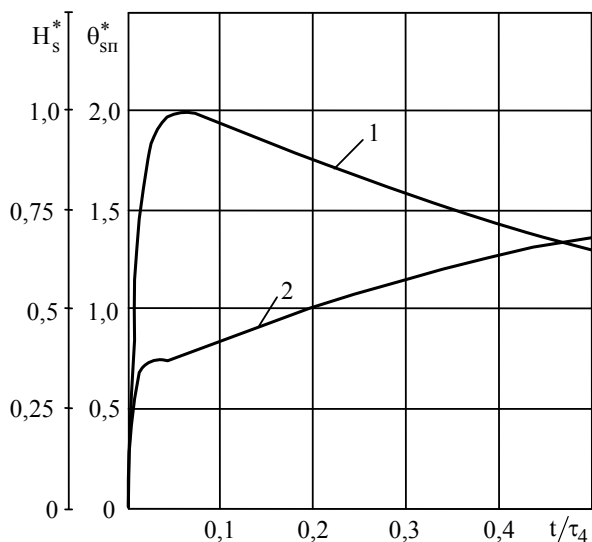


Рис.7. Зависимости $H_s^*(0,t)$ и $\theta_{sn}^*(0,t)$ от t/τ_4 для напряженности внешнего ИМП вида (23)

Полученная формула (27) может найти прикладное использование при разработке и анализе тепловых режимов работы генераторов на основе ЕНЭ с массивной ошиновкой для получения БИТ и мощных электромагнитных импульсов нано- и микросекундного временных диапазонов с различными значениями постоянных времени τ_4 и τ_5 [11,14,20], а также при оценке электротермического действия униполярного импульсного тока молнии на массивные токоведущие части и токопроводы грозозащитных устройств объектов электроэнергетики (например, воздушных линий электропередачи) [21,23].

СЛУЧАЙ 7. Получим аналитическое решение стационарной линейной электротепловой задачи для превышения поверхностной температуры $\theta_{sn}(0,t)$ плоского массивного элемента проводника, испытывающего воздействие тока короткого замыкания (КЗ) промышленной частоты 50Гц, при котором для напряженности внешнего ИМП $H_s(0,t)$ выполняется временная зависимость следующего вида [8,12]:

$$H_s(0,t) = H_{ms} [\exp(-t/\tau_6) - \cos(2\pi t/T_n)], \quad (28)$$

где τ_6 , $T_n = 2\pi/\omega$ - соответственно постоянная времени затухания аperiodической составляющей и период колебаний периодической составляющей напряженности магнитного поля при КЗ на наружной поверхности массивного проводника.

По аналогии с (16) и (25) на основании (3) и (28) для пространственно-временного распределения в массивном плоском проводнике напряженности ИМП $H(z,t)$ в режиме воздействия на него тока КЗ находим [13]:

$$H(z,t) = H_{ms} \{ \exp(-t/\tau_6) \times [\cos(z/\Delta_{M6}) - \sin(z/\Delta_{M6})] - \exp(-z/\Delta_3) \cos(2\pi t/T_n - z/\Delta_3) \}, \quad (29)$$

где $\Delta_{M6} = \sqrt{\tau_6/\mu_0\gamma_0}$ - толщина магнитного скин-слоя в проводнике для первой составляющей ИМП вида (28) [11].

Далее из (2) и (29) для плотности тока КЗ $\delta_s(0,t)$ на поверхности массивного проводника получаем:

$$\delta_s(0,t) = H_{ms} [(\Delta_{M6})^{-1} \exp(-t/\tau_6) - \sqrt{2} (\Delta_3)^{-1} \cos(2\pi t/T_n + \pi/4)]. \quad (30)$$

Учитывая (1) и (30), аналитическое выражение для превышения поверхностной температуры $\theta_{sn}^*(0,t)$ массивного неферромагнитного токопровода промышленной электроустановки с током КЗ принимает следующий безразмерный вид:

$$\begin{aligned} \theta_{sn}^*(0,t) = & 0,5 - \exp(-2t/\tau_6) + 2\pi t/T_n + \\ & + \sin(2\pi t/T_n + \pi/4) \cdot \cos(2\pi t/T_n + \pi/4) - \\ & - 4 \sqrt{\frac{\pi}{\tau_6 T_n}} \{ \exp(-t/\tau_6) \tau_6^2 T_n^2 (T_n^2 + 4\pi^2 \tau_6^2)^{-1} \times \\ & \times [2\pi \sqrt{2}/T_n \cdot \cos(2\pi t/T_n - \pi/4) - \sqrt{2} (\tau_6)^{-1} \times \\ & \times \cos(2\pi t/T_n + \pi/4)] + \\ & + T_n (\tau_6 T_n - 2\pi \tau_6^2) (T_n^2 + 4\pi^2 \tau_6^2)^{-1} \}. \quad (31) \end{aligned}$$

Графическая реализация в обобщенном виде временных зависимостей по выражениям (28) и (31) при $\tau_6 = 50$ мс и $T_n = 20$ мс [8,12] в функции от безразмерного отношения t/τ_6 представлена на рис.8 соответственно кривыми 1 и 2. Из кривой 2 на последней иллюстрации видно, что ступени возрастания превышения температуры $\theta_{sn}^*(0,t)$ на двух первых положительных полуволнах тока КЗ значительно превышают ступени роста $\theta_{sn}^*(0,t)$ для остальных полуволн тока КЗ. При $t/\tau_6 \geq 1$ изменения $\theta_{sn}^*(0,t)$ в стационарном режиме (кривая 2 на рис.8) практически прямо пропорциональны безразмерному отношению t/τ_6 и характеризуются наложенными гармоническими осцилляциями малой амплитуды, частота которых примерно в два раза больше частоты колебаний тока КЗ. К концу восьмого периода колебаний тока КЗ ($t/\tau_6 = 3,2$), то есть к моменту начала действия установившегося тока КЗ амплитудой I_{mk} , безразмерное превышение температуры $\theta_{sn}^*(0,t)$ достигает численного значения около $\theta_{sn}^*(0,8T_n) = w_T/w_M = 53$. Например, для сплошного круглого медного токопровода диаметром $d = 10$ мм силовой промышленной электроустановки, работающей при $\theta_0 = 20$ °С и $I_{mk} = 100$ кА в аварийном режиме, такое значение $\theta_{sn}^*(0,t)$ будет соответствовать

нагреву в адиабатическом режиме его поверхности до температуры, равной $\theta_{st}(0,160мс)=106\text{ }^{\circ}\text{C}$.

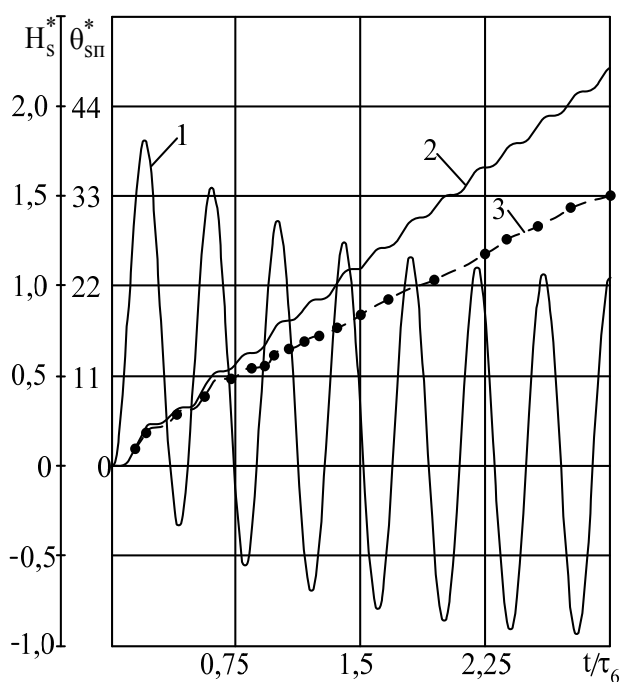


Рис.8. Зависимости $H_s^*(0,t)$ и $\theta_{sn}^*(0,t)$ от t/τ_6 для напряженности внешнего ИМП вида (28)

На рис.8 жирными точками и пунктирной кривой 3 по аналогии с рис.2 и 3 представлены результаты численного расчета в безразмерном виде превышения поверхностной температуры $\theta_{sn}^*(0,t)$ в массивном круглом сплошном медном токопроводе ($d/\Delta_3=8,6$) с током КЗ, выполненного в нестационарном режиме на основании математической модели соответствующей нелинейной электротепловой задачи с изменяющейся из-за нагрева во времени t удельной электропроводимостью γ_0 его материала, описанной в [8].

Из анализа хода кривых на рис.8 следует, что на участке двух первых периодов тока КЗ ($t/\tau_6 \leq 0,85$) временная зависимость для $\theta_{sn}^*(0,t)$ в переходном режиме (кривая 3) практически повторяет форму аналитической зависимости превышения поверхностной температуры согласно (31) для установившегося режима (кривая 2), оставаясь меньше последней (например, в 1,2 раза при $t/\tau_6=0,56$). Начиная с третьего периода тока КЗ ($t/\tau_6 \geq 0,85$), из-за влияния теплопроводности меди и перераспределения по радиусу в проводнике переменного тока в связи с уменьшением из-за тепловыделения удельной электропроводимости γ_0 приповерхностных слоев его материала скорость возрастания превышения температуры $\theta_{sn}^*(0,t)$ в нестационарном режиме на поверхности массивного токопровода, по сравнению со стационарным режимом, уменьшается, а временная зависимость

для $\theta_{sn}^*(0,t)$ в слабоколебательном режиме монотонно приближается к показательной функции (см. кривую 3 на рис.8). Это приводит к увеличению рассматриваемого расхождения для поверхностных температур $\theta_{st}(0,t)$ массивного проводника, достигающего при $t/\tau_6=3$ значения, равного примерно 31%.

На наш взгляд, расчетную формулу (31) можно использовать при оценке электротермического действия токов КЗ промышленной частоты 50Гц на массивные токоведущие части силовых электроустановок и электроэнергетического оборудования, работающие в кратковременных аварийных режимах [12,23].

Следует отметить, что после кратковременного протекания импульсного тока вышеуказанных временных форм в массивном проводнике и окончания его нагрева, соответствующего моменту времени t_k , изменение безразмерного превышения поверхностной температуры проводника $\theta_{sn}^*(0,t)$ для $t \geq t_k$ будет подчиняться следующей затухающей экспоненциальной зависимости [6]:

$$\theta_{sn}^*(0,t) = \theta_{sn}^*(0,t_k) \cdot \exp[-(t-t_k)/\tau_7], \quad (32)$$

где $\theta_{sn}^*(0,t_k)$ - безразмерное превышение поверхностной температуры массивного проводника в момент времени t_k , определенное с помощью предложенных нами расчетных формул; τ_7 - постоянная времени спада температуры наружной поверхности проводника (для круглого цилиндрического токопровода наружным радиусом b_0 при оценке постоянной τ_7 может быть использовано известное соотношение: $\tau_7=c_0 b_0 / 2\alpha_T$, где α_T - коэффициент теплоотдачи с наружной поверхности проводника в окружающую его среду, численно равный примерно $\alpha_T=10\text{Вт/м}^2\text{ }^{\circ}\text{C}$ для воздуха при естественной конвекции [15]).

ВЫВОДЫ

1. Описан нетрадиционный подход при приближенном аналитическом расчете поверхностной температуры нагрева $\theta_{st}(0,t)$ массивного немагнитного изотропного проводника произвольной конфигурации поперечного сечения с постоянными электро- и теплофизическими характеристиками его материала протекающим по нему импульсным током различной временной формы, базирующийся на определении интеграла тока J_{cs} . Примененный подход реализован для семи наиболее характерных для силового радио- и электротехнического, электроэнергетического и сильноточного электрофизического оборудования временных зависимостей напряженности внешнего ИМП $H_s(0,t)$ на наружных поверхностях его массивных токоведущих частей.

2. Приведенные примеры аналитического расчета $\theta_{st}(0,t)$ по полученным расчетным формулам (6),

(10) и (31) для массивных проводников с не – и затухающим синусоидальным током и током КЗ промышленной частоты показывают, что представленные в работе согласно этим формулам численные данные по приближенному определению временных распределений установившегося температурного поля на их наружной поверхности хорошо согласовываются с результатами численного решения соответствующих нестационарных нелинейных электротепловых задач с переменным значением удельной электропроводности γ_0 материала токопроводов.

3. Найденные при ряде упрощающих допущений аналитические решения стационарной линейной электротепловой задачи для массивных проводников с импульсным током значительно облегчают для инженерно-технических работников практическую реализацию подобных задач на ПЭВМ и могут быть использованы при анализе временных распределений в установившемся режиме температурного поля на поверхности массивных ферромагнитных токопроводов и выборе предельно допустимых кратковременных токовых нагрузок в устройствах радио- и электротехники, электроэнергетики и техники сильных электрических и магнитных полей, испытывающих в нормальных и аварийных режимах работы воздействие импульсных токов, временная форма которых описывается гармоническими и показательными функциями, а также комбинацией последних.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Анго А. Математика для электро – и радиоинженеров: Пер. с франц. /Под общ. ред. К.С. Шифрина.-М.: Наука, 1965.-780с.
- [2] Баранов М.И., Белый И.В., Хименко Л.Т. Поверхностный эффект и распределение электродинамических усилий в цилиндрических токопроводах коаксиальной системы с импульсным током// Электричество.-1976.-№10.-С.1-8.
- [3] Баранов М.И., Бондина Н.Н. Нестационарные электромагнитные и тепловые процессы в цилиндрических проводниках при воздействии на них тока молнии// Электричество.-1992.-№10.-С.9-15.
- [4] Баранов М.И. Приближенные граничные условия для импульсного электромагнитного поля на поверхности изотропных проводящих тел// Технічна електродинаміка.-1996.-№6.-С.3-10.
- [5] Баранов М.И. Поверхностный эффект в полном проводящем изотропном цилиндре с аксиальным импульсным магнитным полем// Технічна електродинаміка.-1999.-№2.-С.3-6.
- [6] Баранов М.И. Сравнение двух моделей для электротепловых расчетов цилиндрических проводников при воздействии на них больших импульсных токов// Технічна електродинаміка.-1999.-№3.-С.14-19.
- [7] Баранов М.И., Бондина Н.Н., Бочаров В.А. Моделирование нелинейной электротепловой задачи для цилиндрических изотропных токопроводов электрофизических установок при получении больших импульсных токов// Технічна електродинаміка.-1998.-№4.-С.19-22.
- [8] Баранов М.И., Бондина Н.Н., Даценко В.П. Математическое моделирование нестационарной нелинейной электротепловой задачи для цилиндрических токопроводов силовых электроустановок при коротком замыкании// Технічна електродинаміка.-2002.-№6.-С.8-12.
- [9] Баранов М.И. Электротермическая стойкость изолированных проводов и кабелей к воздействию больших импульсных токов молнии// Электротехніка і електро-механіка.-2003.-№2.-С.67-74.
- [10] Белый И.В., Остроумов Г.В., Ферттик С.М. Давление на тонкостенную заготовку при обработке ее импульсным магнитным полем// Вестник Харьковского политехнического института. Серия: Магнитно-импульсная обработка металлов.-1971.-вып.1.-№53.-С.3-15.
- [11] Кнопфель Г. Сверхсильные импульсные магнитные поля.-М.: Мир, 1972.-391с.
- [12] Князевский Б.А., Липкин Б.Ю. Электроснабжение промышленных предприятий.-М.: Высшая школа, 1979.-431с.
- [13] Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров.-М.: Наука, 1974.-832с.
- [14] Кравченко В.И., Болотов Е.А., Летунова Н.И. Радио-электронные средства и мощные электромагнитные помехи/ Под ред. В.И. Кравченко.-М.: Радио и связь, 1987.-256с.
- [15] Лыков А.В. Теория теплопроводности.-М.: Высшая школа, 1967.-599с.
- [16] Михайлов В.М. Импульсные электромагнитные поля.- Харьков, Вища школа. Изд-во при Харьк. ун-те, 1979.-140с.
- [17] Нейман Л.Р., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники, т.1.-Л.: Энергоиздат, 1981.-536с.
- [18] Немков В.С., Демидович В.Б. Теория и расчет устройств индукционного нагрева.-Л.: Энергоатомиздат, 1988.-280с.
- [19] Панченко В.В. Расчет и конструирование электрических аппаратов высокого напряжения.-М.: Энергоатомиздат, 1991.-248с.
- [20] Техніка больших импульсных токов и магнитных полей/ Под ред. В.С. Комелькова. М.: Атомиздат, 1970.-472с.
- [21] Техніка высоких напряжений/ Под общ. ред. Д.В. Ра-зевига.-М.: Энергия, 1976.-488с.
- [22] Электрические кабели, провода и шнуры: Справочник/ Н.И. Белоруссов, А.Е. Саакян, А.И. Яковлева; Под ред. Н.И. Белоруссова.-М.: Энергоатомиздат, 1988.-536с.
- [23] Электротехнический справочник: Производство и распределение электрической энергии/ Под ред. И.Н. Орлова и др.-М.: Энергоатомиздат, т.3, кн.1, 1988.-880с.

Поступила 26.03.2004