УДК 519:681

О. В.СЕРАЯ, канд. техн. наук, доцент НТУ «ХПИ»
АМЕР ШАДИ, аспирант НТУ «ХПИ»

МОДЕЛЬ ОТКАЗОВ ДЕГРАДИРУЮЩИХ СИСТЕМ

Запропоновано математичну модель відмов системи, в підсистемах якої протікають різні залежні деградаційні процеси. Отримано співвідношення для розрахунку вірогідності безвідмовної роботи системи на інтервалі заданої довжини.

Предложена математическая модель отказов системы, в подсистемах которой протекают различные зависимые деградационные процессы. Получено соотношение для расчета вероятности безотказной работы системы на интервале заданной длины.

The mathematical failure pattern of the system is offered. There are different dependent degradations processes in the subsystems of this system. Design formula for faultness probability of the system on the interval of the set length is got.

Введение. Оценка и прогнозирование вероятности безотказной работы оборудования в течение заданного временного интервала – стандартная задача практики эксплуатации техники. Для решения этой задачи необходимо знать плотность распределения случайной продолжительности безотказной работы, параметры которой зависят от численного значения факторов, задающих условия и режим эксплуатации оборудования. Задача отыскания этих зависимостей не тривиальна и осложняется следующими обстоятельствами. Современное оборудование представляет собой сложный комплекс разных по типу и взаимодействующих в процессе функционирования элементов, безотказность которых по разному зависит от эксплутационных факторов. Поэтому процессы старения, деградации, ухудшения надежностных характеристик протекают различным образом в разных режимах эксплуатации. В связи с этим статистическое оценивание параметров плотностей распределения вынужденно реализуется, как правило, в условиях малой выборки. В этой ситуации принципиальную роль играет уровень адекватности моделей отказов исследуемой системы с учетом возможного влияния ненадежности одних подсистем на безотказность других.

Традиционно рассматривают два типа взаимодействия деградационных процессов, протекающих в подсистемах системы [1]: а) эти процессы развиваются независимо; б) процессы деградации зависимы. При этом характер зависимости обычно определяется следующим образом: показатели безотказности для одного из этих процессов ухудшаются скачком, как только другой из процессов в ходе деградации достигает некоторого предельного состояния. Введенное допущение не вполне адекватно отображает реальный характер взаимодействия зависимых деградационных процессов, прежде всего потому, что в действительности постепенное ухудшение надежностных показателей для одного из процессов приводит к непрерывному, а не скачкообразному ухудшению этих показателей для зависимого процесса. Кроме того, следует отметить, что эксплутационные факторы, в общем случае, по-разному влияют на численные значения параметров деградационных процессов. Задача исследования надежностных показателей систем с учетом всех перечисленных обстоятельств в известной литературе не обсуждалась.

Цель статьи - разработка математической модели отказов системы, в подсистемах которой протекают разные зависимые деградационные процессы с интенсивностью, определяемой значениями эксплутационных факторов.

Постановка задачи. Пусть система состоит из двух подсистем. Для первой подсистемы введем независимый случайный деградационный процесс $\xi(\theta_\xi(t), t)$, параметры которого $\theta_\xi(t) = \left(\theta_{\xi 1}(t), \theta_{\xi 2}(t), \ldots, \theta_{\xi m}(t)\right)$ определяются режимом эксплуатации системы и являются функциями времени. Кроме того, будем считать, что параметры другого деградационного процесса $\eta(\theta_\eta(t), t)$, протекающего во второй подсистеме, известным образом зависят от параметров процесса $\xi(\theta_\xi(t), t)$, то есть $\theta_\eta(t) = \varphi(\theta_\xi(t))$. Поставим задачу построения модели отказов такой системы.

Основные результаты. Пусть относительно независимого случайного процесса $\xi(\theta_\xi(t), t)$ известна совместная плотность распределения значений процесса и скорости изменения этих значений $f_\xi\left(x(t), v(t)\right)$. Зададим диапазон допустимых значений процесса - $\left[x_H, x_B\right]$. Тогда, как показано, например, в [2], если $\xi(0) \in \left[x_H, x_B\right]$, то плотность вероятности невыхода за пределы допуска на интервале $\left[0, t\right]$ определяется соотношением

$$q(t) = \int_0^\infty \left[f_\xi\left(x_H, v(t)\right) + f_\xi\left(x_B, v(t)\right)\right] v(t) dv\,, \tag{1}$$

а вероятность невыхода процесса на этом интервале задается формулой

$$p_0(t) = \exp\left\{-\int_0^t \int_0^\infty \left[f_\xi\left(x_H, v(t)\right) + f_\xi\left(x_B, v(t)\right)\right] v(t) dv dt\right\}. \tag{2}$$

В частном случае, когда процесс $\xi(t)$ - стационарный, выражение (2) упрощается к виду

$$p_0(t) = \exp\left\{-t \int_0^\infty \left[f_\xi\left(x_H, v(t)\right) + f_\xi\left(x_B, v(t)\right)\right] v(t) dv\right\}.$$

Будем считать теперь, что процесс $\xi(\theta_\xi(t),t)$ - деградационный, то есть это процесс с независимыми приращениями одного знака. При этом плотность распределения случайного интервала до первого выхода за поле допуска имеет вид [3]:

$$f_\xi(t) = -\frac{d\Phi_\xi(x,t)}{dt}\bigg|_{x_H}^{x_B}, \; \Phi_\xi(x,t) = P\big(\xi(t) < x\big). \tag{3}$$

Если $\xi(t)$ - нормальный случайный процесс и

$$\Phi_\xi(x,t)) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x(t)}\int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{(x-m_x(t))^2}{2\sigma_x^2(t)}}dt ,$$

то

$$\begin{aligned} f_\xi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x(t)}\Bigg[& e^{-\frac{(x_B-m_x(t))^2}{2\sigma_x^2(t)}}\big(m_x'(t)\sigma_x(t)+\sigma_x'(t)\big(x_B-m_x(t)\big)\big)- \\ & -e^{-\frac{(x_H-m_x(t))^2}{2\sigma_x^2(t)}}\big(m_x'(t)\sigma_x(t)+\sigma_x'(t)\big(x_H-m_x(t)\big)\big)\Bigg]. \end{aligned} \tag{4}$$

Пусть, например, процесс деградации протекает таким образом, что

$$\boldsymbol{m_x(t) = m_{0x} + K_{m_x} t} \; , \; \sigma_x(t) = K_{\sigma_x} t \; .$$

Тогда из (4) следует

$$f_\xi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}K_{\sigma_x}t^2}\left[e^{-\frac{(x_B-m_{0x}-K_{m_x}t)^2}{2K_{\sigma_x^2}t^2}}\big(x_B-m_{0x}\big)-e^{-\frac{(x_H-m_{0x}-K_{m_x}t)^2}{2K_{\sigma_x^2}t^2}}\big(x_H-m_{x(t)}\big)\right]. \tag{5}$$

Будем далее считать, что другой деградационный процесс $\eta(t)$ также нормальный, причем его параметры зависят от параметров случайного процесса $\xi(t)$ следующим образом:

$$\begin{aligned} m_y(t) &= m_{0y} + m_x(t)K_{m_y}t = m_{0y} + m_{0x}K_{m_y}t + K_{m_x}K_{m_y}t^2, \\ \sigma_y(t) &= m_x(t)K_{\sigma_y}t = m_{0x}K_{\sigma_y}t + K_{m_x}K_{\sigma_y}t^2, \end{aligned} \tag{6}$$

то есть скорость деградации для процесса $\eta(t)$ зависит от режима эксплуатации второй подсистемы, а также от того, насколько деградировала первая подсистема.

Тогда из (4) с учетом (6) после несложных преобразований имеем

$$f_\eta(t)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}m_x^2(t)K_{\sigma_y}t^2)}\left[e^{-\frac{(x_B-m_{0y}-m_{0x}K_{m_y}t-K_{m_x}K_{m_y}t^2)^2}{2\left(m_{0x}K_{\sigma_y}t+K_{m_x}K_{\sigma_y}t^2\right)^2}}\left(x_B-m_{0y}\right)\left(m_{0x}+2K_{m_x}t\right)-\right.$$
$$\left.-e^{-\frac{(x_H-m_{0y}-m_{0x}K_{m_y}t-K_{m_x}K_{m_y}t^2)^2}{2\left(m_{0x}K_{\sigma_y}t+K_{m_x}K_{\sigma_y}t^2\right)^2}}\left(x_H-m_{0y}\right)\left(m_{0x}+2K_{m_x}t\right)\right]. \qquad (7)$$

Теперь, с использованием (5) и (7), можно рассчитать вероятность $p(T_0)$ безотказной работы системы на интервале $[0,T_0]$:

$$p(T_0)=1-\int_{T_0}^{\infty}f_\xi(t)dt\int_{T_0}^{\infty}f_\eta(t)dt\,. \qquad (8)$$

Отсюда, искомая плотность распределения вероятности безотказной работы системы на интервале $[0,T_0]$, очевидно, равна

$$f(T_0)=f_\xi(T_0)\int_{T_0}^{\infty}f_\eta(t)dt+f_\eta(T_0)\int_{T_0}^{\infty}f_\xi(t)dt\,. \qquad (9)$$

Выводы. Таким образом, для любого аналитически описанного деградационного процесса (нормального, релеевского, экспоненциального) с использованием (3) для подсистем системы могут быть рассчитаны плотности распределения случайной продолжительности безотказной работы, а затем соответствующая вероятность для любого интервала $[0,T_0]$. Полученные соотношения позволяют для зависимых деградационных процессов оценить степень влияния одного из них на другой с целью выработки рекомендаций по повышению надежностных показателей системы, что определяет направление дальнейших исследований.

Список литературы: ***1.*** *Котенко Ю.Т., Раскин Л.Г.* Прогнозирование технического состояния систем управления.– Х.: Основа, 1996.– 303 с. ***2.*** *Свешников А.А.* Прикладные методы теории случайных функций.– М.: Наука, 1968.–463с. ***3.*** *Михайлов А.В.* Эксплуатационные допуски и надежность радиоэлектронной аппаратуры.– М.: Сов. радио, 1986– 214с.

Поступила в редколлегию 30.03.07