

## МЕТОД РОЗРАХУНКУ ПЕРЕХІДНИХ ПРОЦЕСІВ АСИНХРОННИХ ДВИГУНІВ ВИСОКОІНЕРЦІЙНИХ ЕЛЕКТРОПРИВОДІВ

Маляр В.С., д.т.н., проф.  
Національний університет "Львівська політехніка"  
Україна, 79013, Львів, вул. С.Бандери, 12, НУ "ЛП",  
кафедра теоретичної та загальної електротехніки,  
тел. (032) 258-21-19

Маляр А.В., к.т.н  
Національний університет "Львівська політехніка"  
Україна, 79013, Львів, вул. С.Бандери, 12, НУ "ЛП",  
кафедра електроприводу і автоматизації промислових установок,  
тел. (032) 258-25-64, e-mail: svmalyar@polynet.lviv.ua

*Запропоновано метод розрахунку перехідних процесів в асинхронних двигунах, які працюють з механізмами, що мають значний момент інерції. Метод дає змогу отримати часові залежності координат режиму з урахуванням насичення та витіснення струму в стержнях ротора на підставі чисельного інтегрування рівняння руху електроприводу з використанням сукупності координат попередньо розрахованих усталених режимів, які відповідають різним значенням ковзання.*

*Предложен метод расчета переходных процессов в асинхронных двигателях, работающих с механизмами, имеющими значительный момент инерции. Метод позволяет получить временные зависимости координат режима с учетом насыщения и вытеснения тока в стержнях ротора на основе численного интегрирования уравнения движения электропривода с использованием совокупности координат предварительно рассчитанных установившихся режимов, которые соответствуют различным значениям скольжения.*

### ВСТУП

Під час проектування асинхронних двигунів (АД) з короткозамкненим ротором, які призначені для приводу високоінерційних механізмів, та систем керування ними необхідно з метою оптимізації виконувати багатократно розрахунок процесів їх пуску. В результаті такого розрахунку визначають їх відповідність технічним умовам, серед яких найбільш важливими є: значення пускового моменту, залежність електромагнітного моменту і струмів контурів від ковзання, час пуску, а також нагрівання активної частини двигуна та інші. Отже, дослідження пускових режимів АД методами математичного моделювання має важливе значення.

Відомо [1], що для приводу таких механізмів використовуються глибокопазні двигуни, тому математична модель АД повинна з достатньою точністю враховувати явище витіснення струму в стержнях ротора. Крім того, на електромагнітні процеси значний вплив має насичення магнітопроводу. Математичні моделі, які дають змогу враховувати всі ці чинники досить складні, а досягнути точності результатів розрахунку, яка б давала змогу відмовитись від натурних експериментів, на підставі використання простих математичних моделей АД неможливо. Розрахунок перехідних процесів високоінерційних електроприводів з урахуванням змінного насичення магнітопроводу на шляху головного магнітного потоку та потоків розсіювання, а також (що є визначальним) витіснення струму в стержнях ротора потребує великого обсягу обчислень, що є перешкодою для розроблення систем керування електроприводами, які б працювали в реальному часі протікання процесу.

### СУТЬ МЕТОДУ

В статті пропонується алгоритм розрахунку перехідних процесів АД високоінерційних електроприводів, який дає змогу врахувати витіснення струмів в стержнях ротора та насичення магнітопроводу і не вимагає значних обчислювальних затрат. Суть методу полягає в наступному.

Враховуючи, що електромагнітні перехідні процеси в контурах АД згасають швидко і аперіодичні складові струмів спадають до нуля протягом перших кількох періодів, тривалість перехідного процесу визначає механічна постійна часу, яка може складати десятки секунд. Звідси випливає, що процес пуску, за виключенням перших кількох періодів, можна розглядати як сукупність квазіперіодичних процесів, оскільки на кожному періоді зміни прикладеної напруги струми обмоток є майже періодичними. Отже, якщо мати залежність середнього за період значення електромагнітного моменту  $M_e$  від ковзання  $s$

$$M_e = M_e(s), \quad (1)$$

то розрахунок процесу пуску можна здійснити на підставі одного диференціального рівняння (ДР) динаміки механічної частини електроприводу

$$\frac{ds}{dt} = -\frac{p}{\omega_0 \cdot J} \cdot (M_e(s) + M_e), \quad (2)$$

де  $p$  – кількість пар полюсів АД;  $\omega_0$  – частота напруги живлення;  $J$  – сумарний момент інерції двигуна та робочого механізму, приведений до валу двигуна.

Для отримання під час чисельного інтегрування ДР (2) не тільки значень ковзання  $s$ , але й струмів обмоток статора та стержнів ротора необхідно попередньо, крім залежності (1), розрахувати багатовимірну

залежність вектора діючих значень струмів контурів від ковзання

$$\vec{I} = \vec{I}(s). \quad (3)$$

Залежності (1), (3) повинні бути відомі у вигляді таблиці значень, обчислених з певним кроком по  $s$ . У процесі інтегрування ДР (2) на кожному кроці значення струмів можна знайти за відомим значенням ковзання  $s$  шляхом інтерполяції табличних значень вектора та електромагнітного моменту. Отже, розрахунок перехідного електромеханічного процесу за рівняннями (2) вимагає попереднього розрахунку з урахуванням насичення магнітопроводу АД і витіснення струму в його стержнях залежностей (1), (3), що зводиться до розрахунку ряду (за кількістю значень  $s$ ) усталених періодичних режимів при постійному значенні ковзання. Розглянемо алгоритм їх отримання.

З метою врахування скін-ефекту в стержнях ротора разом з насиченням магнітопроводу по шляхах розсіяння пазову частину стержня, а також короткозамикаючі кільця ротора розділимо по висоті на  $n$  шарів [2] в межах яких густина струму вважається постійною. В результаті матимемо на роторі  $n$  короткозамкнених обмоток між якими існують взаємодуктивні зв'язки як за рахунок основного магнітного потоку, так і потоків розсіяння. Короткозамкнена обмотка ротора приведена за кількістю витків і фаз до обмотки статора згідно з викладеним в [1, 5].

На відміну від викладеного в [2], де власні та взаємні індуктивності між елементами стержня вважаються постійними, в даній роботі враховується насичення, зумовлене основним магнітним потоком, а також потоками розсіювання, які замикаються через шліці. Постійними вважаються лише індуктивності, які зумовлені потоками розсіювання, що замикаються поперек пазів. Вони обчислюються за відомою геометрією пазів [1].

Ефективність алгоритму розрахунку залежить в значній мірі від вибору координатних осей. Враховуючи, що розглядається симетричний АД, найбільш раціональною є система координатних осей  $x, y$  [3]. Очевидно, що при цьому приймається допущення про синусний розподіл намагнічувальних сил обмоток статора і ротора, що дає змогу використовувати теорію зображувальних векторів поточкозчеплень та струмів [4]. Для контурів статора таке припущення близьке до реального, а для ротора – наближене.

В усталеному режимі роботи АД (при постійному ковзанні  $s$ ) рівняння електромагнітної рівноваги перетворених до осей  $x, y$  контурів статора мають вигляд

$$\Omega_s \cdot \vec{\Psi}_s + R_s \cdot \vec{i}_s = \vec{u}, \quad (4)$$

де  $\vec{\Psi}_s = (\Psi_{sx}, \Psi_{sy})^*$ ,  $\vec{i}_s = (i_{sx}, i_{sy})^*$  – вектори поточкозчеплень та струмів перетворених контурів статора (верхній символ  $(*)$  означає транспонування);  $R_s = \text{diag}(R_{sx}, R_{sy})$  – діагональна матриця активних опорів контурів статора;  $\vec{u} = (u_x, u_y)^*$  – вектор прикладених напруг;

$$\Omega_s = \begin{bmatrix} & -\omega_0 \\ \omega_0 & \end{bmatrix}$$

Аналогічно рівняння для контурів ротора за умови розбиття стержня по висоті на  $n$  елементів при постійному ковзанні мають вигляд

$$s \cdot \Omega_r \cdot \vec{\Psi}_r + R_r \cdot \vec{i}_r = 0, \quad (5)$$

де  $\vec{\Psi}_r = (\Psi_{rx1}, \Psi_{ry1}, \dots, \Psi_{rxn}, \Psi_{ryn})^*$  – вектор поточкозчеплень еквівалентних контурів ротора;

$\vec{i}_r = (i_{rx1}, i_{ry1}, \dots, i_{rxn}, i_{ryn})^*$  – вектор струмів цих контурів;  $R_r = \text{diag}(R_{rx1}, R_{ry1}, \dots, R_{rxn}, R_{ryn})^*$  – діагональна матриця активних опорів;

$$\Omega_r = \begin{bmatrix} & -\omega_0 & \dots & & \\ \omega_0 & & \dots & & \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ & & \dots & & -\omega_0 \\ & & \dots & \omega_0 & \end{bmatrix}$$

Розв'язком нелінійної системи рівнянь (4), (5) є вектор  $\vec{i} = (\vec{i}_s, \vec{i}_r)$  розмірності  $m = 2 \cdot (2+n)$ , який складається з векторів струмів статора і ротора. АД і якому відповідає вектор  $\vec{\Psi} = (\vec{\Psi}_s, \vec{\Psi}_r)$  поточкозчеплень усіх контурів та значення електромагнітного моменту  $M_e = 1.5 \cdot p \cdot (\Psi_{sx} \cdot i_{sy} - \Psi_{sy} \cdot i_{sx})$ .

Векторні рівняння (4), (5) нелінійні внаслідок зумовленої насиченням нелінійної залежності поточкозчеплення кожного контура від струмів усіх контурів статора і ротора, тому його розв'язування може бути здійснене одним із чисельних ітераційних методів, наприклад, Ньютона. Однак, як відомо, він є локально збіжним, тому існує проблема пошуку початкового наближення, яке б знаходилось в околі збіжності методу. Крім того, розв'язання рівнянь (4), (5) при постійному ковзанні дає лише одну точку залежності (3). Отримати всю характеристику (3) в інтервалі зміни ковзання від  $s = 0$  до  $s = 1$  можна наступним чином.

Диференціюємо векторні рівняння (4), (5) по  $s$ , враховуючи, що поточкозчеплення кожного контура є нелінійною функцією струмів контурів статора та ротора, а струми в свою чергу залежать від ковзання  $s$ . В результаті отримаємо

$$\Omega_s \cdot \frac{\partial \vec{\Psi}_s}{\partial \vec{i}} \cdot \frac{d\vec{i}}{ds} + R_s \cdot \frac{d\vec{i}_s}{ds} = 0; \quad (6)$$

$$\Omega_r \cdot \vec{\Psi}_r + s \cdot \Omega_r \cdot \frac{\partial \vec{\Psi}}{\partial \vec{i}} \cdot \frac{d\vec{i}}{ds} + R_r \cdot \frac{d\vec{i}_r}{ds} = 0. \quad (7)$$

ДР (6), (7) складають систему  $m$  рівнянь стосовно вектора похідних  $d\vec{i}/ds$  струмів по ковзанню  $s$ , яку можна записати у вигляді одного ДР

$$\left( \begin{bmatrix} \Omega_s & \\ & \Omega_r \end{bmatrix} \times \frac{\partial \vec{\Psi}_s / \partial \vec{i}}{\partial \vec{\Psi}_r / \partial \vec{i}} + \begin{bmatrix} R_s & \\ & R_r \end{bmatrix} \right) \times \frac{d\vec{i}}{ds} = \begin{bmatrix} & \\ & -\Omega_r \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \vec{\Psi}_s \\ \vec{\Psi}_r \end{bmatrix}. \quad (8)$$

Похідні  $\partial \bar{\Psi}_s / \partial \bar{i}$  та  $\partial \bar{\Psi}_r / \partial \bar{i}$  утворюють повну матрицю диференціальних індуктивностей, яка визначається на основі викладеного в [4].

Для отримання багатовимірної залежності (3) необхідно проінтегрувати ДР (8) по  $s$ , визначаючи на кожному кроці матрицю диференціальних індуктивностей та вектор потокозчеплень усіх контурів, які представляються у вигляді суми робочих потокозчеплень та потокозчеплень розсіювання

$$\Psi_j = \Psi_{\delta j} + \Psi_{\sigma j}.$$

Робоче поле АД створюється результуючою намагнічувальною силою контурів, яку можна представити зображуючим вектором струму  $\bar{i}_\mu$  намагнічування. Цьому вектору відповідає колінеарний йому вектор  $\bar{\psi}_\mu$  робочого потокозчеплення. Залежність між модулями цих векторів відображає характеристика намагнічування основного магнітного шляху

$$\Psi_\mu = \psi_\mu(i_\mu).$$

Потокозчеплення розсіювання обмотки статора є нелінійною функцією струмів контурів статора, що відображається характеристикою

$$\Psi_{\sigma s} = \psi_{\sigma s}(i_s),$$

де  $\psi_{\sigma s}, i_s$  – модулі зображуючих векторів потокозчеплення розсіювання та струму обмотки статора. Воно складається з потокозчеплення лобового і диференціального розсіювання, які лінійно залежать від струмів статора, та пазового розсіювання, яке є нелінійною функцією струму статора. Аналогічно потокозчеплення розсіювання обмоток ротора залежить лише від струмів обмотки ротора. Потокозчеплення кожного стержня складається із суми тих, що лінійно залежать від струмів ротора (лобового, диференціального і тієї частини пазового, яка замикається поперек пазів в тій частині, що зайнята стержнем), та шлицевого розсіювання, яке внаслідок насичення є нелінійною функцією струму стержня. Для цього використовується крива намагнічування

$$\Psi_{ii} = \psi_{ii}(i_r).$$

Важливим питанням є отримання початкових умов – значень струмів контурів при  $s = 0$ . Розглянемо його.

При ідеальному неробочому режимі ( $s = 0$ ) струми в контурах ротора відсутні, тобто  $\bar{i}_r = 0$ . Для знаходження значення вектора  $\bar{i}_r$  достатньо розв'язати нелінійну систему (4). При цьому можна вважати вісь  $x$  суміщеною із зображуючим вектором напруги статора, тоді вектор  $\bar{u}$ , де  $U_m$  – амплітудне значення прикладеної напруги статора.

Для розв'язування рівняння (4) введемо в нього параметр  $\lambda$ , ( $0 \leq \lambda \leq 1$ ), домноживши вектор  $\bar{u}$  на  $\lambda$ . Після диференціювання по  $\lambda$  отримаємо систему ДР

$$\begin{bmatrix} -\omega_0 \cdot L_{syx} + R_{sx} & -\omega_0 \cdot L_{syy} \\ \omega_0 \cdot L_{sxx} & \omega_0 \cdot L_{sxy} + R_{sy} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} d\bar{i}_{sx}/d\lambda \\ d\bar{i}_{sy}/d\lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_m \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (9)$$

Проінтегрувавши одним із чисельних методів систему ДР (9) по  $\lambda$  в межах від  $\lambda = 0$  до  $\lambda = 1$  за нульових початкових умов отримаємо значення струмів  $i_{sx}, i_{sy}$  і за кривими намагнічування відповідні їм потокозчеплення  $\Psi_{sx}, \Psi_{sy}$ , які можуть бути уточнені за методом Ньютона і є початковими умовами для інтегрування системи ДР (8).

## ВИСНОВКИ

Запропонований метод розрахунку дає змогу розраховувати перехідні процеси в асинхронних електроприводах високоінерційних механізмів з урахуванням насичення магнітопроводу АД та витіснення струму в стержнях ротора з невеликими затратами машинного часу і високою адекватністю, що дає змогу використовувати його для аналізу роботи системи електроприводу в реальному часі протікання процесу і формувати керуючі впливи з метою оптимізації режиму роботи.

## ЛІТЕРАТУРА

- [1] Иванов–Смоленский А.В. Электрические машины.– М.:Энергия, 1980. – 928 с.
- [2] Клоков Б.К. Практические методы учета эффекта вытеснения тока в стержнях произвольной конфигурации//Электротехника. –1970. – № 6. – С. 48-51.
- [3] Копылов И.П.,Фильц Р.В., Яворский Я.Я. Об уравнениях асинхронной машины в различных системах координат//Известия вузов СССР. Электромеханика. – 1986. – №3.– С. 22-33.
- [4] Фильц Р.В. Математические основы теории электромеханических преобразователей. – К.:Наукова думка, 1979.–208 с.
- [5] Копылов И.П. Математическое моделирование электрических машин. – М.: Высшая школа, 2001. – 327.

Надійшла 17.07.2005