

1.15 ІНТЕРВАЛЬНЕ РОЗШИРЕННЯ МЕТОДІВ КОМПЛЕКСУВАННЯ ПРОГНОЗНИХ ОЦІНОК

Романенков Ю.О., Лобач О.В.

We solved the problem of improvement of methodological base for a decision support system in the process of short-term prediction of indicators of organizational-technical systems by developing new, and adapting existing, methods of complexification that are capable of taking into consideration the interval uncertainty of expert forecast estimates. Critical analysis was performed and recommendations on their practical application were developed. Recommendations for parametric setting of the analytic function of preferences were stated.

Реалізація завдань короткострокового прогнозування в сучасних умовах неможлива без застосування прикладних інформаційних технологій, зокрема систем підтримки прийняття рішень (СППР). Сучасні СППР – багатофункціональні інформаційні технології, які озброєні великою базою моделей, методів і засобів для вирішення конкретних завдань управління і прийняття рішень. Основними функціями таких технологій є коректне перетворення первинної управлінської інформації до вигляду, зручного для особи, що приймає рішення (ОПР), а також її подальша обробка з метою оцінки і обґрунтування інтегрального управлінського рішення.

Вочевидь, що спектр і складність методів спеціалізованих СППР безпосередньо залежать від масштабу та технологічної складності об'єкта управління. Не менш важливим фактором, що визначає особливості та номенклатуру методичного забезпечення СППР, є характер первинної інформації, в першу чергу, її об'єктивна невизначеність.

Одним із напрямів удосконалення методичної бази СППР [1] є створення нових і адаптація існуючих методів обробки інформації для врахування особливостей первинних даних. Вирішення цієї актуальної науково-прикладної задачі дозволить підвищити ефективність автоматизації процесів короткострокового прогнозування.

Процес короткострокового прогнозування зазвичай містить етап апіорного оцінювання параметрів стану об'єкта прийняття рішень, для якого характерна ситуація, коли аналітику доступна прогнозна інформація з кількох джерел (або отримана різними методами). Це призводить до необхідності вирішувати задачу комплексування прогнозних оцінок, отриманих з декількох джерел [2], причому в умовах об'єктивної невизначеності первинних даних. Цю задачу можна віднести до технологій так званого «сірого» управлінського аналізу [3], для якого характерна часткова невизначеність

управлінської інформації.

Задача комплексування, вперше поставлена ще Лапласом, строго обґрунтована і розвинена у роботах [4, 5]. Оскільки задача комплексування за визначенням не передбачає єдність розв'язку, в сучасних публікаціях запропоновано кілька методів комплексування прогнозних оцінок [6]. Методи носять як статичний характер [7, 8], так і динамічний, тобто враховують динаміку в точності джерел прогнозної інформації [9]. Критерієм вибору вагових коефіцієнтів комплексування у всіх випадках є точність джерел, виражена у вигляді статистичних характеристик. Зрозуміло, що ефективність конкретного методу комплексування може бути оцінена лише апостеріорно та залежить від здатності механізму комплексування до адаптації, а також від характеру спостережуваного процесу.

У разі, коли в результаті експертизи не вдається отримати точкові прогнозні оцінки, застосування відомих методів комплексування стає неможливим. Зведення інтервальних оцінок до точкових в цьому випадку не завжди адекватно враховує специфіку задачі [10]. В свою чергу, порівняння інтервальних альтернатив за допомогою функцій корисності, що відображає схильність ОПР до ризику [11], не дозволяє досягти спільності рішення, транслюючи невизначеність вихідних даних у невизначеність форми самої функції корисності. В роботі [12] запропонований метод безпосереднього порівняння інтервальних величин. Він дозволяє на основі переваг ОПР вибрати кращу інтервальну оцінку. Але у разі непорівнянності рекомендується тимчасово відмовитися від прийняття рішення через небезпеку зробити помилку другого роду.

Таким чином, аналіз публікацій показав, що пошук шляхів адаптації існуючих методів комплексування до інтервальної форми прогнозних оцінок є актуальною задачею. Тому виникає необхідність розробки методів обробки інтервальних даних з метою врахування невизначеності до моменту прийняття рішення.

Підставою для розгляду експертних прогнозних оцінок саме в інтервальної формі є такі обставини:

1) в процесі короткострокового прогнозування оцінки в інтервальній формі можуть бути синтезовані природним чином, тобто. внаслідок виконання завдання на прогнозування [13];

2) результати вимірювань параметрів системи, прямих або непрямих, виконаних з похибками (строго кажучи, результати усіх вимірювань), можуть бути представлені в інтервальній формі [14];

3) при наявності в моделі хоча б одного параметру моделі в інтервальній формі, для дотримання однорідності даних, до інтервальної, як параметрично найменш складної форми опису невизначеності, повинні бути зведені усі параметри моделі;

4) інтервальні моделі краще ймовірно-статистичних у разі прийняття одномоментних разових рішень [15];

5) апарат інтервального аналізу довів свою ефективність при вирішенні різних науково-практичних задач [16];

б) інтервальні алгоритми зазвичай не вимагають спеціалізованих засобів для програмної реалізації.

З формальної точки зору, опис невизначеності інтервалом – це окремий випадок опису її нечіткою множиною. В інтервальному аналізі функція приналежності нечіткої множини має специфічний вид: вона дорівнює одиниці в деякому інтервалі, та нулю – поза ним (рис. 1).

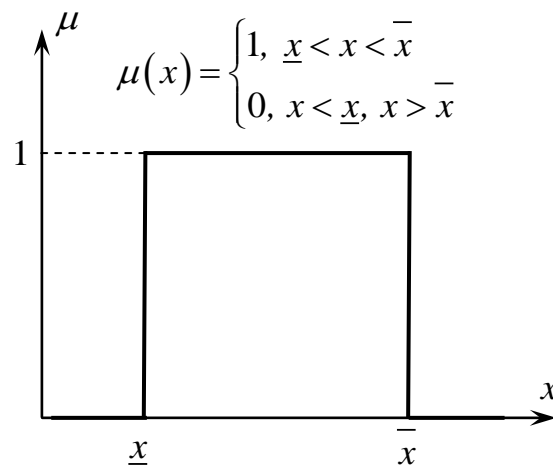


Рисунок 1 – Функція приналежності інтервального числа

Така двопараметрична функція приналежності описується всього двома параметрами (межами інтервалу). Така простота опису робить математичний апарат інтервального аналізу більш прозорим, ніж апарат теорії нечіткості в загальному випадку. Це, в свою чергу, дозволяє досліднику просунутися далі, ніж при використанні функцій приналежності довільного вигляду [17].

Постановка задачі. Нехай в момент часу $t=T$ досліднику доступні інтервальні прогнози оцінки параметра системи для моменту $t=T+I$, отримані з різних джерел (або різними методами) загальною кількістю N :

$$\left[\hat{x}_i \right] = \left[\hat{\underline{x}}_i, \hat{\bar{x}}_i \right], \quad i = 1, \dots, N. \quad (1)$$

Необхідно синтезувати консолідовану інтервальну прогнозну оцінку шляхом комплексування окремих інтервальних оцінок з декількох джерел.

Припущення та обмеження. Сформулюємо основні припущення та обмеження задачі:

1. Ширина інтервалів не перевищує 20% від їх серединних значень, що відповідає реальному технічному завданню на експертизу. Це перешкоджає виродженню математичної моделі комплексування з інтервальної в суто аналітичну з повною параметричною невизначеністю.

2. У якості базової приймається парадигма інтервального аналізу, яка враховує, крім правил класичної інтервальної арифметики, фізичний зміст і логіку аналітичних перетворень математичної моделі комплексування.

3. Прогнозні оцінки вважаються незміщеними до тих пір, поки не буде обґрунтовано протилежне.

4. Історія багаторазового оцінювання доступна для накопичення та статистичної обробки.

5. Консолідована інтервальна прогнозна оцінка належить множині суперпозицій вихідних окремих оцінок:

$$\left[\hat{x}_\Sigma \right] = \sum_{i=1}^N w_i \left[\hat{x}_i \right], \quad (2)$$

де w_i – вагові коефіцієнти моделі комплексування, $i=1, \dots, N$.

6. Необхідно забезпечити, щоб кожне з інтервальних розширювань методів комплексування в граничному випадку (при звуженні інтервальних оцінок до точкових) зводилося б до відповідного методу комплексування точкових оцінок.

Шляхи вирішення. Окреслимо основні підходи до вирішення задачі інтервального розширення методів комплексування.

1. *Осереднення прогнозних оцінок.* Вочевидь, найпростішим варіантом є вибір вагових коефіцієнтів w_i однаковими:

$$w_i = \frac{1}{N}, \quad i = 1, \dots, N. \quad (3)$$

Консолідована інтервальна прогнозна оцінка в цьому випадку дорівнює

$$\left[\hat{x}_\Sigma \right] = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left[\hat{x}_i \right]. \quad (4)$$

Вочевидь, що при $wid \left[\hat{x}_i \right] \rightarrow 0, i=1, \dots, N$ формула (4) зводиться до формули для

простого середнього [2, 9].

2. *Зважене комплексування.* У разі, коли відомі результати попереднього оцінювання, тобто величина абсолютних відхилень в інтервальній формі для моменту часу $t=T$

$$[\Delta_i] = x|_{t=T} - [\hat{x}_i]|_{t=T} = [\underline{\Delta}_i, \bar{\Delta}_i], \quad i = 1, \dots, N, \quad (5)$$

виникає задача кількісного порівняння інтервальних чисел (інтервалів).

Суть її полягає в тому, щоб визначити кількісну міру переваги одного інтервального числа над іншим. Застосування класичної інтервальної арифметики в даному випадку не знімає проблему, а лише погіршує її, оскільки різниця між інтервальними числами – є інтервальне число. Строго кажучи, різницю між двома двопараметричними математичними об'єктами можна описати об'єктом з числом параметрів не менш двох.

Проте, перспективи практичного застосування інтервального аналізу змушують дослідників шукати підходи до вирішення цієї задачі. Наприклад, в роботі [16] автор формалізував задачу порівняння інтервальних чисел наступним чином.

Відкладемо на координатних осях відрізки, відповідні інтервалам $[a] = [\underline{a}, \bar{a}]$ та $[b] = [\underline{b}, \bar{b}]$, причому для визначеності $[a] \leq [b]$ (рис. 2).

Відношення площин

$$\mu_1 = \frac{S_1}{S_1 + S_2} \quad \text{та} \quad \mu_2 = \frac{S_2}{S_1 + S_2}$$

пропонується трактувати як рівень достовірності гіпотез $H_1 : a > b$ та $H_2 : a < b$ відповідно.

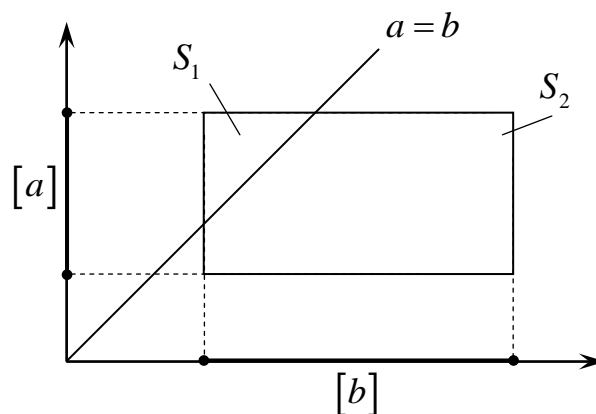


Рисунок 2 – Графічна інтерпретація задачі порівняння двох інтервальних чисел

При цьому

$$S_1 = \begin{cases} \frac{1}{2}(\bar{a} - \underline{b}), & \underline{a} < \underline{b}, \\ (\bar{a} - \underline{a}) \left(\frac{1}{2}(\underline{a} + \bar{a}) - \underline{b} \right), & \underline{a} > \underline{b}, \bar{a} < \bar{b}, \\ (\bar{a} - \underline{a})(\bar{b} - \underline{b}) - \frac{1}{2}(\bar{b} - \underline{a})^2, & \bar{a} > \bar{b}, \end{cases} \quad (6)$$

$$S_2 = (\bar{a} - \underline{a})(\bar{b} - \underline{b}) - S_1.$$

Вочевидь величини μ_1 та μ_2 служать мірою достовірності гіпотез про взаємне розташування двох чисел всередині інтервалів, проте не можуть бути використані в якості кількісної міри відношення між самими цими числами.

До того ж слід брати до уваги, що

$$\mu(H : a > b) \neq \mu(H : a - b > 0), \quad (7)$$

тобто «зайві» арифметичні операції над інтервальними числами можуть спотворювати результат.

Інший шлях, запропонований у роботах [12, 18], пов'язаний з корекцією інтервальної логіки. Узагальнюючи деякі близькі, але строго не тотожні варіанти логічних відносин між інтервальними числами, вдається отримати струнку логічну систему, яка, однак, дає збої в деяких окремих випадках.

Ще один варіант грубої формалізації задачі порівняння інтервальних чисел полягає у використанні в якості міри їх відношення величини дистанції між інтервальними числами. У цьому випадку стають принципово можливими побудова і аналіз графа з інтервальними числами у вершинах, однак нечітке дотримання дистрибутивної логіки робить практичне застосування цього підходу досить скрутним.

Пропонований підхід. Для визначення кількісної міри близькості інтервальних похибок до нуля введемо парну, монотонно спадаючу функцію, позитивну на усій дійсній осі (рис. 3).

Функція на рис. 3 відображає переваги ОПР щодо значень похибок прогнозу. Обравши конкретну форму залежності, можна ввести кількісний показник близькості інтервальної оцінки до нуля. У якості нього може бути прийнято висоту прямокутника, еквівалентного за площею визначеному інтегралу функції на інтервалі похибки (рис. 4):

$$u^* = \frac{1}{\Delta - \underline{\Delta}} \int_{\underline{\Delta}}^{\bar{\Delta}} u(\Delta) d\Delta. \quad (8)$$

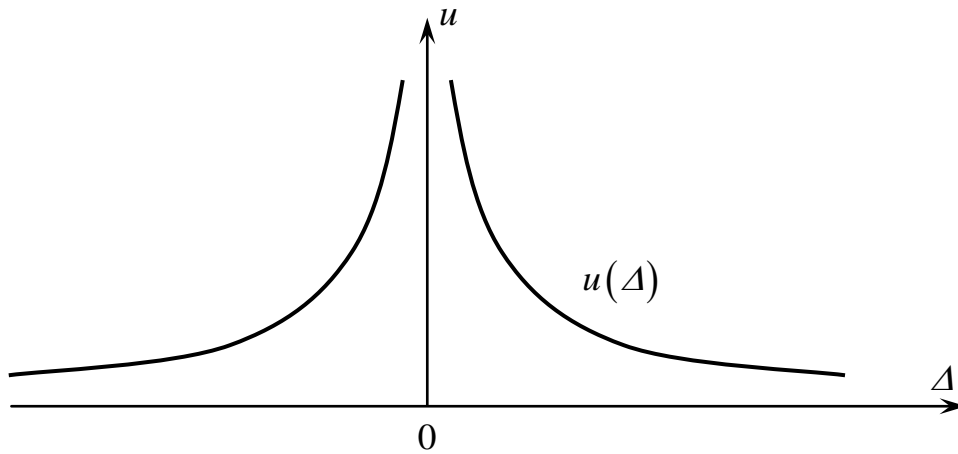


Рисунок 3 – Приклад функції переваг ОПР щодо абсолютних похибок прогнозу

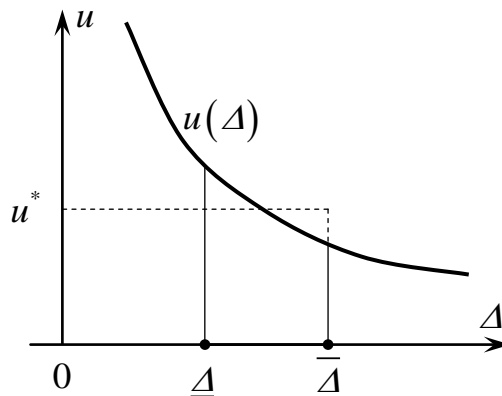


Рисунок 4 – Графічна інтерпретація міри близькості інтервальної оцінки до нуля

Вочевидь в цьому випадку набір інтервальних похибок (5) може бути кількісно проранжований за допомогою показників u_i^* , $i=1, \dots, N$.

Пронормувавши показники u_i^* , отримаємо вагові коефіцієнти системи комплексування наступним чином:

$$w_i = \frac{u_i^*}{\sum_{i=1}^N u_i^*}, \quad i = 1, \dots, N. \quad (9)$$

Можна переконатися, що у випадку $u(\Delta) = \frac{1}{\Delta^2}$ та $wid[\hat{x}_i] \rightarrow 0$, коефіцієнти (9) виявляються рівними відповідними коефіцієнтами для точкового зваженого комплексування [2, 9].

На рис. 5 представлено деякі форми залежності $u(\Delta)$, серед яких ОПР може

обирати найкращу для конкретного дослідження. З рис. 5в видно, що вибір відповідної форми дозволяє виключити з моделі комплексування джерела, які не забезпечують похибку нижче заданого значення Δ^* , тим самим переводить модель комплексування в розряд селективних моделей [7].

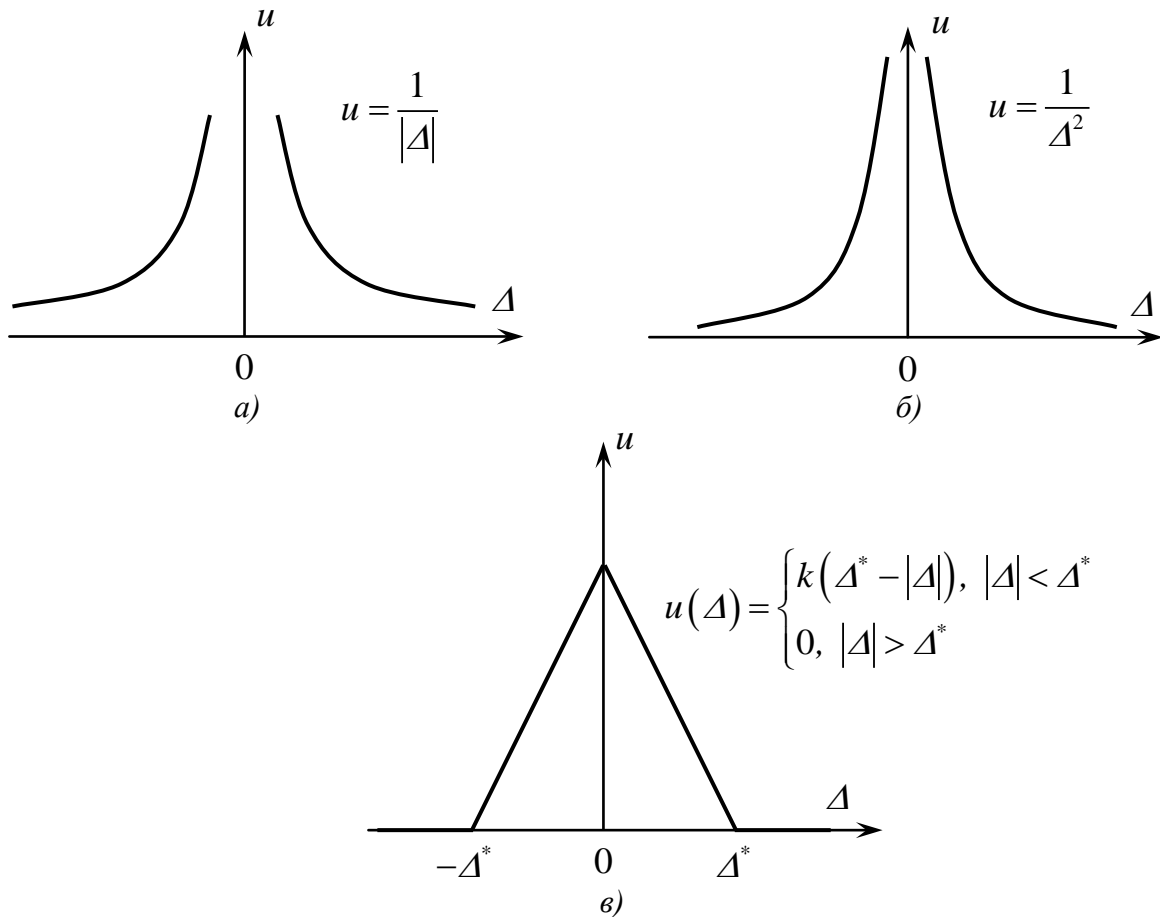


Рисунок 5 – Види функцій переваги ОПР щодо похибок прогнозу:

а – обернено пропорційна; *б* – обернено квадратична; *в* – кусково-лінійна

3. *Динамічне комплексування.* У ситуації, коли оцінювання здійснюється періодично, з'являється можливість для накопичення та оцінювання статистики похибок кожного з джерел з метою врахування тенденцій динаміки їхньої точності. Ідея цього підходу для точкових прогнозних оцінок викладена в [1, 9] та допускає інтервальне розширення.

Для цього сформуємо для кожного джерела часовий ряд з інтервальних значень дисперсій прогнозних оцінок $\{[\Delta_j^2]\}_i$ де i – номер часового інтервалу, j – номер джерела.

Аналізуючи часовий ряд інтервальних значень дисперсій прогнозних оцінок, можна виявити тенденції у динаміці дисперсії прогнозних оцінок кожного з джерел.

Для вирішення цієї задачі може бути використано математичний апарат, описаний, наприклад, в [19] для побудови інтервальних нестатистичних моделей. Більш перспективним, ймовірно, є застосування в рамках даної задачі інтервальної моделі експоненційного згладжування [20].

В обох випадках в результаті аналізу часового ряду інтервальних даних може бути отримана інтервальна оцінка дисперсії на момент часу $t=T+1$. Застосувавши до цих оцінок описану вище процедуру порівняння на основі вибору функції переваги $u(\Delta^2)$, можна визначити коефіцієнти комплексування з урахуванням тенденцій динаміки точності джерел.

Неважко переконатися, що у разі вибору методики, викладеної в [20] та за умов

$$u(\Delta^2) = \frac{1}{\Delta^2} \text{ та } \text{wid}[\hat{x}_i] \rightarrow 0,$$

інтервальний варіант динамічного комплексування зводиться до точкового [9].

Запропоновані методи можуть бути включені у методичне забезпечення СППР (рис. 6). Програмна реалізація запропонованих методів не викликає ускладнень і може бути здійснена навіть в табличному редакторі.

Приклад комплексування оцінок, отриманих з п'яти джерел, представлений у табл. 1. Можна побачити, що консолідована прогнозна оцінка зміщується в бік більш точних джерел. Таким чином, виявляється властивість адаптивності моделі комплексування. Налаштування моделі відбувається на кожному кроці прогнозування. Структурна настройка полягає у виборі форми функції переваг ОПР; параметрична – у виборі коефіцієнтів самої функції.

Необхідно відзначити деякі особливості, що виникають при використанні пропонованого методичного апарату.

1. Строго кажучи, операція комплексування ефективна лише у тому випадку, коли оцінки всіх джерел є незміщеними. Однак забезпечити це в більшості практичних завдань не вдається, крім тих випадків, коли методична база джерела є відкритою. Проте, адаптивні властивості системи комплексування дозволяють в разі багаторазового використання процедури комплексування отримати вигравш у точності [9].

2. Важливе питання про незалежність джерел виходить за рамки даної публікації. Вочевидь, це питання слід віднести до самої технології короткострокового прогнозування. Відзначимо лише, що технологія оцінювання параметрів системи

передбачає попередній аналіз даних, в рамках якого доречно здійснювати перевірку на незалежність джерел (тобто оцінювати кореляцію між їх оцінками).



Рисунок 6 – Процесна діаграма методів комплексування інтервальних прогнозних оцінок в процесі короткострокового прогнозування

3. При використанні інтервальних значень дисперсій слід враховувати, що арифметично втрачається точність при зведенні в квадрат інтервального числа, який містить в себе нуль. В цьому випадку видається перспективним розподіл інтервальних оцінок на дві групи з метою окремого аналізу інтервалів, які містять в себе нуль.

4. У разі використання функції переваги $u(\Delta)$ з вертикальною асимптотою (наприклад, рис. 5, а, б) слід врахувати, що її властивість

$$\lim_{\Delta \rightarrow 0^+} u(\Delta) = \lim_{\Delta \rightarrow 0^-} u(\Delta) = \infty \quad (10)$$

робить показник u^* для інтервалів, що містять в себе нуль, неінформативним.

Таблиця 1 – Приклад комплексування прогнозних оцінок з п'яти джерел

Номер джерела i	1	2	3	4	5
Прогнозні оцінки на момент часу $t=T+1$	[9, 10]	[7, 8]	[8, 10]	7	[4, 5]
Середня консолідована прогнозна оцінка на момент часу $t=T+1$	[7, 8]				
Прогнозні оцінки на момент часу $t=T$	[9, 10]	[7, 8]	[6, 8]	[4, 5]	6

Продовження табл. 1

Номер джерела i	1	2	3	4	5
Фактичне значення на момент часу $t=T$	8.1				
Абсолютна інтервальна похибка на момент часу $t=T$	$[-1.9, -0.9]$	$[0.1, 1.1]$	$[0.1, 2.1]$	$[3.1, 4.1]$	2.1
$u(\Delta) = \frac{1}{ \Delta }$					
u_i^*	0.75	2.40	1.52	0.28	0.48
w_i	0.138	0.442	0.281	0.052	0.087
Консолідована прогнозна оцінка на момент часу $t=T+1$	[7.29, 8.52]				
$u(\Delta) = \frac{1}{\Delta^2}$					
u_i^*	0.58	9.09	4.76	0.079	0.23
w_i	0.040	0.617	0.323	0.005	0.015
Консолідована прогнозна оцінка на момент часу $t=T+1$	[7.36, 8.67]				
$u(\Delta) = \begin{cases} 2 - \Delta , & \Delta < 2 \\ 0, & \Delta > 2 \end{cases}$					
u_i^*	0.60	1.40	0.90	0	0
w_i	0.207	0.482	0.311	0	0
Консолідована прогнозна оцінка на момент часу $t=T+1$	[7.72, 9.04]				

На практиці цей ефект можна легко парировати або аналітично (зміщенням аргументу), або алгоритмічно (вибором для інтервалів, які містять в себе нуль, іншого виду функції переваги $u(\Delta)$).

До переваг розроблених методів можна віднести такі їх особливості:

1. Запропонований математичний апарат дозволяє синтезувати модель комплексування в досить загальному вигляді, об'єднавши до єдиної аналітичної форми класи гібридних [21] та селективних моделей.

2. Реалізація алгоритмів згідно до запропонованих методів – проста, а її результати – наочні, що є важливим в процесі прийняття управлінських рішень.

Перелік літератури

1. Romanenkov Yu. Formation of prognostic software support strategic decision-making in an organization / Yu. Romanenkov, V. Vartanian // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. – 2016. – Vol. 2, No. 9 (80). – PP. 25-34.

2. Бидюк П.И. Анализ качества оценок прогнозов с использованием метода комплексирования / П.И. Бидюк, А.С. Гасанов, С.Е. Вавилов // Системні дослідження та інформаційні технології. – 2013. – № 4. – С. 7-16.
3. Буравцев А.В. Серый управленческий анализ / А.В. Буравцев // ПНиО. – 2017. – №5 (29). – С.74-79.
4. Bates J.M. The Combination of Forecasts / J.M. Bates, C.W. J. Granger // Oper. Reser. Quart. – 1969. – Vol. 20, No. 4. – PP. 451-468.
5. Newbold P. Experience with Forecasting Univariate Time Series and Combination of Forecasts / P. Newbold, C.W.J. Granger // J. of Royal Statistical Society. – Ser. A. – 1974. – Vol. 137, No. 2. – PP. 131-164.
6. Синеглазов В.М. Метод решения задачи прогнозирования на основе комплексирования оценок / В.М. Синеглазов, Е.И. Чумаченко, В.С. Горбатюк // Индуктивне моделювання складних систем: Зб. наук. пр. – К.: МННЦ ІТС НАН та МОН України. – 2012. – Вип. 4. – С. 214-223.
7. Васильев А.А. Объединение прогнозов экономических показателей на основе бивес-оценки с весовой функцией Хьюбера / А.А. Васильев // Актуальные проблемы гуманитарных и естественных наук. – 2015. – №10-4. – С. 44-47.
8. Молев М.Д. Синтез прогнозной информации в практике оценки эколого-экономического развития региона / М.Д. Молев, И.А. Занина, Н.И. Стуженко // Инженерный вестник Дона. – 2013. – №4. – С. 59.
9. Романенков Ю.А. Комплексирование прогнозных оценок в системе мониторинга показателей состояния бизнес-процесса / Ю.А. Романенков, В. М. Варганян, Д. С. Ревенко // Системи управління, навігації та зв'язку: зб. наук. пр. – Полтава: ПНТУ. – 2014. – №2(30). – С. 79-86.
10. Стернин М.Ю. Сравнение полиинтервальных оценок в методе ОИО / М.Ю. Стернин, Г.И. Шепелев // Intelligent Support of Decision Making. International book series «Information science & computing», №10, Supplement to the International Journal «Information technologies & knowledge». – 2009. – Sofia, Bulgaria. – Vol.3. – PP. 83-88.
- 11 Шепелев Г.И. Об адекватности точечных критериев задачам оценки и сравнения интервальных альтернатив / Г. И. Шепелев, М. Ю. Стернин // Искусственный интеллект и принятие решений. – 2014. – № 2. – С. 78-88.
12. Левин В.И. Упорядочение интервалов и задачи оптимизации с интервальными параметрами // Кибернетика и систем. анализ. – 2004. – № 3. – С. 14-24.
13. Ревенко Д.С. Разработка метода формирования интервальных данных на

основе экспертной информации / Д.С. Ревенко, В.М. Вартамян // Экономика та управління підприємствами машинобудівної галузі. – 2009. – № 1. – С. 24-30.

14. Бардачев Ю.Н. Методологическая предпочтительность интервальных экспертных оценок при принятии решений в условиях неопределенности / Ю. Н. Бардачев, В.В. Крючковский, Т.В. Маломуж // Вісник Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна. Серія : Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління. – 2010. – № 890, Вип. 13. – С. 18-28.

15. Подружко А.А. Интервальные методы решения задач калибровки и классификации / А.А. Подружко, А.С. Подружко, П.Н. Кирицев // Труды Института системного анализа РАН. Динамика неоднородных систем. – 2009. – Т. 44. – С. 173-186.

16. Вошинин А.П. Интервальный анализ данных: развитие и перспективы / А. П. Вошинин // Заводская Лаборатория. – 2002. – Т. 68, №. 1. – С. 118-126.

17. Орлов А.И. Основные идеи статистики интервальных данных / А. И. Орлов // Научный журнал КубГАУ. – 2013. – № 94. – С. 55-70.

18. Левин В.И. Сравнение интервалов и оптимизация в условиях неопределенности / В.И. Левин // Вестник Тамбовского университета. Серия: Естественные и технические науки. – 2002. – № 3. – С. 383-389.

19. Вартамян В.М. Построение и анализ интервальных нестатистических моделей / В.М. Вартамян, Л.Г. Шах, Ю.А. Романенков // Технологические системы. – Киев. – 2003. – № 3(19) – С. 19-24.

20. Вартамян В.М. Параметрический синтез модели экспоненциального сглаживания для статистических рядов интервальных данных / В.М. Вартамян, Ю.А. Романенков, В.Ю. Кашеева, Д.С. Ревенко // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии: сб. науч. трудов. – Нац. аэрокосм. ун-т «ХАИ». – 2009. – Вып. 44. – С. 232-240.

21. Qingying Lai. A Hybrid Short-Term Forecasting Model of Passenger Flow on High-Speed Rail considering the Impact of Train Service Frequency / Qingying Lai, Jun Liu, Yongji Luo, Minshu Ma // Mathematical Problems in Engineering. – 2017. – № (3). – PP. 1-9.