

Ю.М. ЕПИФАНОВ, д-р техн. наук, ст. науч. сотр., Институт
сцинтилляционных материалов НАН Украины, Харьков;
В.С. СУЗДАЛЬ, д-р техн. наук, ст. науч. сотр., Институт
сцинтилляционных материалов НАН Украины, Харьков;
А.В. СОБОЛЕВ, канд. техн. наук, Институт сцинтилляционных
материалов НАН Украины, Харьков

РАНДОМИЗИРОВАННЫЙ СИНТЕЗ УПРАВЛЕНИЯ МИМО-СИСТЕМАМИ ВЫРАЩИВАНИЯ МОНОКРИСТАЛЛОВ

Для кристаллизации сцинтилляционных монокристаллов рассмотрен метод стабилизации по состоянию и выходу линейной МИМО-системы на основе специфического преобразования подобия исходной системы, что позволяет в явном виде определить элементы, изменение которых с помощью обратной связи обеспечивает устойчивость замкнутой системы.

Ключевые слова: монокристалл, метод Чохральского, система, управление, стабилизация, устойчивость, рандомизация.

Введение. Аппарат исследования динамических систем получил широкое распространение для множества современных объектов управления, которые могут быть представлены в виде линейных моделей и для которых используют как регулярные, так и нерегулярные (теория локализации систем) законы управления, а также выполняют параметризацию этих законов. Задача стабилизации линейной динамической системы, в той или иной постановке, до сих пор не утратила своей актуальности. В процессе решения всех известных постановок этой задачи обеспечиваются некоторые заданные требования к процессу управления. К настоящему времени ставится вопрос о таких способах реализации этих требований, которые дают возможность упростить решение задачи синтеза управления, обеспечить устойчивость и высокое качество управления.

Анализ исследований и публикаций. В практике решения задачи стабилизации линейных систем с многими входами и многими выходами возникает ряд проблем, которые рассматривались в следующих работах: размещение полюсов замкнутой системы [1]; формулировка и решение математически строгой задачи модального управления обыкновенными многоходовыми линейными системами [2, 3]; использование *LMI*-областей [4 – 6], границы которых описываются определенного вида линейными матричными неравенствами; использование алгебраических и матричных методов в линейных МИМО-системах [7].

Формирование целей и задач. Особое внимание в настоящее время уделяется исследованиям методов стабилизации по состоянию и выходу линейной МИМО-системы, выполненных на основе преобразования

© Ю. М. Епифанов, В. С. Суздаль, О. В. Соболев, 2014

подобия исходной системы и устраняющих трудности вычислительного характера с ростом размерности пространства состояний.

Целью настоящей работы является решение задачи синтеза закона стабилизации для многомерного процесса с использованием рандомизации для процедуры генерации матриц определенных размеров.

Для достижения поставленной цели необходимо для ММО-системы обеспечить выполнение требования в смысле размещения собственных значений матриц замкнутой системы в заданной области и в практических приложениях осуществить синтез стабилизирующего регулятора по состоянию и по выходу для системы управления процессом выращивания монокристаллов.

Материалы исследований: рандомизированный синтез. В качестве объекта управления выбрана линейная многомерная динамическая система:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu, \quad x(t_0) = x_0, \\ y &= Cx; \quad x \in R^n, \quad u \in R^r, \quad y \in R^m, \end{aligned} \quad (1)$$

где x – вектор состояния, y – выходной вектор, u – вектор управления, подаваемого на вход ОУ x_0 – начальные условия, т.е. состояние ОУ в начальный момент времени t_0 , A, B, C – постоянные матрицы соответствующих размеров.

Для системы (1) существует управление с обратной связью

$$u = Fx, \quad (2)$$

где $F \in R^{r \times n}$ – матрица регулятора по состоянию, либо

$$u = Ky = KCx, \quad (3)$$

где $K \in R^{r \times m}$ – матрица регулятора по выходу.

Управление системой (1) с помощью законов (2) или (3) является такой задачей, когда необходимо найти такие матрицы F или K , что выполняются некоторые требования, например, по размещению полюсов замкнутой системы (собственных значений матриц $A + BF$, $A + BKC$ на комплексной плоскости) или требования к переходным процессам в замкнутой системе в смысле минимума некоторого заданного функционала. Такая задача, например, была решена в [8] на основе специфического преобразования подобия исходной системы.

Известно, что если для некоторой матрицы $M \in R^{n \times n}$ выполняется неравенство Ляпунова

$$M^T P + PM < 0, \quad P^T = P > 0, \quad (4)$$

то эта матрица является асимптотически устойчивой.

Исходя из (4) докажем следующие теоремы.

Теорема 1. Пусть для системы (1) выполняется матричное неравенство Ляпунова

$$\left(\begin{array}{c|c} \frac{B^L AB^{LT}}{X} & \frac{B^L AB}{Y} \end{array} \right)^T Z + Z \left(\begin{array}{c|c} \frac{B^L AB^{LT}}{X} & \frac{B^L AB}{Y} \end{array} \right) < 0, \quad (5)$$

где $Z = Z^T > 0$, $X \in R^{s \times (n-s)}$, $Y \in R^{s \times s}$ – искомые матрицы, тогда асимптотически устойчива любая матрица $A + BF$, у которой

$$F = XB^L + YB^+ - B^+A, \quad (6)$$

где B^+ – псевдообратная матрица Мура-Пенроуза, B^L – левый делитель нуля, который удовлетворяет условию $B^L B = 0_{r \times r}$, B^{LT} – ортогональная матрица, удовлетворяющая условию $B^L B^{LT} = I_{n-r}$ [9].

Из выполнения матричного неравенства Ляпунова (5) следует, что асимптотически устойчива матрица

$$\left(\begin{array}{c|c} \frac{B^L AB^{LT}}{X} & \frac{B^L AB}{Y} \end{array} \right). \quad (7)$$

Пусть матрица преобразования подобия [8]

$$T = \left(\begin{array}{c} B^L \\ B^+ \end{array} \right) \quad (8)$$

обратимая матрица, для которой

$$T^{-1} = \left(\frac{B^L}{B^+} \right)^{-1} = \left(B^{LT} | B \right), \quad (9)$$

т.е.

$$\left(B^{LT} | B \right) \left(\frac{B^L}{B^+} \right) = B^{LT} B^L + B B^+ = I_n. \quad (10)$$

Преобразования подобия для матриц A и $A + BF$:

$$TAT^{-1} = \left(\begin{array}{c|c} \frac{B^L AB^{LT}}{B^+ AB^{LT}} & \frac{AB^L B}{B^+ AB} \end{array} \right), \quad (11)$$

$$T(A + BF)T^{-1} = \left(\begin{array}{c|c} \frac{B^L AB^{LT}}{B^+ AB^{LT} + FB^{LT}} & \frac{B^L AB}{B^+ AB + FB} \end{array} \right). \quad (12)$$

Приравняем правую часть выражения (12) к асимптотически устойчивой матрице (7) и проведем почленное сравнение этих матриц. В результате получим уравнение относительно матрицы F :

$$\left(\begin{array}{c|c} \frac{0_{(n-r) \times (n-r)}}{X - B^+ AB^{LT}} & \frac{0_{r \times r}}{Y - B^+ AB} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c|c} \frac{0_{(n-r) \times (n-r)}}{FB^{LT}} & \frac{0_{r \times r}}{FB} \end{array} \right), \quad (13)$$

или

$$\left(X - B^+ AB^{LT} \middle| Y - B^+ AB \right) = F \left(B^{LT} \middle| B \right). \quad (14)$$

Используя свойство (9) перейдем от (14) к равенству

$$\left(X - B^+ AB^{LT} \middle| Y - B^+ AB \right) \begin{pmatrix} B^L \\ B^+ \end{pmatrix} = F, \quad (15)$$

и далее получаем

$$\begin{aligned} F &= XB^L - B^+ AB^{LT} B^L + YB^+ - B^+ ABB^+, \\ F &= XB^L + YB^+ - B^+ A(B^{LT} B^L + BB^+). \end{aligned} \quad (16)$$

С учетом (10) переходим к формуле (6).

Следовательно, в силу асимптотической устойчивости матрицы (7) асимптотически устойчива правая матрица выражения (12) при $F = XB^L + YB^+ - B^+ A$.

Доказательство закончено.

Теорема 2. Пусть для системы (1) выполняется матричное неравенство Ляпунова (5). Пусть также выполняется условие

$$(XB^L + YB^+ - B^+ A)C^R = 0_{r \times (n-m)}, \quad (17)$$

тогда асимптотически устойчива любая матрица $A + BKC$, где

$$K = (XB^L + YB^+ - B^+ A)C^+, \quad (18)$$

где C^+ – псевдообратная матрица.

Преобразования подобия для матриц $A + BKC$.

$$T(A + BKC)T^{-1} = \left(\frac{B^L AB^{LT}}{B^+ AB^{LT} + KCB^{LT}} \middle| \frac{B^L AB}{B^+ AB + KCB} \right). \quad (19)$$

Приравняем правую часть выражения (19) к матрице (7) и проведем поблочное сравнение этих матриц. В результате получим уравнение относительно матрицы K

$$\left(\frac{0_{(n-r) \times (n-r)}}{X - B^+ AB^{LT}} \middle| \frac{0_{r \times r}}{Y - B^+ AB} \right) = \left(\frac{0_{(n-r) \times (n-r)}}{KCB^{LT}} \middle| \frac{0_{r \times r}}{KCB} \right), \quad (20)$$

или в другом виде

$$\left(X - B^+ AB^{LT} \middle| Y - B^+ AB \right) = KC \left(B^{LT} \middle| B \right) \quad (21)$$

Используя свойство (9) перейдем от (21) к уравнению

$$\left(X - B^+ AB^{LT} \middle| Y - B^+ AB \right) \begin{pmatrix} B^L \\ B^+ \end{pmatrix} = KC. \quad (22)$$

Линейное уравнение (22) разрешимо относительно неизвестной матрицы K тогда и только тогда, когда выполняется условие решения правостороннего матричного уравнения [9]

$$\left(X - B^+ AB^{LT} \middle| Y - B^+ AB \right) \begin{pmatrix} B^L \\ B^+ \end{pmatrix} C^R = 0_{r \times (n-m)}, \quad (23)$$

где C^R – матричный правый делитель нуля матрицы C , который удовлетворяет условию $CC^R = 0$.

Упростим выражение (22) с учетом (16).

$$XB^L + YB^+ - B^+ A = KC. \quad (24)$$

Следовательно, в силу асимптотической устойчивости матрицы (7) асимптотически устойчива правая матрица выражения (19) при $K = (XB^L + YB^+ - B^+ A)C^+$.

Доказательство закончено.

Синтез управления для многомерной системы на основе теорем 1 или 2 предполагает решение матричного неравенства Ляпунова (5), что вызывает трудности вычислительного характера с ростом размерности пространства состояний. Одним из способов преодоления этого является рандомизация [10].

В [8] предложено, в данном случае, использовать процедуру генерации матрицы вида

$$A_r = \left(\begin{array}{c|c} B^L AB^{LT} & B^L AB \\ \hline X & Y \end{array} \right), \quad (25)$$

где $X \in R^{r \times (n-r)}$, $Y \in R^{r \times r}$ таковы, что все элементы множества собственных значений лежат в левой полуплоскости.

$$eig(A_r) = \{ \lambda_i \in C : \det(\lambda I_n - A_r) = 0 \}$$

Объект управления. Сцинтилляционные монокристаллы (СМК) выращивают в промышленности методом Чохральского на установках типа «РОСТ», в которых для оценки диаметра растущего кристалла применяют метод измерения падения уровня расплава в результате быстрого дискретного подъема кристалла из расплава на малую величину [11, 12]. Известно, что качество СМК во многом определяется стабильностью скорости кристаллизации, о которой судят по стабильности диаметра выращиваемого монокристалла. Диаметр растущего кристалла управляют, изменяя тепловые условия выращивания. Современные требования к стабильности диаметра монокристалла очень высоки. Например, точность стабилизации диаметра сцинтилляционного монокристалла весом в 500 кг должна быть менее 1%.

Параметризация процесса выращивания как объекта управления (ОУ), проводилось на примере получения крупногабаритных активированных монокристаллов CsI(Tl) методом Чохральского [13]. Процесс выращивания рассматривался как двумерный ЛТИ-объект управления с двумя входными вели-

чинами – температура основного Td и дополнительного Tb нагревателей и двумя выходами – диаметр кристалла Ds и температура подпиточного расплава Tr . В пространстве состояний ОУ имеет следующие матрицы

$$A = \begin{bmatrix} x1 & x2 & x3 & x4 \\ x1 & 0 & -1.49 & 0 & 0 \\ x2 & 1 & -5.65 & 0 & 0 \\ x3 & 0 & 0 & 0 & -0.43 \\ x4 & 0 & 0 & 0.5 & -3.12 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} u1 & u2 \\ x1 & -0.52 & 2.14 \\ x2 & 0.27 & 5.57 \\ x3 & 0.29 & -0.39 \\ x4 & 1.69 & -0.83 \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} x1 & x2 & x3 & x4 \\ y1 & 0 & 4 & 0 & 0 \\ y2 & 0 & 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}.$$

Объект управления полностью управляем и наблюдаем.

Синтез регуляторов для управления процессом кристаллизации будем проводить в замкнутой системе на основе следующих требований к переходному процессу в канале управления $Td - Ds$:

- длительность переходного процесса не более 15 с,
- перерегулирование менее 5%,
- установившаяся ошибка менее 0.1%.

Результаты исследований: синтез регулятора по состоянию. Для синтеза стабилизирующего регулятора по состоянию воспользуемся теоремой 1. Соответственно, псевдообратная матрица B^+ , левый делитель нуля B^L , ортогональная матрица B^{LT} , будут:

$$B^+ = \begin{pmatrix} -0.4724 & 0.2458 & 0.1370 & 0.7983 \\ 0.0599 & 0.1553 & -0.0055 & 0.0118 \end{pmatrix},$$

$$B^L = \begin{pmatrix} 0.2571 & -0.0635 & 1 & 0 \\ 1.4405 & -0.4794 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$B^{LT} = \begin{pmatrix} 15.0731 & -1.9958 \\ 45.2961 & -8.0837 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Генерация матрицы (25) проводилась в ходе итерационного процесса рандомизации в среде MATLAB с использованием команды `randn`.

Оптимальной в смысле выполнения требований к переходному процессу в замкнутой системе, является матрица

$$A_r = \begin{pmatrix} -0.3096 & 0.5466 & -0.3489 & -0.2464 \\ 10.1454 & -2.1433 & -2.2391 & 2.3058 \\ 2.3409 & -0.5177 & -0.8653 & 0.5084 \\ -0.3939 & -0.0865 & -1.6278 & -0.0514 \end{pmatrix},$$

где матрицы

$$X = \begin{pmatrix} 2.3409 & -0.5177 \\ -0.3939 & -0.0865 \end{pmatrix}, Y = \begin{pmatrix} -0.8653 & 0.5084 \\ -1.6278 & -0.0514 \end{pmatrix}.$$

Собственные значения матрицы A_r лежат в левой полуплоскости. Регулятор F находился по выражению (6).

$$F = \begin{pmatrix} 0.0495 & -0.7927 & 1.8203 & 1.3387 \\ 0.4663 & 0.5111 & -0.9895 & -0.2272 \end{pmatrix}. \quad (26)$$

Собственные значения матриц замкнутой системы $A+BF$ лежат в левой полуплоскости, что свидетельствует об успешном решении задачи стабилизации. Запас устойчивости системы d_λ по корням ее характеристического полинома $\Delta(\lambda)$ определялся по выражению $d_\lambda = -\max \operatorname{Re} \lambda_i$, где $\lambda_i (i = \overline{1, n})$ – корни характеристического полинома степени n . Для замкнутой системы с регулятором по состоянию (26) $d_\lambda = 9.1821$.

Для канала управления «температура основного Td нагревателя – диаметр кристалла Ds » на рис. 1 приведена переходная характеристика замкнутой системы, на рис. 2 – функции дополнительной чувствительности T_z и чувствительности S_z .

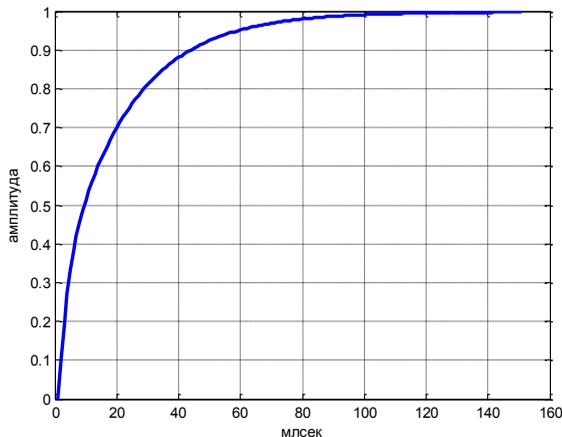


Рис. 1 – Переходная характеристика замкнутой системы с регулятором по состоянию

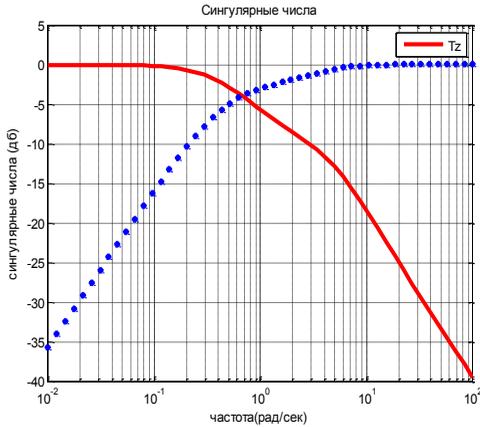


Рис. 2 – Функции T_z и S_z в системе с регулятором по состоянию

Анализ полученных результатов синтеза показывает, что требования к системе управления выращиванием монокристаллов в системе с синтезированным регулятором по состоянию выполняются.

Синтез регулятора по выходу. Для синтеза стабилизирующего регулятора по выходу воспользуемся теоремой 2. Псевдообратная матрица C^+ и правый делитель нуля C^R матрицы C , соответственно, будут:

$$C^+ = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0.25 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0.25 \end{pmatrix}, \quad C^R = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Для выполнения требований к переходному процессу в замкнутой системе генерацией матрицы (25) методом рандомизации найдены матрицы

$$X = \begin{pmatrix} -0.6462 & 9.0161 \\ -9.2371 & -0.9405 \end{pmatrix}, \quad Y = \begin{pmatrix} -1.6339 & -6.9758 \\ 7.8826 & -2.4483 \end{pmatrix}.$$

Так как условие (17) выполняется, то матрица регулятора находится по выражению (18)

$$K = \begin{pmatrix} -1.2893 & 2.5863 \\ 7.0265 & 2.4783 \end{pmatrix}.$$

Для канала управления $Td - Ds$ на рис. 3 приведена переходная характеристика замкнутой системы с регулятором по выходу, на рис. 4 – функции дополнительной чувствительности T_z и чувствительности S_z . Собственные значения матриц замкнутой системы $A + BKC$ лежат в левой полуплоскости. Запас устойчивости системы $d_\lambda = 153.9664$.

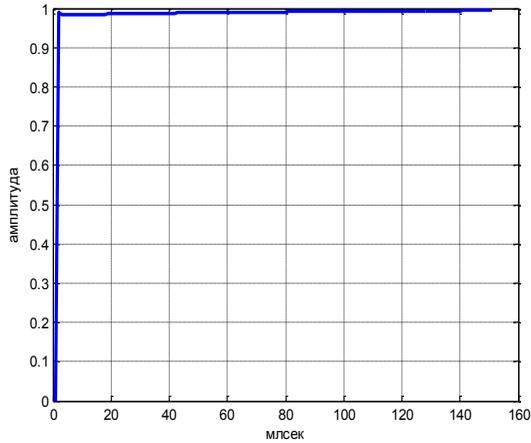


Рис. 3 – Переходная характеристика замкнутой системы с регулятором по выходу

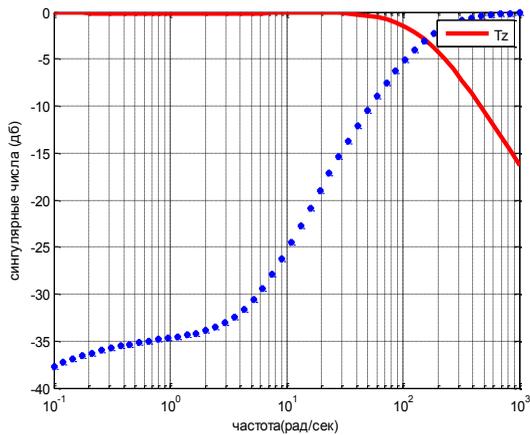


Рис. 4 – Функции T_z и S_z в системе с регулятором по выходу

Анализ полученных результатов показывает, что требования к системе управления выращиванием монокристаллов в системе с синтезированным регулятором по выходу выполняются, а по сравнению с регулятором по состоянию система отличается степенью подавления возмущений (см. рис. 2 и рис. 4).

Выводы. Для управления процессом выращивания монокристаллов сформулированы требования к системе управления и на основе двух доказанных теорем синтезированы регулятор по состоянию и регулятор по выходу. Полученные с этими регуляторами системы устойчивы, что свидетельствует об успешном решении задачи стабилизации. Системы управления с синтезированными регуляторами обеспечивают выполнение требований к

качеству систем управления выращиванием крупногабаритных СМК и различаются степенью подавления возмущений в низкочастотной области.

Список литературы: 1. Kailath T. Linear systems. Englewood cliffs / T. Kailath. – NJ : Prentice Hall, 1980. 2. Kalman R.E. Contributions to the theory of optimal control / R.E. Kalman // Bulletin de la Sociedad Matematica Mexicana. –1960. – № 5. – P. 102–119. 3. Wonham W.M. On pole-assignment in multi-input controllable systems / Wonham W.M. // IEEE Trans. Automat. Control. –1967. – V. 12, № 6. – P. 660–667. 4. Skelton R.E. An unified algebraic approach to linear control design / R.E. Skelton, T. Iwasaki, K. Grigoriadis. – London : Taylor&Francis Ltd., 1998. 5. Chilali M. H_∞ design with pole placement constraints: an LMI approach / M. Chilali, P. Gahinet // IEEE Trans. Automat. Control. –1996. – V. 41, № 3. – P. 358–367. 6. Scherer C. Multiobjective output-feedback control via LMI optimization / C. Scherer, P. Gahinet, M. Chilali // IEEE Trans. Automat. Control. –1997. – V. 42. – P. 896–911. 7. Мисриханов М. Ш. Алгебраические и матричные методы в теории линейных МИМО-систем / М. Ш. Мисриханов, В. Н. Рябченко // Вестник ИГЭУ. – Вып. 5. – 2005. – С. 196–240. 8. Мисриханов М. Ш. Новый метод стабилизации динамической системы / М. Ш. Мисриханов, В. Н. Рябченко // Вестник ИГЭУ. – Вып. IX. – М.: 2009. – С. 413–430. 9. Буков В. Н. Решение матричных уравнений методом канонизации / В. Н. Буков, В. Н. Рябченко, В. В. Косьянчук, Е. Ю. Зыбин // Вестник Киевского ун-та. Сер. Физ.-матем. Науки. – Вып. 1. – К.: Изд. Киевского нац. ун-та. – 2002. – С. 19–28. 10. Граничин О. Н. Рандомизированные алгоритмы оценивания и оптимизации при почти произвольных помехах / О. Н. Граничин, Б. Т. Поляк. – М.: Наука, 2003. – 200 с. 11. Суздаль В.С.. Сцинтилляционные монокристаллы: автоматизированное выращивание. / [Суздаль В. С., Стадник П. Е., Герасимчук Л. И., Епифанов Ю. М.] // Сер. Состояние и перспективы развития функц. матер. для науки и техники. – Харьков: ИСМА, 2009.– 260 с. 12. Рост кристаллов / [Горилецкий В. И., Гринев Б. В., Заславский Б. Г. и др.]. – Харьков: АКТА, 2002. – 535 с. 13. Суздаль В.С. Параметрическая идентификация VARMAX моделей процесса кристаллизации крупногабаритных монокристаллов / В. С. Суздаль, Ю. М. Епифанов, А. В. Соболев, И. И. Тавровский // Нові технології. Науковий вісник Кременчуцького університету економіки, інформаційних технологій і управління. – 2009. – №4(26). – С. 23–29.

Bibliography (transliterated): 1. Kailath T. Linear systems. Englewood cliffs / T. Kailath. – NJ : Prentice Hall, 1980. 2. Kalman R.E. Contributions to the theory of optimal control / R.E. Kalman // Bulletin de la Sociedad Matematica Mexicana. –1960. – № 5. – P. 102–119. 3. Wonham W.M. On pole-assignment in multi-input controllable systems / Wonham W.M. // IEEE Trans. Automat. Control. –1967. – V. 12, № 6. – P. 660–667. 4. Skelton R.E. An unified algebraic approach to linear control design / R.E. Skelton, T. Iwasaki, K. Grigoriadis. – London : Taylor&Francis Ltd., 1998. 5. Chilali M. H_∞ design with pole placement constraints: an LMI approach / M. Chilali, P. Gahinet // IEEE Trans. Automat. Control. –1996. – V. 41, № 3. – P. 358–367. 6. Scherer C. Multiobjective output-feedback control via LMI optimization / C. Scherer, P. Gahinet, M. Chilali // IEEE Trans. Automat. Control. –1997. – V. 42. – P. 896–911. 7. Misrihanov M. Sh. Algebraicheskie i matrichnye metody v teorii linejnyh MIMO-sistem / M. Sh. Misrihanov, V. N. Rjabchenko // Vestnik IGJeU. – Vyp. 5. – 2005. – С. 196–240. 8. Misrihanov M. Sh. Novyj metod stabilizacii dinamicheskoj sistemy / M. Sh. Misrihanov, V. N. Rjabchenko // Vestnik IGJeU. – Vyp. IX. – М.: 2009. – С. 413–430. 9. Bukov V. N. Reshenie matrichnyh uravnenij metodom kanonizacii / V. N. Bukov, V. N. Rjabchenko, V. V. Kos'janchuk, E. Ju. Zybin // Vestnik Kievskogo un-ta. Ser. Fiz.-matem. Nauki. – Vyp. 1. – К.: Izd. Kievskogo nac. un-ta. – 2002. – S. 19–28. 10. Granichin O. N. Randomizirovannye algoritmy ocenivaniya i optimizacii pri pochti proizvol'nyh pomehah / O. N. Granichin, B. T. Poljak. – М.: Nauka, 2003. – 200 s. 11. Cuzdal' V.S.. Scintilljacionnye monokristally: avtomatizirovannoe vyrashhivanie. / [Cuzdal' V. S., Stadnik P. E., Gerasimchuk L. I., Epifanov Ju. M.] // Ser. Sostojanie i perspektivy razvitiya funkcion. mater. dlja nauki i tehniki. – Har'kov: ISMA, 2009.– 260 s. 12. Rost kristallov / [Gorileckij V. I., Grinev B. V., Zaslavskij B. G. i dr.]. – Har'kov: AKTA, 2002. – 535 s. 13. Suzdal' V.S. Parametricheskaja identifikacija VARMAX modelej processa kristallizacii krupnogabaritnyh monokristallov / V. S. Suzdal', Ju. M. Epifanov, A. V. Sobolev, I. I. Tavrovskij // Novi tehnologii. Naukovij visnik Kremenuchuk'kogo universitetu ekonomiki, informacijnih tehnologij i upravlinnja. – 2009. – №4(26). – S. 23–29.

Поступила (received) 04.02.2014