УДК 681.518

С.І. КОНДРАШОВ, д-р. техн. наук, ***М.І. ОПРИШКІНА***, НТУ "ХПІ"

АНАЛІЗ НЕЛІНІЙНОСТІ РЕЛЯЦІЙНО-РІЗНИЦЕВОГО ОПЕРАТОРА ТЕСТОВОЇ КОРЕКЦІЇ ДЛЯ ДРОБОВО-РАЦІОНАЛЬНИХ ФУНКЦІЙ ПЕРЕТВОРЕННЯ

Проведено аналіз нелінійності реляційно-різницевого оператора тестової корекції вхідного сигналу вимірювального перетворювача, що має дробово-раціональну функцію перетворення та визначено константи, що дозволяють визначити параметри системи тестового контролю та необхідну кількість додаткових вимірювань.

The analysis nonlinear forms relationship relational-different correction operator input signal of the measuring converter is organized, which has is crushed-rational float and is determined constants, that allow to choose the parameters of the test system checking and define the necessities an amount additional measurements.

На цей час достатньо ґрунтовно розглянуті тестові методи контролю вимірювальних перетворювачів (ВП) з поліноміальною моделлю функції перетворення [1–4]. У той же час, цілий ряд ВП, наприклад ємнісні, електромагнітні, мають дробово-раціональну функцію перетворення (ДРФП). Принципова можливість тестового контролю таких ВП доведена у роботі [5], але до цього часу не проведено аналізу метрологічних характеристик таких тестових систем.

У роботах [5,6] було проведено теоретичний аналіз тестового контролю ВП з ДРФП для різних методів формування тестових впливів при «лінеаризації» ФП гіперболами, але не проведено оцінку похибки нелінійності самої ФП.

Метою роботи є проведення аналізу нелінійності форми зв'язку реляційно-різницевого оператора корекції вхідного сигналу вимірювального перетворювача, що має дробово-раціональну функцію перетворення та визначення константи, що дозволить визначити параметри системи тестового контролю, тобто вибрати розрядність АЦП та необхідну кількість додаткових вимірювань.

У роботі [7] було розглянуто множину моделей операторів корекції вхідного сигналу ВП з ДРФП у вигляді

$$y = a_0 + \frac{a_1}{x} \tag{1}$$

при формуванні тестових впливів $\left(x+\theta_1\right)$ і $\left(x-\theta_2\right)$. У загальному випадку оцінка дійсного значення вхідного сигналу $\hat{x}$ ВП визначається із узагальнених формул:

$$\begin{aligned} \hat{x} &= \theta_1 F_1(\psi, \theta_1, \beta), \\ \hat{x} &= \theta_2 F_2(\psi, \theta_2, \gamma) \end{aligned} \qquad (2)$$

де ψ – реляційно-різницева модель (РРМ) оператора корекції вхідного сигналу; F_1, F_2 – узагальнені моделі функціональних операторів корекції; $\beta = \theta_2/\theta_1$, $\gamma = \theta_1/\theta_2$ – відношення значень тестових впливів.

У роботі [7] показано, що для ВП з ДРФП (1) РРМ оператора корекції матиме вигляд

$$\psi = \frac{\Delta y_{20} + \Delta y_{01}}{\Delta y_{20} - \Delta y_{01}}.$$

Значення функціональних операторів корекції F_1 і F_2 визначаються співвідношеннями:

$$F_1(\psi, \theta_1, \beta) = \frac{\Delta y_{20} + \Delta y_{01}}{\Delta y_{20} - \beta \Delta y_{01}}; \qquad F_2(\psi, \theta_2, \gamma) = \frac{\Delta y_{20} + \Delta y_{01}}{\gamma \Delta y_{20} - \Delta y_{01}}. \qquad (3)$$

Ці формули вказують на те, що похибка визначення оцінки $\hat{x}$ визначатиметься похибками визначення функціональних операторів корекції (3). Отримані функції F_1, F_2 мають методичну похибку нелінійності, яка є визначальною.

Задана вище функція F є нелінійною. Також до її складу входять результати вимірів Δ_{ij}, отримані опосередковано. Отже, щоб оцінити похибку оператора корекції F, необхідно використати метод лінеаризації. Він передбачає розкладання нелінійної функції в ряд Тейлора [8].

У загальному випадку реляційно-різницеві оператори тестової корекції (3) задаються у вигляді [1]:

$$F = f(\Delta_1, \Delta_2, \ldots \Delta_m).$$

Для оцінки результату і похибки вимірювань знайдемо ефективні оцінки $\hat{\Delta}_{ij}$ дійсних значень Δ_{ij}. Такі оцінки забезпечуватимуть найбільшу точність результату опосередкованих вимірювань значення Y.

$$\overset{\circ}{\Delta} F = \hat{F} - F; \qquad \overset{\circ}{\Delta}(\Delta_i) = \hat{\Delta}_i - \Delta_i,$$

де $\overset{\circ}{\Delta} F$, $\overset{\circ}{\Delta}(\Delta_i)$ – абсолютні випадкові похибки оцінок $\hat{F}$ та $\hat{\Delta}_i$ відповідно.

Враховуючи, що в результатах прямих вимірів Δ_{ij} присутні тільки випадкові похибки квантування сигналу, можна записати

$$F = \hat{F} - \overset{\circ}{\Delta} F = f\left[\left(\hat{\Delta}_1 - \overset{\circ}{\Delta}(\Delta_1)\right), \left(\hat{\Delta}_2 - \overset{\circ}{\Delta}(\Delta_2)\right), \ldots \left(\hat{\Delta}_m - \overset{\circ}{\Delta}(\Delta_m)\right)\right]. \qquad (4)$$

Зважаючи на те, що відношення $\overset{\circ}{\Delta}_i \big/ \tilde{\Delta}_i \ll 1$, функцію (4) розкладемо у ряд Тейлора, у якому обмежимося лінійним наближенням

$$F = \hat{F} - \overset{\circ}{\Delta} F = f\left(\tilde{\Delta}_1,\ \tilde{\Delta}_2, \dots \tilde{\Delta}_m\right) - \sum_{i=1}^{m} \frac{\partial f}{\partial \Delta_i} \overset{\circ}{\Delta}\left(\Delta_i\right) + R. \qquad (5)$$

де $f\left(\tilde{\Delta}_1,\ \tilde{\Delta}_2, \dots \tilde{\Delta}_m\right)$ – нелінійна форма залежності вимірюваної величини F від аргументу функції Δ_i.

$R = \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^{m} \frac{\partial f}{\partial \Delta_i \partial \Delta_j} \overset{\circ}{\Delta}\left(\Delta_i\right) \overset{\circ}{\Delta}\left(\Delta_j\right)$ – залишковий член ряду Тейлора [8].

Перепишемо (5) у вигляді двох рівнянь:

$$\hat{F} = f\left(\tilde{\Delta}_1,\ \tilde{\Delta}_2, \dots \tilde{\Delta}_m\right),$$

$$\overset{\circ}{\Delta} F = \sum_{i=1}^{m} \frac{\partial f}{\partial \Delta_i} \overset{\circ}{\Delta}\left(\Delta_i\right) + \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^{m} \frac{\partial f}{\partial \Delta_i \partial \Delta_j} \overset{\circ}{\Delta}\left(\Delta_i\right) \overset{\circ}{\Delta}\left(\Delta_j\right) = \sum_{i=1}^{m} \frac{\partial f}{\partial \Delta_i} \overset{\circ}{\Delta}\left(\Delta_i\right) + R. \qquad (6)$$

Залишковим членом ряду Тейлора можна знехтувати за умови

$$R \le 0{,}8 \sqrt{\sum_{i=1}^{m} \left(\frac{\partial f}{\partial \Delta_i}\right)^2 \hat{\sigma}^2_{\overset{\circ}{\Delta}}},$$

$$R \le 0{,}8 \cdot S. \qquad (7)$$

На практиці їм нехтують, як правило, без перевірки цієї умови і залишають у (6) лише лінійні за похибкою члени ряду. Але у системах тестового контролю ця перевірка стає необхідною тому, що значення вимірюваного вихідного сигналу є на порядок більшим, ніж значення різниць Δ_{ij}. Також, при використанні різницевих величин підсилюється вплив випадкової похибки. У найгіршому випадку ця складова похибки подвоюється [1]. За цих умов стає необхідним виконати перевірку умови (7). Закон розподілу щільності ймовірності значень $\overset{\circ}{\Delta}_{ij}$ є трикутним, а середньоквадратичне відхилення випадкової похибки становить

$$\sigma\left(\bar{\Delta}_{ij}\right) = \frac{q}{\sqrt{6k}}, \qquad (8)$$

де k – кількість вимірювань різниць Δ_{ij}.

Визначимо залишковий член ряду Тейлора R за формулою

$$R = \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^{n} \frac{\partial^2 F}{\partial \Delta y_{ij}^2} \left(\overset{\circ}{\Delta}\left(\Delta y_{ij}\right)\right)^2 .$$

Після підстановки похідних, отримаємо

$$R=\frac{1}{2}\left[\frac{2\Delta y_{01}(\beta+1)}{(\Delta y_{20}-\beta\Delta y_{01})^{3}}+\frac{2\beta\Delta y_{20}(\beta+1)}{(\Delta y_{20}-\beta\Delta y_{01})^{3}}-\frac{2(\beta+1)(\Delta y_{20}+\beta\Delta y_{01})}{(\Delta y_{20}-\beta\Delta y_{01})^{3}}\right]\times.$$

$$\times\overset{0}{\Delta}(\Delta y_{01})\cdot\overset{0}{\Delta}(\Delta y_{20}).$$

У цій формулі максимальні випадкові похибки вимірювання різниць сигналів дорівнюють шагу квантування $\overset{0}{\Delta}(\Delta y_{01})=\overset{0}{\Delta}(\Delta y_{20})=q$ засобу вимірювання [1], а тому можна записати

$$R=q^{2}\frac{(\beta-1)(\Delta y_{01}-\Delta y_{20})}{(\Delta y_{20}-\beta\Delta y_{01})^{3}}. \tag{9}$$

Перейдемо до відносних значень R, поділивши його на функцію F:

$$\tilde{R}=\frac{R}{F}=q^{2}\frac{(\beta^{2}-1)(\Delta y_{01}-\Delta y_{20})}{(\Delta y_{01}+\Delta y_{20})\cdot(\Delta y_{20}-\beta\Delta y_{01})^{2}}. \tag{10}$$

Перейдемо до визначення правої частини виразу (7). Перепишемо цей вираз у відносній формі

$$\tilde{S}=\frac{S}{F}=\frac{\sigma(\beta+1)}{(\Delta y_{20}-\beta\Delta y_{01})(\Delta y_{01}+\Delta y_{20})}\sqrt{\Delta y_{01}^{2}+\Delta y_{20}^{2}}. \tag{11}$$

Перевіримо виконання умови (7) Враховуючи (8), можна записати

$$\frac{q(\beta-1)(1-\psi_{0})}{\Delta y_{01}(\psi-\beta)}\le 0,8\frac{1}{\sqrt{6k}}\sqrt{1+\psi_{0}^{2}} \tag{12}$$

де $\psi_{0}=\dfrac{\Delta y_{20}}{\Delta y_{01}}$.

З (12) видно, що при $\beta=1$, тобто коли тести рівні за абсолютним значенням, умова малості залишкового члену ряду виконується завжди.

Для того, щоб врахувати похибку нелінійності, необхідно визначити параметри системи тестового контролю. Шаг квантування засобу вимірювання визначається як

$$q=\frac{Y_{max}}{2^{n}-1}\cong\frac{Y_{max}}{2^{n}},$$

коли $2^{n}\gg 1$, де n – кількість розрядів АЦП.

Тоді (12) перепишеться у вигляді

$$\frac{1}{2^{n}}D_{y}D_{\Delta y}\frac{(\beta-1)(1-\psi_{0})}{(\psi-\beta)}\le 0,8\frac{1}{\sqrt{6k}}\sqrt{1+\psi_{0}^{2}}, \tag{13}$$

де $D_y = \dfrac{Y_{max}}{Y}$ – динамічний діапазон значення вхідного сигналу ВП; $D_{\Delta y} = \dfrac{Y}{\Delta y_{01}}$ – динамічний діапазон значення тестового впливу.

У нерівності (13) у правій частині знаходиться СКВ результату вимірювання значення оцінки вхідного сигналу після здійснення тестових впливів. По суті це точність визначення дійсного значення вхідного сигналу при тестовому контролі. Збільшення кількості надлишкових вимірювань k дозволяє підвищувати точність системи тестового контролю, але при цьому можливо невиконання умови (13). Це зумовлюється тим, що значення кроку квантування *q* не змінюється. Зменшення q призводить до виконання умови (13), тобто для більш точних вимірювань $\hat{x}$ необхідно підвищувати розрядність АЦП.

Доцільно розглянути комплексний підхід до вирішення задачі вибору АЦП та кількості надлишкових вимірювань *k* з урахуванням заданої точності тестового контролю і виду функції оператора корекції.

Визначимо число розрядів АЦП при $n = n_{КР}$

$$\frac{1}{2^n} D_y D_{\Delta y} \frac{(\beta-1)(1-\psi_0)}{(\psi-\beta)} = 0.8\frac{1}{\sqrt{6k}}\sqrt{1+\psi_0^2}\ ;$$

$$2^n = \frac{\sqrt{6k} D_y D_{\Delta y} (\beta-1)(1-\psi_0)}{0.8\sqrt{1+\psi_0^2}\,(\psi_0-\beta)};$$

$$n_{КР} = \log_2 \frac{1.25\sqrt{6k} D_y D_{\Delta y} (\beta-1)(1-\psi_0)}{\sqrt{1+\psi_0^2}\,(\psi_0-\beta)}. \qquad (14)$$

Формула (14) дозволяє визначити мінімальне число розрядів АЦП $n_{КР}$ при якому можна нехтувати систематичною похибкою.

З іншого боку S_x визначає відносну похибку вимірювання, граничне значення якої можна знайти за формулою

$$\delta x_P = \frac{\Delta x_P}{\hat{x}} \qquad (15)$$

де Δx_P – граничне значення абсолютної похибки, що дорівнює $\Delta x_P = 1.6 \cdot S_x$ з довірчою ймовірністю $P_{ДОВ} = 0{,}95$; $\hat{x}$ – оцінка значення вхідного сигналу $\hat{x} = F \cdot \theta$.

Знайдемо СКВ результату вимірювання, як

$$S_x = S(F) \cdot \theta .$$

Тоді

$$\delta x_P = \frac{1.6\sigma(\beta+1)\sqrt{1+\psi_0^2}}{\Delta y_{01}(\psi-\beta)(\psi_0+1)}. \qquad (16)$$

За умови, що значення σ визначають з (8), можна знайти кількість розрядів АЦП *n*, що забезпечить необхідну точність системи тестового контролю

$$n = \log_2 \frac{1.6DyD\Delta y(\beta+1)\sqrt{1+\psi_0^2}}{\delta x_P \sqrt{6k}(\psi_0-\beta)(\psi_0+1)}. \qquad (17)$$

За умови рівності $n = n_{KP}$, отримаємо

$$C = \delta x_P \cdot k = 0,213\frac{(\beta+1)\left(1+\psi_0^2\right)}{(\beta-1)\left(1-\psi_0^2\right)} \qquad (18)$$

Значення $C = \delta x_P \cdot k$ є константою для заданої різницевої моделі F_1 оператора корекції. Ця константа залежить від співвідношення тестових впливів, що може становити значення від 1 до 2 та мати різні знаки. Константа *C* дозволяє при заданій похибці вимірювання δx_P визначити кількість багаторазових вимірювань при заданій похибці оцінки $\hat{x}$.

Значення констант С було розраховано для усіх видів функцій операторів корекції F_i (3). Аналізуючи отримані дані, можна зробити висновок, що значення С залежить лише від відношення тестів θ_1/θ_2, тобто від β або γ.

Отримані результати дозволяють розробити інженерний метод розрахунку параметрів системи тестового контролю.

Список літератури: **1.** *Кондрашов С.І.* Методи підвищення точності систем тестових випробувань електричних вимірювальних перетворювачів у робочих режимах: Монографія. – Харків.: НТУ "ХПІ", 2004. – 224 с. **2.** *Кондрашов С.І., Володарський Є.Т., Опришкіна М.І.* Розрахунок похибок нелінійності реляційно-різницевих операторів корекції похибок вимірювальних перетворювачів // Український метрологічний журнал. –2004. –Вип. 1. – 2004. –С. 52-57. **3.** *Туз Ю.М.* Структурные методы повышения точности измерительных устройств. –К.: Вища школа. Головное изд-во, 1976. –256 с. **4.** *Бромберг Э.М., Куликовский К.Л.* Тестовые методы повышения точности измерений. –М.: Энергия, 1978, -176 с. **5.** *Кондрашов С.І., Опришкіна М.І.* Реляційно-різницеві моделі операторів корекції вимірювальних перетворювачів з дробово-раціональними функціями перетворення // Вестник НТУ "ХПИ". Сб. науч. трудов. Тематическое издание: Автоматика и приборостроение. – Харьков.: НТУ "ХПИ". –2005.–Вып. 7. –С. 77-80. **6.** *Лиманова Н.И.* Тестовый метод повышения точности измерений датчиков с нелинейными дробно-рациональными функциями преобразования. // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. – 2000. – № 10. – С. 28-31. **7.** *С.І.Кондрашов, М.І. Опришкіна Ю.О. Скрипник* Лінеаризація оператора корекції похибок вимірювального перетворювача методом гіпербол // Наук. праці VI МНТК "Метрологія та вимірювальна техніка" у 2-х томах. Т.2. –Харків: ХДНДІМ, 2008. –С. 297-300. **8.** ГСИ. Измерения косвенные. Определение результатов измерений и оценивание их погрешностей М.: Изд-во стандартов. 1991. – 9 с.

Надійшла в редколегію 15.12.2008