

УДК 621.9.06-9.11

В.Б. СТРУТИНСЬКИЙ, В.М. ЧУПРИНА, О.Я. ЮРЧИШИН**ПІДВИЩЕННЯ ТОЧНОСТІ МЕТАЛОРІЗАЛЬНИХ ВЕРСТАТІВ НА ОСНОВІ ЧИСЕЛЬНИХ РОЗРАХУНКІВ ЕЛІПСОЇДІВ ЖОРСТКОСТІ**

На основі тензорно-геометричного підходу до опису жорсткості основних підсистем верстату складено модель просторової жорсткості його пружної системи. Розроблено алгоритм знаходження статичної жорсткості (податливості) верстату в довільному напрямку тривимірного простору і побудовано поверхні статичної жорсткості.

Ключевые слова: металорізальний верстат, пружна система, підсистема, жорсткість, тензор, просторова модель

Інтенсифікація процесу обробки в сучасних технологічних процесах вимагає забезпечення високої жорсткості металорізальних верстатів, яка безпосередньо пов'язана з точністю обробки. Це проявляється у вигляді нерівномірної жорсткості верстата в робочому просторі – анізотропії жорсткості, яка впливає на точність обробки і появу відхилень від ідеальної геометричної форми оброблюваних деталей. Як наслідок на деталі збільшуються макро- і мікропохибки у вигляді викривлення форми деталей (еліпсність, овальність, огранка, конусність і інше), а також погіршується шорсткість їх поверхонь. Тому дослідження жорсткості металорізальних верстатів є актуальним питанням.

Проблема в загальному вигляді полягає у підвищенні точності металорізальних верстатів.

Дослідження в даному напрямку проведені значним числом авторів. В фундаментальних роботах Д.М.Решетова, З.І.Левіної, В.Е.Пуша [5-7] теоретично обґрунтований зв'язок показників точності обробки деталей на верстаті з характеристиками жорсткості верстата і його вузлів. Показаний вплив жорсткості верстата на показники його точності, зокрема жорсткості окремих вузлів на баланс геометричної точності верстата.

В монографії В.О.Кудинова [1] показана роль статичної і динамічної жорсткості верстатів і їх вузлів, на точність обробки. Введено поняття еліпсів жорсткості (супортних груп, шпиндельних вузлів і інших). Визначені причини втрати стійкості, виникнення автоколивань і вібрацій при різанні і викликані ними похибки обробки у вигляді порушення геометрії деталей (еліпсність, огранка, хвилястість) та погіршення шорсткості оброблених поверхонь.

В роботі Ю.В.Подураєва [2] на основі тензорно-геометричного уявлення про структуру оброблюваної машини (промислового робота, верстата) уведено поняття різних еліпсоїдів мехатронної машини – кінематики, жорсткості, динаміки. Це є найбільш узагальнений підхід, тому що еліпсоїд відображає анізотропію параметрів машини не в окремій площині, а у тривимірному просторі (3D- просторі).

В роботах [3,4] розвинуто тензорно-математичний підхід до аналізу статичних і динамічних систем шляхом математичного моделювання.

В літературних джерелах не виявлено результатів розробки моделей просторової жорсткості мета-

лорізальних верстатів. Даній частині загальної проблеми і присвячена дана стаття.

В статті зроблена спроба розвинути проведені дослідження і на основі тензорно-геометричного підходу до опису жорсткості основних підсистем побудувати модель, яка відображає анізотропію жорсткості в робочій зоні металорізального верстата для подальшого аналізу точності обробки на верстаті.

Мета статті. Метою статті є розробка статичної тензорно-геометричної моделі просторової жорсткості верстату з урахуванням жорсткості його основних підсистем.

Для досягнення мети поставлені і вирішені задачі досліджень, які включають аналіз конструктивних схем металорізальних верстатів із введенням еліпсоїдів жорсткості, розробка методів побудови еліпсоїдів та визначення фактичних поверхонь жорсткості та деформативності.

Основна частина. Металорізальний верстат – це збірна механічна конструкція, яка складається з багатьох окремих елементів (вузлів, підвузлів та деталей). Відомо, що компоновки верстатів здебільшого нагадують профіль скоби [7]. При цьому на несучих елементах конструкції (станинах, стійках, порталах) базуються окремі підсистеми верстата (шпиндельні групи, супортні групи, консольні чи хрестові столи і інші). Вони призначені для утримання кінцевих елементів пружної системи – деталі (заготовки) та різального інструменту.

Для аналізу жорсткості пружної системи (ПС) верстата скористаємось діакоптичним підходом, зокрема поділом ПС на підсистеми, як це запропоновано в роботі [3].

Схема статичної моделі повної ПС верстата показана на рисунку 1-а.

В загальному випадку статична модель верстату може бути подана у вигляді багатьох складових підсистем, пов'язаних пружними в'язями. Зокрема в даній роботі – у вигляді трьох підсистем: інструмента (підсистема 1), деталі (підсистема 2) і несучої системи (підсистема 3).

Підсистема 3 практично не впливає на відносні переміщення між точками підсистем 1 і 2, які формують геометрію обробної деталі. Тому доцільно перейти до спрощеної моделі, схема якої показана на рисунку 1-б.

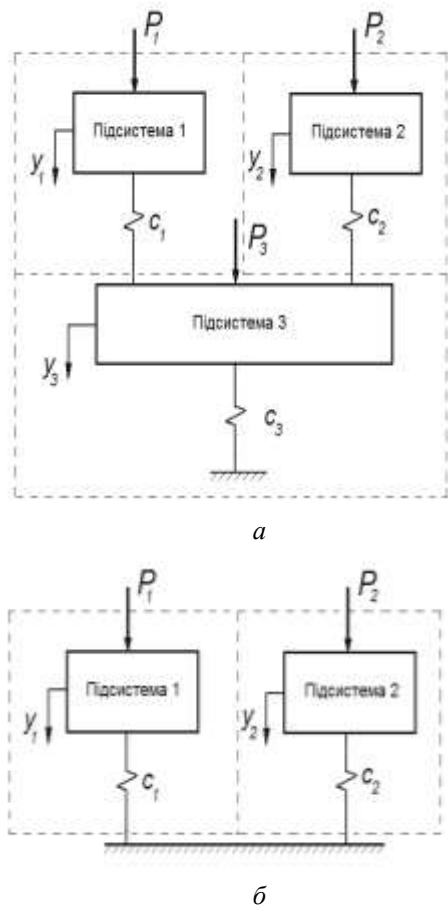


Рис. 1 – Схеми статичних моделей ПС верстата:
а – повна модель; б – спрощена модель

Не зважаючи на спрощення, ця модель відображає основні закономірності формування траєкторії руху інструмента відносно деталі в процесі різання.

Кожна з цих підсистем має власну жорсткість. Ця жорсткість може бути приведена до кінцевого елемента (до зони різання) у вигляді еліпсоїда жорсткості. Таких підсистем у металорізальному верстаті налічується щонайменше дві, з яких одна пов'язана з інструментом, а інша – з заготовкою (обробною деталлю). Відповідно до кількості підсистем у верстаті існує як мінімум два еліпсоїди жорсткості – еліпсоїд жорсткості інструменту (ЕЖІ) та еліпсоїд жорсткості деталі (ЕЖД).

На рисунку 2 зображені приклади конструктивних схем верстатів різного технологічного призначення з еліпсоїдами жорсткості головних підсистем.

Кожному еліпсоїду жорсткості відповідає діагональна матриця жорсткості

$$C = [c_{ij}] = \begin{bmatrix} c_{x0} & 0 & 0 \\ 0 & c_{y0} & 0 \\ 0 & 0 & c_{z0} \end{bmatrix}, \quad (1)$$

де c_{x0}, c_{y0}, c_{z0} – головні жорсткості підсистеми.

Або в такому вигляді

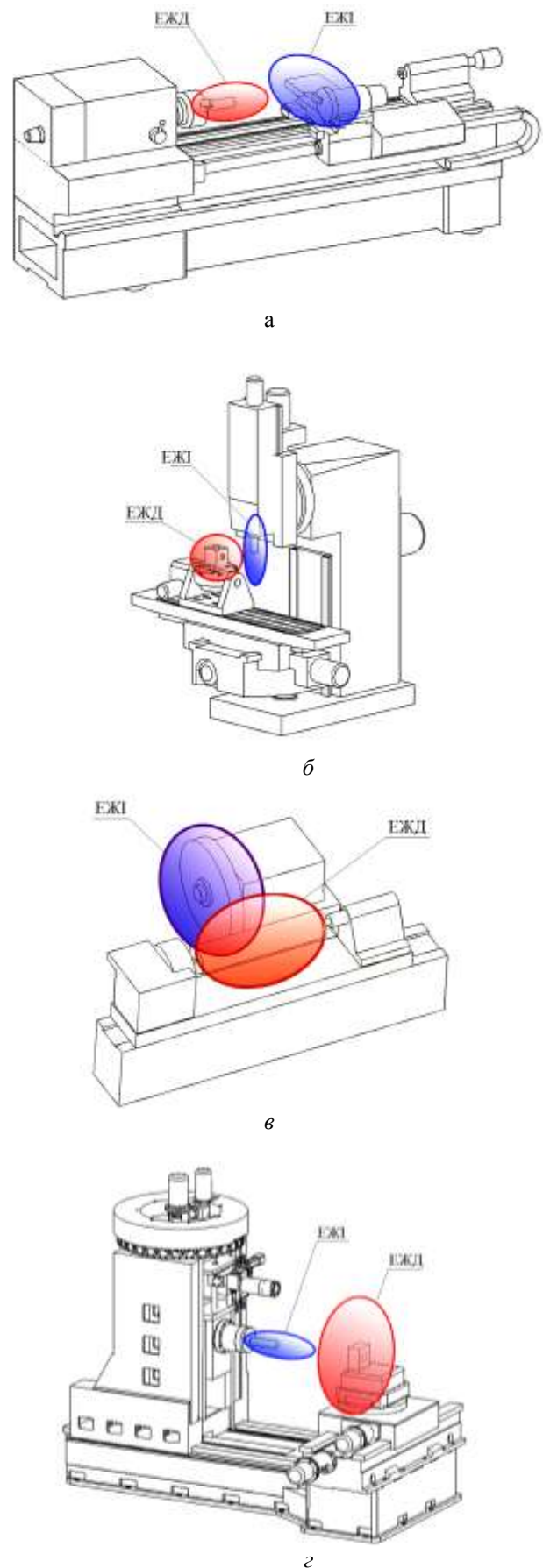


Рис. 2 – Еліпсоїди жорсткості інструмента (ЕЖІ) і деталі (ЕЖД) для верстатів різних технологічних груп: а – токарного; б – фрезерного; в – круглошліфувального; г – багатоопераційного

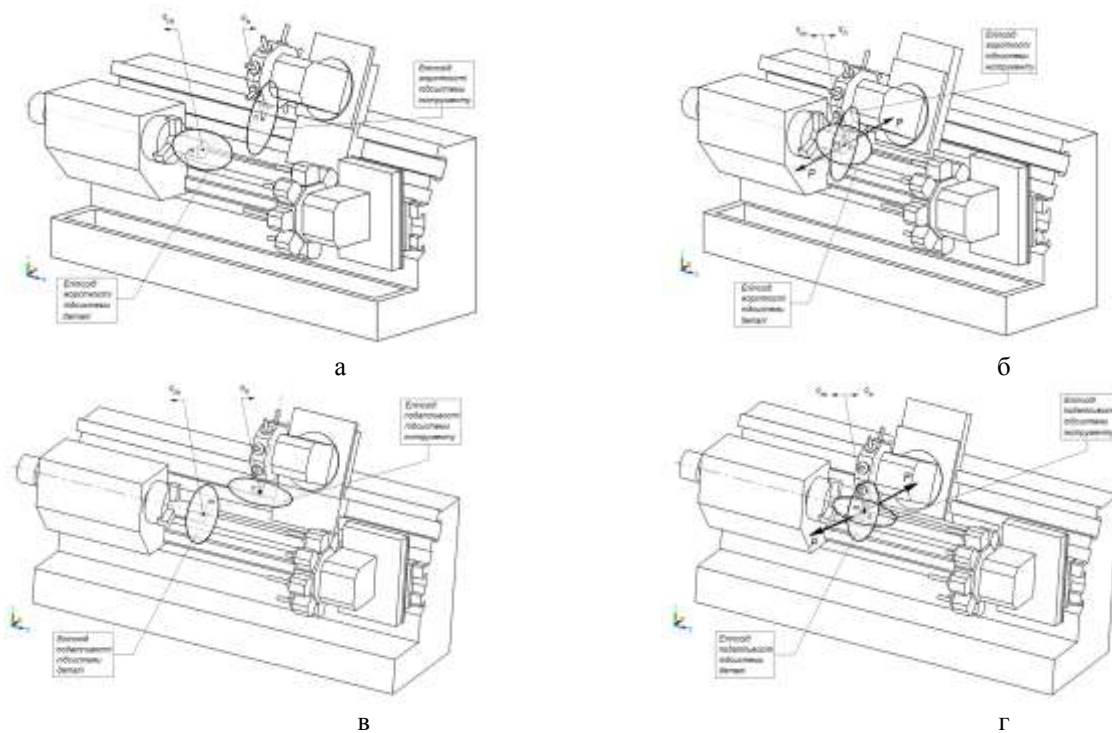


Рис. 3 – Конструктивні схеми ПС токарного верстату з еліпсоїдами жорсткості (а, б) та податливості (в, г): а, в - в неробочому стані; б, г - в робочому стані (при різанні)

$$\begin{bmatrix} x & y & z \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{1}{c_{x0}^2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{c_{y0}^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{c_{z0}^2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = 1. \quad (2)$$

Розглянемо взаємодію двох підсистем (шпиндельної групи і поперечного супорту) токарного верстату, конструктивні схеми якого показані на рисунку 3.

Як показано на рисунку 3-а в неробочому стані верстата центри еліпсоїдів жорсткості розташовані в точках приведення жорсткостей (кінцевих точках) підсистем інструмента та деталі (відповідно n і m).

Під час різання на ПС верстата здійснюється навантаження силою різання P . Ця сила діє на інструмент в точці n , а її реакція – на деталь в точці m . В процесі обробки вершина інструменту входить в контакт із заготовкою. При обробленні заготовки різальним інструментом точки n і m зближуються, часто практично збігаються (рис.3-б).

Деформації елементів верстата під дією сил різання, які зумовлені кінцевою жорсткістю ПС, викликають появу в системі узагальнених координат переміщень q , причому як абсолютних переміщень точок q_n і q_m , так і відносних – $\Delta q = q_m - q_n$. Ці переміщення формують відхилення від ідеальної геометрії деталі, тобто похибки обробки (переважно в напрямку нормалі до оброблюваної поверхні). Щоб в процесі роботи верстата ці відхилення не переви-

щували встановлені допускові межі, необхідно забезпечити достатню жорсткість ПС верстата, причому як статичну, так і динамічну

При вирішенні просторово-деформаційних задач більш зручним є використання величин податливості ніж жорсткості.

Для трьох головних жорсткостей c_{x0}, c_{y0}, c_{z0} існують три зворотні величини – головні податливості $\delta_{x0}, \delta_{y0}, \delta_{z0}$ ШВ і, звичайно, інший еліпсоїд – еліпсоїд податливості.

Еліпсоїд податливості ШВ відображає зміну податливості ШВ в просторі, тобто розподіл величин податливості системи в різних напрямках робочого простору від центра еліпсоїда. Величина податливості визначається довжиною радіус-вектора еліпсоїда в заданому напрямку.

Еліпсоїд податливості математично описується формулами, аналогічними еліпсоїду жорсткості, тільки замість c використовується $1/\delta$.

На рисунку 2-в показана конструктивна схема ПС токарного верстату з еліпсоїдами податливості двох головних підсистем – інструмента і деталі (заготовки). Ці еліпсоїди є спряженими до відповідних еліпсоїдів жорсткості.

Під час різання на верстаті центри еліпсоїдів (точки n і m) також зближуються, як це показано на рисунку 2-г.

Для знаходження статичної податливості верстата в довільному напрямку (а потім і жорсткості системи) визначимо сумарну податливість системи через податливості складових підсистем інструмента і

деталі, а також опишемо відповідну їй поверхню статичної податливості.

Сила різання P та її реакція діють на точки n і m в протилежних напрямках. Тому відносно переміщення $\Delta q = q_m - q_n$ (в заданому напрямку) буде знаходити у вигляді алгебраїчної суми абсолютних переміщень точок n і m . Знайдемо його через податливості пружних підсистем в цих точках

$$\Delta q = P \cdot \delta_m - (-P) \cdot \delta_n = P \cdot (\delta_m + \delta_n). \quad (3)$$

Величина Δq – це фактично відтиснення інструменту від деталі у заданому напрямку, яке безпосередньо визначає точність обробки на верстаті.

З формули (3) випливає, що результуюча податливість ПС верстата у заданому напрямку дорівнює сумарній податливості інструмента і деталі в зоні різання, тобто $\delta = \delta_m + \delta_n$.

Таким чином результуючу поверхню податливості ПС можна побудувати за допомогою двох еліпсоїдів податливості, отриманих для точок n і m .

В будь-якому випадку ця поверхня вже не буде еліпсоїдом.

В деяких часткових випадках, тільки якщо головні осі еліпсоїдів співпадають і для обох виконується умова $c_{x0} > c_{y0} > c_{z0}$, результуючу поверхню податливості ПС можна приблизно (з незначною похибкою) замінити поверхнею еліпсоїду податливості, яка описується рівнянням

$$(\delta_{x_{0n}} + \delta_{x_{0m}})^2 \cdot x_0^2 + (\delta_{y_{0n}} + \delta_{y_{0m}})^2 \cdot y_0^2 + (\delta_{z_{0n}} + \delta_{z_{0m}})^2 \cdot z_0^2 = 1. \quad (4)$$

В загальному ж випадку напрямки головних осей податливості не збігаються. При цьому форму результуючої поверхні можна отримати шляхом графічних побудов.

Алгоритм знаходження реальної результуючої поверхні запропоновано наступний:

1. Задаємо рівняння еліпсоїду податливості для підсистеми інструмента (точка n).

2. Визначаємо рівняння прямої лінії, яка проходить через центр еліпсоїда і задає напрямок визначення податливості.

3. Знаходимо координати точки перетину прямої з еліпсоїдом податливості (точка K).

4. Визначаємо величину податливості δ_n .

5. Повторюємо п.п. 1-4 для іншого еліпсоїда для підсистеми деталі (точка m) і визначаємо величину податливості δ_m .

6. Знаходимо сумарну податливість в цьому напрямку для всієї ПС за визначеними підсистемами.

При знаходженні точок на поверхнях еліпсоїдів напрямок задається нескінченною прямою L , яка записується у вигляді канонічного рівняння

$$\frac{x - x_0}{l} = \frac{y - y_0}{m} = \frac{z - z_0}{n}. \quad (5)$$

де l, m, n – напрямні коефіцієнти;

x_0, y_0, z_0 – координати точки, яка лежить на прямій.

Якщо точка на прямій співпадає з початком системи координат, то

$$\frac{x}{l} = \frac{y}{m} = \frac{z}{n}. \quad (6)$$

Також, пряму L можна задати як лінію перетину двох не компланарних площин у вигляді системи рівнянь

$$\begin{cases} A_1 x + B_1 y + C_1 z + D_1 = 0, \\ A_2 x + B_2 y + C_2 z + D_2 = 0. \end{cases} \quad (7)$$

Якщо площини проходять через початок системи координат, то $D_1 = D_2 = 0$

З рівняння (6) можна знайти коефіцієнти для системи (7):

$$A_1 = m; B_1 = -l; C_1 = 0; A_2 = n; B_2 = 0; C_2 = -l. \text{ Таким}$$

чином, координати точки K перетину еліпсоїда з прямою L (див. п.3 алгоритму) можна знайти з системи лінійно-квадратичних рівнянь виду

$$\begin{cases} A_1 x + B_1 y + C_1 z = 0, \\ A_2 x + B_2 y + C_2 z = 0, \\ a_{11} x^2 + a_{22} y^2 + a_{33} z^2 + 2a_{12} xy + 2a_{23} yz + 2a_{13} xz + a_{44} = 0 \end{cases} \quad (8)$$

Тут два перших рівняння задають пряму, а третє належить поверхні еліпсоїда. Квадратичні рівняння мають два рішення, тому таких точок перетину на поверхні існує дві – K та K' . Їх координати симетричні відносно точки O завдяки центральній симетрії еліпсоїда.

Податливість підсистеми інструмента δ_n в даному напрямку знайдемо як довжину (модуль) радіус-вектора $\vec{K}$, проведеного з центра еліпсоїда в точку K

$$\delta_n = \left| \sqrt{(x_K^2 + y_K^2 + z_K^2)} \right|. \quad (9)$$

Замінивши третє рівняння системи (8) на рівняння для другого еліпсоїду, по аналогії отримаємо податливість підсистеми деталі δ_m .

Повну податливість ПС в цьому напрямку визначаємо як сумарну податливість, тобто $\delta_\Sigma = \delta_m + \delta_n$, або

$$\delta_\Sigma = \left| \sqrt{(x_{K_m}^2 + y_{K_m}^2 + z_{K_m}^2)} \right| + \left| \sqrt{(x_{K_n}^2 + y_{K_n}^2 + z_{K_n}^2)} \right| \quad (10)$$

Відкладаючи δ_Σ від центра O в даному напрямку, знаходимо точку на напрямній прямій. Сукупність точок визначає результуючу поверхню відносної податливості ПС.

Таким чином за даним алгоритмом можна побудувати результуючу поверхню статичної податливості пружної системи верстата в цілому.

На рисунку 4 показана побудова поверхні з двох еліпсоїдів за вищезазначеним алгоритмом. При цьому співвідношення півосей еліпсоїдів приймалось таким: для першого - 1:2:3, для другого - 1:3:2. Отримана результуюча поверхня зовсім не схожа на еліпсоїд. Вона відображає розподіл податливості ПС системи верстата в просторі.

На рисунку 5 приведені приклади поверхонь, отримані для різних варіантів співвідношення осей еліпсоїдів (в межах одного порядку). Як видно з наведених зображень форм поверхонь, просторова податливість ПС верстату в різних напрямках суттєво змінюється.

При деяких інших видах обробки (наприклад, при обробці фасонних поверхонь) головні осі еліпсоїдів

можуть бути не колінеарними. Вони можуть повертатись на різні кути, причому не тільки відносно глобальної координатної системи верстата, але й поміж собою. Особливо це розповсюджено у верстатах з поворотними головками, поворотними столами та 4-6 координатних верстатах з ЧПК і оброблювальних центрах.

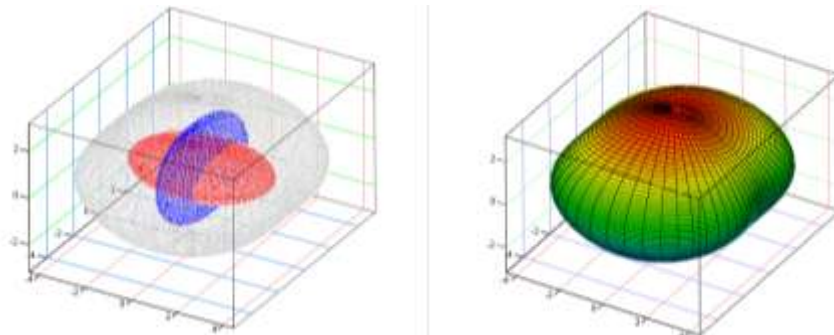


Рис. 4 – Побудова поверхні статичної податливості ПС верстату з двох еліпсоїдів

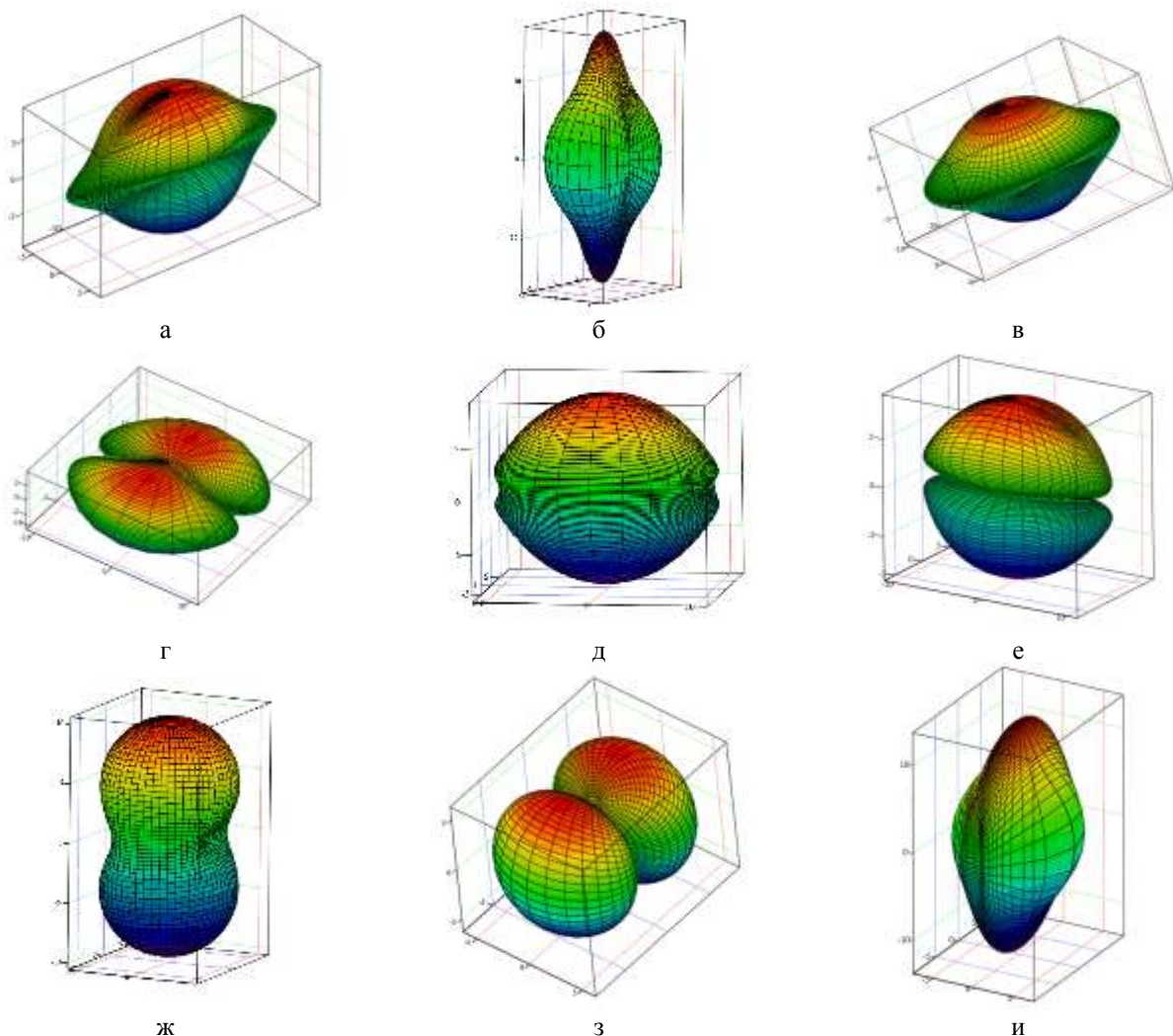


Рис. 5 – Поверхні податливості ПС верстата з різними співвідношеннями осей двох еліпсоїдів $a_1 : b_1 : c_1$ і $a_2 : b_2 : c_2$: а – 2:8:1 і 1:7:8; б – 2:1:8 і 1:7:8; в – 7:8:1 і 1:7:8; г – 7:2:1 і 1:7:2; д – 7:2:1 і 1:7:8; е – 7:2:1 і 1:7:8; ж – 2:1:2 і 1:4:8; з – 2:1:2 і 1:7:1; и – 1:7:8 і 6:1:5;

На рис. 6 наведений приклад вертикально-фрезерного верстату з ЧПК з додатковими поворотними координатами А і В. Допоміжний стіл може повертатись на кут α навкруги осі Х, а поворотна шпиндельна головка – на кут β навкруги осі Y. При наявності поворот-

ного столу можна отримати також поворот на кут γ навкруги осі Z. Одночасно з цими вузлами відбувається поворот відповідних еліпсоїдів жорсткості (податливості) на ті ж самі кути.

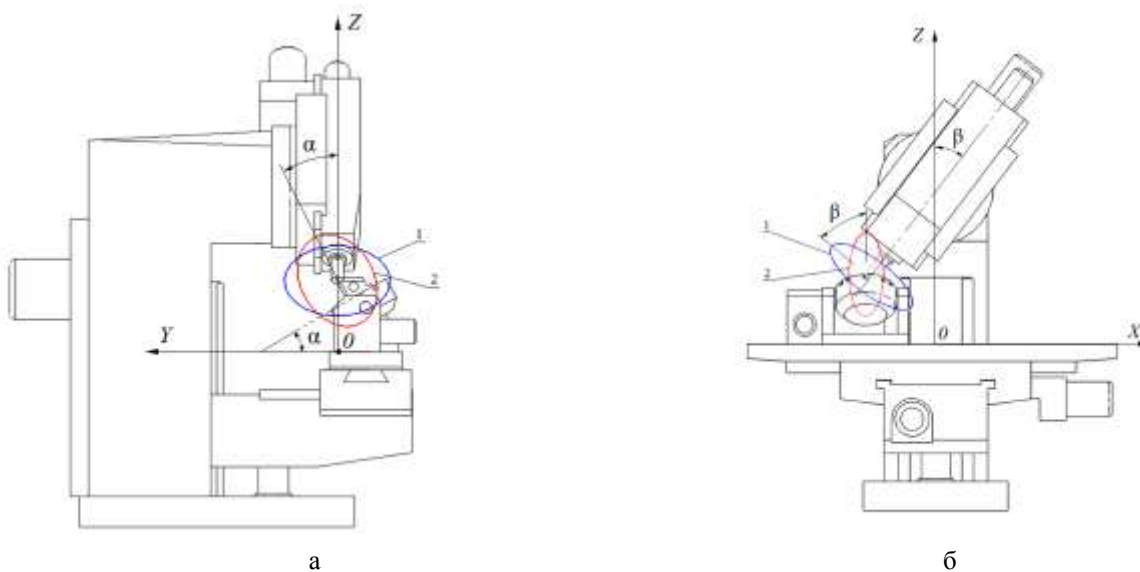


Рис. 6 – Розташування еліпсоїдів податливості інструмента (1) і деталі (2) на вертикально-фрезерному верстаті з поворотом осей на кути α і β : а, б – зона обробки в проекціях

В таких конструкціях верстатів задача побудови результуючої поверхні жорсткості (податливості) дещо ускладнюється, тому що в загальному випадку слід враховувати усі можливі додаткові кути поворотів.

На рисунку 6 показана побудова поверхні, яку можна отримати з двох еліпсоїдів з довільними незалежними поворотами осей обох еліпсоїдів на кути $\alpha_1; \beta_1; \gamma_1$ та $\alpha_2; \beta_2; \gamma_2$ відповідно. При цьому результуюча поверхня переорієнтується в просторі та змінюється по формі, причому іноді досить суттєво.

Анізотропія просторової жорсткості (податливості) пружної системи суттєво впливає на точність обробки на верстаті і сприяє появі макро- і мікро- по-

хибок на оброблюваній деталі. Побудована поверхня статичної податливості пружної системи верстата дозволяє визначати величини деформацій підсистем верстату від діючих силових навантажень і, як наслідок, знайти відтиснення інструменту від деталі в процесі різання, які обумовлюють точність обробки на верстаті - відхилення від ідеальних розмірів.

При зміні напрямку діючої сили змінюється величина відтиснення, яка визначає відхилення від ідеальної геометричної форми оброблюваних деталей. Таким чином, поверхня просторової жорсткості (податливості) пружної системи встановлює безпосередній зв'язок жорсткості (податливості) верстату з точністю обробки, зокрема значеннями отриманих розмірів і формою оброблюваних деталей.

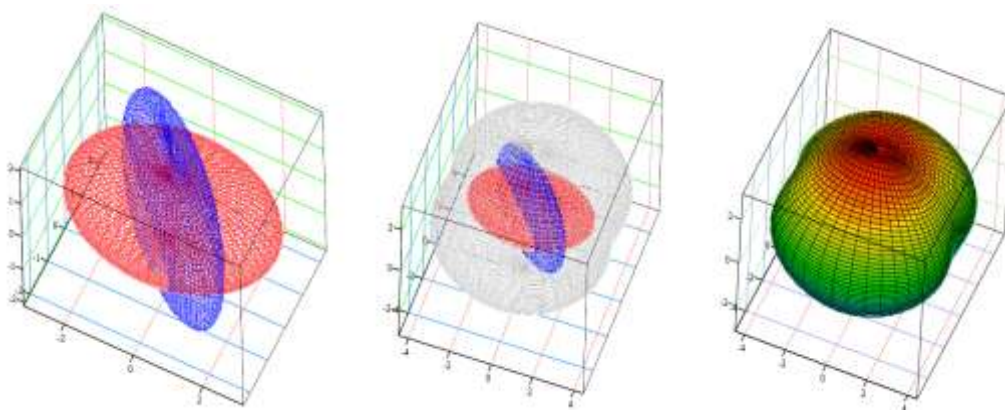


Рис. 7 – Побудова поверхні з двох еліпсоїдів з поворотом осей на кут 30°

Висновки

1. На основі тензорно-геометричного підходу до опису жорсткості головних підсистем верстату (інструмента і деталі) у вигляді еліпсоїдів жорсткості (податливості) складено статичну розрахункову модель пружної системи верстату для визначення його просторової жорсткості (податливості).

2. Розроблено алгоритм знаходження величини статичної жорсткості (податливості) в зоні різання верстату в довільному напрямку тривимірного простору.

3. Запропонована тензорно-геометрична модель просторової жорсткості у формі 3D-поверхні дає можливість визначення величини жорсткості (податливості) в будь-якому напрямку робочого простору верстату.

4. На основі побудованої 3D-поверхні знайдено величину деформації верстату в зоні різання та її залежність від діючого навантаження, зокрема відтиснення інструменту від деталі, яке безпосередньо впливає на точність обробки – розміри і форму деталі. Таким чином, встановлено зв'язок просторової жорсткості (податливості) верстату з точністю обробки на верстаті та надані рекомендації по підвищенню точності.

5. Як напрямок подальших досліджень рекомендується експериментальне визначення еліпсоїдів жорсткості та деформативності окремих вузлів металорізальних верстатів.

Список літератури: 1. Кудинов В.А. Динамика станков. / В.А.Кудинов – М.: Машиностроение, 1967 – 360 с. 2. Подураев

Ю.В. Мехатроника: основы, методы, применение: учебн. пос. для вузов. / Ю.В. Подураев – М.: Машиностроение, 2006. – 256 с. 3. Струтинский В.Б. Математичне моделювання процесів та систем механіки: підручник. / В.Б. Струтинський – Житомир, ЖІТІ, 2001– 612 с. 4. Струтинський В.Б. Тензорні математичні моделі процесів та систем: Підручник. / В.Б. Струтинський – Житомир: ЖДТУ, 2005. – 635 с. 5. Детали и механизмы металлорежущих станков. В 2-х т. Под ред. Решетова Д.Н. Издательство: Машиностроение, 1972. 6. Левина З.М., Решетов Д.Н. Контактная жесткость машин / З.М. Левина, Д.Н. Решетов – М.: Машиностроение, 1971. – 264 с. 7. Пуш В.Э. Конструирование металлорежущих станков / В.Э.Пуш – М.: Машиностроение, 1977. — 390 с. 8. Струтинський В.Б. Обладнання для високочастотної вібраційної обробки деталей мікрорізанням з формуванням спеціального мікропрофілю / В.Б. Струтинський, І.В. Перфілов / Вісник національного технічного університету «ХПІ». Зб.наук.праць. Серія: Технології в машинобудуванні. – Х.: НТУ «ХПІ». 2015. - №4. – С. 23-27.

Bibliography (transliterated): 1. Kudinov V.A. Dynamics machines – Moscow: Mashinostroenie, 1967 – 360 P. 2. Poduraev Ju.V. Mechatronics: Fundamentals, Methods, ApplicationP. – Moscow: Mashinostroenie, 2006. – 256 P. 3. Strutins'kij V.B. Mathematical modeling of processes and systems mechanicP. – Zhitomir, ZhITI, 2001.– 612 p. 4. Strutins'kij V.B. Tensor mathematical models of processes and systemP. – Zhitomir: ZhDTU, 2005. – 635 P. 5. Details and mechanisms of machine toolP. Pod red. Reshetova D.N. Moscow: Mashinostroenie, 1972. 6. Levina Z.M., Reshetov D.N. Contact stiffness machines – Moscow: Mashinostroenie, 1971. – 264 P. 7. Push V.Je. Construction cutting machines – Moscow: Mashinostroenie, 1977. — 390 P. 8. Strutins'kij V.B., Perfilov I.V. Equipment for high vibration machining micromachining with the formation of a special microprofile / Bulletin of National technical University "Kharkiv Polytechnic Institute".- Kharkov : NTU "KhPI", 2015. - No4. – pP. 23-27.

Поступила (received) 15.10.2015

Струтинський Василь Борисович – д.т.н., проф., заслужений діяч науки і техніки України, завідувач кафедри конструювання верстатів та машин Національний технічний університет України «КПІ», тел.: (044) 454-94-61, e-mail: kvm_mmi@mail.ru;

Strutynskyi Vasyi Borysovych – Doctor of Technical Sciences, Full Professor, honored worker of science and engineering of Ukraine, head of design tools and machines, National Technical University of Ukraine «KPI», tel.: (044) 454-94-61, e-mail: kvm_mmi@mail.ru;

Юрчишин Оксана Ярославовна – к.т.н., доц. Національний технічний університет України «КПІ», тел.: (044) 454-94-61, e-mail: kvm_mmi@mail.ru;

Yurchyshyn Oksana Yaroslavovna – Candidate of Technical Sciences, Docent, National Technical University of Ukraine «KPI», tel.: (044) 454-94-61, e-mail: kvm_mmi@mail.ru;

Чуприна Володимир Михайлович – к.т.н., доц. Державний науково-випробувальний центр Збройних Сил України, м. Чернігів;

Chupryna Volodymyr Mykhailovych – Candidate of Technical Sciences, Docent, The Chernihiv State Research and Testing Center of the Armed Forces of Ukraine, Chernihiv.