

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ ТА НАУКИ УКРАЇНИ

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
“ХАРКІВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ”

Заруба В.Я. Парфентенко І.А.

## **Кількісні методи в управлінні маркетингом**

Навчально-методичний посібник  
для студентів економічних спеціальностей

Затверджено  
Редакційно-видавничою  
радою університету,  
протокол № 2  
від 25 . 06 . 2020 р.

Харків  
НТУ «ХПІ»  
2020

УДК 339.138

Р 18

Рецензенти: Н. В. Кузьминчук, док. екон. наук, ХНУ імені В.Н. Каразіна  
Д. В. Райко, док. екон. наук, НТУ «Харківський політехнічний інститут»

Р 18 Заруба В. Я. Парфентенко І. А. Кількісні методи в управлінні маркетингом. Навчально-методичний посібник для студентів економічних спеціальностей – Харків: НТУ «ХПІ», 2020.– 106 с. – На укр. мові.

ISBN

Посібник містить навчально-методичні матеріали для вивчення дисципліни «Кількісні методи в управлінні маркетингом». Блок навчально-методичного забезпечення включає методичні поради до кожної теми дисципліни: необхідні пояснення до теми, основні питання для обговорення, практичні завдання, завдання для перевірки знань та контрольні питання. Призначено для студентів економічних спеціальностей всіх форм навчання.

Ил .4 Табл. 13 Библиогр. 23 назв.

УДК 339.138

Р 18

ISBN

© В. Я. Заруба, І. А. Парфентенко, 2020

© НТУ «ХПІ», 2020

## Зміст

Передмова.....	5
<i>Змістовний модуль 1. Кількісні методи у дескриптивному моделюванні об'єктів управління маркетингом</i>	
<i>Тема 1. Призначення моделей та кількісних методів в управлінні маркетингом.....</i>	<i>7</i>
1.1.Поняття моделей та об'єктів моделювання. Дескриптивні та нормативні моделі. Кількісні методи в процесах розробок і досліджень моделей.....	7
1.2.Холістичний, екстраполяційний та структурний підходи до дескриптивного моделювання.....	9
1.3. Способи опису частково визначених величин.....	12
1.4. Моделі поведінки покупців та реакції ринку на пропозиції товарів.....	14
1.5. Модель реакції ринку з резервованими цінами на пропозицію нового товару довгострокового користування.....	16
<i>Тема 2. Методи аналізу часових рядів у прогнозуванні попиту.....</i>	<i>19</i>
2.1. Поняття прогнозування та методів прогнозування попиту.....	19
2.2. Метод безпосереднього моделювання тренду.....	20
2.3. Типові функції для моделювання тренду.....	21
2.4. Моделювання тренду із попереднім згладжуванням ряду ковзною середньою.....	23
2.5. Метод сезонного індексу для визначення тренду та сезонної складової....	23
<i>Тема 3. Методи вибірових маркетингових досліджень.....</i>	<i>26</i>
3.1. Теоретичні основи статистичних досліджень.....	26
3.2. Знаходження чисельних значень функцій нормального розподілу ймовірностей.....	31
3.3. Поняття вибірових досліджень.....	33
3.4. Оцінки обсягу попиту за результатами вибірового опитування. Визначення обсягу вибірки.....	35
Питання та завдання для самоперевірки до змістовного модуля 1.....	46
<i>Змістовний модуль 2. Кількісні методи у розробці нормативних моделей в управлінні маркетингом</i>	
<i>Тема 4. Методологія розробки нормативних моделей в управлінні маркетингом.....</i>	<i>54</i>
4.1. Структури діяльності та дій. Планування дій.....	54
4.2. Моделювання програм маркетингових заходів.....	58
4.3.Раціональна детермінація дій. Оптимізація дій. Ситуації дій та рівні представлень про дії.....	61

<i>Тема 5. Кількісні методи у багаторівневому управлінні маркетингом...</i>	64
5.1. Функціональна структура діяльності підприємства.....	64
5.2. Управлінська структура діяльності підприємства.....	65
5.3. Узгодження виробничого потенціалу підприємства з попитом на продукцію.....	69
<i>Тема 6. Приклади нормативних моделей в управлінні маркетингом.....</i>	72
6.1. Оцінка параметрів економетричних моделей за допомогою методу найменших квадратів.....	72
6.2. Моделі визначення конкурентноздатних цін на продукцію від її споживчих характеристик.....	74
6.3. Модель оптимізації розподілу рекламного бюджету.....	76
<i>Тема 7. Моделі неповністю визначеного попиту в оперативному плануванні виробництва .....</i>	78
7.1. Модель ситуації оперативного планування виробництва.....	78
7.2. Оптимізація обсягів виробництва в умовах інтервальної визначеності попиту.....	81
7.3. Алгоритм розрахунку параметрів функції розподілу.....	85
7.4. Оптимізація планів виробництва за оцінками ефекту, що очікується.....	88
7.5. Планування обсягів виробництва з урахуванням суб'єктивних відношень до ризиків.....	92
Питання та завдання для самоперевірки до змістовного модуля 2.....	97
Бібліографічний список.....	105

## ПЕРЕДМОВА

В умовах переходу суспільства до інформаційної економіки зростає потреба у використанні маркетологами кількісних методів у своїй професійній діяльності. Використання кількісних методів в управлінні маркетингом обумовлено тим, що вони дозволяють отримувати об'єктивно обґрунтовані результати аналізу ситуацій та рішень, які пропонується приймати. Кількісні методи можуть застосовуватися у різноманітних ситуаціях маркетингової діяльності, які охоплюють процеси маркетингових досліджень, розробки товарної політики, ціноутворення, комунікаційної політики, управління ланцюжками продажів та постачання, тощо.

Для викладення змісту кількісних методів у посібнику прийнятий такий підхід. Спочатку розглядаються ситуації, які виникають у практиці маркетингової діяльності, виявляються їх суттєві ознаки та пропонуються математичні моделі. Лише після цього розглядаються математичні методи, які можуть бути застосовані для отримання кількісних результатів дослідження ситуацій за пропонованими моделями. Одночасно обговорюються питання інформаційного забезпечення досліджень. Ми вважаємо, що при такому підході у студентів виникає більше зацікавленості у засвоєнні кількісних методів та їх практичного використання у маркетингу.

Виходячи з ланцюжка „ситуація – модель - кількісні методи” у посібнику спочатку надаються загальні відомості про підходи до розробки дескриптивних моделей (для аналізу ситуацій) та нормативних моделей (для вибору рішень). У подальшому викладенні наводиться зміст моделей ситуацій та кількісних методів, які найбільш часто використовуються у маркетинговій практиці: метод моделювання поведінки покупців та реакції ринку на пропозиції нових товарів для оптимізації маркетингових заходів, метод аналізу часових рядів у прогнозуванні попиту для виявлення тренду та сезонних коливань, метод вибіркового маркетингових досліджень під час опитування споживачів про їх уподобання, метод сіткового планування та управління для розробки програм маркетингових заходів, метод потокового моделювання замовлень задля погодження обсягів виробництва з попитом на засадах концепції „продажі та операційне планування” та інші.

У посібнику відмічаються взаємозв'язки та особливості методів, визначаються їх можливості та обмеження, виявляються особливості їх застосування при управлінні маркетингом. Значна увага приділяється методам збору та представлення великих обсягів даних, зокрема використанню статистичного аналізу і нечітких експертних оцінок, а також методам прийняття рішень в умовах невизначеності і ризиків.

Викладення теоретичного матеріалу супроводжується прикладами, наведенням кількісного розв'язання завдань та їх поясненнями. Виконання більшості практичних завдань передбачає використання середовища Microsoft Excel. Кожний розділ навчально-методичного посібника містить питання та завдання для самоперевірки.

## **ТЕМА 1 ПРИЗНАЧЕННЯ МОДЕЛЕЙ ТА КІЛЬКІСНИХ МЕТОДІВ В УПРАВЛІННІ МАРКЕТИНГОМ**

**1.1. Поняття моделей та об'єктів моделювання. Дескриптивні та нормативні моделі. Кількісні методи в процесах розробок і досліджень моделей.**

**1.2. Холістичний, екстраполяційний та структурний підходи до дескриптивного моделювання.**

**1.3. Способи опису частково визначених величин.**

**1.4. Моделі поведінки покупців та реакції ринку на пропозиції товарів.**

**1.5. Модель реакції ринку з резервованими цінами на пропозицію нового товару. довгострокового користування.**

### ***1.1 Поняття моделей і об'єктів моделювання. Дескриптивні та нормативні моделі***

У найширшому сенсі під моделлю розуміється об'єкт матеріальної або ідеальної (знакової) природи, подібний в якихось відносинах іншому об'єкту (існуючому або створюваному). Слід зауважити, що поняття моделі є неоднозначним, оскільки під моделлю можна розуміти, з одного боку, існуючий об'єкт, оригінал, відповідно до якого створюються, відтворюються подібні об'єкти, а з іншого боку, навпаки, - об'єкт, який відтворює оригінал з певним ступінем точності.

Слово «модель» походить від латинського - *modulus*, що означає міру, зразок. Відповідно до цього первісним значенням слова «модель» під моделлю в ряді сфер людської діяльності мається на увазі оригінал як зразок, форма для копіювання, наслідування. Так, наприклад, у виробництві під моделлю розуміється еталон, стандарт для масового виготовлення будь-яких предметів або виріб, з якого знімається форма для копіювання (модель у ливарному виробництві, лекала, шаблони тощо.). У мистецтві моделями називають зображувані художниками предмети - «натуру». В той же час. в науково-дослідній діяльності під моделлю розуміється об'єкт, властивості (стану) якого відтворюють властивості (стану) заданого об'єкта у формі, що відрізняється від форми заданого об'єкта.

У зв'язку з неоднозначністю поняття «модель» моделі часто поділяють на дескриптивні та нормативні. Дескриптивні моделі призначаються для пояснення впливу спостережуваних факторів або прогнозу поведінки об'єкта діяльності. Метою побудови нормативних моделей є відшукання найкращого проекту майбутніх дій, що визначає їх результати, зміст і порядок виконання. Дескриптивні моделі відповідають на

питання «Як це відбувається?», «Що буде надалі?». Нормативні моделі відповідають на питання «Як повинно бути?», «Що робити, щоб досягти цього?».

Виділяються наступні основні етапи розробки дескриптивної моделі:

- попереднє вивчення об'єкта;
- виділення його істотних характеристик і формування гіпотез, що пояснюють його поведінку (функціонування);
- вибір мови моделювання (знакової системи) і змістовної (на природній мові) інтерпретації значень формул, виражених мовою моделювання;
- вираз характеристик і гіпотез на мові моделювання, тобто формування моделі об'єкта;
- експериментальний або теоретичний аналіз моделі, зіставлення результатів з наявними даними про об'єкт;
- коригування (зміна, деталізація, уточнення і т.п.) моделі.

В якості результатів вибору, що визначаються нормативними моделями, виступають образи новостворюваних об'єктів і майбутніх дій у формі описів, схем, креслень, графіків, планів. Прикладом результатів вибору є також алгоритми, що встановлюють склад і послідовність дій суб'єкта діяльності.

Таким чином, дескриптивні моделі є результатами відтворення існуючих об'єктів діяльності. Нормативні моделі, визначаючи проекти майбутніх дій, виступають як зразки їх результатів, змісту і порядку виконання.

У діяльності підприємств аналіз поточних ситуацій і прогнозування їх розвитку тісно пов'язане з плануванням, тобто з процесом визначення цілей, засобів їх досягнення, вибору послідовності дій. Відповідно до результатів прогнозування, що виконується на основі дескриптивних моделей, виявляють загрози і можливості середовища підприємства, визначають можливі проекти його дій і критерії їх ефективності. Нормативні моделі планування визначають спосіб вибору проектів дій з урахуванням прогнозованих наслідків їх реалізації та встановлених критеріїв ефективності. Нормативні математичні моделі планування для виконання свого призначення повинні в загальному випадку відбивати: 1) кількісні характеристики варіантів дій; 2) критерії вибору найкращого проекту дій; 3) спосіб (метод, алгоритм) відшукування найкращого проекту дій; 4) результат вибору найкращого проекту дій. При цьому обраний проект (план) дій являє собою нормативну модель майбутньої основної діяльності підприємства.

## 1.2 Холістичний, екстраполяційний і структурний підходи до описативного моделювання

Залежно від прийнятої концепції дослідження об'єкта, який моделюється, виділяють холістичний, екстраполяційний і структурний підходи до моделювання і відповідно холістичні, екстраполяційні і структурні моделі.

У відповідності з холістичним підходом вивчаються явища об'єкта як цілісності в його середовищі. У кібернетиці використовується термін «чорний ящик», який служить для позначення об'єктів, внутрішня структура яких невідома або вона не є предметом дослідження і моделювання. Досліднику таких об'єктів доступна тільки інформація про впливи середовища на їх входи і про реакцію об'єктів на ці впливи, які проявляються в зміні стану об'єктів на виході.

Термін «чорний ящик» був запропонований англійським вченим-кібернетиком У. Р. Ешбі. в силу того, що модель у вигляді «чорного ящика» ігнорує справжню структуру об'єкта. «Чорний ящик» можна назвати метамоделлю по відношенню до моделей холістичного типу. Моделлю ситуації, в якій проходить розробка моделі «чорного ящика», служить система дослідження, яку утворює об'єкт дослідження, середовище об'єкта, яке безпосередньо впливає на нього, і сам дослідник, який може виступати в ролях спостерігача або експериментатора. Перед початком моделювання дослідник визначає його мету і у відповідності з нею встановлює властивості об'єкта, які є істотними при його моделюванні. Крім того, він висуває гіпотезу щодо множини властивостей середовища, зміна яких є причиною всіх змін стану об'єкта.

Для виявлення у реальних об'єктів їх кількісно визначених властивостей можуть використовуватися різні індикатори (показники з встановленими одиницями виміру). Тому множина виходів (станів об'єкта) визначається способами, якими дослідник буде реєструвати виходи «чорного ящика», а входів (станів середовища) - способами, якими дослідник буде вимірювати вплив на «чорний ящик» з боку середовища. У разі проведення експерименту з об'єктом дослідник так трансформує середовище об'єкта, що в ній можна формувати і подавати на об'єкт впливи, заплановані для побудови моделі.

Первинні результати дослідження «чорного ящика» - результати (протоколи) спостережень або випробувань - утворюють множину пар «вхід, вихід»; при цьому кожна складова пари може бути вектором. Якщо «чорний ящик» має  $m$  входів і  $n$  виходів, то вектор  $x = (x_1, x_2, \dots, x_m)$  може представляти стан середовища (входи), а вектор  $y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$  - стан «чорного ящика» (виходи).

У загальному випадку кількісні значення входів і виходів є функціями часу:  $x = x(t) = (x_1(t), x_2(t), \dots, x_m(t))$ ,  $y = y(t) = (y_1(t), y_2(t), \dots, y_n(t))$ . Якщо входи і виходи є змінними величинами, то їх вимірювання (спостереження, експерименти)

проводять, як правило, через рівні проміжки часу  $\Delta t$ . Позначимо як  $x_{k1}, x_{k2}, \dots, x_{km}, y_{k1}, y_{k2}, \dots, y_{kn}$  значення величин входів і виходів в момент часу проведення вимірювання  $k$ . Тоді результати спостережень або випробувань «чорного ящика» можуть бути представлені у формі табл. 1.1

Таблиця 1.1 – Результати спостережень або випробувань «чорного ящика»

$k$	$x_{k1}$	$x_{k2}$	...	$x_{km}$	$y_{k1}$	$y_{k2}$	...	$y_{kn}$
1	$x_{11}$	$x_{12}$	...	$x_{1m}$	$y_{11}$	$y_{12}$	...	$y_{1n}$
2	$x_{21}$	$x_{22}$	...	$x_{2m}$	$y_{21}$	$y_{22}$	...	$y_{2n}$
...	...	...	...	...	...	...	...	...
$K$	$x_{K1}$	$x_{K2}$	...	$x_{Km}$	$y_{K1}$	$y_{K2}$	...	$y_{Kn}$

Після отримання протоколів дослідник їх аналізує з метою підтвердити або спростувати гіпотезу щодо істотних властивостей середовища, виявити закономірності в поведінці «чорного ящика». Аналіз протоколів фактично є перекодуванням їх в таку форму, при якій легше визначити перетворення значень входів в значення виходів. Виявлення такого перетворення є метою дослідження «чорного ящика». Передбачається, що вся інформація, яка може бути використана для цієї мети, міститься (потенційно) в протоколах спостережень або випробувань.

Екстраполяційний підхід використовується для прогнозування зміни параметрів станів об'єктів і орієнтований на отримання залежності прогнозованого параметра від реального часу. На відміну від холістичного підходу, відповідно до якого здійснюється спостереження за входними та вихідними параметрами об'єкту, для застосування екстраполяційного підходу необхідна інформація тільки про параметри його стану (виходу). При моделюванні за допомогою методів екстраполяції виходять з статистично сформованих тенденцій зміни показника, який прогнозується. Початковими даними для їх застосування є часові ряди, які складаються з упорядкованих у часі рівнів (значень)  $v_1, v_2, \dots, v_N$  деякого економічного показника в минулому за послідовні, однакові періоди часу  $i = 1, 2, \dots, N$ .

Умовами використання екстраполяційного підходу (методів аналізу часових рядів) є, по-перше, стабільність середовища, завдяки чому закономірності минулого можуть бути поширені на майбутнє, і, по-друге, наявність в даних за минулий час чітких тенденцій в змінах показника, який прогнозується.

В економічних часових рядах у загальному випадку присутні чотири джерела варіації: тренд, сезонні, циклічні і іррегулярні (випадкові) зміни. Під трендом розуміють характеристику основної закономірності змін в часі, яка є вільною від

випадкових і періодичних коливань. Тренд вважають основою часового ряду, на яку вже накладаються інші складові.

Сезонні зміни, внаслідок погодних умов і звичок, з'являються приблизно в однакові пори року. Циклічні зміни, які охоплюють періоди в декілька років, відображають рівні економічного підйому і спаду. Іррегулярні зміни викликають різні події і явища в суспільстві, на окремих підприємствах, в природі, які є непостійними в своєму прояві і впливі на рівні показника часового ряду. Іррегулярні зміни в рівнях часових рядів часто інтерпретують як випадкові величини. Методи аналізу часових рядів спрямовані на те, щоб ізолювати і виміряти кожен їхню складову: тренд, сезонні, циклічні і іррегулярні зміни.

Структурне моделювання включає структурування досліджуваного об'єкта (подання його у вигляді складових частин, елементів, і зв'язків між ними), параметризацію станів елементів і об'єкта в цілому, визначення залежності значень параметрів об'єкта від значень параметрів елементів з урахуванням взаємозв'язку станів елементів і зовнішніх впливів.

Очевидно, що холістичні і екстраполяційні моделі, з одного боку, і структурні моделі, з іншого боку, є полюсами сукупності можливих моделей з точки зору повноти відображення в них структури об'єкта. Холістичні і екстраполяційні моделі не визначають механізм взаємодії реальних елементів об'єкта. Цей факт є їх перевагою в умовах, коли механізм взаємодії або зовсім невідомий, або занадто складний і громіздкий. У той же час, холістичне і екстраполяційне моделювання має обмежене наукове значення, оскільки не забезпечує пізнання реальної структури об'єктів, що моделюються. У разі застосування екстраполяційного підходу зникає необхідність не тільки у виявленні структури об'єкта, але й у спостереженні за вхідними параметрами об'єкту. Це виключає можливість обліку при прогнозуванні навіть таких змін в середовищі об'єкта, відносно яких є достовірні дані.

Структурне моделювання є найбільш досконалим засобом досліджень, що дозволяє найбільш повно і точно відображати явища, що відбуваються в об'єкті. Інформаційну основу структурного моделювання складають початкові знання про структурні особливості досліджуваного об'єкта і закони, які поширюються на предметно досліджувані явища і дозволяють конкретизувати зв'язки станів в кількісній формі.

У зв'язку з обмеженими можливостями інформаційного забезпечення моделювання на практиці знаходять застосування змішані підходи і відповідні їм моделі, які частково відображають структуру об'єкта і вплив середовища. Для моделей, які частково відображають структуру об'єкта, часто застосовують терміни «напівпрозорий ящик» або «сірий ящик».

### 1.3 Способи опису частково визначених величин

Кількісне дослідження будь-якого економічного об'єкта передбачає опис його властивостей і якостей його середовища за допомогою сукупності деяких величин, значення яких співвідносяться з властивостями, які цікавлять дослідника і характеризують їх в кількісній формі. Ці величини називають показниками стану об'єкта і середовища, або показниками ситуації діяльності об'єкта. У загальному випадку показники стану розглядаються як змінні величини, які знаходяться у взаємній залежності і змінюються з плином часу. Математичні моделі розвитку ситуацій діяльності об'єктів повинні дозволяти встановлювати для кожного об'єкта особливості його ситуації, що відрізняють її від ситуацій діяльності аналогічних об'єктів, а також передбачати майбутні зміни в ній.

Множина чисел  $X$ , що охоплює значення всіх розглянутих показників, називається універсумом. Знання про значення будь-якого показника  $A$  в певний минулий або в певний майбутній момент часу можуть бути виражені за допомогою опису відношення до цього показника різних чисел  $x \in X$ . Для вираження цього відношення використовується функція  $\mu_A(x)$ , яка називається характеристичною. Значення характеристичної функції  $\mu_A(x)$  відображають ступінь відповідності окремих чисел  $x \in X$  значенням розглянутого показника  $A$ .

Відношення чисел  $x \in X$  до даного показника  $A$  буде визначеним (повністю визначеним), якщо воно для кожного числа  $x \in X$  встановлює, є або не є це число значенням показника  $A$  (формально  $\mu_A(x)=1$  або  $\mu_A(x)=0$ ). Таким чином, відношення чисел  $x \in X$  до даного показника  $A$  у разі їх повної визначеності описується двозначною функцією  $\mu_A(x): \mu_A(x) = 0$  або  $1$  («відсутність відповідності» або «наявність відповідності»). При цьому, очевидно, тільки одне число  $x^0 \in X$  буде збігатися з дійсним значенням показника  $A: \mu_A(x^0)=1$ .

Уявлення про те, що будь-який показник в кожен момент часу може характеризуватися лише єдиним значенням, засноване на класичній двозначній логіці, яка не допускає того, що одна і та ж величина може приймати одночасно кілька значень. Однак у реальній людській практиці багато явищ носить випадковий характер, а інформація про об'єкти, які цікавлять дослідника, є, як правило, неповною. Тому не завжди можна точно стверджувати або те, що деякий показник  $A$  приймав або прийме значення  $x$ , або те, що значення  $x$  не спостерігалось у цього показника раніше, чи не буде спостерігатися у майбутньому.

З цієї причини виникає необхідність виражати знання про предмети у формах не повністю визначених (частково невизначених) властивостей, використовуючи для цього не повністю визначені величини. Для формалізації не повністю визначених величин

використовують характеристичні функції, які можуть приймати не тільки значення 0 або 1, а й будь-яке значення на інтервалі  $[0,1]$ .

Множина  $S_A$ ,  $S_A \subseteq X$ , називається носієм значень не повністю визначеної величини  $A$ , якщо вона включає тільки ті числа  $x \in X$  при яких характеристична функція  $\mu_A(x)$  набуває додатних значень. Найменшу визначеність мають такі величини, для яких значення характеристичної функції не можуть бути отримані, але може бути знайдена така множина  $\bar{S}_A$ , яка може розглядатися як оцінка носія величини  $A$ ,  $\bar{S}_A \subseteq S_A \subseteq X$ . Така форма вираження неповністю визначених величин називається характеристичною, або інтервальною невизначеністю. До опису величин у формі характеристичної невизначеності звертаються у тих випадках, коли знання про конкретні значення функції  $\mu_A(x)$  для чисел  $x \in \bar{S}_A$  відсутні.

До форм вираження не повністю визначених величин за допомогою певних характеристичних функцій  $\mu_A(x)$  відносяться статистична визначеність і нечітка визначеність.

Математичне описання величин у формі статистичної визначеності використовують для випадкових величин. Воно засноване на приписуванні кожному можливому значенню випадкової величини ймовірності її реалізації у досліді або спостереженні. Таким чином, значення характеристичної функції  $\mu_A(x)$  для величин у формі статистичної визначеності задається ймовірністю того, що випадкова величина прийме значення  $x \in X$ .

Представлення випадкової величини як статистично визначеної передбачає об'єктивну, статистичну інтерпретацію ймовірності. Відповідно до цієї інтерпретації ймовірність визначається відносними частотами реалізації тих чи інших значень  $x \in X$  випадкової величини при досить тривалих випробуваннях. Однак у більшості реальних ситуацій, коли виникає необхідність прийняття рішень в умовах неповної визначеності, дослідник не має достатньої статистичної інформації і змушений звертатися до суб'єктивних оцінок, заснованих на інтуїції і досвіді. Цей підхід є прикладом вирішення виникаючих на практиці проблем шляхом використання суб'єктивних оцінок можливості того, що величина, яку розглядають, буде приймати ті чи інші значення

Початок створенню загального математичного апарату для опису нечітко визначених величин, а також для оперування з ними з метою отримання логічно несуперечливих висновків - було покладено роботою Лотфі Заде, опублікованій у 1965 р. [12]. Ця робота відкрила новий напрямок в прикладній математиці, що отримало назву теорії нечітких множин. В теорії нечітких множин характеристична функція  $\mu_A(x)$  носить назву функції приналежності елемента  $x \in X$  до нечіткої множини  $A$ .

Значення цієї функції називається ступенем приналежності елемента  $x$  множини  $A$ . Функції приналежності можуть приймати будь-які значення на інтервалі  $[0,1]$ .

Формально нечітка множина  $A$  визначається як множина впорядкованих пар  $\langle x, \mu_A(x) \rangle$  ( $x \in X$ ). При цьому елементи  $x$  універсуму  $X$  можуть мати будь-яку природу, а не тільки являти собою числа. Нечітка множина відрізняється від звичайної множини тим, що для всіх або частини елементів  $x \in X$  не існує однозначної відповіді на питання «Чи належить або не належить той чи інший елемент  $x$  до певної нечіткої множини  $A$ ?». Нечіткою величиною називається довільна нечітка множина  $A$ , яка задана на універсумі  $X$ , елементами якого є числа.

Понятійний апарат теорії нечітких множин дозволяє включати в предмет цієї теорії процедури з суб'єктивними оцінками ймовірностей. Дійсно, якщо множина  $X$  складається з кінцевої множини чисел, то в якості міри приналежності числа  $x \in X$  величині  $A$  може виступати ймовірність  $P_A$  реалізації значення  $x$ :  $\mu_A(x) = P_A$  ( $x \in X$ ). Слід зауважити, що оцінки ймовірностей, незважаючи на свій суб'єктивний характер, повинні бути узгоджені між собою. Для цього необхідно і достатньо, щоб вони задовольняли аксіомам теорії ймовірностей.

#### ***1.4 Моделі поведінки покупців та реакції ринку на пропозиції товарів***

Прийняття споживачем тієї чи іншої товарної пропозиції, тобто придбання їм конкретного товару в конкретного дилера, найчастіше є результатом усвідомленого процесу прийняття рішення про покупку. Це особливо чітко проявляється у відношенні до дискретних товарів, тобто товарів попереднього вибору та тривалого використання, які кожний окремий споживач купує поштучно, як правило, одноразово. Типовим прикладом споживчих дискретних товарів є побутова техніка.

Покупці дискретних товарів передують оцінка споживачами варіантів вибору, яку вони здійснюють на основі деяких моделей (методів). Модель оцінки описує систему переваг споживачем одних умов товарних пропозицій іншим. Споживачі можуть надавати різний ступінь важливості різним умовам. При цьому очікуване задоволення споживачів від прийняття товарної пропозиції змінюється в залежності від параметрів властивостей пропозицій. У результаті збору інформації про товарні пропозиції різних підприємств, який здійснюється на етапі, що передують етапу оцінки, кожен споживач формує думку про пропозиції, тобто переконання про переваги і реальність умов, що заявляються.

Думка про привабливість пропозиції кожного товару складається у споживача в результаті зіставлення цінності (якості) цього товару і сукупних витрат, необхідних для користування цим товаром. Цінність товару споживач оцінює з урахуванням споживчої

корисності товару та ступеня довіри до нього. Наприклад, на привабливість побутової техніки як товару впливають якість виконання основних функцій, зовнішній вигляд, додаткові функції та якість управління. За близькими для різних товарів гарантіями щодо зміни або ремонту некондиційних товарів ступінь довіри до товарної пропозиції визначається споживачем у залежності від сприйняття товарної марки виробника, з якою зв'язуються певні значення чинників надійності. Сукупні витрати споживача відображають витрати на придбання самого товару, супутніх товарів та послуг, а також витрат на експлуатацію.

Моделі реакції ринку описують сукупну купівельну реакцію на товарні пропозиції роздрібних торгових підприємств. В них в інтегральній формі відбивається сукупність індивідуальних моделей споживчих оцінок, знаходить висвітлення зміст товарних пропозицій усіх підприємств, які діють на ринку. У порівнянні з моделями, які створюються на засадах статистичного аналізу попиту, моделі реакції ринку, вже за своїм призначенням, здатні забезпечувати більш високу точність прогнозу продажів та надавати можливість виявлення причин зміни їхніх обсягів. Крім цього, ці моделі створюють основу для побудови більш складних економіко-математичних моделей, які спрямовані на максимізацію прибутку від реалізації товарів за рахунок оптимального вибору їх цін та споживчих характеристик, а також на прогнозування змін в обсягах продажів у результаті конкурентної поведінки підприємств, що діють на ринку.

Розглянемо принципи формування споживчих оцінок. Зазначимо через  $n$  кількість видів товарів, що пропонуються, а через  $m$  – кількість потенційних покупців (споживачів). Кожен споживач  $i$  у залежності від чіткості своїх переваг, впевненості в об'єктивності даних про товарні пропозиції може оцінювати привабливість  $u_{ij}^0$  товарної пропозиції  $j$  детермінованою чи випадковою величиною:

$$u_{ij}^0 = \begin{cases} u_{ij} + \varepsilon_i & \text{у випадку невпевненої оцінки,} \\ u_{ij} & \text{у випадку впевненої оцінки.} \end{cases}$$

де  $u_{ij}$  – детермінована складова оцінки,  $\varepsilon_i$  - випадкова величина з нульовим математичним очікуванням. Відповідно до цього виділяються моделі детермінованої оцінки і моделі з випадковою складовою.

В умовах моделі детермінованої оцінки кожен споживач  $i$  обирає товар  $j$ , якому відповідає максимальна додатна оцінка:

$$u_{ij} = \max \{u_{ik} \mid u_{ik} > 0 \ (k = 1, 2, \dots, n)\}.$$

При використанні моделі з випадковою складовою детермінований вибір товарної пропозиції може мати місце тільки у випадку, коли випадкова

складова  $\varepsilon_i$  приймає обмежені значення в інтервалі  $[-\varepsilon, +\varepsilon]$ . Тоді можлива ситуація, яка обумовлена співвідношенням:

$$u_{ij} - \varepsilon > u_{ik} + \varepsilon \quad (k \neq j),$$

коли споживач робить детермінований вибір пропозиції  $j$ . У загальному випадку оцінка з випадковою величиною задає імовірності  $P_{ij}$  ( $j=1,2,\dots,n$ ) придбання споживачем і кожного товару  $j$ .

### ***1.5 Модель реакції ринку з резервованими цінами на пропозицію нового товару довгострокового користування.***

Уведемо до розгляду деякі моделі детермінованих споживчих оцінок і реакції ринку, які виходять з вертикальної диференціації ринку. У цьому випадку усі споживачі цільового ринку однаково оцінюють якість (цінність) товарів з урахуванням у ній всіх споживчих витрат:

$$q_1 < q_2 < \dots < q_{j-1} < q_j < q_{j+1} < \dots < q_n.$$

Будемо вважати, що товар  $j$  не користується попитом на ринку ( $v_j=0$ ), якщо його споживацька цінність менша за цінність деякого товару  $j+1$ , а ціна, за якою продається товар  $j$  не менша, ніж ціна товару  $j+1$ :  $v_j=0$ , якщо  $q_j < q_{j+1}$ ,  $p_j \geq p_{j+1}$ . Виходячи з цього припущення виявляється, що послідовність номерів товарів, упорядкованих за зростанням їх цін, співпадає з послідовністю номерів, упорядкованих за зростанням споживацьких цінностей:

$$p_1 < p_2 < p_3 < \dots < p_{j-1} < p_j < p_{j+1} < \dots < p_n.$$

На ринку з резервованими цінами кожен споживач  $k$  визначає максимальну суму грошей  $s_k$ , яку він здатний заплатити за покупку. Споживач купує товар  $j$  найвищої якості з тих товарів, ціна на який не перевищує резервованої ціни:

$$q_j = \max\{q_k \mid p_k \leq s_k, k = 1, 2, \dots, n\}$$

Позначимо як  $F$  кількість усіх споживачів, у яких резервовані ціни не перевищують деякого значення  $p$ . Функцію  $F=F(p)$ , яка описує залежність кількості покупців від резервованої ціни  $p$ , будемо називати функцією розподілу резервованої ціни. Очевидно, що функція  $F$  є неубуваючою, причому її значення обмежені зверху величиною  $m$  кількості потенційних покупців.

Для прогнозування обсягу попиту деякого товару  $k$  необхідно оцінити за допомогою методу аналогів значення споживчих цінностей  $q_k$ ,  $q_j$  ( $j \neq k$ ) цього товару та всіх інших товарів. Поряд з цим треба знайти функцію розподілу резервованої ціни. Виділимо два підходи до визначення функції розподілу

резервованої ціни: за інформацією про бюджети споживачів та за даними про обсяги продажу товарів.

Підхід, що базується на інформації про бюджети, передбачає перш за все ідентифікацію функції  $\Phi = \Phi(d)$  розподілу річного прибутку населення регіону. Значення  $\Phi(d)$  функції  $\Phi$ , що відповідає прибутку  $d$ , визначає кількість споживачів, у яких прибутки не перевищують величини  $d$ . Потім, використовуючи результати панельних досліджень структури витрат домогосподарств з різними доходами на ті чи інші потреби, знаходять залежність  $p=W(d)$  середньорічних витрат  $p$  на товари, які розглядаються, від розміру прибутку  $d$ . Витрати  $p$  після певної корекції на частоту покупок за багаторічний період часу приймаються за резервовані ціни, за якими домогосподарства купують товари. Функція розподілу резервованої ціни визначається за формулою:

$$F(p) = \Phi(W^{-1}(p)), \quad (1.1)$$

де  $W^{-1} = W^{-1}(p)$  функція, яка є зворотною до функції  $W$  і визначає той дохід, який мають ті домогосподарства, що купують товари, які розглядаються, за ціною  $p$ .

У відповідності до другого підходу, повинно бути зібрано відомості про середньорічні ціни  $p_j$  та річні обсяги  $v_j^0$  продажу усіх товарів  $j=1,2,\dots,n$  визначеного призначення на цільовому ринку. Функція  $F = F(p)$  розподілу резервованої ціни, яку отримують за цими даними, має кусочно-лінійну форму:

$$F(p) = F(p_j) + \frac{v_j^0}{(p_{j+1} - p_j)}(p - p_j), \quad \text{якщо } p \in [p_j, p_{j+1}], \quad j=1,2,\dots,n,$$

де  $p \in [p_1, p_{n+1}]$ ,  $F(p_j) = \sum_{s=1}^{j-1} v_s^0$  ( $j = 2,3,\dots,n$ ),  $F(p_1) = 0$ ,  $F(p_{n+1}) = m$ , де

$p_{n+1}$  максимальна резервована ціна у споживачів (див. рис. 3.2).

Треба зауважити, що функція  $F = F(p)$  не є статичною, а на протязі часу змінюється під впливом економічних, демографічних та інших факторів. Підходи, що їх згадано вище, дають змогу визначати функцію  $F$  лише на деякому попередньому річному інтервалі часу. Але для розв'язання задач, які виникають на практиці, необхідно мати прогнозний вираз функції розподілу резервованої ціни. Тому під час побудови функції  $F$  за даними про ціни та обсяги продажу товарів вихідні ретроспективні дані корегуються з урахуванням тенденцій їхніх змін. Як правило, фірми з часом зменшують ціни на свої товари, що обумовлюється двома основними причинами. По-перше, у зв'язку з

подальшим засвоєнням виробництва та розвитком засобів реалізації товарів їх собівартість зменшується. По-друге, виведення на ринок нових товарів посилює цінову конкуренцію.

Модель, яку розглянуто, дозволяє визначати певні орієнтири обсягів продажу по майбутніх роках. Практично обсяг продажу може виявитися меншим у зв'язку з необхідністю часу на створення виробничих потужностей, мережі розповсюдження товару, а також проведення рекламно-пропагандистських заходів, спрямованих на ознайомлення цільового ринку з новим товаром у такому ж ступені, у якому відомі найближчі конкурентні товари-аналоги. В той же час, оцінки обсягів продажу, які знайдено за цією моделлю, будуть більш точними, ніж оцінки безпосередньо за даними про обсяги продажу товарів-аналогів.

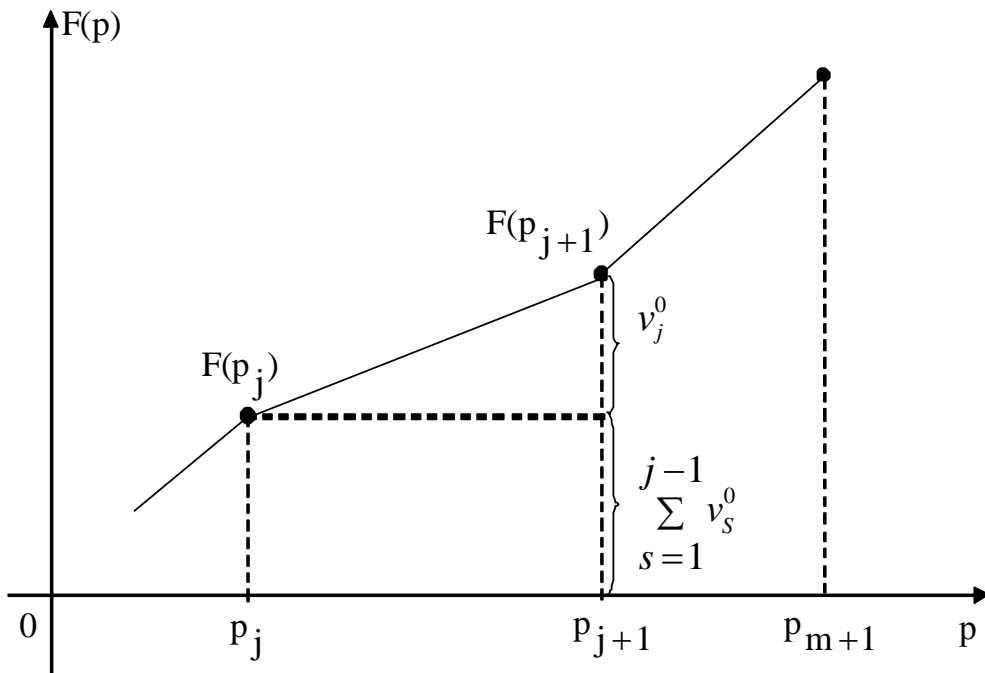


Рис. 1.1 - Графік функції розподілу резервованої ціни

## **ТЕМА 2 МЕТОДИ АНАЛІЗУ ЧАСОВИХ РЯДІВ У ПРОГНОЗУВАННІ ПОПИТУ**

### **2.1. Поняття прогнозування та методів прогнозування попиту**

### **2.2. Метод безпосереднього моделювання тренду**

### **2.3. Типові функції для моделювання тренду**

### **2.4. Моделювання тренду із попереднім згладжуванням ряду ковзною середньою**

### **2.5. Метод сезонного індексу для визначення тренду та сезонної складової**

#### ***2.1 Поняття прогнозування та методів прогнозування попиту***

Під прогнозом у широкому сенсі розуміють оцінку майбутнього стану деякого явища, яку зроблено на основі спеціального наукового дослідження. Передбачення взагалі та прогнозування зокрема, є необхідною умовою усвідомленого прийняття будь-яких рішень.

Під методами прогнозування взагалі розуміють сукупність прийомів і способів мислення, що дозволяють на основі ретроспективних даних, екзогенних (зовнішніх) і ендогенних (внутрішніх) зв'язків об'єкта прогнозування, а також їхніх змін, вивести судження визначеної вірогідності відносно майбутнього його розвитку [10].

Особливе місце у прогнозуванні на підприємствах займають прогнози попиту на їх продукцію та послуги. У відповідності з організаційними рівнями менеджменту підприємств прогнози попиту поділяють на стратегічні (довгострокові), тактичні (середньострокові) та оперативні (короткострокові). Під час розробки цих прогнозів виникає необхідність урахування великої кількості характеристик маркетингового макро- та мікросередовища підприємства. Чим більший строк прогнозу, тим більш складні проблеми виникають при його розробці, тим важче оцінити ступінь їх достовірності.

Для прогнозування попиту використовують різноманітні методи, зокрема методи моделювання об'єкта прогнозування. Оскільки попит є узагальненою характеристикою ринку підприємства, то під час прогнозування попиту цільовий ринок підприємства може розглядатися як об'єкт моделювання.

Проблеми прогнозування дещо спрощуються для товарів зі стійким або зростаючим збутом в умовах стабільної конкуренції. При формуванні прогнозів за допомогою методів аналізу часових рядів виходять зі статистично визначених тенденцій зміни попиту, що склалися у минулому. Вихідними даними для їх застосування є часові ряди, які складаються з упорядкованих в

часі рівнів (значень)  $v_1, v_2, \dots, v_N$  обсягів продажів за послідовні, однакові періоди часу  $i = 1, 2, \dots, N$ . Методи аналізу часових рядів полягають в тому, щоб ізолювати і вимірити окремо кожен з складових часових рядів: тренд, сезонні, циклічні та іррегулярні зміни.

При аналізі часових рядів основну увагу привертає тренд. Для моделювання тренда використовують методи безпосереднього моделювання тренда і методи ідентифікації тренда з попереднім згладжуванням ряду. Для виокремлення та вимірювання тренду і сезонної складової ряду знаходять застосування метод сезонного індексу.

## 2.2 Метод безпосереднього моделювання тренда

Метод безпосереднього моделювання тренда використовується, коли кожен рівень  $v_i$  часового ряду визначається трендовим значенням  $f^*(i)$  і іррегулярною (випадковою) складовою  $\varepsilon_i$ , яка приймає щодо трендового значення  $f^*(i)$  невеликі по модулю значення:  $v_i = f^*(i) + \varepsilon_i, |\varepsilon_i| \ll f^*(i)$ . Метод безпосереднього моделювання тренда полягає в знаходженні такої функції  $f$ , яка може служити моделлю функції  $f^*$ , яка реально описує тренд  $f(i) \approx f^*(i), (i = 1, 2, \dots, N)$ . Модель тренда  $f$  з деякою точністю визначає як відомі члени тимчасового ряду, так і майбутні, ті, що прогнозуються:

$$v_i = f(i) + f^*(i) - f(i) + \varepsilon_i \quad i = 1, 2, \dots, N, N + 1, \dots, t \quad (2.1)$$

де  $[N + 1, \dots, t]$  - інтервал прогнозування.

У методі моделювання тренда спочатку вибирають клас функцій  $f[\alpha]$ , до якого належатиме оцінка тренда, де  $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_K)$  -  $K$ -мірний вектор невизначених параметрів функцій. Потім проводять остаточну ідентифікацію функції  $f$  за допомогою методу найменших квадратів. Для цього знаходять таке значення  $\alpha^0$  вектора  $\alpha$  невизначених параметрів функцій  $f[\alpha]$ , яке забезпечує мінімальне середньоквадратичне відхилення  $U(\alpha)$  розрахункових і фактичних складових ряду (обсягів продажів товарів):  $f = f(\alpha^0), U(\alpha^0) = \min_{\alpha \in A} U(\alpha)$ , де

$$U(\alpha) = \sum_{i=1}^N (v_i - f[\alpha](i))^2. \quad (2.2)$$

Значення величини  $U(\alpha^0)$  залежить від обраного типу функцій  $f[\alpha]$ . Теоретично воно може бути зменшено до 0, але зменшення  $U(\alpha^0)$  не гарантує підвищення

точності прогнозування. Шляхом відповідного вибору типу функцій  $f[\alpha]$  можна досягти точного відтворення вихідних даних. Але отримана в цьому випадку оцінна функція  $f$  буде відтворювати не тільки детерміновану, але і випадкову складову часового ряду. Тому вона може неадекватно визначати майбутні обсяги збуту.

Однією з найбільш простих форм оцінної функції  $f[\alpha]$  є лінійна функція  $f[\alpha](i) = \alpha_1 + \alpha_2 i$ , де  $\alpha_1, \alpha_2$  - невизначені параметри цієї функції. Щоб у разі використання цієї функції досягався мінімум середньоквадратичного відхилення  $U(\alpha)$ , повинні виконуватися такі умови:

$$\frac{\partial U(\alpha)}{\partial \alpha_k} = \sum_{i=1}^N \frac{\partial (f[\alpha](i) - v_i)^2}{\partial \alpha_k} = 0 \quad (k = 1, 2).$$

Ці умови визначають систему двох рівнянь:

$$\sum_{i=1}^N ((f[\alpha](i) - v_i) \frac{\partial f[\alpha](i)}{\partial \alpha_k}) = 0 \quad (k = 1, 2).$$

Оскільки

$$\frac{\partial f[\alpha](i)}{\partial \alpha_0} = 1, \quad \frac{\partial f[\alpha](i)}{\partial \alpha_1} = i,$$

то оптимальні значення  $\alpha_0^0, \alpha_1^0$  параметрів  $\alpha_0, \alpha_1$  знаходяться з наступної системи двох рівнянь:

$$\sum_{i=1}^N (\alpha_0 + \alpha_1 i - v_i) = N\alpha_0 + \alpha_1 \sum_{i=1}^N i - \sum_{i=1}^N v_i = N(\alpha_0 + \alpha_1) - \sum_{i=1}^N v_i = 0,$$

$$\sum_{i=1}^N (\alpha_0 + \alpha_1 i - v_i) i = N\alpha_0 + \alpha_1 \sum_{i=1}^N i^2 - \sum_{i=1}^N v_i i = 0.$$

Ці рівняння можна представити у такому вигляді:

$$A_{11}\alpha_0 + A_{12}\alpha_1 = A_{10},$$

$$A_{21}\alpha_0 + A_{22}\alpha_1 = A_{20},$$

де  $A_{11} = A_{12} = N = 4$ ,  $A_{10} = \sum_{i=1}^N v_i$ ,  $A_{21} = N$ ,  $A_{22} = \sum_{i=1}^N i^2$ ,  $A_{20} = \sum_{i=1}^N v_i i$ .

### 2.3 Типові функції для моделювання тренда

Щоб правильно підібрати модель тренда попиту, треба знати різні класи функцій, здатних виступати в ролі моделей, і характерні зміни цих функцій в залежності від зміни часу.

Графіки цих функцій називають "кривими зростання". Побудувавши графік часового ряду, іноді можна візуально підібрати потрібний клас кривих. Якщо візуально не вдається підібрати вид функції, потрібна більш точна ідентифікація. Для цього роблять спробу відшукати такі кількісні характеристики часового ряду, які не змінюються в часі та є характерними тільки для певного класу кривих.

Розглянемо різні класи "кривих росту", які найбільш часто використовують для опису економічних процесів, та їх характеристики. Для виявлення можливості опису тренда за допомогою класів прямих або парабол розраховують прирости наступних рівнів у порівнянні з попередніми. Різницю між двома сусідніми значеннями функції або рівнями у часовому ряді називають першими приростами показника, чи ланцюговими приростами. Другими приростами називають прирости перших приростів.

Для прямої постійними є перші прирости:

$$u_t^{(1)} = v_{t+1} - v_t = a_0 + a_1(t+1) - a_0 - a_1t = a_1 = const.$$

Для параболи перші прирощення лінійно залежать від часу:

$$u_t^{(1)} = v_{t+1} - v_t = b_0 + b_1t, \text{ але рівними між собою є другі різниці:}$$

$$u_t^{(2)} = u_{t+1}^{(1)} - u_t^{(1)} = b_1 = const.$$

Таким чином, умовою відображення тренда у вигляді прямої лінії є незмінність перших приростів, а умовою ідентифікації параболічного тренда є незмінність других приростів.

Багато економічних процесів мають зростання із постійним темпом, коли наступне значення показника дорівнює попередньому, помноженому на певне число. Тому при описі динаміки різних економічних показників часто використовують показову функцію  $v_t = a_0 a_1^t$ . Для неї ланцюгові темпи росту  $\tau_t$  складають величину:

$$\tau_t = \frac{v_{t+1}}{v_t} = \frac{a_0 a_1^{t+1}}{a_0 a_1^t} = a_1 = const$$

Якщо взяти логарифми рівнів  $v_t$ , тобто знайти величини

$$z_t = \ln(v_t) = \ln(a_0) + t * \ln(a_1) = A_0 + A_1 * t$$

то легко побачити, що вони змінюються лінійно, з чого випливає, що перші прирощення величин  $z_t$  будуть постійними:  $z_{t+1} - z_t = A_1 = const$ . Таким чином, незмінними характеристиками показової функції є ланцюговий темп росту  $\tau_t$  та перші прирощення логарифмів рівнів.

Більш універсальною для опису трендів загального виду є модифікована показова функція  $v_t = k + a_0 a_1^t$ . Знайдемо її перші прирощення:

$$u_t^{(1)} = v_{t+1} - v_t = a_0(a_1 - 1)a_1^t = A_0 a_1^t$$

Вони змінюються за законом простої показової функції, і, тому темпи росту перших прирощень будуть постійними, тобто їх можна використовувати для ідентифікації модифікованої показової функції.

#### **2.4 Моделювання тренда із попереднім згладжуванням ряду ковзною середньою**

Найбільші труднощі у виборі моделі тренда виникають тоді, коли прогнозують ряди, яким властиві значні коливання, обумовлені іррегулярними і сезонними змінами. Щоб їх уникнути до початку моделювання тренда застосовують методи згладжування ряду, що дозволяють виявити довгострокову тенденцію зміни попиту (тренд) на тлі короткострокових випадкових і середньострокових сезонних змін. Методи згладжування розглядаються при аналізі часових рядів як допоміжні і використовуються у комплексі з методом моделювання тренда.

Один з підходів до згладжування заснований на методі ковзної середньої, за допомогою якої можна частково усунути як випадкову складову, так і деякі періодичні складові, які мають невеликий період. Цей метод дозволяє провести аналіз згладженої кривої і виділити закономірну тенденцію - тренд у вигляді тієї чи іншої функції.

Для пошуку ковзної середньої спочатку вибирають інтервал усереднення, тобто кількість точок, за допомогою яких визначається середня величина для рівня  $u_t$ . Зазвичай вибирають непарну їх кількість  $m = 2k + 1$ , де  $k$  - напівінтервал усереднення. Потім підсумовують значення за всі періоди інтервалу усереднення, і суму, яка отримана, ділять на кількість періодів.

Значення ковзної середньої обчислюються за формулою:

$$\bar{u}_t = \frac{u_{t-k} + u_{t-k+1} + \dots + u_t + \dots + u_{t+k}}{m} \quad (2.3)$$

Метод ковзної середньої має як переваги, так і недоліки. З одного боку, як метод виявлення тренда він простий і дає близьку до дійсності картину довгострокових змін. З іншого боку, з його допомогою неможливо розрахувати ковзні середні обсяги для спостережень, які знаходяться в кінці ряду.

#### **2.5 Метод сезонного індексу для визначення тренду та сезонної складової.**

Сезонні зміни можуть бути враховані в прогнозі часового ряду за допомогою методу середніх сезонних (місячних) індексів. Цей же метод може служити для згладжування ряду шляхом виключення з нього сезонних коливань.

Нехай період вимірювання обсягів продажу в часовому ряді становить один місяць. Позначимо як  $n$  кількість років, протягом яких проводилася реєстрація рівнів попиту. Тоді  $N = nT$ , де  $T$  - період сезонних коливань,  $T = 12$ . Номер  $i$  кожного місяця

$i = 1, 2, \dots, N$ , може бути виражений через номер року  $r$ ,  $r = 1, 2, \dots, n$ , і номер місяця  $j$ ,  $j = 1, 2, \dots, 12$ , у цьому році:  $i = j + T(r - 1)$ .

Місячний індекс  $s(i) = s_r(j)$  для місяця  $i = j + T(r - 1)$ , відповідного місяцю  $j$  в  $r$ -му році, являє собою відношення обсягу попиту  $v_{j+(r-1)T}$  в цьому ж місяці цього ж року до оцінки  $f(i) = f(j + T(r - 1))$  трендового значення попиту в  $i$ -му місяці на основі деякої моделі тренда  $f(i)$ :

$$s_r(j) = \frac{v_{j+(r-1)T}}{f(j + T(r - 1))} \quad (2.4)$$

В основу методу середніх сезонних індексів закладається припущення, що сезонний індекс може змінюватися по місяцях  $j=1, 2, \dots, 12$  кожного року, але для кожного певного місяця  $j$  він з року в рік не змінюється і дорівнює середньому сезонному індексу  $s^*(j)$ :

$$s_r(j) = s^*(j) = \frac{1}{n} \sum_{r=1}^n s_r(j) \quad r = (1, 2, \dots, n). \quad (2.5)$$

Первісна (стартова) модель тренда  $f_S(i)$  може бути знайдена шляхом попереднього згладжування початкового часового ряду за методом ковзної середньої з великим напівінтервалом усереднення,  $k \geq 5$ . За допомогою знайдених у відповідності з моделлю  $f_S(i)$  значень середніх сезонних індексів  $s^*(j)$  ( $j = 1, 2, \dots, 12$ ) можна побудувати новий згладжений часовий ряд

$$\bar{v}_{j+(r-1)T} = \frac{v_{j+(r-1)T}}{s^*(j)} \quad (j = 1, 2, \dots, 12) \quad (r = 1, 2, \dots, n), \quad (2.6)$$

в якому буде виключена сезонна складова. Для знов отриманого ряду може бути визначена нова поліпшена модель  $f_F(i)$  тренда. Відповідно до моделі  $f_F(i)$  ( $i = 1, 2, \dots, N$ ) можуть бути уточнені середні значення сезонних індексів. Процес уточнення моделі тренда та середніх значень сезонних індексів може бути продовжений доти, поки їхні зміни не виявляться достатньо малими.

Якщо,  $f(i)$ ,  $s^*(j)$  ( $j = 1, 2, \dots, 12$ ) - остаточно вибрані модель тренда і значення місячних індексів, то прогнози значення рівнів попиту будуть визначатися величинами

$$v_p = s^*(j(p))f(p) \quad \text{для всіх } p \in [N + 1, \dots, t], \quad (2.7)$$

де  $j(p)$  - місяць в році, що відповідає  $p$ -му номеру місяця в часовому ряді.

Похибки, які виникають в результаті застосування методу середніх сезонних індексів, виникають з наступних трьох причин:

- по-перше, сезонні відмінності в рівнях попиту можуть змінюватися з року в рік;

- по-друге, якщо кількість років реєстрації рівнів попиту буде невеликим, то оцінки сезонних індексів будуть перебувати під значним впливом випадкових складових  $\varepsilon_i$  ( $i = 1, 2, \dots, M$ ) рівнів часового ряду;
- по-третє, точність оцінок сезонних індексів в значній мірі залежить від точності використовуваної моделі тренда.

### ТЕМА 3 МЕТОДИ ВИБІРКОВИХ МАРКЕТИНГОВИХ ДОСЛІДЖЕНЬ

#### 3.1. Теоретичні основи статистичних досліджень.

#### 3.2. Знаходження чисельних значень функцій нормального розподілу ймовірностей

#### 3.3. Поняття вибіркового дослідження

#### 3.4. Оцінки обсягу попиту за результатами вибіркового опитування. Визначення обсягу вибірки.

##### *3.1 Теоретичні основи статистичних досліджень.*

У теорії ймовірностей результати спостереження за випадковою величиною  $A$  інтерпретують як процес прийняття (реалізації) цієї величини у кожний момент спостереження деякого одного значення  $x$  з множини  $X$  її можливих значень. Подію, яка полягає у тому, що випадкова величина приймає певне значення  $x \in X$ , називають елементарною. Взагалі подія може полягати і в тому, що випадкова величина приймає будь-яке значення з певної підмножини  $\bar{X}$  множини можливих значень  $X: x \in \bar{X} \subseteq X$ . У певний момент часу будь-яка подія або відбувається, або не відбувається. Тому події, які супроводжують процес реалізації випадкової величини є випадковими подіями.

Якщо множина  $X$  складається з обмеженої кількості  $m$  можливих значень випадкової величини,  $X = \{x_i, i = 1, 2, \dots, m\}$ , то така випадкова величина називається дискретною. За результатами  $n$  спостережень можуть бути розраховані відносні частоти  $\frac{v_i(n)}{n}$  ( $i=1, 2, \dots, m$ ) подій, які полягали у тому, що випадкова величина  $A$  приймала значення  $x_i, i = 1, 2, \dots, m$ , де  $v_i(n)$  - кількість подій із з'явленням значення  $x_i$ . У відповідності із «законом великих чисел» із збільшенням кількості спостережень частоти подій наближаються до величин  $P_i$  ( $i=1, 2, \dots, m$ ), які називаються імовірностями подій, або ймовірностями реалізації значень  $x_i, i = 1, 2, \dots, m$ , випадкової величини  $A$ .

Події  $\Omega_1, \Omega_2, \dots, \Omega_m$  називаються несумісними, якщо ніяка пара цих подій не може з'являтися одночасно. Група несумісних подій, одна з яких обов'язково відбувається у будь-який момент часу, називається повною групою подій. Вочевидь елементарні події є несумісними, і якщо множина  $X$  охоплює

усі можливі значення випадкової величини, то група елементарних подій являє собою повну групу. Для повної групи подій  $\Omega_1, \Omega_2, \dots, \Omega_m$  справедлива рівність

$$P(A) = \sum_{i=1}^m P(\Omega_i) = 1, \quad (3.1)$$

де  $P(A)$  - імовірність того, що відбудеться будь яка подія з групи подій  $\Omega_1, \Omega_2, \dots, \Omega_m$ ,  $P(\Omega_i)$  - імовірність події  $\Omega_i$ .

Імовірність  $P(\bar{\Omega})$  події  $\bar{\Omega}$ , яка полягає у тому, що випадкова величина  $A$  приймає будь-яке значення з підмножини  $\bar{X} \subseteq X$  подій, визначається формулою

$$P(\bar{\Omega}) = \sum_{x \in \bar{X}} P(\omega(x)), \quad (3.2)$$

де  $P(\omega(x))$  імовірність події  $\omega(x)$ , що полягає у з'явленні значення  $x \in \bar{X}$  випадкової величини  $A$ .

Припустимо, що одночасно спостерігають дві незалежні випадкові величини  $A, B$  з множинами  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_m\}$  і  $Y = \{y_1, y_2, \dots, y_n\}$  своїх можливих значень. Сумісна елементарна подія у цьому спостереженні буде полягати у тому, що величина  $A$  приймає деяке значення  $x_i \in X$ , а величини  $B$  - деяке значення  $y_j \in Y$ . Повна група сумісних елементарних подій буде складатися з  $m \times n$  пар елементарних подій, пов'язаних з величинами  $A, B$ .

Нехай за результатами  $N$  спостережень значень величин  $A, B$  значення  $x_i$  величина  $A$  приймала  $\nu_i(N)$  разів, а значення  $y_1, y_2, \dots, y_n$  величини  $B$ .

випадки виникали з відносними частотами  $\frac{\nu_j(N)}{N}$  ( $j=1.2\dots n$ ). Можна вважати, що кількість разів, коли значення  $x_i$  величини  $A$  було у парі з кожним значенням

$y_1, y_2, \dots, y_n$  величини  $B$ , пропорційно відносним частотам  $\frac{\nu_j(N)}{N}$  ( $j=1.2\dots n$ )

їх з'явлення. Тому

$$\nu_{ij}(N) \approx \nu_i(N) \frac{\nu_j(N)}{N} = N \frac{\nu_i(N)}{N} \frac{\nu_j(N)}{N}, \quad \frac{\nu_{ij}(N)}{N} = \frac{\nu_i(N)}{N} \frac{\nu_j(N)}{N} \quad (j=1.2\dots n),$$

де  $\nu_{ij}(N)$  - кількість сумісних подій, у яких виникала пара величин  $x_i, y_j$ .

Позначимо як  $P_{ij}$  імовірність цієї сумісної події, як  $P_i$  - імовірність реалізації

значення  $x_i$  і як  $P_j$  - імовірність реалізації значення  $y_j$ . Оскільки із збільшенням  $N$  відносні частоти усіх подій наближаються до своїх імовірностей, виявляється, що  $P_{ij} = P_i P_j$ .

Ця формула для сумісної імовірності може бути поширена на випадок двох будь-яких спостережень однієї той самої величини  $A$ . Імовірність  $P_{ii}$  того, що у двох будь-яких спостереженнях буде виникати однакове значення  $x_i$  складає величину  $P_{ii} = P_i P_i = P_i^2$ .

Приклад 1. У грі «кидання гральної кістки» учасники гри по черзі кидають кубик (гральну кістку). Виграє той, хто за результатами  $n$  серій кидань, проведених усіма учасниками гри, набирає максимальну суму очок. При кожному киданні гральної кістки випадковим чином випадає та чи інша грань, тобто та чи інша кількість очок  $a = 1.2....6$ .

Якщо кубик має геометрично правильну форму і зроблений з однорідного матеріалу, то з однаковою імовірністю буде випадати будь-яка кількість очок  $a$ . У цьому випадку в цьому випадку заздалегідь можуть бути розраховані імовірності  $P_a$  випадіння кожної грані,  $P_a = 1/6$  ( $a \in A$ ), які у кількісній статистичній формі виражають випадкові властивості падіння кубика. Тоді імовірність  $P\{a \leq 4\}$  того, що кількість очок, яка випаде за одне кидання, не буде перевищувати 4, складає величину  $P\{a \leq 4\} = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 = 2/3$ . Імовірність  $P\{a > 4\}$  того, що кількість очок, яка випаде за одне кидання, буде більше, ніж 4, складає величину  $P\{a > 4\} = P_5 + P_6 = 1 - P\{a \leq 4\} = 1/3$ . Імовірність  $P_6^3$  того, що сума очок за 3 кидання складе 18, дорівнює

$$P_6^3 = \left(\frac{1}{6}\right)^3 = \frac{1}{216} \approx 0,0045$$

Якщо центр маси кубика не співпадає з його геометричним центром, то імовірності різних граней будуть відрізнятися, і для статистичної оцінки властивостей кубика виявляється необхідним проведення дослідів з киданням кубика.

Приклад 2. Підприємство у процесі реалізації своєї продукції щодня реєструє величину  $\xi$  проданої продукції у натуральних одиницях вимірювання, наприклад у тонах. Це означає, що множина  $X$  можливих значень величини  $\xi$  є підмножиною  $E_X^N$  множини  $E^N$  цілих невід'ємних чисел,  $X = E_X^N \subset E^N$ . Після  $n$  днів підприємство може розрахувати відносні частоти  $\frac{v_a(n)}{n}$  ( $a=1.2....m$ )

подій, що полягають продажу продукції в обсягах  $a=0,1,2,\dots,m$ , де  $m$  - максимальний обсяг продажу продукції  $v_a(n)$  - кількість подій, що характеризуються попитом на продукцію в розмірі  $a$ . Якщо попит з протягом часу не змінюється, то частоти  $\frac{v_a(n)}{n}$  ( $a=0,1,2,\dots,m$ ) подій можна розглядати як оцінки ймовірності того, що попит на продукцію буде складати величини  $a=1,2,\dots,m$ . У відповідності із «законом великих чисел» із збільшенням кількості спостережень відносні частоти подій наближаються до їх ймовірностей  $P_a$  ( $a=0,1,2,\dots,m$ ), які характеризують попит на продукцію як випадкову величину.

Якщо будь-яка величина продукції може бути представленою як сума будь-яких малих складових величин, як наприклад рідина або сипучі матеріали, то теоретично величина продукції може вимірюватися з точністю будь-яких малих одиниць виміру (кілограмах, грамах тощо). У цьому випадку величина продукції може приймати будь-які значення з підмножини  $X = E_X^R$  множини  $E^R$  раціональних невід'ємних чисел,  $E_X^R \subset E^R$ . Тому опис випадкової величини продажу продукції шляхом визначення ймовірностей тільки для цілих невід'ємних чисел з множини  $E_X^N$  є частковим, приблизним описом.

При великій кількості можливих значень  $m$  будь-якої випадкової величини  $\xi$  найбільш зручною і адекватною формою її опису є функція  $F_\xi(x)$  розподілу ймовірностей, яка визначає ймовірність усіх подій, що відповідають реалізації величини  $\xi$  із значеннями меншими, ніж певна величина  $x$ :  $F_\xi(x) = P\{\xi < x\}$ . При цьому ймовірність реалізації будь-якого певного значення  $a$  величини  $\xi$  дорівнює 0. Ймовірність реалізації величини  $\xi$  на інтервалі  $[c, d)$  складає величину

$$P\{c \leq \xi < d\} = F_\xi(d) - F_\xi(c). \quad (3.3)$$

Припустимо, що підприємство має можливість урахувати обсяги продукції точніше, ніж у прикладі 2, наприклад у 10 разів. Тоді значень  $b$  величини продажу продукції буде у 10 разів більше, тобто  $b=0,1,2,\dots,10m$ . Але таке підвищення точності опису випадкової величини спіткається з проблемою. Для збереження співвідношення між кількістю спостережень і кількістю значень випадкової величини буде необхідним у 10 разів більше спостережень, що далеко не завжди є можливим. Тому навіть при наявності зареєстрованих вимірів випадкової величини дрібними одиницями може виникати необхідність

опису цієї величини за допомогою більш великих одиниць виміру або на інтервалах з декількома дрібними одиницями виміру.

Відповідність між значеннями  $x$  величини продажу у великих одиницях виміру і значеннями  $b$  величини продажу у дрібних одиницях виміру може бути встановлена таким чином:

$$x = a, \text{ якщо } a - 0,5 < b \leq a + 0,5, \quad a = 1, 2, \dots, m; \quad x = 0, \text{ якщо } b \leq 0,5.$$

Якщо функція  $F_{\xi}(x)$  розподілу ймовірностей випадкової величини  $\xi$  може бути представленою у вигляді  $F_{\xi}(x) = \int_{-\infty}^x p_{\xi}(y) dy$ , то  $p_{\xi}(y)$  називається щільністю імовірності випадкової величини  $\xi$ . Щільність всюди невід'ємна, і  $\int_{-\infty}^{\infty} p_{\xi}(y) dy = 1$ . В умовах прикладу 2 щільність імовірності приймає невід'ємні значення усередині інтервалу  $[0, m]$  і нульові значення поза цього інтервалу, причому

$$\int_{-\infty}^{\infty} p_{\xi}(y) dy = \int_0^m p_{\xi}(y) dy = 1. \quad (3.4)$$

Стовбчаста діаграма, на якій по горизонталі відкладаються можливі значення випадкової величини, а по вертикалі – відносні частоти реалізації цих значень називається гістограмою. Функцію  $p_{\xi}(y)$  щільності імовірності знаходять шляхом апроксимації нею відносних частот реалізації значень випадкової величини, що розглядається.

Для аналізу випадкових величин використовують такі їх укрупнені характеристики, як математичне очікування і дисперсію.

Якщо випадкова величина  $\xi$  приймає дискретні значення  $a = 1, 2, \dots, m$  з ймовірностями  $P_a$  ( $a = 1, 2, \dots, m$ ), то математичне очікування  $\mu$  розраховують за формулою  $\mu = \sum_{a=1}^m a P_a$ . У прикладі 1 математичне очікування  $\mu$  виграшу після одного кидання складає 3,5 очок.

Якщо величина  $\xi$  має щільність імовірності  $p_{\xi}(x)$ , то її математичне очікування  $\mu$  виражається формулою  $\mu = \int_{-\infty}^{\infty} x p_{\xi}(x) dx$ . Дисперсією  $\sigma^2$  характеризують відхилення випадкової величини  $\xi$  від її математичного

очікування:  $\sigma^2 = \sum_{a=1}^m (a - \mu)^2 P_a$  для дискретних значень  $\xi$ ,

$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)^2 p_{\xi}(x) dx$ , якщо величина  $\xi$  має щільність  $p_{\xi}(x)$ .

Якщо на інтервалі  $[0, m]$  щільність імовірності випадкової величини  $\xi$  приймає постійне значення  $c = \frac{1}{m}$ , то кажуть, що випадкова величина  $\xi$  розподілена рівномірно, або за законом рівномірного розподілу.

Важливий клас випадкових величин складають так звані нормальні або гауссівські величини, щільність імовірності яких задається формулою

$$p_{\xi}(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}. \quad (3.5)$$

где  $\mu$  - математичне очікування,  $\sigma^2$  - дисперсія випадкової величини  $\xi$ . Величина  $\sigma$ , яка являє собою додатний корінь з дисперсії, називається стандартним відхиленням.

Як можна бачити  $p_{\xi}(x) \rightarrow 0$ , якщо  $x \rightarrow \infty$  або  $x \rightarrow -\infty$ . При  $x = \mu$  щільність  $p_{\xi}(x)$  приймає своє максимальне значення  $p_{\xi}(\mu) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}$ .

Якщо деяка випадкова величина є сумою великої кількості незалежних, невеликих у порівнянні з сумою всіх доданків, то розподіл ймовірностей цієї величини виявляється близьким до нормального розподілу. Відповідне точне твердження складає зміст центральної граничної теореми теорії ймовірностей. Суто це твердження пояснює широке розповсюдження випадкових величин, розподіл яких з великою точністю можна вважати нормальним.

### **3.2 Знаходження чисельних значень функцій нормального розподілу ймовірностей**

Функції нормального розподілу описують нормальні або гауссівські величини, щільність імовірності яких задається формулою (1). Ці функції визначає формула:

$$F(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx \quad (3.6)$$

Як можна бачити, функції нормального розподілу визначають два параметри: математичне очікування  $\mu$  і стандартне відхилення  $\sigma$ . Функцію нормального розподілу називають функцією стандартного нормального (гауссівського) розподілу, якщо  $\mu = 0, \sigma = 1$ . Цю функцію визначає така формула:

$$\Phi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^t e^{-t^2} dt = \int_{-\infty}^t \varphi(t) dt. \quad (3.7)$$

де  $\varphi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-t^2}$  - щільність імовірності стандартного нормального розподілу. Функцію  $\Phi(t)$  називають також функцією центрованого і нормованого нормального розподілу. Як можна бачити,  $\Phi(t) = 1 - \Phi(-t)$  для будь-якого  $t$ , а також

$$\Phi(0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^0 e^{-t^2} dt = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} e^{-t^2} dt = 0,5.$$

**Твердження 1.** Значення функції  $F(x)$  нормального розподілу загального виду співпадає при будь-якому  $x$  зі значенням функції  $\Phi(t)$  стандартного нормального розподілу при  $t = \frac{x - \mu}{\sigma}$ :  $F(x) = \Phi\left(\frac{x - \mu}{\sigma}\right)$ .

У багатьох математичних довідниках та підручниках з математичної статистики для розрахунку значень функцій  $F(x)$  наводяться таблиці значень

функції  $\Phi_0(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt$  для  $x > 0$ .

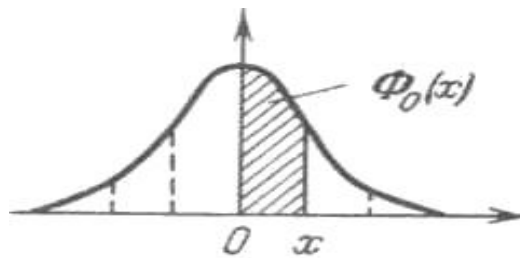


Рис.3.1 Функція  $\varphi(x)$  та значення функції  $\Phi_0(x)$

Оскільки  $\Phi(t)$  відповідає центрованому закону розподілу, то  $\Phi(0) = 0,5$ . Коли  $t > 0$ , мають місце формули:

$$\Phi(t) > 0,5, \quad \Phi(t) = \Phi(0) + \Phi_0(t) = 0,5 + \Phi_0(t),$$

Коли  $t < 0$ , виявляється, що

$$\Phi(t) < 0,5, \quad \Phi(t) = 1 - \Phi(-t) = 0,5 - \Phi_0(-t),$$

З цих формул випливає, що значення функції  $F(x)$  знаходяться за табличними значеннями функції  $\Phi(t)$  у відповідності з такими формулами:

$$F(x) = 0,5 + \Phi_0\left(\frac{x - \mu}{\sigma}\right), \text{ якщо } x - m \geq 0; \quad (3.8)$$

$$F(x) = 0,5 - \Phi_0\left(\frac{\mu - x}{\sigma}\right), \text{ якщо } x - m \leq 0. \quad (3.9)$$

Припустимо, що відомим є значення  $p$  функції  $F(x)$  і необхідно відшукати відповідне значення  $x$  аргументу функції  $F(x)$ . Позначимо як  $F^{-1}(p)$  функцію, яка є зворотною до  $F(x)$ , а як  $\Phi^{-1}(p)$ ,  $\Phi_0^{-1}(p)$  зворотні функції до функцій  $\Phi(t)$ ,  $\Phi_0(t)$ :  $F^{-1}(p) = x$ , якщо  $F(x) = p$ ;  $\Phi^{-1}(p) = t$ , якщо  $\Phi(t) = p$ ;  $\Phi_0^{-1}(p)$ . Тоді

$$t = \Phi^{-1}(p) = \Phi_0^{-1}(p - 0,5), \text{ якщо } p \geq 0,5; \quad (3.10)$$

$$t = \Phi^{-1}(p) = -\Phi_0^{-1}(1 - p), \text{ якщо } p \leq 0,5; \quad (3.11)$$

$$F^{-1}(p) = x = \mu + t\sigma. \quad (3.12)$$

### 3.3 Поняття вибірових досліджень

Вибіркові дослідження споживачів для прогнозування попиту на деякий товар засновані на зборі інформації про наміри споживачів купувати цей товар у певній перспективі. Позначимо як  $N$  загальну кількість покупців, що утворюють цільовий ринок підприємства, та як  $x_i$  - кількість одиниць товарів, яку  $i$ -й покупець збирається придбати,  $i = 1, 2, \dots, N$ .

За термінологією математичної статистики цільовому ринку підприємства відповідає генеральна сукупність елементів (одиниць), якими є покупці. Обсяги  $x_i$  ( $i = 1, 2, \dots, N$ ) попиту споживачів називаються значеннями (характеристиками) елементів. Загальний обсяг попиту на цільовому ринку складає невідому для підприємства величину  $\sum_{i=1}^N x_i$ , середній обсяг попиту одним споживачем визначається невідомою величиною математичного

очікування  $\mu = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$ , а дисперсія характеристик елементів генеральної

сукупності складає невідому величину  $\sigma_z^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2$ .

Якщо кількість  $N$  споживачів продукції підприємства є невеликою, що часто має місце для товарів промислового призначення, то загальний обсяг попиту може бути визначений шляхом опитування усіх споживачів. Але на ринках товарів для населення кількість  $N$  споживачів є, як правило, настільки великою, що опитування усіх споживачів виявляється неможливим. Для визначення попиту на усьому цільовому ринку шляхом опитування лише частини споживачів призначаються так звані вибіркові дослідження.

Під час вибіркового дослідження зі всієї генеральної сукупності відбирають і досліджують вибіркову частину елементів у кількості  $n$ . Множину  $S = S(n)$  номерів споживачів (елементів), які будуть опитані, називають вибірковою сукупністю або вибіркою.

Можна виділити три основних переваги методу вибіркового дослідження у порівнянні з методом суцільного опитування усієї сукупності споживачів. По-перше, вибіркове дослідження може забезпечити отримання достовірної інформації за значно менші витрати коштів. По-друге, вибіркове опитування і обробка його результатів займають набагато менше часу, ніж суцільне опитування. По-третє, для вибіркового опитування можуть використовуватися найбільш кваліфіковані кадри. Тому оцінки попиту за результатами вибіркового дослідження часто виявляються більш точними, ніж за результатами суцільного опитування. Краще мати якісні результати опитувань на представницькій, репрезентативній виборці, ніж ненадійні результати суцільного опитування.

Процедура, за допомогою якої відбирають окремі елементи для включення у вибірку, називають способом або типом відбору. Базовим способом відбору є простий випадковий відбір, у процесі якого кожний елемент генеральної сукупності має однакову з іншими елементами можливість попасти у вибірку. Простий випадковий відбір складає основу для побудови більш складних типів відбору і має два різновиди: з поверненням елементів, коли кожний елемент може входити у вибірку декілька разів, і без повернення, коли у виборці всі елементи різні. Оскільки багаторазове попадання елемента у вибірку не несе додаткової інформації, то на практиці віддається перевага відбору без повернення []. При відборі без повернення вибірка з  $n$  елементів

створюється таким чином, що усі комбінації з  $n$  елементів мають однакову ймовірність бути відібраними.

У вибіркових дослідженнях виникають вибіркові та не вибіркові похибки. Вибіркові похибки виникають тому, що вибірка містить не усі елементи генеральної сукупності. Їх величина залежить від обсягу вибірки, ступеня розбіжності між характеристиками елементів, способу відбору елементів. Причинами не вибіркових похибок є перекручення інформації про наміри з боку опитуваних і ухилення від опитування або відповідей. Якщо відмови від відповідей виявляються типовими для деякої частини генеральної сукупності, то це може приводити до відхилення оцінок попиту від реальності.

Вибіркові дослідження проводяться у відповідності з певними вимогами.

1. Кількість  $N$  елементів, що створює генеральну сукупність повинна бути визначеною й бути достатньо великою. У деяких випадках безпосереднє визначення обсягу  $N$  генеральної сукупності викликає труднощі. Наприклад, якщо для визначення елементів використовувати номери телефонів міської мережі, то у генеральній сукупності будуть відсутніми родини, які не мають таких телефонів, або ще не включені до довідників, і будуть ураховані такі родини, що відмовилися від телефонів міської мережі.

2. Вибіркова сукупність повинна бути представницькою, репрезентативною, тобто достатньо повно відбивати характеристики усіх елементів генеральної сукупності.

3. Необхідно оцінювати обсяг вибірки, що забезпечує бажану точність.

4. Необхідно вибирати оптимальний рівень точності з урахуванням того, що похибка вибірки зменшується із збільшенням її обсягу, але при цьому зростають витрати часу і коштів.

5. Необхідно використовувати оптимальні форми опитування (інтерв'ю, телефон, електронна пошта тощо)

### ***3.4 Оцінки обсягу попиту за результатами вибіркового опитування. Визначення обсягу вибірки.***

**Оцінки обсягу попиту за результатами вибіркового опитування.** У вибіркових дослідженнях обсяги попиту  $x_i$  ( $i = 1, 2, \dots, N$ ) з боку окремих покупців розглядаються як реалізації випадкової величини  $\xi$  індивідуального обсягу попиту. У багатьох випадках індивідуальний обсяг попиту виявляється розподіленим за нормальним законом, тобто

$$\sum_{x_i < x} \frac{n_x(x_i)}{N} \approx F_\xi(x) = \frac{1}{S\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{(x-\mu)^2}{S^2}} dx. \quad (3.13)$$

де  $n_x(x_i)$  - кількість споживачів, у яких індивідуальний обсяг попиту складає величину  $x_i$ ;  $\mu$  - середній обсяг попиту одним споживачем з генеральної сукупності;  $S^2$  - дисперсія обсягів попиту споживачів з генеральної сукупності.

Якщо підприємство буде опитувати  $n$  споживачів, то середній індивідуальний обсяг попиту, що буде отриманий, складе величину  $\bar{x} = \bar{x}_T = \frac{1}{n} \sum_{i \in T} x_i$ , де  $T = T(n)$  - вибірка з  $n$  споживачів, які будуть опитані. З

комбінаторики відомо, що з  $N$  номерів споживачів може бути побудовано  $C_N^n = \frac{N!}{n!(N-n)!}$  вибірових сукупностей з  $n$  номерів, кожна з яких

відрізняється хоча б одним номером. Якщо вибіркова сукупність створюється випадковим чином, то величину  $\bar{x}$  можна розглядати як випадкову, що з імовірністю  $\pi_n = 1/C_N^n$  приймає будь яке значення з  $C_N^n$  можливих значень  $\bar{x} \in \{\bar{x}_T, T \in \Omega(n)\}$ , де  $\Omega(n)$  - множина усіх вибірових сукупностей з  $n$  номерів, які можуть бути побудовані з  $N$  номерів генеральної сукупності.

Усі елементи генеральної сукупності зустрічається у вибірках  $T \in \Omega(n)$  однаково кількість разів, яка складає величину  $C_{N-1}^{n-1}$ . Дійсно, будь-яку вибірку з  $n$  елементів, яка містить деякий елемент  $i$  можна розглядати як сукупність цього елементу  $i$  та деякого сполучення з  $n-1$  елементів, яке цей елемент  $i$  не містить. Тому

$$C_{N-1}^{n-1} \sum_{i=1}^N x_i = \sum_{T \in \Omega(n)} \sum_{i \in T} x_i = n \sum_{T \in \Omega(n)} \frac{1}{n} \sum_{i \in T} x_i = n \sum_{T \in \Omega(n)} \bar{x}_T.$$

Звідси випливає, що середнє значення  $\mu_n$  вибірових оцінок  $\bar{x}_T = \bar{x}_{T(n)}$  середнього індивідуального попиту співпадає із середнім значенням  $\mu$  обсягу індивідуального попиту у генеральній сукупності:

$$\mu_n = \frac{1}{C_N^n} \sum_{T \in \Omega(n)} \bar{x}_T = \frac{C_{N-1}^{n-1}}{C_N^n} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^N x_i = \frac{(N-1)!n!(N-n)!}{n(n-1)!(N-n)!N!} \sum_{i=1}^N x_i = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i = \mu.$$

Позначимо через  $S^2$  дисперсію обсягів індивідуального попиту усіх

споживачів,  $S^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2$ , і як  $\sigma_n^2$  дисперсію  $D\bar{x}$  середніх значень  $\bar{x}_T$   $T \in \Omega_R(n)$  індивідуального попиту споживачів з вибірових сукупностей,

$$\sigma_n^2 = \frac{1}{C_N^n} \sum_{T \in \Omega(n)} (\bar{x}_T - \mu)^2.$$

**Твердження 2.** Має місце формула:

$$\sigma_n^2 = \frac{(N-n)}{Nn} S^2 \quad (3.14)$$

Доведення. З визначення  $\sigma_n^2$  випливає:

$$\sigma_n^2 = \frac{1}{C_N^n} \sum_{T \in \Omega_R(n)} \left( \frac{1}{n} \sum_{i \in T} x_i - \mu \right)^2 = \frac{1}{C_N^n n^2} \left( \sum_{T \in \Omega(n)} \left( \sum_{i \in T} x_i - n\mu \right)^2 \right).$$

При цьому  $\left( \sum_{i \in T} x_i - n\mu \right)^2 = \left( \sum_{i \in T} (x_i - \mu) \right)^2$ ,

$$\left( \sum_{i \in T} (x_i - \mu) \right)^2 = \sum_{i \in T} (x_i - \mu)^2 + 2 \sum_{i, j \in X(T)} (x_i - \mu)(x_j - \mu),$$

де  $X(T)$  - множина усіх не співпадаючих пар елементів  $i, j$ , які можуть бути утворені з вибірки  $T$ . Тому

$$\sigma_n^2 = \frac{1}{C_N^n n^2} \left( \sum_{T \in \Omega(n)} \left\{ \sum_{i \in T} (x_i - \mu)^2 + 2 \sum_{i, j \in X(T)} (x_i - \mu)(x_j - \mu) \right\} \right).$$

Ураховуючи, що кожна пара з  $i$ -го та  $j$ -го покупців буде присутньою у  $C_{N-2}^{n-2}$  можливих вибірках ( $i$ -й та  $j$ -й номери фіксовані, а  $n-2$  номерів з  $N-2$  - довільні) отримуємо:

$$\sigma_n^2 = \frac{1}{C_N^n n^2} \left\{ C_{N-1}^{n-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2 + 2 C_{N-2}^{n-2} \sum_{1 \leq i < j \leq N} (x_i - \mu)(x_j - \mu) \right\},$$

Оскільки  $\frac{C_{N-1}^{n-1}}{C_N^n} = \frac{n}{N}$ ,  $\frac{C_{N-2}^{n-2}}{C_N^n} = \frac{n(n-1)}{N(N-1)}$ , то

$$n^2 \sigma_n^2 = \frac{n}{N} \left\{ \sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2 + 2 \frac{(n-1)}{(N-1)} \sum_{1 \leq i < j \leq N} (x_i - \mu)(x_j - \mu) \right\}.$$

Відмітимо, що

$$\left( \sum_{i=1}^N (x_i - \mu) \right)^2 = \sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2 + 2 \sum_{1 \leq i < j \leq N} (x_i - \mu)(x_j - \mu).$$

Тому

$$2 \frac{(n-1)}{(N-1)} \sum_{1 \leq i < j \leq N} (x_i - \mu)(x_j - \mu) = \frac{(n-1)}{(N-1)} \left\{ \left( \sum_{i=1}^N (x_i - \mu) \right)^2 - \sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2 \right\};$$

$$n^2 \sigma_n^2 = \frac{n}{N} \left\{ \left( 1 - \frac{(n-1)}{(N-1)} \right) \sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2 + \frac{(n-1)}{(N-1)} \left( \sum_{i=1}^N (x_i - \mu) \right)^2 \right\}.$$

При цьому  $\sum_{i=1}^N (x_i - \mu) = \left( \sum_{i=1}^N x_i \right) - n\mu = 0$ . З цього випливає:

$$\sigma_n^2 = \frac{1}{Nn} \frac{(N-n)}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2 = \frac{(N-n)}{Nn} S^2,$$

що і треба було довести.

З формули 3.14 можна побачити, що із збільшенням  $n$  оцінка  $\sigma_n^2$  зменшується, та що  $\sigma_n^2 = 0$ , якщо  $n = N$ .

Позначимо як  $S_T^2$  - дисперсію обсягів попиту споживачів у вибірці  $T$ , складеної з  $n$  номерів,  $T = T(n)$ ,

$$s_T^2 = S_{T(n)}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i \in T(n)} (x_i - \bar{x}_T)^2, \quad (3.15)$$

і як  $\mathcal{S}^2$  - середнє значення  $\mathcal{S}^2$  вибірових дисперсій  $s_T^2$ ,  $T \in \Omega(n)$ , індивідуальних обсягів попиту споживачів,

$$\mathcal{S}^2 = \frac{1}{C_N^n} \sum_{T \in \Omega_R(n)} s_T^2 \quad (3.17)$$

**Твердження 3.** Середнє значення  $\mathcal{S}^2$  вибірових дисперсій  $s_T^2$ ,  $T \in \Omega(n)$ , індивідуальних обсягів попиту споживачів співпадає із дисперсією  $S^2$  індивідуальних обсягів попиту усіх споживачів з генеральної сукупності,  $\mathcal{S}^2 = S^2$ .

Доведення. З визначення  $S_T^2$  випливає:

$$s_{T(n)}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i \in T(n)} ((x_i - \mu) - (\bar{x}_T - \mu))^2 = \frac{1}{n-1} \left\{ \sum_{i \in T(n)} (x_i - \mu)^2 - n(\bar{x}_T - \mu)^2 \right\}.$$

Тоді  $\mathcal{S}^2 = \frac{1}{C_N^n} \sum_{T \in \Omega_R(n)} s_T^2 = \frac{1}{n-1} \left\{ \frac{1}{C_N^n} \sum_{T \in \Omega_R(n)} \sum_{i \in T(n)} (x_i - \mu)^2 - n(\bar{x}_T - \mu)^2 \right\}.$

Оскільки у сумі  $\sum_{T \in \Omega_R(n)} \sum_{i \in T} (x_i - \mu)^2$  кожна її складова  $(x_i - \mu)^2$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$ ,

зустрічається у вибірках  $T \in \Omega(n)$  однаково кількість  $C_{N-1}^{n-1}$  разів, а

$$\frac{C_{N-1}^{n-1}}{C_N^n} = \frac{n}{N}, \text{ то}$$

$$\frac{1}{C_N^n} \sum_{T \in \Omega_R(n)} \sum_{i \in T} (x_i - \mu)^2 = \frac{n}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2 = \frac{n(N-1)}{N} S^2,$$

При цьому у відповідності з формулою (7) маємо:

$$\frac{n}{C_N^n} \sum_{T \in \Omega_R(n)} (\bar{x}_T - \mu)^2 = n\sigma_n^2 = \frac{(N-n)}{N} S^2.$$

Таким чином,

$$\frac{\sigma_n^2}{\sigma^2} = \frac{S^2}{n-1} \left\{ \frac{n(N-1)}{N} - \frac{(N-n)}{N} \right\} = \frac{S^2}{(n-1)N} \{nN - N\} = S^2,$$

що і треба було довести.

У цілому з наведених міркувань слідує, що при достатньо великому обсязі вибірки ( $n > 50$ ) середнє значення вибірки  $\bar{x}$  є близьким до середнього значення генеральної сукупності  $\mu$ , а вибіркові оцінки  $\bar{x} \in \{\bar{x}_T, T \in \Omega_R(n)\}$  середнього індивідуального попиту  $\bar{x}$  розподіляються за законом

$$F_n(\bar{x}) = \frac{1}{\sigma_n \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\bar{x}} e^{-\frac{(x-\bar{x}_T)^2}{\sigma_n^2}} dx, \quad \text{який є близьким до закону}$$

$$F(\bar{x}) = \frac{1}{\sigma_n \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\bar{x}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{\sigma_n^2}} dx, \quad \text{де } \bar{x}_T - \text{середній індивідуальний попит, знайдений}$$

за отриманою вибіркою  $T$ ,

Приклад 1. Нехай  $N = 5, n = 3, x_1 = 1, x_2 = 2, x_3 = 3, x_4 = 4, x_5 = 5$ .

Визначити середнє значення  $\mu$  і дисперсію  $S^2$  обсягів індивідуального попиту у генеральній сукупності; множину  $\Omega(n)$  можливих вибірок; середній обсяг попиту  $\bar{x}_T$  і дисперсію обсягів попиту  $S_T^2$  для кожної вибірки  $T \in \Omega(n)$ ; дисперсію  $\sigma_n^2$  середніх значень  $\bar{x}_T$   $T \in \Omega_R(n)$  попиту споживачів з вибірових сукупностей.

$$\mu = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i = \frac{15}{5} = 3;$$

$$S^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2 = \frac{1}{4} (4 + 1 + 0 + 1 + 4) = 2,5;$$

$$C_N^n = \frac{5!}{2!3!} = \frac{2 \times 3 \times 4 \times 5}{2 \times 2 \times 3} = 10;$$

$$\Omega(n) = \{T(1), T(2), T(3), T(4), T(5), T(6), T(7), T(8), T(9), T(10)\};$$

$$T(1) = \{1, 2, 3\}, T(2) = \{1, 2, 4\}, T(3) = \{1, 2, 5\}, T(4) = \{1, 3, 4\}, T(5) = \{1, 3, 5\},$$

$$T(6) = \{1, 4, 5\}, T(7) = \{2, 3, 4\}, T(8) = \{2, 3, 5\}, T(9) = \{2, 4, 5\}, T(10) = \{3, 4, 5\};$$

$$\bar{x}_T = \frac{1}{n} \sum_{i \in T} x_i = \frac{1}{3} \sum_{i \in T} x_i;$$

$$\bar{x}_{T(1)} = 2, \bar{x}_{T(2)} = \frac{7}{3}, \bar{x}_{T(3)} = \frac{8}{3}, \bar{x}_{T(4)} = \frac{8}{3}, \bar{x}_{T(5)} = 3, 0,$$

$$\bar{x}_{T(6)} = \frac{10}{3}, \bar{x}_{T(7)} = 3, 0, \bar{x}_{T(8)} = \frac{10}{3}, \bar{x}_{T(9)} = \frac{11}{3}, \bar{x}_{T(10)} = 4, 0;$$

За формулою  $s_{T(n)}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i \in T(n)} (x_i - \bar{x}_T)^2 = \frac{1}{2} \sum_{i \in T(n)} (x_i - \bar{x}_T)^2$  отримуємо:

$$s_{T(1)}^2 = 0,5 \times 2 = 1,$$

$$s_{T(2)}^2 = 0,5 \times \left( \left( \frac{3-7}{3} \right)^2 + \left( \frac{6-7}{3} \right)^2 + \left( \frac{12-7}{3} \right)^2 \right) = \frac{16+1+25}{18} = \frac{42}{18} = \frac{7}{3},$$

$$s_{T(3)}^2 = 0,5 \times \left( \left( \frac{3-8}{3} \right)^2 + \left( \frac{6-8}{3} \right)^2 + \left( \frac{15-8}{3} \right)^2 \right) = \frac{25+4+49}{18} = \frac{78}{18} = \frac{13}{3},$$

$$s_{T(4)}^2 = 0,5 \times \left( \left( \frac{3-8}{3} \right)^2 + \left( \frac{9-8}{3} \right)^2 + \left( \frac{12-8}{3} \right)^2 \right) = \frac{25+1+16}{18} = \frac{42}{18} = \frac{7}{3},$$

$$s_{T(5)}^2 = 0,5 \left( \left( \frac{3-9}{3} \right)^2 + \left( \frac{9-9}{3} \right)^2 + \left( \frac{15-9}{3} \right)^2 \right) = \frac{36+0+36}{18} = \frac{72}{18} = 4,$$

$$s_{T(6)}^2 = 0,5 \left( \left( \frac{3-10}{3} \right)^2 + \left( \frac{12-10}{3} \right)^2 + \left( \frac{15-10}{3} \right)^2 \right) = \frac{49+4+25}{18} = \frac{78}{18} = \frac{13}{3},$$

$$s_{T(7)}^2 = 0,5 \times 2 = 1,$$

$$s_{T(8)}^2 = 0,5 \left( \left( \frac{6-10}{3} \right)^2 + \left( \frac{9-10}{3} \right)^2 + \left( \frac{15-10}{3} \right)^2 \right) = \frac{16+1+25}{18} = \frac{42}{18} = \frac{7}{3},$$

$$s_{T(9)}^2 = 0,5 \left( \left( \frac{6-11}{3} \right)^2 + \left( \frac{12-11}{3} \right)^2 + \left( \frac{15-11}{3} \right)^2 \right) = \frac{25+1+16}{18} = \frac{42}{18} = \frac{7}{3},$$

$$s_{T(10)}^2 = 0,5 \times 2 = 1,$$

При цьому

$$\begin{aligned} S^2 &= \frac{1}{C_N^n} \sum_{T \in \Omega_R(n)} s_T^2 = \\ &= \frac{1}{10} \left( 3 \times 1 + 4 + 2 \times \frac{13}{3} + 4 \times \frac{7}{3} \right) = \frac{1}{10} \frac{21+26+28}{3} = \frac{7,5}{3} = 2,5 = S^2, \end{aligned}$$

що відповідає твердженню 3.

Величина  $\sigma_n^2$  визначається за формулою  $\sigma_n^2 = \frac{1}{C_N^n} \sum_{T \in \Omega(n)} (\bar{x}_T - \mu)^2$ .

Уведемо позначення:  $\gamma_{T(k)} = (\bar{x}_{T(k)} - \mu)^2$  ( $k = 1, 2, \dots, 10$ ). Тоді

$$\sigma_n^2 = \frac{1}{C_N^n} \sum_k \gamma_{T(k)}, \quad \gamma_{T(1)} = \gamma_{T(10)} = 1, \quad \gamma_{T(2)} = \gamma_{T(9)} = \frac{4}{9},$$

$$\gamma_{T(3)} = \gamma_{T(4)} = \gamma_{T(6)} = \gamma_{T(8)} = \frac{1}{9}, \quad \gamma_{T(5)} = \gamma_{T(7)} = 0;$$

$$\sigma_n^2 = 0,1 \times \left( 2 \times 1 + 2 \times \frac{4}{9} + 4 \times \frac{1}{9} \right) = 0,1 \times \frac{18+8+4}{9} = 0,1 \times \frac{30}{9} = \frac{1}{3},$$

що відповідає формулі  $\sigma_n^2 = \frac{(N-n)}{Nn} S^2 = \frac{2}{15} 2,5 = \frac{1}{3}$ .

Для виводів відносно точності оцінки  $\mu$  величиною  $\bar{x}$  знаходять інтервал довіри  $I$  в межах якого з високою імовірністю знаходиться величина  $\mu$ .

Нехай межі інтервалу  $x^{\min}$ ,  $x^{\max}$  визначаються заданими ймовірностями  $\alpha, \beta$  відхилення величини  $\mu$  від цих меж у менший або у більший боки. Тоді у відповідності з твердженням 1 отримуємо:

$$P\{\mu < x^{\min}\} = \alpha = F(x^{\min}) = \Phi(t^{\min}),$$

$$P\{x^{\max} < \mu\} = \beta = 1 - F(x^{\max}) = 1 - \Phi(t^{\max}),$$

де  $t^{\min} = \frac{x^{\min} - \bar{x}_T}{\sigma_n}$ ,  $t^{\max} = \frac{x^{\max} - \bar{x}_T}{\sigma_n}$  При цьому

$$P\{\mu \in I = [x^{\min}, x^{\max}]\} = F_n(x^{\max}) - F_n(x^{\min}) = 1 - \alpha - \beta.$$

Оскільки  $x^{\min} - \bar{x}_T < 0$ ,  $t^{\min} < 0$ ,  $x^{\max} - \bar{x}_T > 0$ ,  $t^{\max} > 0$ , то з урахуванням формул (2), (3) маємо:

$$F(x^{\min}) = \Phi(t^{\min}) = 0,5 - \Phi_0(-t^{\min}) = \alpha; \Phi_0(-t^{\min}) = 0,5 - \alpha;$$

$$F(x^{\max}) = 1 - \beta = \Phi(t^{\max}) = 0,5 + \Phi_0(t^{\max}); \Phi_0(t^{\max}) = 0,5 - \beta.$$

Для відшукування  $x^{\min}$  необхідно знайти за таблицею значень функції  $\Phi_0(t)$  величину  $-t^{\min} = \Phi_0^{-1}(0,5 - \alpha)$  і покласти  $x^{\min} = t^{\min} \sigma_n + \bar{x}_T$ . Аналогічно для відшукування  $x^{\max}$  за таблицею значень функції  $\Phi_0(t)$  необхідно знайти величину  $t^{\max} = \Phi_0^{-1}(0,5 - \beta)$  і покласти  $x^{\max} = t^{\max} \sigma_n + \bar{x}_T$ .

Розглянемо випадок, коли  $\alpha = \beta$ . Тоді  $P\{\mu \in [x^{\min}, x^{\max}]\} = 1 - 2\alpha$ ,  $\Phi_0(t^{\max}) = \Phi_0(-t^{\min}) = 0,5 - \alpha$ ,  $t^{\max} = -t^{\min} = t_\alpha$ ,

$$x^{\min} = \bar{x}_T - t_\alpha \sigma_n, x^{\max} = \bar{x}_T + t_\alpha \sigma_n. \quad (3.18)$$

де  $t_\alpha = \Phi_0^{-1}(0,5 - \alpha)$ .

Нехай заданими є межі  $x^{\min} = x^{\min}(\bar{x}_T)$ ,  $x^{\max} = x^{\max}(\bar{x}_T)$  інтервалу довіри, і необхідно знайти ймовірності  $\alpha, \beta$  відхилення величини  $\mu$  від цих меж у менший або у більший боки. Тоді у відповідності з твердженням 1 і формулами отримуємо:

$$\alpha = P\{\mu < x^{\min}\} = F(x^{\min}) = \Phi(t^{\min}) = 0,5 - \Phi_0(-t^{\min}),$$

$$\beta = P\{x^{\max} < \mu\} = 1 - F(x^{\max}) = 1 - \Phi(t^{\max}) = 0,5 - \Phi_0(t^{\max}),$$

де  $t^{\min} = \frac{x^{\min} - \bar{x}_T}{\sigma_n}$ ,  $t^{\max} = \frac{x^{\max} - \bar{x}_T}{\sigma_n}$ . Якщо  $x^{\min} = \bar{x}_T - 0,5d$ ,

$x^{\max} = \bar{x}_T + 0,5d$ , де  $d$  - додатна величина, яка менше  $2\bar{x}_T$ , то  $\alpha = \beta = 0,5 - \Phi_0(t^{\max})$ ,  $P\{\mu \in [x^{\min}, x^{\max}]\} = 1 - 2\alpha = 2\Phi_0(t^{\max})$ .

Певна проблема під час визначення інтервалу довіри виникає у випадку, коли дисперсія  $S^2$  обсягів попиту споживачів з генеральної сукупності є невідомою. Це призводить до того, що виявляється невизначеною дисперсія  $\sigma_n^2$  середніх значень  $\bar{x}_T$  попиту споживачів за різними вибірками. Для її розв'язання використовують два шляхи.

Перший шлях базується на припущенні, що дисперсія  $S^2$  є близькою до дисперсії  $s_T^2$  обсягів попиту у дослідженій вибірці  $T$ . У відповідності з цим дисперсія  $\sigma_n^2$  середніх значень  $\bar{x}_T$  визначається за формулою  $\sigma_n^2 = \frac{(N - n)}{Nn} s_T^2$ .

Другий шлях базується на припущенні, що відомими є мінімальне  $X^{\min}$  та максимальне  $X^{\max}$  значення індивідуального попиту споживачів з генеральної сукупності. Тоді значення  $S$  середнього квадратичного відхилення розраховують таким чином:  $S = \frac{X^{\max} - X^{\min}}{6}$ . Це пояснюється тим, що

дистанція між максимально й мінімально можливими значеннями випадкової величини, яка має нормальний розподіл, не перевищує  $6S$  (правило  $3\sigma$ ) з ймовірністю 0,9973.

**Визначення обсягу вибірки.** Одним з головних питань під час вибіркового дослідження є визначення обсягу вибірки, який забезпечує бажану точність. Припустимо, що точність визначає ймовірність  $\alpha$  відхилення  $\mu$  від величини її оцінки  $\bar{x}$  на величину  $0,5d$ ,  $0,5d = \bar{x}_T - x^{\min} = x^{\max} - \bar{x}_T$ .

Ураховуючи формули (8) та (7), отримуємо умову, якій повинна задовольняти оцінка  $\sigma_n^2$  дисперсії середніх значень вибірок:  $x^{\max} - x^{\min} = 2t_\alpha \sigma_n \leq d$ ,

$$\sigma_n^2 = \frac{(N-n) s_{T(n)}^2}{N} \leq \frac{d^2}{4t_\alpha^2}.$$

Звідси знаходимо мінімальний обсяг вибірки  $n^*$ , що забезпечує бажану точність:  $(N - n^*)n_0 = Nn^*$ ,

$$n^* = \frac{Nn_0}{N + n_0} = \frac{n_0}{1 + \frac{n_0}{N}}, \quad (3.19)$$

де  $n_0 = \frac{4t_\alpha^2}{d^2} s_{T(n)}^2$

Приклад 2. Фірма вивчає перспективи продажу свого нового товару на ринку, який містить  $N=1000$  потенційних споживачів. Для дослідження попиту були опитувані  $n = 500$  можливих покупців, з яких  $r=250$  осіб виявили інтерес до покупки нового товару. Припускаючи, що  $S^2 \approx s_T^2$ , знайти інтервал довіри обсягу покупок для двох можливих постановок завдання, а також мінімальний розмір вибірки, за якою середній індивідуальний обсяг продаж попадає у задані межі інтервалу довіри із заданою ймовірністю.

Завдання 1. Встановлені межі інтервалів довіри для середнього індивідуального  $\bar{x}_T$  та загального  $\bar{v}$  прогностичних обсягів продажу:  $\mu \in [x^{\min} = 0,9\bar{x}_T; x^{\max} = 1,1\bar{x}_T]$ ,  $v \in [v^{\min} = 0,9\bar{v}; v^{\max} = 1,1\bar{v}]$ , де  $v$  -

фактичний обсяг продажу. Необхідно знайти ймовірність  $p$  попадання реального обсягу продаж у межі інтервалу довіри.

Завдання 2. Встановлена ймовірність  $p = P\{\mu \in [x^{\min}, x^{\max}]\}$  попадання реального обсягу продаж у інтервал довіри,  $p = 0,9$ . Необхідно знайти межі  $x^{\min}, x^{\max}$  та  $v^{\min}, v^{\max}$  інтервалів довіри, щоб  $\mu \in [x^{\min}, x^{\max}]$  та  $v \in [v^{\min}; v^{\max}]$  із заданою ймовірністю  $p$ .

Завдання 3. Знайти мінімальний розмір вибірки  $n^*$ , якщо встановлені ймовірність  $p = P\{\mu \in [x^{\min}, x^{\max}]\}$  попадання реального індивідуального обсягу продаж у інтервал довіри,  $p = 0,9$ , а також розмір  $d = x^{\max} - x^{\min} = 0,1$  інтервалу довіри.

Для розв'язання усіх трьох завдань необхідно спочатку знайти величини  $\bar{x}_T, x^{\min}, x^{\max}, \sigma_n^2$ . Отже,

$$\bar{x}_T = \frac{250}{500} = 0,5; \quad x^{\min} = 0,9\bar{x}_T = 0,45, \quad x^{\max} = 1,1\bar{x}_T = 0,55.$$

$$v^{\min} = 1000x^{\min} = 450, \quad v^{\max} = 1000x^{\max} = 550.$$

Прийmemo, що  $\sigma_n^2 = \frac{(N-n)}{Nn} s_T^2$ . Тоді

$$s_T^2 = \frac{250}{500} ((0-0,5)^2 + (1-0,5)^2) = 0,5 \times 2 \times (0,5)^2 = 0,25,$$

$$\sigma_n^2 = \frac{500}{1000} \times \frac{0,25}{500} = 0,00025 = 2,5 \times 10^{-4}, \quad \sigma_n \approx 1,6 \times 10^{-2} = 0,016.$$

Розв'язання завдання 1. Оскільки  $p = P\{\mu \in [x^{\min}, x^{\max}]\} = 2\Phi_0(t^{\max})$ ,

$$t^{\max} = \frac{x^{\max} - \bar{x}_T}{\sigma_n} = \frac{0,05}{0,016} \approx 3,1, \text{ то}$$

$$p = 2\Phi_0(3,1) \approx 2 \times 0,499 = 0,998.$$

Розв'язання завдання 2. Оскільки

$$p = P\{\mu \in [x^{\min}, x^{\max}]\} = 2\Phi_0(t^{\max}) = 0,9, \quad \Phi_0(-t^{\min}) = \Phi_0(t^{\max}) = 0,45, \text{ то}$$

$$t^{\max} = t_\alpha = \Phi_0^{-1}(0,45) = 1,65; \quad t^{\min} = -t^{\max} = -t_\alpha = -1,65$$

$$x^{\max} = \bar{x}_T + t^{\max} \sigma_n = 0,5 + 1,65 \times 0,016 \approx 0,526, \quad v^{\max} = 1000x^{\max} = 526.$$

$$x^{\min} = \bar{x}_T - t^{\max} \sigma_n \approx 0,5 - 0,026 = 0,474, \quad v^{\min} = 1000x^{\min} = 236.$$

Як можна бачити, при однаковому значенні  $\sigma_n = 0,016$  величини розміру інтервалу довіри  $d = x^{\max} - x^{\min}$  та ймовірності  $p$  попадання в нього

пов'язані таким співвідношенням:  $d = 2t_\alpha \sigma_n = 2\Phi_0^{-1}\left(\frac{p}{2}\right)\sigma_n$ . При цьому функція  $\Phi_0^{-1}\left(\frac{p}{2}\right)$  аргументу  $p$  є зростаючою. З цього випливає, що із збільшенням ймовірності  $p$  розмір інтервалу довіри  $d$  також збільшується. Дійсно, у завданні 2 маємо  $p = 0,9$ ,  $d = 0,052$ , а у завданні 1 -  $p = 0,998$ ,  $d = 0,1$ .

Розв'язання завдання 3. Величина  $n^*$  знаходиться за формулою

$$n^* = \frac{Nn_0}{N + n_0} = \frac{n_0}{1 + \frac{n_0}{N}}, \quad (3.20)$$

де  $n_0 = \frac{4t_\alpha^2}{d^2} s_T^2$ . Якщо прийняти  $d = 0,052$ ,  $t_\alpha = 1,65$ , як у завданні 2, то

$$d^2 = (5,2 \times 10^{-2})^2 \approx 27 \times 10^{-4} = 0,0027, \quad (2t_\alpha)^2 = (3,3)^2 \approx 10,89$$

$n_0 = \frac{10,9 \times 10^3}{2,7} \times 0,25 = 1000$ ,  $n^* = 500$ , що відповідає умовам завдання. У

відповідності з умовами завдання 3 приймемо  $d = 0,1$ , що відповідає меншому значенню  $d$ , ніж у завданні 2 ( $d = 0,052$ ). Тому можна вважати, що розмір інтервалу довіри  $d = 0,1$  зможе забезпечити більше значення дисперсії  $\sigma_n^2$ , ніж у завданні 2. Тому можна очікувати, що потрібний розмір вибірки  $n^*$  виявиться меншим, ніж 500.

Маємо:  $d^2 = 0,01$ ,  $t_\alpha = 1,65$  як у завданні 2,  $(2t_\alpha)^2 = 10,89$ ,  $s_T^2 = 0,25$ .

Тоді  $n_0 \approx \frac{10,89}{0,01} \times 0,25 \approx 273$ ,  $n^* = \frac{273}{1 + 0,273} = 215$ .

## Питання та завдання для самоперевірки до змістовного модуля 1

### Питання до модуля 1

1. Розкрийте зміст понять моделей і об'єктів моделювання. Що собою являють описові та нормативні моделі? У чому полягає їх роль в аналізі та прогнозуванні соціально-економічних процесів, підготовці й прийнятті управлінських рішень?

2. З якою метою розробляють описові моделі? Що собою являє холістичний підхід до описового моделювання? Розкрийте зміст методу чорної скриньки. Як він може застосовуватися у описовому моделюванні?

3. У чому полягає призначення описових моделей? Що собою являє екстраполяційний підхід до описового моделювання? Розкрийте зміст методів дослідження часових рядів (моделювання тренду, ідентифікації тренду із згладжуванням). Як методи дослідження часових рядів можуть застосовуватися в менеджменті організацій?

4. На які класи поділяють описові структурні моделі? Наведіть приклади описових структурних моделей. Надайте порівняльну характеристику описових структурних моделей з холістичними та екстраполяційними моделями.

5. Як використовуються описові моделі в менеджменті організацій? У чому полягають холістичний, екстраполяційний та структурний підходи до описового моделювання? Надайте порівняльну характеристику їх переваг та недоліків.

6. У чому полягає моделювання тренду часових рядів попиту? Як проводять згладжування рядів методом ковзної середньої? Розкрийте зміст методу сезонного індексу для визначення тренду та сезонної складової.

7. Яким чином будують описові структурні моделі? Надайте класифікацію описових структурних моделей. Надайте визначення та наведіть приклади статичних і динамічних, детермінованих і частково невизначених моделей.

8. Розкрийте зміст моделей із детермінованою і випадковою оцінками покупцями привабливості товарів. У чому полягають відмінності реакцій ринків із випадковою та детермінованою оцінками покупцями привабливості товарів.

9. Розкрийте зміст концепції моделювання поінформованості про чисельні значення певного економічного показника (універсум, характеристична функція, носій значень). Що собою являють повна визначеність, характеристична невизначеність

(інтервальна визначеність), статистична і нечітка визначеність? Розкрийте зміст понять нечіткої множини та нечіткої величини. У яких випадках неповністю визначена величина може трактуватися як статистично визначена, і у яких - як нечітко визначена?

10. Розкрийте зміст моделей поведінки покупців та реакції ринку із детермінованою (впевненою) оцінкою покупцями привабливості товарів. Розкрийте зміст моделі реакції ринку з резервованими цінами на пропозицію нового товару. Опишіть алгоритм розрахунку очікуваного обсягу продажів товару на цьому ринку.

11. Надайте визначення функції розподілу ймовірностей і щільності ймовірності безперервної випадкової величини. Якими формулами визначають математичне очікування і дисперсію випадкової величини? Опишіть процедуру знаходження чисельних значень функцій нормального розподілу ймовірностей загального виду за табличними значеннями функції стандартного нормального розподілу. Як знаходиться інтервал довіри для оцінки обсягу попиту за результатами вибіркового опитування споживачів?

12. У чому полягає простий випадковий відбір у створенні вибірки? Якій статистичній закономірності повинен задовольняти індивідуальний обсяг попиту, щоб він виявився розподілений за нормальним законом? Надайте формули, які визначають математичне очікування індивідуального обсягу попиту і дисперсію обсягів попиту споживачів з генеральної сукупності. Як визначається обсяг вибірки, який забезпечує бажану точність?

13. Наведіть переваги методу вибіркового дослідження у порівнянні з методом суцільного опитування. У чому полягає простий випадковий відбір у створенні вибірки? Що собою являють вибіркові та не вибіркові похибки у вибіркових дослідженнях? Яким вимогам повинні задовольняти процедури вибіркового дослідження попиту? Опишіть методику знаходження інтервалу довіри для оцінки обсягу попиту за результатами вибіркового опитування споживачів.

14. Що собою являє повна група подій, пов'язаних з випадковою величиною? За яких умов неповністю визначену величину можна розглядати як випадкову? Яким чином можуть бути визначені ймовірності значень дискретної випадкової величини? Як визначаються ймовірності сумісних подій декількох незалежних випадкових величин? Надайте визначення функції розподілу ймовірностей і щільності ймовірності безперервної випадкової величини. Надайте формули, що визначають математичне очікування і дисперсію випадкової величини.

15. Розкрийте призначення статистичних вибірових досліджень та вимоги до процедури їх проведення. Що собою являють вибірові та не вибірові похибки у вибірових дослідженнях? Опишіть процедуру знаходження чисельних значень функцій нормального розподілу ймовірностей загального виду за табличними значеннями функції стандартного нормального розподілу. Розкрийте зміст методики оцінки обсягу попиту за результатами вибірового опитування споживачів.

16. Розкрийте поняття ринку з вертикальною диференціацією та моделі поведінки покупців за резервованими цінами. Опишіть зміст алгоритмів розрахунку параметрів функції розподілу резервованої ціни у споживачів дискретних товарів. Як можливо оцінити очікуваний обсяг продажів нового товару на ринку з вертикальною диференціацією та поведінкою покупців на засадах резервованих цін?

17. У чому полягає моделювання тренду часових рядів попиту? . Які типові функції використовують для моделювання тренду? Розкрийте властивості цих Як проводять згладжування рядів методом ковзної середньої?

18. Розкрийте призначення статистичних вибірових досліджень та умови для їх проведення. Розкрийте зміст методики оцінки обсягу попиту за результатами вибірового опитування споживачів. Як визначається обсяг вибірки, який забезпечує бажану точність?

19. Що собою являє екстраполяційний підхід до дескриптивного моделювання? Розкрийте зміст методів дослідження часових рядів (моделювання тренду, ідентифікації тренду із згладжуванням). Як методи дослідження часових рядів можуть застосовуватися в менеджменті організацій?

20. У чому полягає призначення дескриптивних моделей та з якою метою їх розробляють? Розкрийте загальний зміст методів чорної скриньки та аналізу часових рядів. Як ці методи можуть застосовуватися в менеджменті організацій?

### **Завдання до модуля 1**

За навчальним планом спеціальності „Маркетинг” індивідуальним завданням з навчальної дисципліни «Кількісні методи в управлінні маркетингом» є розрахункове завдання „Прогнозування обсягів продажів”.

В процесі виконання індивідуального завдання, разом з теоретичними знаннями та практичними навиками за фахом, студент повинен продемонструвати здібності до науково-дослідної роботи й уміння логічно й творчо мислити.

Текст звіту повинний містити такі складові.

*Титульна сторінка.* Повинна містити назву університету; назву кафедри; назву дисципліни; тему реферату; прізвище, ініціали студента, індекс академічної групи.

*Зміст.* Повинен відтворювати назви розділів із зазначенням номерів сторінок, на яких вони розміщені.

*Основна частина.* Містить 5 розділів, у яких викладається зміст дослідження. Розділ 1. Зміст завдання. У ньому розміщується текст завдання у відповідності з встановленим варіантом. Розділ 2. Теоретичні засади прогнозування попиту на засадах екстраполяційного підходу (методу аналізу часових рядів). При викладенні цього розділу може використовуватися конспект і додаткова література. Розділ 3. Прогнозування обсягів продажів методом безпосереднього моделювання тренду. У цьому розділі розміщуються результати рішення задачі 1. Розділ 4. Прогнозування обсягів продажів методом моделювання тренду з попереднім згладжуванням часового ряду. У цьому розділі розміщуються результати рішення задачі 2. Розділ 5. Порівняльний аналіз результатів. У ньому наводяться графічний матеріал та оцінюються розбіжності результатів, які отримані різними методами.

*Висновки.* У висновках викладають висновки щодо теоретичного огляду та здобутих результатів.

*Список літератури.* Наводиться у випадку використання літературних джерел.

Звіт слід оформляти у відповідності з «Методичними вказівками про вимоги щодо оформлення рефератів, курсових, дипломних та магістерських робіт», розроблених і затверджених кафедрою. Обсяг звіту про виконання індивідуального завдання повинен становити 12 – 15 сторінок.

#### ЗАВДАННЯ 1. ПРОГНОЗУВАННЯ ОБСЯГУ ПРОДАЖІВ МЕТОДОМ БЕЗПОСЕРЕДНЬОГО МОДЕЛЮВАННЯ ТРЕНДА

За останні 4 роки обсяги продажів продукції фірми склали величини  $v_i$  ( $i=1,2,\dots,N=4$ ). Зроблене припущення, що обсяги продажів  $v_i$  змінюються згодом за залежністю, близькою до лінійної:  $v_i \approx f[\alpha](i) = \alpha_0 + \alpha_1 i$ , де  $f[\alpha](i)$  - лінійна функція, розглянута як модель тренда,  $i$  - номер року,  $\alpha = (\alpha_0, \alpha_1)$ ,  $\alpha_0, \alpha_1$  - параметри залежності. Потрібно знайти значення  $\alpha_0^0, \alpha_1^0$  невизначених параметрів  $\alpha_0, \alpha_1$ , використовуючи 2 методи:

1) безпосереднього моделювання тренда (завдання 1); 2) моделювання тренда зі згладжуванням часового ряду з інтервалом усереднення, що дорівнює 3 (завдання 2). Необхідно також: 1) побудувати графіки функцій  $v(i) = v_i$  ( $i = 1, 2, \dots, 4$ )  $f[\alpha^0](i) = f_1[\alpha^0](i)$  ( $i = 1, 2, \dots, 4, 5$ ) (для завдання 1) і  $f[\alpha^0](i) = f_2[\alpha^0](i)$  ( $i = 1, 2, \dots, 4, 5$ ) (для завдання 2), 2) знайти прогнозовані на 5-й рік обсяги продажів  $v_5 = v_{51} = f_1[\alpha^0](5)$  (для завдання 1) і  $v_5 = v_{52} = f_2[\alpha^0](5)$  (для завдання 2).

**Вхідні дані:**

№ варіанта	$v_1$	$v_2$	$v_3$	$v_4$
1	10	20	30	40
2	10	30	20	40
3	10	30	40	20
4	10	40	20	30
5	10	40	30	20
6	20	10	30	40
7	20	10	40	30
8	20	40	20	40
9	20	30	10	40
10	20	30	40	10
11	20	40	10	30
12	20	40	30	10
13	30	10	20	40
14	30	10	40	20
15	30	20	10	40
16	30	20	40	10
17	30	40	10	20
18	30	40	20	10
19	40	10	20	30
20	40	10	30	20
21	40	20	10	30
22	40	20	30	10
23	40	30	10	20
24	40	30	20	10

При безпосередньому моделюванні тренда для відшукування значень  $\alpha_0^0, \alpha_1^0$  невизначених параметрів  $\alpha_0, \alpha_1$  функцій  $f[\alpha](i)$  використовують метод найменших квадратів:

$$U(\alpha^0) = \min_{\alpha} \{U(\alpha) = \sum_{i=1}^N (f[\alpha](i) - v_i)^2\}. \quad (1.1)$$

Сутність методу найменших квадратів полягає в мінімізації суми  $U(\alpha)$  квадратичних відхилень між обсягами продажів, обчисленими по моделі  $f[\alpha](i)$ , і їх фактичними значеннями  $v_i$ , які реально спостерігалися.

Щоб при значеннях  $\alpha = (\alpha_0, \alpha_1)$  невизначених параметрів досягався мінімум функції  $U(\alpha)$ , повинні виконуватися умови:

$$\frac{\partial U(\alpha)}{\partial \alpha_k} = \sum_{i=1}^N \frac{\partial (f[\alpha](i) - v_i)^2}{\partial \alpha_k} = 0 \quad (k = 0, 1).$$

Ці умови визначають систему двох рівнянь:

$$\sum_{i=1}^N ((f[\alpha](i) - v_i) \cdot \frac{\partial f[\alpha](i)}{\partial \alpha_k}) = 0 \quad (k = 0, 1).$$

Оскільки

$$\frac{\partial f[\alpha](i)}{\partial \alpha_0} = 1, \quad \frac{\partial f[\alpha](i)}{\partial \alpha_1} = i,$$

то оптимальні значення  $\alpha_0^0, \alpha_1^0$  параметрів  $\alpha_0, \alpha_1$  знаходять із наступної системи двох рівнянь:

$$\sum_{i=1}^N (\alpha_0 + \alpha_1 i - v_i) = N\alpha_0 + \alpha_1 \sum_{i=1}^N i - \sum_{i=1}^N v_i = 0;$$

$$\sum_{i=1}^N (\alpha_0 + \alpha_1 i - v_i) i = \alpha_0 \sum_{i=1}^N i + \alpha_1 \sum_{i=1}^N i^2 - \sum_{i=1}^N v_i i = 0.$$

Ці рівняння можна представити в наступному вигляді:

$$A_{11}\alpha_0 + A_{12}\alpha_1 = A_{10}, \quad (1.2)$$

$$A_{21}\alpha_0 + A_{22}\alpha_1 = A_{20}, \quad (1.3)$$

де  $A_{11} = N = 4$ ,  $A_{10} = \sum_{i=1}^N v_i$ ,  $A_{12} = A_{21} = \sum_{i=1}^N i = 10$ ,  $A_{22} = \sum_{i=1}^N i^2$ ,  $A_{20} = \sum_{i=1}^N v_i i$ .

Таким чином, завдання 1 слід вирішувати в наступному порядку.

1. За вихідним даними розрахувати величини  $A_{10} = \sum_{i=1}^N v_i$ ,  $A_{22} = \sum_{i=1}^N i^2$ ,

$$A_{20} = \sum_{i=1}^N v_i i.$$

2. Скласти систему рівнянь (1), (2) і знайти її рішення  $\alpha_0^0, \alpha_1^0$ .

3. Записати функцію  $f[\alpha^0](i) = f_1[\alpha^0](i)$  й знайти прогнозований на 5-рік обсяг продажів  $v_5 = v_{51} = f_1[\alpha^0](5)$ .

4. Побудувати графіки функції  $v(i) = v_i$  ( $i = 1, 2, \dots, 4$ ) й функції  $f_1[\alpha^0](i)$  ( $i = 1, 2, \dots, 4, 5$ ).

Приклад (варіант 1).  $A_{10} = 100$ ,  $A_{22} = 30$ ,  $A_{20} = 300$ .

$$4\alpha_0 + 10\alpha_1 = 100,$$

$$10\alpha_0 + 30\alpha_1 = 300,$$

Звідси  $\alpha_0 = 25 - 2,5\alpha_1$ ,  $250 - 25\alpha_1 + 30\alpha_1 = 300$ ,  $\alpha_1 = 10$ ,  $\alpha_0 = 0$ ;  $f_1[\alpha^0](i) = 10i$ ;  $f_1[\alpha^0](5) = 50$ . При цьому  $f_1[\alpha^0](i) = v(i) = v_i$  ( $i = 1, 2, \dots, 4$ ).

## ЗАВДАННЯ 2. ПРОГНОЗУВАННЯ ОБСЯГУ ПРОДАЖІВ МЕТОДОМ МОДЕЛЮВАННЯ ТРЕНДА З ПОПЕРЕДНІМ ЗГЛАДЖУВАННЯМ ТИМЧАСОВОГО РЯДУ

За допомогою згладжування вхідного часового ряду по методу ковзної середньої можна частково усунути випадкову складову ряду, провести аналіз згладженої кривої й виділити закономірну тенденцію — тренд у вигляді тієї або іншої функції.

Для пошуку ковзної середньої вибирають інтервал усереднення, тобто кількість крапок  $m$ , за допомогою яких визначається усереднена величина  $\bar{v}_i$  продажів для року  $i$ . Звичайно вибирають непарну їхню кількість  $m = 2k + 1$ , де  $k$  — половинний інтервал усереднення. Потім підсумовують значення за всі періоди інтервалу усереднення, і суму, яку отримано, ділять на кількість періодів. Значення  $\bar{v}_i$  середньої («згладженої») величини продажів для року  $i$  обчислюється по формулі:

$$\bar{v}_i = \frac{v_{i-k} + v_{i-k+1} + \dots + v_i + \dots + v_{i+k}}{m}. \quad (1.4)$$

Якщо інтервал усереднення рівний 3, то  $\bar{v}_i = \frac{v_{i-1} + v_i + v_{i+1}}{3}$ . Оскільки часовий ряд обсягів продажів у завданні містить дані тільки за 4 роки, те усереднені обсяги продажів можуть бути визначені тільки для 2-го й 3-го року:

$$\bar{v}_2 = \frac{v_1 + v_2 + v_3}{3}, \quad \bar{v}_3 = \frac{v_2 + v_3 + v_4}{3}. \quad (1.5)$$

Значення  $\alpha_0^0, \alpha_1^0$  параметрів  $\alpha_0, \alpha_1$  функції  $f[\alpha^0](i) = f_2[\alpha^0](i)$  знаходять із умови, що пряма лінія  $v_i = f_2[\alpha^0](i) = \alpha_0^0 + \alpha_1^0 i$  проходить через крапки  $(i=2, \bar{v}_2), (i=3, \bar{v}_3)$ :

$$\alpha_0^0 + 2\alpha_1^0 = \bar{v}_2, \quad \alpha_0^0 + 3\alpha_1^0 = \bar{v}_3. \quad (1.6)$$

Таким чином, завдання 2 слід вирішувати в наступному порядку.

1. По формулах (3) розрахувати усереднені обсяги продажів  $\bar{v}_2, \bar{v}_3$ .
2. Скласти систему рівнянь (4) і знайти  $\alpha_0^0, \alpha_1^0$ .
3. Записати функцію  $f[\alpha^0](i) = f_2[\alpha^0](i)$  й знайти прогнозований на 5-й рік обсяг продажів  $v_5 = v_{52} = f_2[\alpha^0](5)$ .

Після розв'язку завдань 1, 2 на одному малюнку потрібно зобразити графіки функцій  $v(i) = v_i$  ( $i=1,2,\dots,4$ )  $f[\alpha^0](i) = f_1[\alpha^0](i)$  ( $i=1,2,\dots,4,5$ ) (для завдання 1) і  $f[\alpha^0](i) = f_2[\alpha^0](i)$  ( $i=1,2,\dots,4,5$ ) (для завдання 2). Потім потрібно порівняти графіки функцій і прогнозовані на 5-й рік обсяги продажів  $v_5 = v_{51} = f_1[\alpha^0](5)$  (для завдання 1) і  $v_5 = v_{52} = f_2[\alpha^0](5)$  (для завдання 2).

## ТЕМА 4 МЕТОДОЛОГІЯ РОЗРОБКИ НОРМАТИВНИХ МОДЕЛЕЙ

### 4.1. Структури діяльності та дій. Планування дій.

### 4.2. Моделювання програм маркетингових заходів.

### 4.3. Раціональна детермінація дій. Оптимізація дій. Ситуації дій та рівні представлень про дії.

#### *4.1 Структури діяльності і дії. Планування дії.*

Структура діяльності. У психології розрізняють ряд рівнів діяльності: верхній рівень - це рівень діяльності в цілому, потім рівень функціональних (особливих) видів діяльності, наступний - рівень дій. Функціональним видом діяльності називається сукупність дій, які викликаються одним провідним мотивом. У людини функціональними видами діяльності можуть бути, наприклад, навчальна і трудова види діяльності, заняття спортом. На підприємстві виділяються такі види функціональної діяльності, як виробнича, маркетингова, фінансова та інші. Дії визначаються як відносно закінчені елементи діяльності, спрямовані на досягнення проміжної мети, підпорядкованої загальному задуму. Як елементи, що складають дію, розглядаються операції, проведення яких забезпечується зазвичай автоматичними навичками.

За місцем і характером змін дії можуть бути поділені на зовнішні і внутрішні. Дія є зовнішньою, якщо вона призводить до змін в середовищі, які спостерігаються безпосередньо або можуть бути при необхідності об'єктивно виявлені (зміни в обсягах продажів, складі маркетингових посередників та умови взаємодії з ними, відносинах потенційних покупців до товарів і іміджу фірми і т.п. ). Результатами внутрішніх дій є більш-менш чітко визначені наміри щодо майбутніх дій, а також зміни у знаннях суб'єкта.

Взаємодія суб'єкта зі своїм середовищем, що відбувається у ході здійснення ним окремої дії, носить зазвичай обмежений характер, тобто зачіпає лише певну частину середовища, яка називається середовищем дії. Середовище дії складають об'єкт, засоби (ресурси) і умови дії. В об'єкті дії відбуваються ті зміни, заради яких виконавча дія здійснюється. У процесі дії відбувається перетворення об'єкта дії з його початкового стану в кінцевий стан, що називається продуктом дії. Сукупність тих змін, які в процесі дії здійснюються в об'єкті дії, утворюють предмет дії. Засоби (ресурси) дії утворюють об'єкти, що забезпечують перетворення предмета дії. Засобами дії суб'єкт може досить довільно і безпосередньо оперувати. До умов дії відноситься все те, що впливає на зміст, ефективність і надійність дії, але не може бути змінено в процесі здійснюється дії. Умови дії розглядаються як властивості оточення середовища дії.

Продукти, які отримані в результаті дій, виступають у подальшому або як об'єкти, або як засоби, або як умови інших дій. Якщо об'єкт будь-якої функціональної діяльності не є продуктом певної дії, включеної у цю діяльність, то він називається вхідним об'єктом цієї функціональної діяльності. Вхідні об'єкти будь-якої функціональної діяльності є продуктами інших видів діяльності, зокрема результатами купівлі (обміну).

Обмін, або обмінна діяльність, займає спеціальне місце серед функціональних видів діяльності. В процесі обмінної діяльності продукти інших функціональних видів діяльності обмінюються через гроші або безпосередньо на необхідні суб'єкту діяльності предмети. Результатами, продуктами обміну можуть бути споживчі блага і виробничі ресурси, призначені для виконання функцій засобів, умов і об'єктів дій суб'єкта діяльності.

Кінцевими продуктами всіх функціональних видів діяльності, за винятком обмінної, можуть бути споживчі блага суб'єкта діяльності, його виробничі ресурси, призначені для виконання функцій засобів дій, а також предмети для обміну. Ті продукти дій, які не є кінцевими продуктами будь-якої функціональної діяльності, включаючи обмінну, виступають як проміжні продукти цієї діяльності.

Множина дій, необхідних для перетворення початкового продукту функціональних діяльності в кінцевий продукт являє собою повний комплекс дій цієї функціональної діяльності. Дії, що складають комплекс, можуть бути представлені з різним ступенем деталізації. К елементарним діям, вказівка на які дозволяє найбільш детально представити повний комплекс дій, відносяться такі дії, для яких характеристики впливу ресурсів і середовища на об'єкт зберігаються незмінними в ході здійснення всієї дії. Комплексна дія охоплює кілька елементарних дій і, зокрема, може являти собою повний комплекс дій деякої функціональної діяльності. Предметами елементарних дій можуть виступати окремі частини (сторони, аспекти) предмета комплексної дії.

Планування дій. Свідомі дії відбуваються відповідно до попередньо створених у суб'єкта діяльності уявлень про ці дії, їх моделей, що характеризують дії в різних аспектах. Сукупність уявлень про майбутню дію, його повну модель часто називають планом дії. План дії розглядають як систему уявлень, або нормативних моделей, які можуть змінюватися як до реального здійснення дії, так і в процесі його здійснення.

Залежно від ступеня конкретності уявлення про намічені дії виділяють 3 рівня його деталізації: 1) про мету і спосіб (стратегію) дії; 2) про дію як про процес, що розгортається в часі; 3) про реагування на непередбачені або випадкові зміни середовища.

Основу уявлень про дію складає його мета. У психології під метою розуміється уявлення суб'єкта про бажаний корисний результат дії, тобто про її продукт. Мета дії встановлює зв'язок між потребами суб'єкта діяльності і здійснюваною ним дією.

Уявлення про спосіб (стратегію) дії відображає логіку, технологію отримання продукту дії з його вхідного об'єкта. Розробка способу дії передбачає з'ясування його змісту, що відображає властивості продукту дії і характер впливів на об'єкт, які забезпечують його отримання, а також вимоги до властивостей середовища. При цьому основний зміст елементарної дії визначається способом впливу ресурсів на об'єкт. Зміст комплексної дії визначається його структурою, тобто складом і змістом елементарних дій, що його утворюють, і логічними зв'язками їх початку і закінчення.

У менеджменті постановці цілей дій і розробці їхніх стратегій ставиться у відповідність його стратегічний рівень.

Прикладом уявлення комплексної дії у вигляді кінцевої частково впорядкованої множини складових дій є сіткові моделі комплексів робіт (проектів, розробок, програм), що використовуються під час сіткового планування та управління (СПУ). Основою СПУ є побудова структурної мережі комплексу, що визначає з необхідним ступенем деталізації множини складових робіт і логічні взаємозв'язки між термінами їх початку і закінчення. В ході цієї побудови піддаються аналізу на змістовному рівні необхідні і достатні умови часу початку кожної дії, що включається у мережу. Методи СПУ використовуються для формування планів усіх видів будівництва, в індивідуальному і дрібносерійному виробництві, в гірничодобувній промисловості та геологорозвідувальних роботах, у науково-дослідних, дослідно-конструкторських і проектних організаціях.

Уявлення про дію як про процес, що розгортається в часі, відображає програма дії. Програма дії відповідно до обраного способу дії, визначає, з одного боку, залежність зміни стану об'єкта від часу, а з іншого - залежність від часу складу і кількісних характеристик потрібних ресурсів.

У менеджменті формування уявлень про дію як про процес, що розгортається в часі, відповідає тактичний рівень. Під програмою розуміють склад запланованих заходів із зазначенням часу їх проведення. Поряд з програмою на тактичному рівні розробляються бюджети, що відображають потреби у ресурсах.

Програма елементарної дії встановлює залежність від часу характеристик впливів ресурсів на предмет дії і відповідних змін у предметі дії. Внаслідок цього програма елементарної дії визначає час, необхідний для проведення цієї дії.

Програма комплексної дії використовується для координації виконання елементарних дій. Вона відповідно до встановлених програм її елементарних дій задає інтервали часу проведення всіх цих дій і, як наслідок, терміни отримання продуктів всіх елементарних дій і кінцевого продукту комплексної дії.

Уявленню про реагування на непередбачувані або випадкові зміни середовища відповідає поняття регулювання. Призначення регулювання полягає в мінімізації відхилень станів об'єкта дії від запланованої програмної траєкторії. У загальному

випадку регулювання охоплює процеси поточного спостереження і прогнозу станів умов і середовища дії, корекції запланованих програмою поточних впливів ресурсів на об'єкт і потреб в ресурсах. У менеджменті з регулюванням зв'язується оперативне управління процесом дії.

Прогнозування середовища, розробку програми дій на об'єкт і регулювання відносять до сфери синтезу управління об'єктами. Дію можна розглядати як керований процес впливу ресурсів на об'єкт дії. При цьому з точки зору кібернетики середовище дії (об'єкт і ресурси дії) являє собою керовану систему, а суб'єкт дії - керуючу систему, в рамках якої розробляються програма управління та регулюючі дії на середу.

Крім каналу впливів (управління), керуюча система має ще два канали зв'язку. По каналу зв'язку, який веде до керуючої системи від керованої системи (середовища дії), надходить інформація про стан останньої, тобто про стани об'єкта і ресурсів дії. По каналу зв'язку керуючої системи з оточенням середовища дії реєструються зміни умов, що трактували як збурення (некеровані впливи), що діють на середовище дії (керовану систему) з боку оточення середовища.

Програма дії, що розглядається як програма управління, встановлює значення керуючого впливу  $u$  в залежності від поточного моменту часу  $t$ :  $u(t) = R(t)$ , де функція  $R(t)$  відображає конкретну програму управління. Програму управління розробляють виходячи з вимог до зміни стану середовища з плином часу. Тому розробка програми управління є можливою тільки в разі наявності моделі середовища дії, яка визначає залежність стану середовища від керуючих впливів і умов дії протягом усього часу її здійснення. Забезпечити прийнятну точність моделі об'єкта і прогнозу умов вдається лише у рідких випадках.

В умовах, коли зміни станів середовища дії неповністю передбачувані, для більш надійного виконання вимог, що пред'являються до траєкторії станів об'єкта, використовують регулювання. У загальному випадку регулювання являє собою процес корекції програми дії виходячи з результатів поточного спостереження і прогнозу станів об'єкта і середовища. В окремому випадку регулювання використовується для підтримки постійного стану об'єкта.

У процедурі регулювання завжди присутні регульовані показники  $x_1, x_2, \dots, x_n$  ( $n$  - кількість регульованих показників, в окремому випадку  $n = 1$ ). Їх потрібно підтримувати на заданих рівнях  $x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0$ , які в загальному випадку можуть змінюватися з часом  $t$  за заданими законами:  $x_i^0 = f_i(t)$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ), де  $f_i(t)$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) - задані функції. Процес корекції програми дії на основі інформації про стани керованої системи (середовища дії) називається регулюванням за принципом зворотного зв'язку, а на основі інформації про оточення середовища - регулюванням за принципом обліку збурень.

Будь-яка дія супроводжується рядом пов'язаних з ним допоміжних проектно-управлінських дій, які можуть складатися у розробці проекту і програми дії, у реєстрації і прогнозуванні станів середовища, у розробці процедур компенсаційних змін у програмі дії. Тому у дії виділяються три частини: проектна, керуюча, і виконавча (робоча). Проектна і керуюча частини дії відповідають плануванню дії, а в процесі виконання робочої частини - відбуваються реальні зміни у середовищі дії.

#### **4.2 Моделювання програм маркетингових заходів**

Проект можна розглядати як деякий процес, що полягає у виконанні у відповідності з програмою проекту певної сукупності робіт  $P_1, P_2, \dots, P_s \dots P_S$ , яку визначає множина  $\Omega = \{s = 1, 2, \dots, S\}$  номерів робіт.

Якщо технологічна залежність між роботами однозначно визначена і відомо час, необхідний для виконання кожної роботи, то для математичного опису і дослідження програми проектних робіт використовуються методи сіткового планування і управління (СПУ). Предметами проектів можуть бути спорудження будівельних об'єктів, розробка нових видів продукції, проведення великих ремонтів і реконструкцій, виготовлення великих виробів (літаків, суден, турбін і т.п.) виготовлення на замовлення великих партій виробів (транспортних засобів, технологічного обладнання та ін.)

Хід виконання проектних робіт зручно розглядати в дискретному часі, прийнявши певну величину за одиничний інтервал часу. За одиницю часу можуть бути прийняті зміна, доба, тиждень, місяць і т.п. У загальному випадку сітковий графік, що відображає проектну програму, пов'язує з поточним часом виконання проекту склад завершених робіт, величини витрат трудових і матеріальних ресурсів з початку виконання проекту, що проводяться роботи в даний момент часу.

На першому етапі розробки програми проекту встановлюється структура проектних робіт, що визначає їх склад і зв'язки між ними, що впливають на послідовність їх виконання. Структуру робіт описують шляхом завдання для кожної роботи  $P_s$  множини  $U_s$  робіт, які повинні безпосередньо передувати виконанню роботи  $P_s$ . Опис структури робіт складають особи, компетентні в даному конкретному проекті (керівники, експерти). Однак для виключення помилок структура робіт повинна обов'язково узгоджуватися з їх виконавцями, які можуть помітити пропущені роботи і інші недоліки.

Методи СПУ засновані на наочному поданні виконуваного комплексу робіт у вигляді орієнтованого графа, дуги (лінії зі стрілками) якого зображують виконувані роботи, а вершини (кружки) - події, що представляють собою початок робіт.

Послідовність дуг в такому графі визначає порядок, в якому повинні проводитися роботи.

Подія, що відповідає початку виконання будь-яких проектних робіт, називається початковою подією, і їй присвоюється номер 0. Подія, що полягає в закінченні всіх проектних робіт, називається кінцевою подією, і вона має на одиницю більше, ніж максимальний номер з усіх номерів попередніх подій. Оскільки в сітковому графіку відображають тільки події, що представляють собою початок робіт, то для однаковості кінцеву подію інтерпретують як початок фіктивної кінцевої роботи з нульовими витратами часу і ресурсів.

Побудова сіткового графіка проводиться шляхом багатокрокової процедури. На першому кроці відшукується множина  $M_1$  таких робіт  $P_s$ , яким не повинно передувати виконання будь-яких інших робіт:  $s \in M_1$ , якщо  $U_s = \emptyset$ . Потім ці роботи і події, що відповідатимуть їхнім закінченню відображаються графічно. На другому кроці відшукується множина  $M_2$  робіт, яким передує виконання тільки робіт з множини  $M_1$ . Ці роботи і події, що відповідатимуть їхнім закінченню відображаються графічно. На третьому кроці відшукується множина  $M_3$  тих робіт, яким передує виконання тільки робіт з множини  $M_1 \cup M_2$ , і т.д. до тих пір, поки весь перелік робіт не буде вичерпаний.

Граф, що відображає структуру робіт для заданих в табл. 4.1 множин  $U_s, s = 1, 2, \dots, S$ , наведено на рис. 4.1 Фіктивна кінцева робота позначена як P8.

Таблиця 4.1 - Розрахунок часових параметрів проведення проектних робіт

Номер роботи	$U_s$	$\tau_s$	$t_{SH}^p$	$t_{SK}^p$	$V_s$	$t_{SK}^p$	$t_{SH}^{\Pi}$	$\Delta t_s$
P1	-	7	0	7	P3,P4	7	0	0
P2	-	4	0	4	P5	5	1	1
P3	P1	3	7	10	P6	14	11	4
P4	P1	4	7	11	P7	11	7	0
P5	P2	6	4	10	P7	11	5	1
P6	P3	2	10	12	P8	16	14	4
P7	P3,P5	5	11	16	P8	16	11	0
P8	P6,P7	0	16	16	$\emptyset$	16	16	0

На другому етапі розробки програми проекту визначаються обсяги витрат ресурсів, необхідних для проведення кожної роботи і приймається рішення про кількість ресурсів (виконавців, техніки, грошових коштів і т.п.), що виділяються для виконання кожної роботи. На основі цієї інформації знаходяться тривалості  $\tau_s, s = 1, 2, \dots, S$ , виконання всіх робіт.

Під довжиною дуги  $s$  розуміють тривалість виконання роботи  $s$ . Шляхом між вершинами  $i$  і  $j$  називають послідовність дуг, що з'єднують ці вершини. Довжину шляху становить сума довжин дуг, які складають цей шлях.

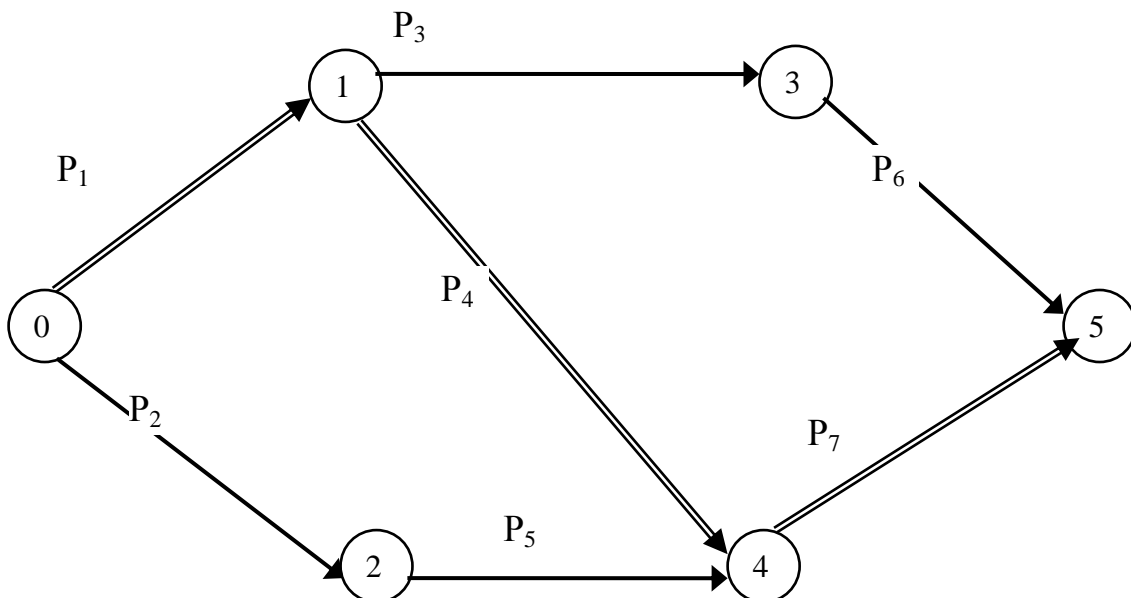


Рисунок 4.1 - Мережевий графік проектних робіт

Шлях, який з'єднує початкову та кінцеву вершини графа, називають повним. Легко бачити, що тривалість проекту визначається повним шляхом максимальної довжини, який називається критичним. Роботи, що належать критичного шляху, також називають критичними. Решта (некритичні) роботи мають резерв часу, що характеризується максимальною затримкою початку роботи, при якій тривалість проекту не змінюється.

Інформація про множини  $U_s, s = 1, 2, \dots, S$  і тривалості  $\tau_s, s = 1, 2, \dots, S$  виконання робіт повністю визначає деякий початковий варіант проектної програми. На третьому етапі розробки програми проводиться аналіз цього варіанту програми шляхом відшукування критичного шляху, його довжини і резервів часу некритичних робіт. На основі результатів аналізу може бути проведена корекція програми, спрямована на підвищення її ефективності.

Для відшукування критичного шляху і резервів часу некритичних робіт необхідно для кожної роботи  $s$  розрахувати ранні терміни

$t_{SH}^P, t_{SK}^P$  її початку і закінчення і пізні терміни  $t_{SH}^{\Pi}, t_{SK}^{\Pi}$ , її початку і закінчення. Їх знаходять за формулами:

$$t_{SH}^P = \max\{t_{ik}^P \mid i \in U_s\}, t_{SK}^P = t_{SH}^P + \tau_s, \quad (4.1)$$

$$t_{SK}^{\Pi} = \min\{t_{ih}^{\Pi} \mid i \in V_s\}, t_{SH}^{\Pi} = t_{SK}^{\Pi} - \tau_s, \quad (4.2)$$

де  $V_s$  - множина робіт, які безпосередньо виконуються після роботи  $P_s$ . Резерв часу для проведення роботи  $s$  складає величину  $\Delta t_s = t_{SK}^{\Pi} - t_{SK}^P = t_{SH}^{\Pi} - t_{SH}^P$ .

У табл. 4.1 для заданих множин  $U_s, s = 1, 2, \dots, S$ , і тривалості  $\tau_s, s = 1, 2, \dots, S$  робіт наведені результати розрахунків  $t_{SH}^P, t_{SK}^P, t_{SH}^{\Pi}, t_{SK}^{\Pi}, \Delta t_s$  ( $s = 1, 2, \dots, S$ ). З них видно, що критичний шлях містить роботи P1, P4, P7 (їх резерви часу дорівнюють 0). Довжина (тривалість) критичного шляху становить 16 одиниць.

### ***4.3 Раціональна детермінація дій. Оптимізація дій. Ситуації дій та рівні представлень про дії.***

Раціональна детермінація дій. Для раціональної детермінації характерно очікування певної поведінки предметів та людей і використання цього очікування як «умов» та «засобів» для отримання результатів, що задовольняють раціонально поставленим вимогам. Але мета дії, визначаючи вимоги до його продукту, не відображає всіх інтересів суб'єкта діяльності до здійснюваної дії. Забезпечення економічної дії засобами вимагає витрат обмежених ресурсів (матеріальних, інтелектуальних, фізичних і ін.), які суб'єкт діяльності міг би направити на забезпечення інших дій. Наявність альтернатив використання ресурсів, наявних у суб'єкта діяльності в обмежених кількостях,

призводить до того, що ставлення до продуктів альтернативних дій як до благ поширюються на ресурси суб'єкта.

Корисності продуктів і ресурсів, які оцінюються у грошовій формі, називаються цінностями. Додатні корисності (цінності) майбутніх продуктів дії зіставляються з від'ємними корисностями (цінностями) витрат ресурсів на їх отримання. Таке зіставлення корисностей одержуваних продуктів і витрачених ресурсів при прийнятті економічних рішень становить суть концепції економічного раціоналізму, що лежить в основі сучасної економічної теорії.

Ціннісний ефект дії визначається як сукупна додатна цінність вироблених продуктів і сукупна від'ємна цінність витрачених ресурсів. Для одноразової дії, що полягає у виготовленні та продажу деяких продуктів, сукупні цінності вироблених продуктів і витрачених ресурсів відображають відповідно виручка від реалізації продуктів і сума витрат, відповідних витраченим ресурсам. Ціннісний ефект цієї дії виражає отриманий в результаті прибуток - різниця між доходом і сумою витрат.

Оптимізація дій. З поняттям оптимальності дії пов'язане поняття оптимальності її плану. При плануванні майбутнього дії може виникати питання про своєчасність його проведення. Крім того, в зв'язку з неповною визначеністю умов діяльності досягнення мети дії завжди пов'язане з ризиками. Тому критерій максимізації ціннісного ефекту дії виявляється в загальному випадку невизначеним щодо переваг стосовно часу отримання ефекту і діапазону можливих значень ефекту.

Для визначення цінності плану дії виникає необхідність використання наступних двох груп показників: 1) очікуваних величин ціннісного ефекту дії з плином часу; 2) ризиків відхилення майбутніх фактичних величин ціннісного ефекту від запланованих, очікуваних. Залежність цінності плану дії від зазначених показників висловлює функція цінності планів дії, яка визначається суб'єктивними уподобаннями суб'єкта дії. Тоді найкращому плану з точки зору суб'єкта дії буде відповідати максимальне значення функції цінності планів розглянутого дії. Таким чином, функція цінності планів дії буде встановлювати правило узгодженого вибору динаміки ціннісного ефекту дії і розмірів ризиків.

Одним з широко поширених способів «об'єктивного» обліку невизначених факторів і протяжності дії в часі є дисконтування різночасних одержуваних значень очікуваного ціннісного ефекту дії, тобто приведення цього ефекту до деякого базового моменту часу. Однак в цьому випадку не враховуються ризики відхилення майбутніх реальних значень ціннісного ефекту від його очікуваних значень.

Взагалі кажучи, оптимальним називають такий варіант дії, якому відповідає його найкращий результат стосовно деякого критерію цінності плану (моделі) дії. Але слід розрізняти поняття математично і об'єктивно оптимальних дій. Математично оптимальну дію передбачає її попередній вибір з множини заданих варіантів дії в

умовах певної інформованості суб'єкта дії про очікуваний ціннісний ефект для кожного варіанта. Залежно від інформованості задача вибору може носити детермінований або не повністю визначений характер. Математично оптимальна дія є об'єктивно оптимальною, об'єктивно найкращою тільки в тому випадку, коли суб'єкт має вичерпні знання про всі можливі варіанти дії, значення ціннісного ефекту для кожного варіанта дії є детермінованими і відомими суб'єкту дії величинами.

Ситуації дій та рівні представлень про дії. При аналізі і плануванні проектно-управлінських дій поряд з поняттям середовища дії виникає необхідність використання поняття ситуації дії. Ситуація дії повинна відображати відносини і зв'язку між суб'єктом і середовищем його дії в процесах планування дії. Іншими словами, ситуація дії повинна виражати поточні уявлення суб'єкта про середовище дії і про управління середовищем дії, бути «поточною» моделлю його дії.

Для тих ситуацій, які часто виникають у людській діяльності, накопичуються добре відпрацьовані ефективні типові плани дій. Такі типові ситуації діяльності розпізнаються і осмислюються людиною як ситуації з відомими планами дій. При використанні типових планів дій в типових ситуаціях не потрібно заново повторювати аналіз ситуації діяльності та пошук способу дії. Це дозволяє зберігати час і запобігати помилкам.

Поряд з типовими ситуаціями в людській діяльності часто виникають проблемні ситуації. У цих ситуаціях у суб'єкта діяльності відсутні повні чіткі уявлення про план дії. Зокрема у проблемній ситуації можуть бути відсутні навіть чіткі уявлення про продукт, об'єкт, ресурси і умови, необхідні для отримання продукту. У проблемній ситуації виникає необхідність планування дії, починаючи зі стадії, на якій сталася актуалізація проблемної ситуації.

Потреба у плануванні викликає необхідність у проведенні певної планової дії, якій будуть відповідати своє середовище та ситуація дії. У середовищі планової дії об'єктом дії будуть виступати уявлення про план виконавчої дії, а засобами - об'єкти ідеальної і матеріальної природи (знання, інформація, інструменти їх отримання), що дозволяють уточнювати і розвивати уявлення про план виконавчої дії.

Планова дію, в ході якої відбувається планування виконавчої дії, відповідає 1-му рівню уявлення про виконавчу дії. Ситуація планової дії 1-го рівня буде типовою, якщо для неї відомі проектно-управлінські дії, більш високого (2-го) рівня уявлення, що дозволяють розробити план планової дії 1-го рівня. Якщо ситуація планової дії 1-го рівня є нетиповою, проблемною, то виникає необхідність в проведенні планової дії 2-го рівня уявлення про виконавчу дію.

## Тема 5.. Кількісні методи у багаторівневому управлінні маркетингом

### *5.1. Функціональна структура діяльності та потенціалу підприємства*

Із процесом відтворення ресурсів підприємства зв'язані певні функціональні види діяльності, що різняться по своєму призначенню. В умовах, коли соціально-економічне середовище діяльності підприємства суттєво не змінюється, функціональна структура його діяльності зберігає свої основні характеристики. Загальний порядок, стабільні функціональні характеристики процесу відтворення потенціалу підприємства визначають його спосіб діяльності.

Для реалізації функціональних видів діяльності в організаціях (на підприємствах) створюються відповідні підрозділи. При цьому склад функціональних завдань підрозділів визначається способом департаменталізації підприємства, який, у свою чергу, залежить від його особливостей (сфери діяльності, розмірів та ін.).

Поділ діяльності на складові має свої особливості для кожного підприємства. Найбільше часто в діяльності підприємства виділяють наступні її функціональні види: маркетингову, виробничу, інвестиційну, фінансову.

Основними завданнями маркетингової діяльності є створення попиту на вироблені продукти, проведення товарно-реалізаційних операцій, створення позитивної репутації підприємства серед споживачів.

Виробнича діяльність направляється на забезпечення випуску продуктів із заданими характеристиками у встановлений термін.

Із часом можливості підприємство з виробництва товарних цінностей можуть збільшуватися завдяки нагромадженню ресурсів, застосуванню нових ресурсів і нових способів їх використання. Збільшення пропозиції продуктивних ресурсів, здійснюване людьми, називається інвестицією. Інвестиція означає відмову від поточного споживання на користь майбутнього споживання. Метою інвестицій є збільшення сукупної цінності вироблених підприємством продуктів. Здійснення інвестицій забезпечує інвестиційна діяльність, у ході якої відбувається створення інвестиційних ресурсів, їх нагромадження й трансформація в ресурси продуктивної діяльності.

Теоретично джерелами фінансування інвестицій діючого підприємства можуть бути власний капітал, позикові засоби й додатково залучений власний капітал. Підприємство, що використовує позиковий капітал для інвестиційної діяльності, має більш високий фінансовий потенціал свого розвитку як за

рахунок можливості формування додаткового обсягу активів, так і у зв'язку з підвищенням фінансової рентабельності діяльності за рахунок зменшення бази оподаткування прибутку. Однак у кредиторів у випадку надання ними довгострокових кредитів для фінансування реальних інвестицій генеруються високі фінансові ризики. Тому зараз в Україні доступ до довгострокових позикових джерел капіталу викликає значні труднощі та пов'язаний з неприйнятно високими для підприємства відсотками.

Додатково залучений власний капітал за вартістю є більш дорогим, ніж позиковий. Це пояснюється тим, що витрати з його обслуговування не зменшують базу оподаткування прибутку, а при банкрутстві цей капітал підприємства захищений меншою мірою, чому позиковий. Крім того, додаткове залучення власного капіталу звичайно спричиняє зміни в сфері контролю підприємства з боку його первісних власників, що створює додаткові ризики.

Призначення фінансової діяльності полягає в забезпеченні платоспроможності підприємства з урахуванням зобов'язань перед стейкхолдерами (персоналом і власниками підприємства, державою, фінансовими колами, постачальниками, клієнтами й ін.), і необхідності виконання запланованих проектів програм розвитку.

## ***5.2. Управлінська структура діяльності підприємства***

Діяльністю по відтворенню ресурсів, що носить виконавчий характер, необхідно управляти. Управлінська діяльність (менеджмент) є особливим різновидом діяльності, оскільки її результатами не є безпосередньо ресурси відтворювальної діяльності. Вона являє собою надбудову над відтворювальною діяльністю, «діяльність над діяльністю». Управлінська діяльність, як і будь-який інший вид діяльності, характеризується своєю структурою, зв'язаною зі структурою процесу відтворення. Для забезпечення керування виявляються необхідними певні людські, майнові й соціальні ресурси, якими буде розпоряджатися менеджмент підприємства.

Для більш глибокого уявлення про зв'язок між станами середовища, управлінськими рішеннями й результатами діяльності підприємства корисно розглядати систему менеджменту підприємства як ієрархічну систему, яка включає 3 рівні: стратегічний, тактичний, оперативний. Керування на цих організаційних рівнях направляється на планування й досягнення результатів діяльності підприємства відповідно у довгостроковій, середньостроковій і короткостроковій перспективах. В організаціях із цими рівнями зв'язані

відмінності у широті повноважень і відповідальності діючих на них менеджерів.

Протягом життєвого циклу підприємства спосіб його діяльності перетерплює зміни. Рішення щодо способу переходу від існуючого способу діяльності до певного цільового - визначає загальна стратегія діяльності (розвитку) підприємства. На підприємствах (у корпораціях) вибір напрямків діяльності на перспективу здійснюють під час розробки портфельної стратегії, яка являє собою основу загальної (корпоративної) стратегії. Портфельна стратегія визначає такі стратегічні сфери бізнесу, у яких підприємство буде працювати в майбутньому.

Для визначення способу діяльності в окремій стратегічній сфері бізнесу розробляється ділова стратегія. Її призначення полягає в реагуванні на зміни, які відбуваються в значимих сферах далекого середовища діяльності, вирішенні актуальних проблем у близькому середовищі, пов'язаних зі збереженням і зміцненням конкурентної позиції. Розробці ділової стратегії будь-якого підприємства передуює SWOT аналіз (Strengths, Weaknesses, Opportunities, Threats), який передбачає виявлення погроз і можливостей у зовнішньому середовищі підприємства й оцінку його потенціалу (сильних і слабких сторін).

Поряд з діловою стратегією для визначення змін способів функціональних видів діяльності в стратегічній сфері бізнесу, який розглядається, можуть розроблятися функціональні стратегії, завдяки яким перехідний спосіб діяльності підприємства здобуває більш конкретний вигляд.

Для обґрунтування можливості реалізації ділових стратегій виникає необхідність розробки стратегічних програм і бюджетів діяльності в розрізі певних проміжків часу. Стратегічні програми, виходячи із прогнозу середовища й прийнятої стратегії, повинні відбивати прогноз змін потреб у ресурсах, заходи щодо перепрофілювання ресурсів, скороченню їх зайвої кількості й поповнення недостатніх ресурсів згідно із принципом «розширення вузьких місць». Стратегічні бюджети повинні забезпечувати збалансованість цінностей ресурсів, що витрачаються, із цінностями створюваних продуктів протягом усього стратегічного періоду планування.

Ділова стратегія, стратегічні програми й бюджети підприємства розробляється виходячи з довгострокового прогнозу очікуваних змін параметрів середовища діяльності. Усереднені в часі значення цих параметрів можуть проявляти тенденції до збільшення або зменшення, а їх поточні значення - демонструвати коливання щодо тренда. Тому стратегічний прогноз середовища повинен відбивати й напрямок змін, тобто тренд, і можливі

циклічні коливання, які виникають, наприклад, через сезонні коливання попиту на продукцію підприємства.

Флуктуації фактичних станів середовища відносно визначених стратегічним прогнозом можуть бути розподіленими на «повільні» і «швидкі» відхилення. Ці відхилення визначають впливи середовища на потреби в ресурсах. «Повільні» впливи визначають відхилення реальних параметрів тренда й циклічних коливань від прогнозованих. «Швидкі» впливи є результатом впливу випадкових факторів і напрямок їх змін може коливатися на протязі навіть коротких інтервалів часу.

Невідповідність наявних ресурсів реальним станам середовища приводить до втрат, зв'язаних або з витратами на обслуговування надлишків ресурсів у випадку їх надлишку, або з упущеною вигодою у випадку їх недостатньої кількості. Тому для реалізації стратегічного плану кількісні продуктивні характеристики ресурсів необхідно регулярно підбудовувати під зміни середовища.

З керуванням коректувальними заходами для запобігання втрат від «повільних» і «швидких» впливів середовища зв'язуються відповідно тактичний і оперативний рівні менеджменту. Завдання тактичного рівня менеджменту полягають у реалізації стратегічного плану з управлінням коректувальними заходами для його виконання й запобігання втрат в умовах «повільних» впливів середовища. Для цього розробляються тактичні плани (програми, бюджети) на менші, ніж стратегічний план строки. Ці плани виступають орієнтирами для управління на оперативному рівні. Призначення оперативного рівня полягає в реалізації плану тактичного рівня з використанням при необхідності коректувальних заходів для його виконання й запобігання втрат в умовах «швидких» впливів середовища. Для цього можуть розробляються плани оперативного рівня на менші, ніж тактичні плани, строки.

На тактичному рівні середовище розглядається у менш деталізованому вигляді, ніж на оперативному рівні. Тому на тактичному рівні використовується укрупнене, агреговане інформаційне відображення ресурсів. Згідно з ним індивідуальні ресурси поєднуються в комплекти, які мають однакове призначення. Ці комплекти й виступають у ролі об'єктів керування. На оперативному рівні інформаційне відображення ресурсів має індивідуалізований характер, забезпечуючи в ідеалі керування використанням кожної окремої одиниці того або іншого виду ресурсу.

Головну роль у координації комплексного розвитку функціональних потенціалів підприємства відіграє фінансовий менеджмент, під яким розуміють увесь процес управління відтворенням за допомогою формування й

використання фінансових ресурсів, капіталу й грошових потоків, необхідних для здійснення підприємницької діяльності в умовах ризику з метою виконання підприємством своїх функцій. Базовий набір інструментів фінансового менеджменту утворюють бюджетування, залучення позикових засобів і розміщення вільних засобів. При цьому два останні пункту займають підлегле положення стосовно бюджетування.

Під бюджетуванням розуміють технологію планування, обліку й контролю руху грошових коштів і фінансових результатів. Бюджетування, або бюджетне управління, включає розробку бюджетів як фінансових планів за обраними позиціями, складання фінансової звітності за результатами виконання бюджетів і послідовний ланцюжок управлінських дій, спрямованих на інтеграцію різних контурів управління в єдиний контур бюджетного управління. Залежно від аспектів планування фінансових ресурсів виділяють 3 основних виду фінансових планів (бюджетів): бюджет доходів і витрат, бюджет руху грошових коштів, бюджет по балансовому аркушу.

Складання бюджету доходів і витрат є відправною точкою процесу наскрізного бюджетування на будь-якому підприємстві. Даний бюджет являє собою розрахункову оцінку доходів і витрат, а також їх структуру на майбутній період (квартал, рік). Його структура розкриває структуру й розміри доходів і витрат підприємства, а також величину валового прибутку або збитку. Таким чином, бюджет доходів і витрат дозволяє управляти найважливішим результатом діяльності – прибутком.

Бюджет руху грошових коштів дозволяє налагодити контроль платоспроможності й потрібний для забезпечення поточної стійкості підприємства. У даному бюджеті одержують концентроване вираження всі види грошових надходжень і платежів (грошових потоків). У ході розробки цього бюджету здійснюється прогнозування у часі грошових потоків підприємства в розрізі окремих видів його господарської діяльності (операційної, інвестиційної й фінансової). Наявність бюджету руху грошових коштів сприяє забезпеченню постійної платоспроможності підприємства протягом усього року, здійсненню раціональної кредитної політики, ефективному розміщенню вільних коштів, які тимчасово не задіяні у господарському обороті.

Бюджет по балансовому аркушу (плановий баланс активів і пасивів) характеризує зобов'язання й вкладення компанії по основних рахунках активів і пасивів. Даний бюджет найбільшою мірою відбиває меті підприємства. Складання даного бюджету може вплинути на перегляд фінансової стратегії й тактики підприємства. Якщо попередні розрахунки показують, що не

досягається необхідна фінансова стійкість і платоспроможність фірми, то можливі значні коректування обсягів використання чистого прибутку за різними напрямками.

### ***5.3 Узгодження виробничого потенціалу підприємства із попитом на продукцію***

Однією з актуальних проблем менеджменту є управління виробничими ресурсами підприємств із метою забезпечення їх збалансованості з попитом. Невідповідність ресурсів підприємства попиту на його продукцію може виникати по двом взаємозалежним причинам. Перша з них полягає в тому, що попит характеризується зараз не тільки швидкими змінами, але й впливом на нього різних неврахованих і випадкових факторів. У зв'язку із цим його однозначне прогнозування виявляється ненадійним. По-друге, для зміни кількісно-якісних характеристик ресурсів потрібен певний час, хоча ці зміни для виключення втрат повинні мінімально відставати від змін попиту.

Однією з актуальних проблем менеджменту підприємств є забезпечення збалансованості виробничих ресурсів із попитом на продукцію, якому притаманні мінливість й випадковість. Ця проблема є багатосторонньою, зокрема охоплює питання розвитку матеріально-технічної бази підприємства, планування виробничих завдань, забезпечення їх виконання обіговими ресурсами, і вимагає прийняття рішень на всіх рівнях управління.

У відповідності із системно-ресурсним підходом у менеджменті завдання з управління виробничими ресурсами розподіляються між трьома організаційними рівнями: стратегічним, тактичним і оперативним [1,2]. На стратегічному рівні управління підприємством розробляються товарна політика, довгостроковий прогноз попиту на продукцію підприємства, інвестиційна програма розвитку виробничих підрозділів на основі нових технологій і вимог до кількісно-якісного складу майбутнього виробничого персоналу. Стратегічні плани підприємства, у тому числі й інвестиційна програма, розробляють на період стратегічного планування, який містить певну кількість періодів тактичного планування. У процесі реалізації інвестиційних проектів змінюються кількісно-якісні характеристики виробничо-технологічного обладнання, які визначають виробничі можливості підприємства. До календарних періодів тактичного планування «прив'язуються» строки початку й закінчення інвестиційних проектів і їх окремих етапів.

У ході тактичного планування підприємство розробляє програму виробництва своєї продукції на період часу, що включає певну кількість періодів оперативного планування. Відповідно до розробленої виробничої програми на період тактичного планування в розрізі періодів оперативного планування встановлюється кадрова програма, що визначає динаміку штатної чисельності виробничого персоналу, і програма забезпечення виробництва об'єктивними матеріальними ресурсами, яка заздалегідь узгоджується з постачальниками.

Рішення щодо поточних обсягів виробництва кінцевої продукції відбиваються в оперативних об'ємно-номенклатурних планах виробництва, які розробляють на певний календарний період оперативного планування виходячи з попиту на різні види продукції. При цьому до встановлюваного плану виробництва пред'являються, насамперед, вимоги його відповідності виробничим потужностям підрозділів підприємства, фінансовим ресурсам і умовам поставки покупних матеріалів і виробів.

У ході розробки виробничої програми повинні враховуватися можливості втрат, що можуть виникати на періодах оперативного планування через невідповідність обсягу готової до реалізації продукції й величини попиту на неї. Ці втрати виникають або через відсутність реалізації частини готової продукції (витрати на зберігання, «заморожування» коштів), або через упущену вигоду у зв'язку з недовиробленням продукції при наявності на неї попиту. Втрати, які враховуються при розробці виробничої програми, можуть бути зменшені шляхом зміни намічених виробничою програмою обсягів виробництва у ході оперативного планування. Однак таке коректування обсягів виробництва саме пов'язане з певними втратами. Втрати від зміни обсягу виробництва у бік зменшення обумовлюють виплати «непродуктивної» зарплати персоналу в умовах простоїв, витрати на зберігання невикористаних оборотних матеріальних ресурсів і «заморожування» коштів на їх покупку. Втрати від зміни обсягу виробництва у бік збільшення викликають доплати персоналу за понаднормові роботи й покупка додаткової кількості оборотних матеріальних ресурсів за підвищеними цінами. Управління виробничими ресурсами на тактичному й оперативному рівнях полягає у розробці такої програми виробництва і такого правила коректування обсягів виробництва на оперативному рівні, які забезпечують максимальний економічний ефект від виробництва і реалізації продукції з урахуванням усіх втрат [1,2].

Із системно-ресурсним підходом у менеджменті тісно зв'язана концепція ERP (Enterprise Resource Planning) інформаційних систем, що забезпечують комплексну автоматизацію керування на великих і середніх підприємствах

[2,3]. У концепції ERP втілені сучасні методи менеджменту, спрямовані на підвищення ефективності бізнесу в цілому. Тому в системах класу ERP вважається необхідною реалізація комплексу функціональних управлінських технологій. До них відносять: технології MPS (Master Planning Scheduling) надання виробничих планів у розрізі календарних періодів; технологію SIC (Statistical Inventory Control) планування поповнення складських запасів; технологію MRP (Material Requirement Planning) планування потреби в матеріалах і комплектуючих залежно від кількості й строків замовлень на готову продукцію, структури виробу й тривалості виробничого циклу; технологію CRP (Capacity Resource Planning) планування потреб у виробничих потужностях для забезпечення виконання замовлень у строк з урахуванням результатів роботи технології MRP і даних про технологію виробництва продукції. До складу ERP системи можуть входити також модулі керування фінансовими потоками, кадрами (HRM - Human Resource Management), взаєминами із клієнтами (CRM - Customer Relationship Management), взаєминами з постачальниками й керування логістикою (SCM - Supply Chain Management) і інші.

Технології ERP системи надають широкі можливості для розв'язку різних розрахункових завдань планування виробництва. Однак вони орієнтовані на цілком певні рівні попиту, які виступають у якості вихідних даних. У той же час, якщо серед можливих втрат ураховується упущена вигода, то планування завжди буде пов'язаним з ризиком втрат. При цьому технології розв'язку розрахункових завдань планування безпосередньо не забезпечують керування ризиками, оскільки воно має нечітко визначену ціль досягнення максимуму майбутнього корисного ефекту діяльності підприємства з урахуванням суб'єктивних переваг відносно ризиків і вигід.

## ТЕМА 6 ПРИКЛАДИ НОРМАТИВНИХ МОДЕЛЕЙ В УПРАВЛІННІ МАРКЕТИНГОМ

**6.1. Оцінка параметрів економетричних моделей за допомогою методу найменших квадратів**

**6.2. Моделі визначення конкурентноздатних цін на продукцію від її споживчих характеристик.**

**6.3. Модель оптимізації розподілу рекламного бюджету.**

### *6.1 Оцінка параметрів економетричних моделей за допомогою методу найменших квадратів*

Економетрія (нині як синонім використовують також термін «економетрика») – це наука, яка вивчає кількісні закономірності та зв'язки економічних об'єктів і процесів за допомогою математико-статистичних методів та моделей [8]. Економетричні дослідження передбачають побудову на основі статистичних даних відповідних (економетричних) моделей для аналізу і прогнозування економічних явищ [7-9].

На відміну від початкового уявлення про об'єкт дослідження як про «чорний ящик», в економетрії допускається, що до початку дослідження можуть матися деякі відомості про структуру об'єкта, що буде досліджуватися. Тому в економетричних моделях можуть бути присутніми проміжні змінні величини, які не є вхідними або вихідними, але впливають на певні вихідні параметри об'єкта. В той же час, економетричні моделі повинні описувати у кількісній формі зв'язок кожного проміжного або вихідного параметра зі всіма параметрами, що впливають на нього. Тому економетричні моделі складних об'єктів типу «напівпрозорого ящику» можуть розглядатися як структуровані сукупності окремих холістичних моделей складових об'єктів типу «чорного ящику». У цьому сенсі можна вважати, що економетричні моделі будуються на основі холістичного підходу, і що вони є різновидами холістичних моделей.

Для відшукування залежності значень виходу певного об'єкта досліджень від значень його входів часто використовують метод найменших квадратів. Результатом використання цього методу є спрощена модель (оцінка)  $f$  такої функції  $f^*$ , яка реально визначає залежність  $y = f(x_1, x_2, \dots, x_M)$  деякого вихідного параметра  $y$  від вхідних параметрів (факторів)  $x_1, x_2, \dots, x_M$ , які на нього впливають. Для відшукування цієї оцінки спочатку, виходячи з попереднього аналізу результатів спостережень, виробляють вибір типу функцій  $f[\alpha]$ , до якого належатиме оцінка. Завдяки цьому вибору оціночна функція  $f$  виявиться визначеною з точністю до значення  $K$ -мірного

вектора  $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_K)$  її параметрів  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_K$ . Далі здійснюється ідентифікація функції  $f$  шляхом пошуку такого значення  $\alpha^0 = (\alpha_1^0, \alpha_2^0, \dots, \alpha_K^0)$  вектора  $\alpha$  невизначених параметрів, який забезпечує в деякому сенсі мінімальні відхилення розрахункових значень вихідного параметра від його фактичних значень:  $f = f[\alpha^0]$ .

У методі найменших квадратів вектор  $\alpha^0$  відшуковують виходячи з умови мінімізації функції  $U(\alpha)$ ,  $U(\alpha^0) = \min_{\alpha} U(\alpha)$ , яка має такий вираз:

$$U(\alpha) = \sum_{n=1}^N (f[\alpha](x_{n1}, x_{n2}, \dots, x_{nM}) - y_n)^2, \quad (6.1)$$

де  $y_n, x_{n1}, x_{n2}, \dots, x_{nM}$  результати  $n$ -го спостереження,  $N$  - кількість спостережень.

Таким чином, сутність методу найменших квадратів полягає в мінімізації суми квадратичних відхилень між оцінками значень виходів, обчисленими за моделлю зв'язку, і значеннями виходів, які реально спостерігалися. Цей метод краще інших відповідає ідеї усереднення впливу як одинично врахованих факторів, так і неврахованих факторів в цілому.

Щоб при значеннях  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_K$  невизначених параметрів досягався мінімум функції  $U(\alpha)$ , повинні виконуватися умови:

$$\frac{\partial U(\alpha)}{\partial \alpha_k} = \sum_{n=1}^N \frac{\partial (f[\alpha](x_{n1}, x_{n2}, \dots, x_{nM}) - y_n)^2}{\partial \alpha_k} = 0 \quad (k = 1, 2, \dots, K)$$

Ці умови визначають наступну систему  $K$  рівнянь:

$$\sum_{n=1}^N ((f[\alpha](x_{n1}, x_{n2}, \dots, x_{nM}) - y_n) \frac{\partial f[\alpha](x_{n1}, x_{n2}, \dots, x_{nM})}{\partial \alpha_k}) = 0$$

$(k = 1, 2, \dots, K)$ .

Якщо значення  $\alpha_1^0, \alpha_2^0, \dots, \alpha_K^0$  невизначених параметрів визначають єдине рішення цієї системи рівнянь, то при них функція  $U(\alpha)$  приймає мінімальне значення.

$$\frac{\partial U(\alpha)}{\partial \alpha_k} = 2 \sum_{n=1}^N ((f[\alpha](x_{n1}, x_{n2}, \dots, x_{nM}) - y_n) \frac{\partial f[\alpha](x_{n1}, x_{n2}, \dots, x_{nM})}{\partial \alpha_k}) = 0$$

Однією з найбільш простих форм оціночної функції  $f[\alpha]$  є лінійна функція з вектором  $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_M)$  невизначених параметрів:

$$f[\alpha](x_1, x_2, \dots, x_M) = \sum_{m=1}^M \alpha_m X_m \quad (6.2)$$

У разі використання цієї функції виявляється, що

$$\frac{\partial U(\alpha)}{\partial \alpha_m} = 2 \left( \sum_{n=1}^N \left( \sum_{k=1}^M \alpha_k x_{nk} - y_n \right) x_{nm} \right) \quad (m = 1, 2, \dots, M)$$

Оцінки  $\alpha_1^0, \alpha_2^0, \dots, \alpha_M^0$  визначає система  $M$  рівнянь, що має такий вигляд:

$$\sum_{k=1}^M \alpha_k X_{mk} = Y_m \quad (m = 1, 2, \dots, M), \quad (6.3)$$

$$\text{де } X_{mk} = \sum_{n=1}^N x_{nm} x_{nk} \quad (k = 1, 2, \dots, K), \quad Y = \sum_{n=1}^N x_{nm} y_n.$$

## **6.2 Моделі залежності конкурентноздатних цін на продукцію від її споживчих характеристик**

Для обґрунтування бізнес-планів розробки і виведення на ринок нових товарів виникає необхідність в оцінці їх конкурентоспроможності, яка визначається співвідношенням споживчої цінності  $U_n^0$  (якості) товару  $n$ , що розглядається, і тією ціною  $U_n$ , яку збирається встановити на нього підприємство-виробник для забезпечення рентабельності своєї діяльності. Для кількісної оцінки конкурентоспроможності зручно використовувати показник  $K = U_n^0 / U_n$ . Якщо споживча цінність  $U_n^0$  і ціна, що встановлюється, збігаються, то значення показника  $K$  конкурентоспроможності дорівнює 1. Чим нижче встановлюється ціна  $U_n$ , тим більше значення показника. Якщо ціна  $U_n$  необмежено зростає, то значення показника зменшується до нуля.

В основу запропонованого підходу до оцінки споживчої цінності покладено метод аналогів, який використовується в ціноутворенні на ринках монополістичної конкуренції. Цей підхід виходить з того, що покупець, вибираючи товари з множини  $\{1, 2, \dots, N\}$  товарів, що реалізуються на ринку, порівнює між собою, з одного боку, встановлені на них ціни  $U_n$  ( $n = 1, 2, \dots, N$ ), а з іншого боку, -  $m$  характеристик їх корисності (цінності). Залежно від

призначення товару кількість характеристик, які визначають їх споживчу цінність, може коливатися від 2 до декількох десятків.

Вважається, що споживча цінність кожного товару збігається з конкурентоспроможною ціною, при якій забезпечується збут в обсязі, близькому до обсягів реалізації товарів-аналогів. Тому оцінка споживчої цінності кожного конкурентоспроможного товару  $n$  відповідає його ринковій ціні, яка знаходиться в залежності від значень  $X_{n1}, X_{n2}, X_{n3}, \dots, X_{nm}$  характеристик цього товару:

$$Ц_n = f(X_{n1}, X_{n2}, X_{n3}, \dots, X_{nm}), \quad (6.4)$$

де  $f$  - монотонно зростаюча функція споживчої цінності товару.

Характеристики товару є показниками, які в кількісній формі оцінюють привабливість товару за всіма  $M$  аспектам його дослідження покупцем. Деякі аспекти товару відображаються безпосередньо його об'єктивними технічними властивостями: ємність холодильної камери (для холодильників), розмір діагоналі екрану (для телевізорів), потужність двигуна (для автомашин). Збільшенню значень цих показників відповідає зростання споживчої цінності товару. Ці показники в ході оцінки виступають як характеристики споживчої цінності товару. У той же час, товари розглядаються і в таких аспектах, за якими відповідні властивості товарів не мають безпосередньо кількісного вираження: зовнішній вигляд, (дизайн), зручність в експлуатації і т.п. Для обліку таких властивостей необхідні кількісні оцінки їх привабливості з боку фахівців. Отримані оцінки і будуть визначати відповідні характеристики товарів.

Функцію  $f$  споживчої цінності зручно вибирати в формі позінома:

$$f[\alpha](X_{n1}, X_{n2}, \dots, X_{nm}) = \alpha_0 \prod_{i=1}^m (X_{ni})^{\alpha_m}, \quad (6.5)$$

де  $\alpha = (\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m)$  - вектор невизначених параметрів функції  $f = f[\alpha]$ .

Ідентифікація функції  $f = f[\alpha]$  здійснюється шляхом пошуку такого вектора значення  $\alpha^0 = (\alpha_0^0, \alpha_1^0, \alpha_2^0, \dots, \alpha_m^0)$  вектора  $\alpha$  невизначених параметрів, який забезпечує мінімум відхилень розрахункових і фактичних цін товарів. Вектор  $\alpha^0$  може бути знайденим за методом найменших квадратів, виходячи з умови мінімізації функції  $F(\alpha), F(\alpha^0) = \min_{\alpha} F(\alpha)$ , яка має такий вигляд:

$$F(\alpha) = \sum_{n=1}^N (\ln f[\alpha](X_{n1}, \dots, X_{nm}) - \ln U_n)^2 = \left( \sum_{n=1}^N \ln \alpha_0 + \alpha_m \sum_{i=1}^m \ln X_{ni} - \ln U_n \right)^2$$

У разі малого значення  $F(\alpha^0)$  вектор  $\alpha^0$  забезпечує мінімум середньоквадратичного відхилення розрахункових і фактичних цін:  $F(\alpha^0) \approx \min_{\alpha} \Phi(\alpha)$ , де

$$\Phi(\alpha) = \sum_{n=1}^N (f[\alpha](X_{n1}, X_{n2}, \dots, X_{nm}) - U_n)^2.$$

### 6.3 Модель оптимізації розподілу рекламного бюджету

Розподіл суми коштів, виділених на рекламу, між різними рекламними носіями (засобами) пропонується проводити відповідно до таких вимог:

- досягнення поінформованості максимальної кількості представників цільової аудиторії (потенційних покупців);
- бюджет рекламної кампанії не може перевищувати виділеної на рекламу суми коштів;
- кількість рекламних звернень за допомогою кожного засобу реклами обмежена можливостями ефективного впливу відповідного рекламного носія на аудиторію.

Математична модель, яка задовольняє зазначеним вимогам, має такий вигляд:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n r_i u_i &\rightarrow \max \\ \sum_{i=1}^n c_i u_i &\leq A, \\ u_i &\leq a_i \quad (i = 1, 2, \dots, n), \\ u_i &\geq 0 \quad (i = 1, 2, \dots, n), \end{aligned} \quad (6.6)$$

де  $u_i$  - кількість рекламних звернень з використанням  $i$ -го рекламного носія, одиниць (од.);  $n$  - кількість рекламних засобів (носіїв), які розглядаються;  $r_i$  - кількість представників цільової аудиторії, які охоплюються одним рекламним зверненням при використанні  $i$ -го рекламного засобу, осіб/од.;  $c_i$  - вартість одного рекламного звернення за допомогою  $i$ -го рекламного засобу, тис. грн./од.;  $A$  - сума коштів, виділених на рекламу, тис. грн.;  $a_i$  - максимальна кількість рекламних звернень для  $i$ -го рекламного засобу, од.

Використані наступні припущення: рекламується один товар; планується тільки один рекламний цикл (один місяць, один квартал); виходи рекламних звернень рівномірно розподілені в часі. Вважається, що початковий набір рекламних засобів формується службою маркетингу і є початковою інформацією для побудови моделі. В

якості рекламних засобів можуть бути обрані: реклама на телебаченні, реклама у пресі, зовнішня реклама, реклама на радіо, пряма поштова реклама, виставки. Інформація про коефіцієнти охоплення аудиторії рекламними засобами може бути отримана від дослідницьких компаній, які здійснюють моніторинг засобів масової інформації, а також від підприємств, які займаються продажем рекламного простору.

Введемо змінні  $v_i = c_i u_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ), що визначають кошти, які виділяються на рекламні носії. Тоді модель перетворюється до задачі: знайти  $\max \sum_{i=1}^n k_i v_i$  за умов

$$\sum_{i=1}^n v_i \leq A, \quad c_i a_i \geq v_i \geq 0 \quad (i = 1, 2, \dots, n), \quad \text{де } k_i = r_i / c_i \quad (i = 1, 2, \dots, n).$$

Оптимальні рішення  $v_i^o$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) отриманої задачі знаходяться в результаті  $m$  крокової процедури,  $m \leq n$ . Для її проведення номери рекламних носіїв упорядковуються у відповідності з убутанням величин  $k_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ). На 1-й рекламний носій виділяється сума  $v_1^o = \min\{A_1, a_1\}$ , де  $A_1 = A$ . Якщо  $A_1 \leq a_1$ , то процедура закінчується:  $v_1^o = A$ ,  $v_i^o = 0$  ( $i = 2, \dots, n$ ). Якщо  $A_1 > a_1$ , то знаходиться нерозподілений залишок коштів  $A_2 = A - v_1^o$ . На 2-й рекламний носій виділяється сума  $v_2^o = \min\{A_2, a_2\}$  і т.д.

## ТЕМА 7. МОДЕЛІ НЕПОВНІСТЮ ВИЗНАЧЕНОГО ПОПИТУ В ОПЕРАТИВНОМУ ПЛАНУВАННІ ВИРОБНИЦТВА

### *7.1 Модель ситуації оперативного планування виробництва*

Значний вплив на конкурентоспроможність підприємства виявляють строки виконання замовлень покупців продукції. На промислових підприємствах рішення щодо поточних обсягів виробництва кінцевої продукції відбиваються в оперативних об'ємно-номенклатурних планах виробництва, які розробляють на певний календарний період часу виходячи з попиту на різні види продукції. При цьому до встановлюваного плану виробництва пред'являються, насамперед, вимоги його відповідності виробничим потужностям підрозділів підприємства, фінансовим ресурсам і умовам поставки покупних матеріалів і виробів.

Зниження тривалості циклу виробництва готових виробів забезпечують за рахунок мінімізації простоїв шляхом розробки погоджених у часі календарних планів-графіків виконання підрозділами встановлених їм виробничих завдань. Крім цього, підприємства можуть орієнтувати свою роботу на виконання як попередніх замовлень, одержаних до початку оперативного періоду виробництва, так і поточних замовлень, що можуть надійти протягом цього періоду. Досвід роботи українських підприємств показує, що вбудовування нових замовлень у вже запланований процес серійного виробництва викликає організаційні труднощі і в розповсюджених умовах технологічної спеціалізації виробництва використовується рідко. Однак багато підприємств, що зокрема роблять товари споживчого призначення, розробляють об'ємно-номенклатурні плани виходячи з оперативного прогнозу попиту. Якщо номенклатура основної продукції підприємства є стабільною на суміжних періодах оперативного планування, то облік імовірного попиту дозволяє скорочувати строки їх виконання й, тим самим, підвищувати конкурентоспроможність підприємства.

Таким чином, у зв'язку з необхідністю зменшення тривалості виконання замовлень виникає проблема оперативного планування виробництва промислової фірми в умовах не повністю визначеного майбутнього попиту. Неповна визначеність попиту приводить до виникнення при плануванні ризиків втрат, обумовлених можливою невідповідністю попиту запланованих обсягів готової до реалізації продукції. Тому забезпечення збалансованості ресурсів підприємства з попитом тісно пов'язане з математичним моделюванням ризиків і вдосконалюванням менеджменту ризиками на підприємствах.

Для формалізованого опису ситуації планування введемо наступні позначення:

$x^{\min}$  - сумарний обсяг попередньо зроблених замовлень на продукцію певного виду;

$x^{\max}$  - максимальний додатковий попит (очікуваний сумарний обсяг поточних замовлень);

$x$  - величина реалізації додаткового попиту,  $x \in [0, x^{\max}]$ ;

$\delta^{\max}$  - величина максимального загального попиту,  $\delta^{\max} = x^{\min} + x^{\max}$ ;

$u$  - обсяг виробництва, що планується на поточний оперативний період часу,

$z$  - обсяг нереалізованої продукції на початок цього періоду;

$y^{\Sigma}$  - загальна кількість готової продукції, яка буде в наявності на оперативному періоді часу,  $y^{\Sigma} = u + z$ .

Одна частина загальної кількості  $y^{\Sigma}$  готової продукції призначається для задоволення гарантованої складової  $x^{\min}$  загального попиту, і інша частина в розмірі  $y$  - для задоволення додаткового попиту, тобто для виконання поточних замовлень  $y^{\Sigma} = x^{\min} + y$ . Для спрощення викладення зробимо такі припущення: ресурси підприємства з урахуванням можливості їхнього понаднормового використання забезпечують задоволення попиту в повному максимальному обсязі  $\delta^{\max}$ ; нормативний обсяг виробництва  $u_n$  не перевищує обсягу попередньо зроблених замовлень  $x^{\max}$ , тобто втрати від простоїв виключені, навіть коли  $u = x^{\min}$ .

Залежність повного (з урахуванням втрат від упущеної вигоди) оперативного ефекту  $E$ , одержуваного при виконанні додаткових замовлень, від величини  $x$  реалізації додаткового попиту й запланованої додаткової кількості  $y$  готової продукції визначає функція  $f(x, y)$ :

$$E = f(x, y) = f_1(x, y) = dy - d(x - y) = d(2y - x),$$

якщо  $x \in [y, x^{\max}]$ ;  $[y, x^{\max}]$ ;

(7.1)

$$E = f(x, y) = f_2(x, y) = dx - a(y - x) = (d + a)x - ay,$$

якщо  $x \in [0, y]$

(7.2)

де  $f_1(x, y)$ ,  $f_2(x, y)$  - функції, що визначають ефект  $E$  відповідно у випадках упущеної вигоди й наявності нереалізованої продукції;

$d$  - величина прибутку від виробництва й продажу одиниці продукції;

$a(y - x)$  - сума втрат, пов'язаних з відсутністю реалізації частини  $y - x$  готової продукції (витрати на зберігання, «заморожування» коштів);

$a$  - величина втрат від перевиробництва, що припадає на одиницю продукції;

$d(x - y)$  - сума втрат (упущеної вигоди) від недовироблення продукції при наявності на неї попиту.

Для математичного опису не повністю визначеної величини попиту можуть бути використані уявлення про неї як про випадкову або як про нечітку величину. Уявлення про випадкову величину в теорії ймовірностей засновані на статистичній інтерпретації ймовірності. Однак більшість ситуацій, що зустрічаються на практиці, є унікальними, і в них особи, що ухвалюють рішення, використовують поняття ймовірності як зручний інструмент для оцінки можливості подій на основі наявних у них знань і своєї інтуїції. У цьому випадку реалізується суб'єктивна інтерпретація ймовірності, яка не суперечить уявленню про неї як про нечітку величину. Тому не повністю визначену величину попиту виявляється зручним представляти в математичній формі нечіткої величини, інтерпретуючи її при цьому як випадкову величину, що задовольняє аксіомам теорії ймовірностей.

Виділимо 2 ситуації можливої неповної поінформованості про попит:

1) зі стохастичною визначеністю, коли величина попиту інтерпретується як випадкова величина з відомою функцією розподілу ймовірностей її значень;

2) з інтервальною визначеністю, коли відомий тільки інтервал можливих значень величини попиту.

Як відомо, у теорії ймовірностей будь-яку випадкову величину  $a$  описує функція розподілу  $F(x)$ , значеннями якої є ймовірності того, що реалізації випадкової величини  $\xi$  не приймають значень більших, ніж задані величини  $x$ ,  $F(x) = P\{\xi \leq x\}$ . Найменшої поінформованості про попит відповідає ситуація інтервальної визначеності. У ній відомими є тільки гарантована величина  $x^{\min}$  попиту й прогнозована величина  $\delta^{\max}$  максимального попиту. У граничному випадку, коли інтервал можливих значень попиту утворюють усі його невід'ємні значення:  $x^{\min} = 0, \delta^{\max} = \infty$ , величина попиту виявляється повністю невизначеною.

Часто під точковим прогнозом обсягу попиту помилково розуміють не його точне значення, а його найбільш імовірне значення. Очевидно, що такий прогноз не несе будь-якої інформації, оскільки не виключає того, що величина попиту прийме будь-яке невід'ємне значення. Якщо ж у прогнозі встановлюють граничні можливі відхилення від точкового прогнозу, то попит виявляється інтервально визначеним.

## 7.2 Оптимізація обсягів виробництва в умовах інтервальної визначеності попиту

Ситуація інтервальної визначеності характеризується величиною  $E^*$  максимального гарантованого ефекту, який може бути в ній отриманий. Обсяг  $y^*$  готової продукції, що призначається для задоволення додаткового попиту, буде оптимальним за критерієм максимального гарантованого результату, якщо

$$f^G(y^*) = \max\{f^G(y) \mid y \in (0, x^{\max}]\} /, \quad (7.3)$$

де функція  $f^G(y)$  визначає залежність ефекту  $E$  від величини  $y$  готової продукції при найгіршій реалізації попиту,  $f^G(y) = \min\{f_1^G(y), f_2^G(y)\}$ ,

$$f_1^G(y) = \min\{f_1(x, y) \mid x \in (0, x^{\max}]\}, \quad (7.4)$$

$$f_2^G(y) = \min\{f_2(x, y) \mid x \in (0, x^{\max}]\}. \quad (7.5)$$

Відповідно до формул (7.1), (7.2) значення функції  $f_1(x, y)$ ,  $f_2(x, y)$  при обраній величині  $y$  готової продукції визначають оперативний ефект у випадках відповідно або упущеної вигоди,  $x \in [y, x^{\max}]$  або наявності нереалізованої продукції наприкінці поточного оперативного періоду часу,  $x \in [0, y]$ :

$$E = f(x, y) = f_1(x, y) = dy - d(x - y) = d(2y - x), \text{ якщо } x \in [y, x^{\max}];$$

$$E = f(x, y) = f_2(x, y) = dx - a(y - x) = (d + a)x - ay, \text{ якщо } x \in [0, y].$$

З формул (1), (2) випливає, що на інтервалі  $x \in (0, x^{\max}]$  при всіх  $y \in (0, x^{\max}]$  функція  $f_1(x, y)$  є убутною по  $x$ , а функція  $f_2(x, y)$  - зростаючою по  $x$ . Тому  $f_1^G(y) = f_1(x^{\max}, y)$ ,  $f_2^G(y) = f_2(x^{\min}, y)$ .

Оптимальний за критерієм максимального гарантованого результату обсяг  $y^*$  готової продукції визначається умовою  $f_1^G(y^*) = f_2^G(y^*)$ , і становить величину

$$y^* = \frac{dx^{\max}}{2d + a}. \quad (7.6)$$

Вибору  $y^*$  відповідає максимальний гарантований ефект

$$E^* = -\frac{dax^{\max}}{2d + a} \quad (7.7)$$

Залежність сукупного оперативного ефекту  $E^\Sigma = dx^{\min} + E$ , одержуваного при виконанні як попередніх, так й поточних замовлень, від величини  $x^\Sigma = x^{\min} + x$  реалізації сукупного попиту,  $x^\Sigma \in [x^{\min}, \delta^{\max}]$  і запланованої загальної кількості  $y^\Sigma = x^{\min} + y$  готової продукції,  $y^\Sigma \in [x^{\min}, \delta^{\max}]$  визначають функції

$$f_1^\Sigma(x^\Sigma, y^\Sigma) = dx^{\min} + f_1(x^\Sigma, y^\Sigma), \quad f_2^\Sigma(x^\Sigma, y^\Sigma) = dx^{\min} + f_2(x^\Sigma, y^\Sigma),$$

що визначають ефект  $E^\Sigma$  відповідно у випадках упущеної вигоди й наявності нереалізованої продукції :

$$E^\Sigma = f_1^\Sigma(x^\Sigma, y^\Sigma) = dx^{\min} + d(2y^\Sigma - x^\Sigma), \quad \text{якщо } x^\Sigma \in [y^\Sigma, \delta^{\max}]; \quad (7.8)$$

$$E^\Sigma = f_2^\Sigma(x^\Sigma, y^\Sigma) = dx^{\min} + (d + a)x^\Sigma - ay^\Sigma, \quad \text{якщо } x^\Sigma \in [x^{\min}, y^\Sigma]. \quad (7.9)$$

Обсяг  $y^{\Sigma*}$  готової продукції, що призначається для задоволення сукупного попиту  $x^\Sigma$ , буде оптимальним за критерієм максимального гарантованого результату, якщо

$$f^{\Sigma G}(y^{\Sigma *}) = \max\{f^{\Sigma G}(y^{\Sigma}) \mid y^{\Sigma} \in [x^{\min}, \delta^{\max}]\} /, \quad (7.10)$$

де функція  $f^{\Sigma G}(y^{\Sigma})$  описує залежність ефекту  $E^{\Sigma}$  від величини  $y^{\Sigma}$  готової продукції при найгіршій реалізації попиту,  $f^{\Sigma G}(y^{\Sigma *}) = \min\{f_1^{\Sigma G}(y^{\Sigma}), f_2^{\Sigma G}(y^{\Sigma})\}$ ,

$$f_1^{\Sigma G}(y^{\Sigma}) = \min\{f_1^{\Sigma}(x^{\Sigma}, y^{\Sigma}) \mid x^{\Sigma} \in [x^{\min}, \delta^{\max}]\} = dx^{\min} + d(2y^{\Sigma} - \delta^{\max}), \quad (7.11)$$

$$f_2^{\Sigma G}(y^{\Sigma}) = \min\{f_2^{\Sigma}(x^{\Sigma}, y^{\Sigma}) \mid x^{\Sigma} \in [x^{\min}, \delta^{\max}]\} = dx^{\min} + (d + a)x^{\min} - ay^{\Sigma}. \quad (7.12)$$

У випадку, коли  $a > 0$ , оптимальний за критерієм максимального гарантованого результату обсяг  $y^{\Sigma *}$  готової продукції визначається умовою

$$f_1^{\Sigma G}(y^{\Sigma *}) = f_2^{\Sigma G}(y^{\Sigma *}) \quad (7.13)$$

і становить величину

$$y^{\Sigma *} = x^{\min} + \frac{dx^{\max}}{2d + a} = x^{\min} + y^*. \quad (7.14)$$

Вибору  $y^{\Sigma *}$  відповідає максимальний гарантований сукупний ефект

$$E^{\Sigma *} = dx^{\min} - \frac{dax^{\max}}{2d + a} = dx^{\min} - E^* \quad (7.15)$$

Як можна бачити,  $E^{\Sigma *} < dx^{\min}$ , де  $dx^{\min}$  - ефект при виборі величини  $y^{\Sigma}$  готової продукції, рівній величині  $x^{\min}$  гарантованого попиту,  $y^{\Sigma} = x^{\min}$ . Причини цього полягають у наступному: по-перше, при виборі  $y^{\Sigma} > x^{\min}$  виникають ризики надвиробництва продукції, що зростають зі збільшенням  $y^{\Sigma}$ , і, по-друге, зі збільшенням  $y^{\Sigma}$  знижується величина  $f_1(x^{\max}, y^{\Sigma})$  максимальних втрат від упущеної вигоди.

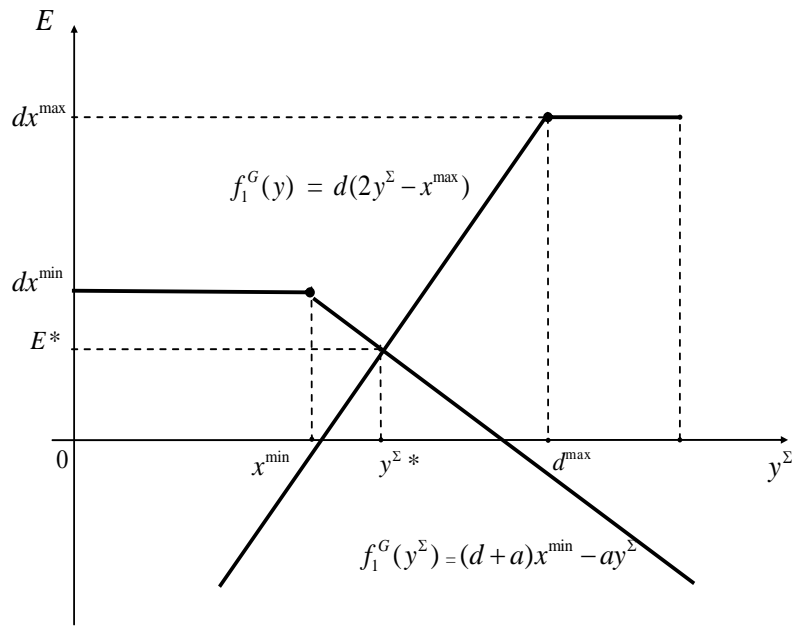


Рисунок 7.1 - Графіки функцій, що визначають гарантований ефект

При цьому  $f_1(x^{\max}, y^\Sigma = x^{\min}) = dx^{\min} - dx^{\max} < E^{\Sigma*}$ ,  
 $f_1(x^{\min}, y = x^{\max}) = dx^{\min} - ax^{\max} < E^{\Sigma*}$ . Якщо  $a \rightarrow \infty$ , то  $y^{\Sigma*} \rightarrow x^{\min}$ ,  
 $E^{\Sigma*} \rightarrow dx^{\min} - dx^{\max}$ . Якщо  $a \rightarrow 0$ , то  
 $y^{\Sigma*} \rightarrow x^{\min} + 0,5x^{\max}$ ,  $E^{\Sigma*} \rightarrow dx^{\min}$ .

Слід помітити, що у випадку, коли  $a = 0$ , формула (13), що визначає єдиний оптимальний обсяг  $y^{\Sigma*} = x^{\min} + 0,5x^{\max}$  готової продукції, перестає відповідати формулі (10). Дійсно, як можна бачити, формулі (10) відповідає не тільки величина  $y^{\Sigma*} = x^{\min} + 0,5x^{\max}$ , але й усі величини  $y^{\Sigma*} \in [x^{\min} + 0,5x^{\max}, \delta^{\max}]$ :  
 $f^{\Sigma G}(y^{\Sigma*}) = 0$  для всіх  $y^{\Sigma*} \in [x^{\min} + 0,5x^{\max}, \delta^{\max}]$ .

Таким чином, при плануванні обсягів виробництва з урахуванням надходження додаткових поточних замовлень слід виходити не з очікуваної величини попиту, а з очікуваних економічних результатів діяльності підприємства. Планований обсяг виробництва й відповідна йому величина готової продукції повинні забезпечувати максимізацію оперативного ефекту, що представляє собою різницю між прибутком, одержуваної від виробництва й реалізації продукції, і величиною втрат, що включають упущену вигоду. У той же час, виявляється, що в умовах інтервального визначення попиту відсутні які-

небудь аргументи для обґрунтування вибору готової продукції в обсязі  $y^*$ . Інакше кажучи, інтервальний прогноз попиту не несе достатньої інформації для ефективного вибору величини  $y$  додаткової кількості готової продукції й відповідного їй обсягу виробництва.

### 7.3. Алгоритм розрахунку параметрів функції розподілу

У ситуації стохастичної визначеності попиту передбачається, що експерти мають достатню інформацію для ідентифікації функції розподілу ймовірностей. Зручною формою вираження початкового знання експертів про майбутній попит є його опис у розрізі окремих замовлень  $m=1,2,\dots,M$  із вказівкою для кожного замовлення його обсягу  $v_m$  і ймовірності  $P_m$  надходження. Будемо розглядати випадок, коли обсяги можливих замовлень точно відомі, і експерти оцінюють тільки ймовірності надходжень замовлень.

Уведемо наступні позначення:

$s = (s_m, m = 1, 2, \dots, M)$  - вектор надходжень замовлень, складений з двозначних змінних  $s_m$  ( $m = 1, 2, \dots, M$ ):  $s_m = 1$ , якщо замовлення  $m$  надходить на підприємство;  $s_m = 0$ , якщо замовлення  $m$  не поступає;

$S_M$  - множина взаємовиключних подій, які визначають вектори  $s = (s_m, m = 1, 2, \dots, M)$  надходжень замовлень;

$S$  - кількість векторів  $s$ , що утворюють множину  $S_M$ ,  $S = 2^M$ ;

$R^+(s), R^-(s)$  - множини замовлень, надходження яких відповідно до вектора  $s$  передбачається й, навпаки, не передбачається,  $R^+(s) = \{m \mid s_m = 1\}$ ;  $R^-(s) = \{m \mid s_m = 0\}$ .

Укажемо дії, які включає алгоритм розрахунків параметрів функції  $F(x)$ , що описує розподіл ймовірності сумарних значень попиту  $x$ .

1. Розрахувати для кожного вектора  $s$  відповідні йому величини  $v(s)$  попиту й ймовірності  $P(s)$  реалізації,

$$v(s) = \sum_{m \in R^+(s)} v_m, \quad P(s) = P^+(s) \times P^-(s), \quad (7.16)$$

де  $P^+(s) = 1$ , якщо  $R^-(s) = \{1, 2, \dots, M\}$ ;  $P^-(S) = 1$ , якщо  $R^+(s) = \{1, 2, \dots, M\}$ ;

$$P^+(s) = \prod_{m \in R^+(s)} P_m, \text{ якщо } R^+(s) \subset \{1, 2, \dots, M\}; \quad (7.17)$$

$$P^-(s) = \prod_{m \in R^-(s)} (1 - P_m), \text{ якщо } R^-(s) \subset \{1, 2, \dots, M\}.$$

2. Привласнити кожному вектору  $s$  такий номер  $n$ , що обсяг попиту для вектора  $s(n_1)$  з меншим номером  $n_1$  не перевищує обсяг попиту для вектора  $s(n_2)$  з більшим номером  $n_2: v(s(n_1)) \leq v(s(n_2))$ , якщо  $n_1 < n_2$ .

3. Із усіх незбіжних обсягів попиту  $v(s)$ , обумовлених векторами  $s \in S_M$ , скласти послідовність  $w_0 = 0, w_1, w_2, \dots, w_K = \sum_{m=1}^M v_m$  величин попиту, що задовольняє умові:  $w_0 < w_1 < w_2 < \dots < w_K$ .

4. Розрахувати ймовірності  $Q(x)$  реалізації попиту в обсягах  $x = w_0, w_1, w_2, \dots, w_K$ , по формулі

$$Q(x) = \sum_{s \in U(x)} P(s), \text{ де } U(x) = \{s \mid v(s) = x\}. \quad (7.18)$$

5. Розрахувати значення функції  $F(x)$  розподілу ймовірності сумарних значень попиту  $x$  для  $x = w_0, w_1, w_2, \dots, w_K$ , за формулою

$$F(w_k) = \sum_{r=0}^k Q(w_r), k = 0, 1, 2, \dots, K. \quad (7.19)$$

**Приклад 1. Розрахунки параметрів, що визначають функцію розподілу ймовірностей обсягів попиту.** Для ілюстрації роботи алгоритмів оптимізації планів виробництва, будемо розглядати приклад, у якому підприємство очікує надходження трьох додаткових замовлень, для яких  $v_1 = 5, P_1 = 0,8; v_2 = 3, P_2 = 0,9, v_3 = 2, P_3 = 0,7$ . Значення параметрів функції розподілу  $F(x)$ , які отримані в результаті розрахунків, представлені в таблиці 7.1.

Значенню  $s=(0, 0, 0)$  вектора надходження замовлень відповідає групова подія, коли жодне з 3 замовлень на підприємство не надходить. Тому  $w_1 = 0$ ,  $Q(w_1) = (1 - P_1)(1 - P_2)(1 - P_3) = 0,006$ . Значенню  $s=(0, 0, 1)$  вектора надходження замовлень відповідає групова подія, коли на підприємство надходить 3-є замовлення, а 1-е й 2-е замовлення не надходять. Тому  $w_2 = 2$ ,  $Q(w_2) = (1 - P_1)(1 - P_2)P_3 = 0,014$ . Обсяг  $w_3 = 5$  замовлень  $w_3 = 5$  може бути результатом або події  $(1,0,0)$ , що має ймовірність  $P_1 (1-P_2 )(1-P_3 )=0,024$ , або події  $(0,1,1)$ , що має ймовірність  $(1-P_1 )P_2 P_3 =0,126$ . Тому

$$Q(w_3)=P_1 (1-P_2 )(1-P_3 )+(1-P_1 )P_2 P_3 =0,150.$$

Інші значення параметрів функції  $F(x)$  розраховуються аналогічно.

Таблиця 7.1 - Результати розрахунків параметрів функції  $F(x)$

$k$	$s$	$w_k$	$Q(w_k)$	$F(w_k)$
0	(0, 0, 0)	0	0,006	0,006
1	(0, 0, 1)	2	0,014	0,020
2	(0, 1, 0)	3	0,054	0,074
	(0, 1, 1)	5	0,024	
	(1, 0, 0)	5	0,126	
3		5	0,150	0,224
4	(1, 0, 1)	7	0,056	0,280
5	(1, 1, 0)	8	0,216	0,496
6	(1, 1, 1)	10	0,504	1,000

Графік функції  $F(x)$  зображений на рис. 7.2

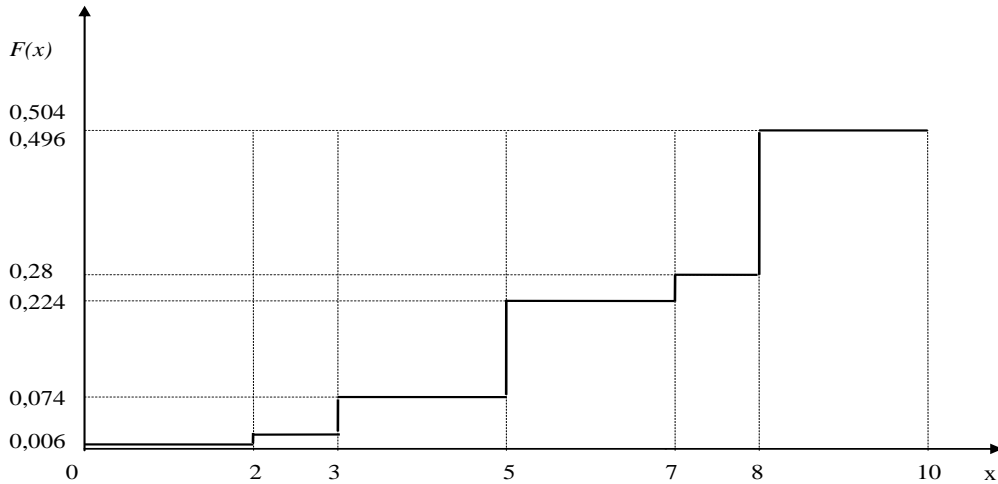


Рисунок 7.2 - Графік функції розподілу ймовірностей  $F(x)$

У розглянутому прикладі очікувана величина (математичне очікування величини) попиту становить величину

$$V = \sum_{s \in S_M} P(s)v(s) = \sum_{m=1}^M P_m v_m = 8,1. \quad (7.20)$$

Оскільки  $w_5 = 8 < 8,1 < w_6 = 10$ , те реалізація попиту в обсязі меншому або рівному величині  $V$  відбувається з імовірністю  $F(V) = F(w_5) = 0,496$ . Оптимальний за критерієм максимального гарантованого результату обсяг готової продукції становить величину  $y^* = 3,333$ , для якої  $w_{k(y^*)} = 3$ . Вибору  $y^*$  відповідає максимальний гарантований загальний ефект у розмірі  $E^* = -3,333$

#### **7.4. Оптимізація планів виробництва за оцінками ефекту, що очікується**

Неважко бачити, що величина  $G^\Sigma(y)$  очікуваного повного ефекту досягає своїх максимальних значень тільки тоді, коли величина  $y$  готової продукції, призначеної для виконання поточних замовлень, приймає одне зі значень  $w_k$ ,  $k = 0, 1, 2, \dots, K$ . Тому будемо вважати надалі, що  $y = w_{k(y)}$

Вихідними даними для вибору величини  $y$  є:

- можливі обсяги  $w_k$  попиту й імовірності  $Q(w_k)$  їх реалізації,  $k = 0, 1, 2, \dots, K$ , одержувані як результати розрахунків параметрів, що визначають функцію  $F(x)$  розподілу ймовірності значень попиту;

- величина прибутку  $d$  від виробництва й продажу одиниці продукції та величина втрат  $a$ , що припадає на одиницю нереалізованої продукції; функції

$$f_1(w_k, y) = d(2y - w_k), f_2(w_k, y) = (d + a)w_k - ay \quad (k = 0, 1, 2, \dots, K), \quad (7.21)$$

що визначають ефект  $E$  відповідно у випадках упущеної вигоди й наявності нереалізованої продукції,  $E = f_1(w_k, y)$ , якщо  $w_k \leq y$ ;  $E = f_2(w_k, y)$ , якщо  $w_k \geq y$ .

Залежність очікуваного ефекту  $E$  від обраної величини  $y$  виражає функція  $G^\Sigma(y)$ , яка може бути представлена в наступному виді:

$$G^\Sigma(y) = \sum_{k=0}^{k(y)} G(w_k, y) + \sum_{k=k(y)}^K G(w_k, y), \quad (7.22)$$

де  $G(w_k, y)$ - складова частина очікуваного ефекту, відповідна до попиту в обсязі  $w_k$ ,

$$G(w_k, y) = Q(w_k) f_2(w_k, y), \quad (k = 0, 1, 2, \dots, k(y)), \quad (7.23)$$

$$G(w_k, y) = Q(w_k) f_1(w_k, y) \quad (k = k(y) + 1, k(y) + 2, \dots, K), \quad (7.24)$$

а функції  $f_1(w_k, y)$ ,  $f_2(w_k, y)$  визначають формули (7.21).

Алгоритм вибору величини готової продукції залежно від параметрів очікуваного ефекту  $G^\Sigma(y)$  вимагає проведення наступних дій.

1. Для кожного  $y = w_{k(y)}$  ( $k(y) = 0, 1, 2, \dots, K$ ) розрахувати по формулах (7.23), (7.24) складові частини  $G(w_k, y)$  ( $k = 1, 2, \dots, K$ ) очікуваного ефекту  $G^\Sigma(y)$ , відповідні до попиту в обсягах  $w_k$ :

2. Для кожного  $y = w_{k(y)}$  по формулі (7.22) розрахувати очікуваний загальний ефект  $G^\Sigma(y)$

3. Знайти такий обсяг  $y^0$  готової продукції, що

$$G^\Sigma(y^0) = \max\{G^\Sigma(w_k) \mid k = 1, 2, \dots, K\} \quad (7.25)$$

і покласти  $y = y^0$ . Обрана величина  $y$  визначає обсяг виробництва  $u$  на розглянутий період часу,  $u = x^{\min} + y - z$ .

Системи оцінки роботи менеджерів, що існують на більшості підприємств, не створюють у них зацікавленості у виборі величини готової продукції, що перевищує гарантовану величину попиту,  $y > x^{\min}$ . Це пояснюється тим, що втрати від недовироблення ( $y < x$ ) розглядають на підприємствах як віртуальні, оскільки вони не пов'язані з реєстрованими грошовими потоками. У той же час, ризики надвиробництва ( $y > x$ ) є реальними, оскільки викликають додаткові витрати на складські приміщення й "заморожування" витрачених коштів. Тому для оцінки економічних результатів виконання поточних замовлень виникає необхідність використовувати поряд з величиною очікуваного повного ефекту  $E$  величину  $H^\Sigma(y)$  очікуваного основного ефекту, у якому не відбиваються втрати від упущеної вигоди.

Величину  $H^\Sigma(y)$  визначає наступна формула:

$$H^\Sigma(y) = H_{-w}^\Sigma(y) + H_{+w}^\Sigma(y), \quad (7.26)$$

де  $H_{-w}^\Sigma(y)$ ,  $H_{+w}^\Sigma(y)$  - очікувані втрати від надвиробництва продукції й очікуваний прибуток від виконання можливих замовлень при виборі готової продукції в обсязі  $y$ ,

$$H_{-w}^\Sigma(y) = \sum_{k=0}^{k(y)} H_{-w}(w_k, y), \quad H_{+w}^\Sigma(y) = \sum_{k=k(y)}^K H_{+w}(w_k, y); \quad (7.27)$$

$$H_{-w}(w_k, y) = Q(w_k)h^-(w_k, y), \quad H_{+w}(w_k, y) = Q(w_k)h^+(w_k, y); \quad (7.28)$$

$$h^-(w_k, y) = a(w_k - y) \quad (k = 0, 1, 2, \dots, k(y)), \quad h^+(w_k, y) = dw_k, \\ (k = 0, 1, 2, \dots, k(y)); \quad (7.29)$$

$$h^-(w_k, y) = 0 \quad (k = k(y) + 1, k(y) + 2, \dots, K), \quad (7.30)$$

$$h^+(w_k, y) = dy \quad (k = k(y) + 1, k(y) + 2, \dots, K).$$

**Приклад 2. Розрахунки параметрів залежностей очікуваного ефекту від обсягу планованої готової продукції.** Будемо використовувати дані про вступників замовлення із прикладу 1. Покладемо, що  $a = d = 1$ .

У таблицях 7.2 – 7.7 наведені розрахунки величин  $H_{-w}^\Sigma(y)$ ,  $H_{+w}^\Sigma(y)$ ,  $G^\Sigma(y)$  при всіх можливих значеннях  $y = w_{k(y)}$  ( $k(y) = 0, 1, 2, \dots, K$ ). У процесі розрахунків використовувалися формули:

$$f(w_k, y) = f_1(w_k, y) = (d + a)w_k - ay \quad (k = 0, 1, 2, \dots, k(y)),$$

$$f(w_k, y) = f_2(w_k, y) = d(2y - w_k), \quad (k = k(y) + 1, k(y) + 2, \dots, K),$$

$$G(w_k, y) = Q(w_k)f_2(w_k, y), \quad (k = 0, 1, 2, \dots, k(y)),$$

$$G(w_k, y) = Q(w_k)f_1(w_k, y) \quad (k = k(y) + 1, k(y) + 2, \dots, K),$$

а також формули (7.27) – (7.30), наведені вище.

Таблиця 7.2 - Розрахунки  $H_{-w}^\Sigma(y)$ ,  $H_{+w}^\Sigma(y)$ ,  $G^\Sigma(y)$  при  $y = 2$

$k$	$w_k$	$h^-(w_k, y)$	$Q(w_k)$	$H_{-w}^k(w_k, y)$	$h^+(w_k, y)$	$H_{+w}^k(w_k, y)$	$f(w_k, y)$	$G(w_k, y)$
0	0	-2	0,006	-0,012	0	0	-2	-0,012
1	2	0	0,014	0	2	0,028	2	0,028
2	3	0	0,054	0	2	0,108	2-1 = 1	0,054
3	5	0	0,150	0	2	0,300	2-3 = -1	-0,150
4	7	0	0,056	0	2	0,112	2-5 = -3	-0,168
5	8	0	0,216	0	2	0,432	2-6 = -4	-0,864
6	10	0	0,504	0	2	1,008	2-8 = -6	-3,024
$\Sigma$		-	-	-0,012	-	1,988		-4,136

### 7.5 Планування обсягів виробництва з урахуванням суб'єктивних відношень до ризиків

Опитування менеджерів підприємств показує, що на їхню оцінку прийнятності ризиків при виборі величини  $y$  готової продукції основне впливають показники, що враховують ризики.

Таблиця 7.3 - Розрахунки  $H_{-w}^{\Sigma}(y)$ ,  $H_{+w}^{\Sigma}(y)$ ,  $G^{\Sigma}(y)$  при  $y = 3$

$k$	$w_k$	$h^-(w_k, y)$	$Q(w_k)$	$H_{-w}^k(w_k, y)$	$h^+(w_k, y)$	$H_{+w}^k(w_k, y)$	$f(w_k, y)$	$G(w_k, y)$
0	0	-3	0,006	-0,018	0	0	-3	-0,018
1	2	-1	0,014	-0,014	2	0,028	2-1 = 1	0,014
2	3	0	0,054	0	3	0,162	3	0,162
3	5	0	0,150	0	3	0,450	3-2 = 1	0,150
4	7	0	0,056	0	3	0,168	3-4 = -- 1	-0,056
5	8	0	0,216	0	3	0,648	3- 5 = - 2	-0,432
6	10	0	0,504	0	3	1,512	3-7 = - 4	-2,016
$\Sigma$		-	-	-0,032	-	2,968		-2,196

Таблиця 7.4 - Розрахунки  $H_{-w}^{\Sigma}(y)$ ,  $H_{+w}^{\Sigma}(y)$ ,  $G^{\Sigma}(y)$  при  $y = 5$

$k$	$w_k$	$h^-(w_k, y)$	$Q(w_k)$	$H_{-w}^k(w_k, y)$	$h^+(w_k, y)$	$H_{+w}^k(w_k, y)$	$f(w_k, y)$	$G(w_k, y)$
0	0	<b>-5</b>	0,006	-0,030	0	0	-5	-0,030
1	2	-3	0,014	-0,042	2	0,028	2-3 = - 1	-0,014
2	3	-2	0,054	-0,108	3	0,450	3-2 = 1	0,054
3	5	0	0,150	0	5	0,750	5	0,750
4	7	0	0,056	0	5	0,280	5-2 = 3	0,168
5	8	0	0,216	0	5	1,080	5-3 = 2	0,432
6	10	0	0,504	0	5	2,520	5-5 = 0	0
$\Sigma$		-	-	-0,180	-	4,820		1,360

Таблиця 7.5 - Розрахунки  $H_{-w}^{\Sigma}(y)$ ,  $H_{+w}^{\Sigma}(y)$ ,  $G^{\Sigma}(y)$  при  $y = 7$ 

$k$	$w_k$	$h^-(w_k, y)$	$Q(w_k)$	$H_{-w}^k(w_k, y)$	$h^+(w_k, y)$	$H_{+w}^k(w_k, y)$	$f(w_k, y)$	$G(w_k, y)$
0	0	-7	0,006	-0,042	0	0	-7	-0,042
1	2	-5	0,014	-0,070	2	0,028	2-5 = -3	-0,042
2	3	-4	0,054	-0,216	3	0,450	3-4 = -1	-0,054
3	5	-2	0,150	-0,300	5	0,750	5-2 = 3	0,450
4	7	0	0,056	0	7	0,392	7	0,392
5	8	0	0,216	0	7	1,512	7-1 = 6	1,296
6	10	0	0,504	0	7	3,528	7-3 = 4	2,016
$\Sigma$		-	-	-0,628	-	6,372		4,016

Таблиця 7.6 - Розрахунки  $H_{-w}^{\Sigma}(y)$ ,  $H_{+w}^{\Sigma}(y)$ ,  $G^{\Sigma}(y)$  при  $y = 8$ 

$k$	$w_k$	$h^-(w_k, y)$	$Q(w_k)$	$H_{-w}^k(w_k, y)$	$h^+(w_k, y)$	$H_{+w}^k(w_k, y)$	$f(w_k, y)$	$G(w_k, y)$
0	0	-8	0,006	-0,048	0	0	-8	-0,048
1	2	-6	0,014	-0,084	2	0,028	2-6 = -4	-0,056
2	3	-5	0,054	0,270	3	0,162	3-5 = -2	-0,108
3	5	-3	0,150	-0,450	5	0,750	5-3 = 2	0,300
4	7	-1	0,056	-0,056	7	0,392	7-1 = 6	0,336
5	8	0	0,216	0	8	1,728	8	1,728
6	10	0	0,504	0	8	4,032	8-2 = 6	3,024
$\Sigma$		-	-	-0,908	-	7,092		5,176

Таблиця 7.7 - Розрахунки  $H_{-w}^{\Sigma}(y)$ ,  $H_{+w}^{\Sigma}(y)$ ,  $G^{\Sigma}(y)$  при  $y = 10$ 

$k$	$w_k$	$h^-(w_k, y)$	$Q(w_k)$	$H_{-w}^k(w_k, y)$	$h^+(w_k, y)$	$H_{+w}^k(w_k, y)$	$f(w_k, y)$	$G(w_k, y)$
0	0	-10	0,006	-0,060	0	0	-10	-0,060
1	2	-8	0,014	-0,112	2	0,028	2-8 = -6	-0,084
2	3	-7	0,054	-0,378	3	0,162	3-7 = -4	-0,216
3	5	-5	0,150	-0,750	5	0,750	5-5 = 0	0
4	7	-3	0,056	-0,168	7	0,392	7-3 = 4	0,224
5	8	-2	0,216	-0,432	8	1,728	8-2 = 6	1,296
6	10	0	0,504	0	10	5,040	10	5,040
$\Sigma$		-	-	-1,900	-	8,100	-	6,200

До цих показників відносяться:

коефіцієнт ризику  $R = R(y)$ , що представляє собою відношення величини  $H_{-w}^{\Sigma}(y)$  очікуваних втрат до очікуваної величини  $H_{+w}^{\Sigma}(y)$  прибутків,

$$R = \frac{H_{-w}^{\Sigma}(y)}{H_{+w}^{\Sigma}(y)}; \quad (7.31)$$

імовірність  $P_L = P_L(y)$  втрат від надвиробництва продукції, що виникають у зв'язку з реалізацією попиту в меншому обсязі, ніж величина  $y = w_{k(y)}$  готової продукції,  $P_L = P\{\xi < y\} = F(w_{k(y)-1})$ .

Ризики, які виникають при виборі обсягу  $y$  готової продукції, будуть прийнятними, якщо виконуються наступні умови:  $R(y) \leq R^{\max}$ ,  $P_L(y) \leq P_L^{\max}$ , де  $R^{\max}$ ,  $P_L^{\max}$  - гранично припустимі значення коефіцієнта ризику  $R$  й імовірності  $P_L$  втрат.

Алгоритм відшукування множини  $Y$  припустимих обсягів  $y$  готової продукції, що забезпечують прийнятні ризики, полягає у наступному.

1. Для кожного  $y = w_k, k = 1, 2, \dots, K$  розрахувати величини очікуваних втрат  $H_{-w}^{\Sigma}(y)$  і прибутки  $H_{+w}^{\Sigma}(y)$ .

2. Для кожного  $y = w_k, k = 1, 2, \dots, K$  розрахувати по формулі (31) коефіцієнт ризику  $R(y)$  й відповідно до функції розподілу  $F(x)$  знайти ймовірність  $P_L(y) = F(w_{k(y)-1})$  втрат від надвиробництва продукції.

3. Сформуувати множину  $Y$  припустимих по ризиках обсягів  $y$  готової продукції,  $Y = \{y \mid R(y) \leq R^{\max}, P_L(y) \leq P_L^{\max}\}$ .

Якщо виявиться, що множина  $Y$  складається з єдиної величини  $y$ , то ця величина готової продукції й повинна бути запланована на поточний оперативний період часу. Якщо множина  $Y$  виявляється порожньою, то величину  $y$  слід покласти рівною нулю. Якщо виявляється, що множина  $Y$  містить декілька елементів, то необхідно вибрати таку величину  $y^0 \in Y$  готової продукції, якій відповідає максимальний очікуваний загальний ефект  $G^\Sigma(y)$ . У цьому випадку необхідно для кожного  $y = w_k \in Y$  розрахувати очікуваний загальний ефект  $G^\Sigma(y)$ , потім знайти такий обсяг  $y^0$  готової продукції, що

$$G^\Sigma(y^0) = \max\{G^\Sigma(y) \mid y \in Y\}, \quad (7.32)$$

і покласти  $y = y^0$ . Обрана величина  $y^0$  й буде визначати обсяг  $u$  виробництва на розглянутий період часу,  $u = x^{\min} + y^0 - z$ .

**Приклад 3. Вибір обсягів виробництва з урахуванням суб'єктивних відносин до ризиків.** Відповідно до умов прикладів 1,2 і на основі даних у таблицях 7.2-7.7 у таблиці 7.8 зведені разом значення результируючих показників, що визначають вибір  $y$ .

Розглянемо 3 варіанта вибору менеджерами підприємства гранично припустимих значень коефіцієнта ризику  $R^{\max}$  й імовірності  $P_L^{\max}$  втрат від надвиробництва продукції.

Таблиця 7.8 - Значення результируючих показників, що визначають вибір  $y$ 

$k$	$w_k$	$H_{-w}^{\Sigma}(y = w_k)$	$H_{+w}^{\Sigma}(y = w_k)$	$H^{\Sigma}(y = w_k)$	$R$	$P_L = F(w_{k-1})$	$G^{\Sigma}(y = w_k)$
1	2	-0,012	1,988	1,976	0,006	0,006	-4,136
2	3	-0,032	2,968	2,996	0,011	0,020	-2,196
3	5	-0,180	4,820	4,640	0,040	0,074	1,360
4	7	-0,628	6,372	5,744	0,099	0,224	4,016
5	8	-0,908	7,092	6,184	0,128	0,280	5,176
6	10	-1,900	8,100	6,200	0,235	0,496	6,200

Покладемо, що у всіх трьох варіантах  $R^{\max} = 0,3$ . Однак у першому варіанті менеджери вибирають  $P_L^{\max} = 0,5$ , що демонструє їхню високу схильність до ризику. У другому варіанті менеджери вибирають  $R^{\max} = 0,3$ ,  $P_L^{\max} = 0,07$ , що проявляє їхню низьку схильність до ризику. У третьому варіанті  $P_L^{\max} = 0,25$ , що можна розглядати як прояв помірної схильності менеджерів до ризику.

У першому варіанті множину  $Y$  припустимих обсягів  $y$  готової продукції становлять усі можливі ненульові обсяги попиту:  $Y = \{y = w_k, k = 1, 2, \dots, K\}$ . Максимуми очікуваного повного ефекту  $G^{\Sigma}(y)$  й очікуваного основного ефекту  $H^{\Sigma}(y)$  досягаються при  $y^0 = 10$  й збігаються між собою:  $G^{\Sigma}(y^0) = H^{\Sigma}(y^0) = 6200$ . При цьому оптимальний обсяг  $y^0$  готової продукції виявляється більше, ніж очікувана величина попиту:  $y^0 = 10 > V = 8,1$ .

У другому варіанті  $Y = \{y = w_k, k = 1, 2\}$ , а максимуми величин очікуваних повного  $G^{\Sigma}(y)$  й основного ефекту  $H^{\Sigma}(y)$  досягаються при величині  $y^0 = 3$ , що збігається з обсягом  $y^*$  готової продукції, оптимальним за критерієм максимального гарантованого результату:  $G^{\Sigma}(y^0) = -2,196$ ,  $H^{\Sigma}(y^0) = 2,996$ . Від'ємне значення максимуму очікуваного повного ефекту вказує на занадто обережний вибір гранично припустимої ймовірності втрат:  $P_L^{\max} = 0,07$ .

У третьому варіанті  $Y = \{y = w_k, k = 1, 2, 3, 4\}$ ,  $y^0 = 7$ ,  $y^* = 3 < y^0 < V = 8,1$ ,  $G^{\Sigma}(y^0) = 4,016$ ,  $H^{\Sigma}(y^0) = 5,744$ .

## Питання та завдання для самоперевірки до змістовного модуля 2

### Питання до модуля 2

1. Які три рівні діяльності виділяють, коли її розглядають як ієрархічну систему? Що розуміють під зовнішніми та внутрішніми діями? Розкрийте зміст понять, що визначають склад середовища дії (об'єкт, предмет, засоби і умови дії). Що собою являють вхідні та вихідні об'єкти функціональних видів діяльності, повний комплекс дій, елементарні і комплексні дії?

2. Розкрийте зміст понять плану та мети дії. У чому полягають представлення дії на рівнях її стратегії, програми та регулювання? Як розуміють програмування і регулювання дії з погляду кібернетики?

3. У чому полягають проектна, управлінська і виконавча (робоча) частини дії? Що розуміють під раціональною детермінацією дії? У чому полягають ціннісний ефект і критерії цінності плану дії? Що розуміють під ситуацією дії та рівнями планування дії?

4. Що розуміють під функціональною та управлінською структурами підприємства? У чому полягають завдання менеджменту на стратегічному, тактичному та оперативному рівнях? Який зміст та форми мають планові рішення на цих рівнях? У чому полягає маркетинговий аспект стратегічних рішень? Чому бюджети діяльності підприємства розглядають як основні інструменти координації процесів використання та розвитку ресурсів підприємства?

5. З яких компонентів складаються виробничі ресурси підприємства? До яких втрат призводить невідповідність виробничих ресурсів підприємства попиту на його продукцію? За якими причинами виробничі ресурси підприємства можуть не відповідати попиту на його продукцію? Якими засобами мінімізуються втрати від невідповідності ресурсів та попиту на стратегічному, тактичному та оперативному рівнях менеджменту?

6. Розкрийте зміст статичної моделі оптимізації розподілу рекламного бюджету між рекламними носіями. Опишіть алгоритм розрахунку розподілу рекламного бюджету за критерієм максимуму комунікаційного ефекту.

7. У чому полягають призначення та зміст програми діяльності. Розкрийте зміст мережевого графіку робіт як програми діяльності. Опишіть алгоритм розрахунку критичного шляху.

8. Що собою являють типові та проблемні ситуації дій? У чому різниця між середовищем і ситуацією дії та між середовищами і ситуаціями дій, з

одного боку, та середовищами і ситуаціями планування дій, з іншого боку? Коли виникає потреба ієрархії ситуацій планування дій? Чим ієрархія побудови плану комплексної дії відрізняється від ієрархії ситуацій планування дій?

9. У чому полягає концепція оптимізації дій? Яка різниця між метою, продуктом та ціннісним ефектом дії? Як визначається ціннісний ефект дії після її завершення та до її початку? Які критерії слід ураховувати при оцінці цінності плану дії? У чому полягає об'єктивність і суб'єктивність цих критеріїв?

10. Наведіть модель розподілу витрат на рекламу між різними рекламними носіями. За якими принципами будувалася ця модель? Яким чином може бути знайдена вихідна інформація для розробки моделі? Опишіть алгоритм відшукування оптимального розподілу витрат за цією моделлю?

11. Опишіть зміст ієрархічного планування комплексної дії (складного заходу) на 3 рівнях уявлення про неї: про мету та спосіб дії, про процес виконання складових дій, про реагування на непередбачені або випадкові зміни у середовищі дії. Розкрийте зміст понять програмного управління, управління за зворотнім зв'язком і управління за зовнішніми збуреннями.

12. У чому полягають призначення та зміст програми діяльності. Розкрийте зміст сіткового графіку робіт як програми діяльності. Опишіть алгоритм розрахунку критичного шляху.

13. У чому полягає основне призначення оперативного прогнозування попиту? З ризиками яких втрат пов'язане оперативне планування виробництва на засадах прогнозування попиту? Які типи поінформованості про попит можуть визначати результати оперативного прогнозування попиту? Опишіть алгоритм визначення обсягів виробництва, які є оптимальними за критерієм максимального гарантованого ефекту в умовах інтервальної визначеності попиту.

14. З ризиками яких втрат пов'язане оперативне планування виробництва на засадах прогнозування попиту? Які типи поінформованості про попит можуть визначати результати оперативного прогнозування попиту? У чому полягають недоліки крапкового та інтервального прогнозу попиту? Як визначається функція розподілу ймовірності обсягу попиту за результатами експертної оцінки обсягів замовлень й ймовірностей їх надходження? Опишіть алгоритм визначення обсягів виробництва, які є оптимальними за критерієм максимального ефекту, що очікується.

15. Як розраховується функція розподілу ймовірності обсягу попиту за результатами експертної оцінки обсягів замовлень й ймовірностей їх надходження? Як визначається прийнятність ризику при обранні обсягів

виробництва за коефіцієнтом ризику та ймовірністю втрат від надвиробництва. Опишіть алгоритм визначення обсягів виробництва, які є оптимальними за критерієм прийнятного ризику.

## Завдання до модуля 2

### Задача 1.

Розподіл суми коштів, виділених на рекламу, між різними рекламними носіями (засобами) пропонується проводити відповідно до таких вимог:

- досягнення поінформованості максимальної кількості представників цільової аудиторії (потенційних покупців);
- бюджет рекламної кампанії не може перевищувати виділеної на рекламу суми коштів;
- кількість рекламних звернень за допомогою кожного засобу реклами обмежена можливостями ефективного впливу відповідного рекламного носія на аудиторію.

Математична модель, яка задовольняє зазначеним вимогам, має такий вигляд:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n r_i u_i &\rightarrow \max \\ \sum_{i=1}^n c_i u_i &\leq A, \\ u_i &\leq a_i \quad (i = 1, 2, \dots, n), \\ u_i &\geq 0 \quad (i = 1, 2, \dots, n), \end{aligned} \quad (1.1)$$

де  $u_i$  - кількість рекламних звернень з використанням  $i$ -го рекламного носія, одиниць (од.);  $n$  - кількість рекламних засобів (носіїв), які розглядаються;  $r_i$  - кількість представників цільової аудиторії, які охоплюються одним рекламним зверненням при використанні  $i$ -го рекламного засобу, осіб/од.;  $c_i$  - вартість одного рекламного звернення за допомогою  $i$ -го рекламного засобу, тис. грн./од.;  $A$  - сума коштів, виділених на рекламу, тис. грн.;  $a_i$  - максимальна кількість рекламних звернень для  $i$ -го рекламного засобу, од.

Використані наступні припущення: рекламується один товар; планується тільки один рекламний цикл (один місяць, один квартал); виходи рекламних звернень рівномірно розподілені в часі. Вважається, що початковий набір рекламних засобів формується службою маркетингу і є початковою інформацією для побудови моделі. В якості рекламних засобів можуть бути обрані: реклама на

телебаченні, реклама у пресі, зовнішня реклама, реклама на радіо, пряма поштова реклама, виставки. Інформація про коефіцієнти охоплення аудиторії рекламними засобами може бути отримана від дослідницьких компаній, які здійснюють моніторинг засобів масової інформації, а також від підприємств, які займаються продажем рекламного простору.

### Завдання

Вхідні дані:

$$A=100, n=4, c_i=1 (i=1,2,3) \quad r_1=5 \quad r_2=4,75 \quad r_3=4,5 \quad r_4=4,25$$

Варіанти  $a_i (i=1,2,\dots,4)$ :

№	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$
1	30	30	30	30
2	40	30	30	20
3	40	30	20	30
4	40	20	20	20
5	40	40	20	20
6	30	40	20	30
7	20	40	30	30
8	20	40	20	40
9	20	30	30	40
10	20	30	10	40
11	20	20	40	40
12	30	50	10	30
13	30	50	30	10
14	10	10	10	50
15	50	10	30	30
16	50	10	50	10
17	50	30	10	30
18	50	30	30	10
19	50	20	50	10
20	50	10	10	50

Знайти оптимальні кількості  $u_i^0 (i=1,2,\dots,4)$  рекламних звернень з використанням різних рекламних засобів й оптимальні величини  $v_i^0 (i=1,2,\dots,4)$  коштів, що потрібно виділити на різні рекламні носії.

Задача 2. Оптимізація обсягів виробництва в умовах інтервальної визначеності попиту

На початку планування підприємством обсягу виробництва  $u$  своєї продукції на майбутній місяць обсяг попередніх замовлень на неї складає величину  $x^{min}$  одиниць. За інтервально визначеним прогнозом попиту очікується надходження додаткових замовлень на продукцію в обсязі  $x$  одиниць, де  $x \in [0, x^{max} = 100]$ . Величина  $d$  прибутку на одиницю продукції складає 1 тис. грн. На початок планування залишки нереалізованої продукції відсутні.

У таблиці 1 наведені відомості за варіантами задач про обсяг  $x^{min}$  одиниць попередніх замовлень і величину втрат  $a$  тис. грн. на одиницю нереалізованої продукції.

Знайти математичні вирази і побудувати графіки функцій  $f_1^{ZG}(y^{Z*}), f_2^{ZG}(y^{Z*})$ , які визначають сукупний оперативний ефект  $E^Z$  у залежності від планового обсягу виробництва  $u = y^Z$  в умовах наявності упущеної вигоди та нереалізованої продукції наприкінці місяця при найгіршій реалізації попиту. Знайти оптимальний за критерієм максимального гарантованого результату обсяг виробництва  $u^* = y^{Z*}$  на майбутній місяць. Розрахувати величину  $E^{Z*}$  гарантованого оперативного ефекту, яка відповідає обсягу  $u$  виробництва продукції.

Таблиця 1.1 – Початкова інформація до планування

№ варіанту	$x^{min}$	$a$	№ варіанту	$x^{min}$	$a$
1	0	0,10	16	60	0,10
2	0	0,25	17	60	0,25
3	0	0,50	18	60	0,50
4	0	0,75	19	60	0,75
5	0	0,80	20	60	0,80
6	20	0,10	21	80	0,10
7	20	0,25	22	80	0,25
8	20	0,50	23	80	0,50
9	20	0,75	24	80	0,75
10	20	0,80	25	80	0,80
11	40	0,10			
12	40	0,25			
13	40	0,50			
14	40	0,75			
15	40	0,80			

Задача 3. Розрахунок параметрів функції розподілу ймовірності обсягів попиту за експертними оцінками

З'ясовано, що після отримання попередніх замовлень підприємство очікує надходження двох додаткових замовлень: першого - в обсязі  $v_1 = 4$  з ймовірністю  $P_1$ , і другого - в обсязі  $v_1 = 6$  з ймовірністю  $P_2$ . У таблиці 1.1 за варіантами задач наведені відомості про ймовірності  $P_1$ ,  $P_2$  надходження замовлень.

Таблиця 1.2 - Інформація про ймовірності надходження замовлень

№ варіанту	$P_1$	$P_2$	№ варіанту	$P_1$	$P_2$
1	0,9	0,10	16	0,6	0,10
2	0,9	0,25	17	0,6	0,25
3	0,9	0,50	18	0,6	0,50
4	0,9	0,75	19	0,6	0,75
5	0,9	0,80	20	0,6	0,80
6	0,8	0,10	21	0,5	0,10
7	0,8	0,25	22	0,5	0,25
8	0,8	0,50	23	0,5	0,50
9	0,8	0,75	24	0,5	0,75
10	0,8	0,80	25	0,5	0,80
11	0,75	0,10			
12	0,75	0,25			
13	0,75	0,50			
14	0,75	0,75			
15	0,75	0,80			

Розрахувати параметри  $w_k$ ,  $Q(w_k)$ ,  $F(w_k)$  ( $k=0,1,2,3$ ) функції  $F(x)$  розподілу ймовірності обсягів попиту та заповнити таблицю 1.1. Побудувати графік функції  $F(x)$ .

Таблиця 1.3 - Результати розрахунків параметрів функції  $F(x)$ 

$k$	$s$	$w_k$	$Q(w_k)$	$F(w_k)$
0	(0, 0)	0		
1	(0, 1)	4		
2	(1, 0)	6		
3	(1, 1)	10		

Задача 4. Розрахунок очікуваних значень повного і основного ефектів при різних обсягах готової продукції

Розрахувати складові значення  $H_{-w}(w_k, y)$ ,  $H_{+w}(w_k, y)$ ,  $G(w_k, y)$  та результуючі значення  $H_{-w}^\Sigma(y)$ ,  $H_{+w}^\Sigma(y)$ ,  $G^\Sigma(y)$  основного і повного ефектів, що відповідають різним можливим додатним обсягам готової продукції  $y = 4, 6, 10$ . Під час проведення розрахунків використовувати інформацію до планування із задачі 1 і знайдені значення параметрів функції  $F(x)$  (таблиця 2.2). Результати розрахунків занести у таблиці 1.1- 1.3 у відповідності із значеннями  $y$ .

Таблиці 1.1- 1.3 - Результати розрахунків  $H_{-w}^\Sigma(y)$ ,  $H_{+w}^\Sigma(y)$ ,  $G^\Sigma(y)$  (при заданому  $y$ )

$k$	$w_k$	$h^-(w_k, y)$	$Q(w_k)$	$H_{-w}^k(w_k, y)$	$h^+(w_k, y)$	$H_{+w}^k(w_k, y)$	$f(w_k, y)$	$G(w_k, y)$
0	0							
1	4							
2	6							
3	10							
$\Sigma$								

Задача 5. Вибір обсягів виробництва з урахуванням суб'єктивних відношень до ризиків

Занесіть у таблицю 1.4 значення  $H_{-w}^\Sigma(y)$ ,  $H_{+w}^\Sigma(y)$ ,  $G^\Sigma(y)$  з таблиць 1.1- 1.3. Знайдіть обсяги готової продукції та обсяги виробництва, які відповідають максимальним очікуваним значенням повного і основного ефектів

Розрахуйте коефіцієнти ризику та ймовірності втрат від надвиробництва, що відповідають можливим обсягам готової продукції  $y = 4, 6, 10$ . Доповніть цими даними таблицю 1.4. Знайдіть обсяги готової продукції та обсяги виробництва, які є оптимальними за критерієм прийнятності ризику.

Таблиця 1.4 - Значення результуючих показників, що визначають вибір  $y$

$k$	$w_k$	$H_{-w}^{\Sigma}(y = w_k)$	$H_{+w}^{\Sigma}(y = w_k)$	$H^{\Sigma}(y = w_k)$	$R$	$P_L = F(w_{k-1})$	$G^{\Sigma}(y = w_k)$
1	4						
2	6						
3	10						

## Бібліографічний список

1. Котлер Ф. Маркетинговый менеджмент: Підручник / Ф. Котлер, К.Л. Келлер, А.Ф. Павленко та ін. - К: Видавництво «Хімджест», 2008. - 720 с.
2. Экономическая кибернетика: Учебник, в 2-х томах. Донецк: ООО «Юго-Восток, Лтд». Том 1: Экономическая кибернетика. – 2005. – 502 с.
3. Вітлінський В.В. Моделювання економіки: Навч. посібник.– К.: КНЕУ, 2003.–408 с.
4. Заруба В.Я. Методи прогнозування рівня попиту (розділ 6) // Маркетинг: підручник /За ред. д.е.н., проф. А.О. Старостіної. – К.:Знання, 2009. –С. 203 – 233
5. Математика и кибернетика в экономике. Словарь-справочник. Изд. 2-е, переработанное и дополненное. – М.: Экономика, 1975. –200 с.
6. Басовский Л.Е. Прогнозирование и планирование в условиях рынка. — М.: ИНФРА-М, 2001. — 260 с
7. Галіцин В.К. Системи моніторингу: Навчальний посібник / В.К. Галіцин, О.П. Суслов, Н.К. Савченко. – К.: КНЕУ, 2015. – 409 с.
8. Заруба В.Я. Кібернетична концепція управління товарною пропозицією промислового підприємства.-Вісник Донецького університету. Серія В. Економіка і право. №2-1/2002, с.21-25.
9. Заруба В.Я. Економіко-математичне моделювання маркетингових стратегій підприємств // Вісник Київського національного торговельно-економічного університету. – 2005. - №1. –С.88-95.
10. Заруба В.Я. Общая теория деятельности как методологическая основа моделирования социально-экономических систем. //Конкурентоспроможність: проблеми науки та практики: Монографія/Під ред. д.е.н., професора Пономаренка В.С., д.е.н., професора Кизима М.О., д.е.н., професора Тищенко О.М. – Х.: ФОП Павленко О.Г., ВД «ИНЖЕК», 2010. – С.90-109.
11. Заруба В.Я. Системно-ресурсний підхід до управління діяльністю підприємства//Моделі оцінки і аналізу складних соціально-економічних систем: Монографія / Под ред. докт. екон. наук, проф. В.С Пономаренко, докт. екон. наук, проф. Т.С.Клебановой, докт. екон. наук, проф. Н.А.Кизима. – Х.: ИД «ИНЖЭК», 2013. С.354-371.
12. Заруба В.Я., Ходак М.И. Функции прогнозирования в иерархической системе управления электроснабжающего предприятия // Прогнозування соціально-економічних процесів: сучасні підходи та перспективи: Монографія/Під ред.. О.І.Черняка, П.В.Захарченко. – Бердянськ: Видавець Ткачук О.В., 2011. С. 47-58.

13. Здрок В.В., Лагоцький Т.Я. Економетрія: Підручник. – К.: Знання, 2010. – 541 с.
14. Клебанова Т.С., Иванов В.В., Дубровина Н.А. Методы прогнозирования. Учебное пособие. – Харьков: Изд ХГЭУ, 2002. –372 с.
15. Новиков Д.А. Теория управления организационными системами. - М.:Московский психолого-социальный институт, 2005. – 584 с.
- 16.Розанов Ю.А. Случайные процессы (краткий курс). - М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1971. – 286 с.
17. Заруба В.Я. Оптимизация планов производства по оценкам вероятности будущих заказов / В.Я.Заруба // Маркетинг і менеджмент інновацій. – 2017. - №2. – С. 222 – 232.
18. Соколовська З.М. Комп'ютерне моделювання складних економічних систем: [монографія] / З.М. Соколовська, О.А. Клепкова. – Одеса: Астропринт, 2011. – 512 с.
19. Черняк А.И. Выборочные исследования в экономике //Экономическая кибернетика: Учебник в 2-х томах. Том 2: Методология прикладных исследований экономической кибернетики, глава 7. - Донецк: ООО “Юго-Восток, Лтд”, 2007. – С. 270 – 313.
20. Филип Котлер Маркетинг менеджмент <http://www.management.com.ua/books/view-books.php?id=3>
- 21.Вітлінський В.В. Моделювання економіки <https://fingal.com.ua/content/view/202/39/>
- 22.Заруба В.Я Методи прогнозування рівня попиту <http://repository.kpi.kharkov.ua/handle/KhPI-Press/4043>
- 23.Заруба В.Я. Економіко-математичне моделювання маркетингових стратегій підприємств [http://repository.kpi.kharkov.ua/bitstream/KhPI-Press/4042/1/vestnik\\_KNTEU\\_2005\\_1\\_Zaruba\\_Ekonomiko-matematychnne.pdf](http://repository.kpi.kharkov.ua/bitstream/KhPI-Press/4042/1/vestnik_KNTEU_2005_1_Zaruba_Ekonomiko-matematychnne.pdf)

Навчальне видання

Заруба В.Я. Парфентенко І.А.

## **Кількісні методи в управлінні маркетингом**

Навчально-методичний посібник  
для студентів економічних спеціальностей

Відповідальний за випуск З. П. Конохова

Роботу до друку рекомендував М.І.Погорєлов

В авторській редакції

План 2020, поз / 63

Підп. до друку.	Формат 60 x 84 1/16.	Папір офсетний.
Друк – ризографія.	Гарнітура Таймс.	Ум.друк. арк. 4,5.
Обл.-вид. арк. 4.5.	Наклад 20 прим.	Зам. №1435
Ціна договірна		

---

Видавничий центр НТУ “ХП” 61002, Харків, вул.Кирпичова, 21  
Свідоцтво про державну реєстрацію ДК №5478 від 21.08.2017 р.

---