

УДК 536.27

А. А. ШЕВЕЛЕВ, канд. техн. наук; проф. НТУ «ХПИ»;
С. Ю. АБДУЛЛИН, аспирант НТУ «ХПИ»

ЭФФЕКТИВНЫЙ МЕТОД АНАЛИЗА ДИНАМИКИ ДВУХХОДОВОГО ПЛАСТИНЧАТОГО ТЕПЛООБМЕННИКА

На основе метода численного моделирования динамики теплообменного аппарата рассматриваются переходные процессы в пластинчатом двухходовом теплообменнике при экспоненциальном законе изменения температуры греющего теплоносителя. Метод численного моделирования разработан на основе модификации конечно-разностной неявной схемы бегущего счета применительно к аппроксимации системы связанных дифференциальных уравнений динамики рекуперативных теплообменников. Параметрами динамики являются время переходного процесса, выходные температуры теплоносителей, постоянная времени и теплосъем с модульной секции.

Ключевые слова: математическая модель, постоянная времени, теплосъем, время процесса, теплоносители, расчетный модуль, двухходовой пластинчатый теплообменный аппарат, распределенные параметры.

Условные обозначения: c – теплоемкость, Дж/(кг·К); t – температура, °С; t_m – средняя по аппарату температура, °С; h, h_1, h_2 – толщина стенки, половина высоты канала, м; Q – теплосъем модуля, Вт; m – темп повышения температуры греющего теплоносителя с⁻¹; m^* – постоянная времени, с⁻¹; x, y – координаты, м; l, l_1, l_2 – размеры расчетного модуля, м; u – скорость теплоносителя, м/с; α – коэффициент теплообмена, Вт/(м²·К); ρ – плотность, кг/м³; τ – время, с; τ_a – время переходного процесса, с; $\Delta x, \Delta y, \Delta t$ – шаги интегрирования, м и сек.

Индексы: 1, 2 – относится к греющему и нагреваемому теплоносителю соответственно; i, j – относится к узлам сетки.

Введение. При создании современных автоматизированных энергетических и технологических систем, расчет теплообменных аппаратов (ТА) не ограничивается стационарными режимами работы, необходимо иметь количественные зависимости ряда параметров для переходных процессов. Эти зависимости выражают в виде математических моделей (ММ), которые включают дифференциальные уравнения энергии для теплоносителей и стенки. Наиболее совершенными и точными моделями являются те модели, которые описывают свойства объекта с распределенными параметрами. В отличие от объектов с сосредоточенными параметрами объекты с распределенными параметрами описываются более сложными математическими моделями. Поиск эффективных методов решения этих моделей является актуальной задачей технической кибернетики в области нестационарных режимов работы ТА [1–3].

Анализ основных достижений и литературы. В литературе по данной проблематике имеется ограниченное количество работ, которые представлены несложными конструкциями ТА и для которых используются не достаточно эффективные методы решения [4–5].

Цель исследования, постановка задачи. В настоящей статье рассматривается эффективный метод численного анализа динамики пластинчатого теплообменника при экспоненциальном законе изменения температуры теплоносителя при входе в аппарат и двухходовой схеме нагреваемого потока.

Материалы исследования.

Математическая модель. Пластинчатые теплообменники выполняются в виде пакета тонких пластин, которые установлены таким образом, что они образуют

© А.А. Шевелев, С.Ю. Абдуллин, 2014

чередующиеся смежные каналы. Для двухходовых ТА в одном направлении, как правило, движется горячий теплоноситель, а двумя смежными ходами перемещается нагреваемый (рис. 1).

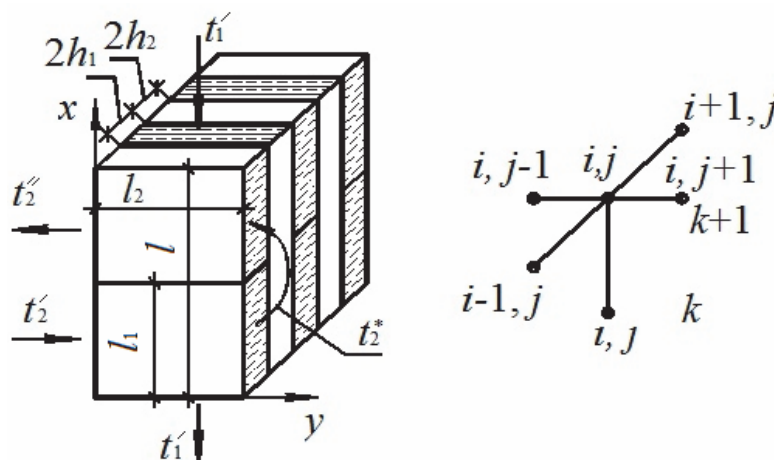


Рис. 1 – Схема двухходового ТА и структура разностной схемы

ТА такой конструкции получили распространение из-за их высокой компактности, малого аэродинамического сопротивления, высокого теплосъема и др. В данной работе рассматриваются переходные процессы, вызванные изменением температуры горячего теплоносителя t_1' по экспоненциальному закону. Холодный теплоноситель поступает в теплообменник с постоянной температурой t_2' . Для анализа переходных процессов была разработана ММ динамики теплообменника. Динамический режим ТА описывается тремя дифференциальными уравнениями в частных производных. Два уравнения являются уравнениями энергии для теплоносителей:

$$\frac{\partial t_1}{\partial \tau} + u_1 \frac{\partial t_1}{\partial x} + B_1(t_1 - t) = 0; \quad (1)$$

$$\frac{\partial t_2}{\partial \tau} + u_2 \frac{\partial t_2}{\partial y} + B_2(t_2 - t) = 0 \quad (2)$$

и одно уравнение нестационарной теплоотдачи для разделительной стенки

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} + A_1(t - t_1) + A_2(t - t_2) = 0, \quad (3)$$

где B_1, B_2, A_1, A_2 – размерные комплексы, определяемые соотношениями:

$$B_1 = \frac{\alpha_1}{c_1 \rho_1 h_1}; \quad (4)$$

$$B_2 = \frac{\alpha_2}{c_2 \rho_2 h_2}; \quad (5)$$

$$A_1 = \frac{\alpha_1}{c \rho h}; \quad (6)$$

$$A_2 = \frac{\alpha_2}{c \rho h}. \quad (7)$$

Решение связанных дифференциальных уравнений (1)–(3) выполняется с учетом начальных и граничных условий. В общем случае начальные условия можно сформулировать следующими соотношениями:

$$\tau = 0; \quad 0 \leq x \leq l; \quad 0 \leq y \leq l_2;$$

$$t_1(x, y, 0) = f_1(x, y); \quad (8)$$

$$t_2(x, y, 0) = f_2(x, y); \quad (9)$$

$$t(x, y, 0) = f(x, y), \quad (10)$$

где $f_1(x, y)$, $f_2(x, y)$, $f(x, y)$ – известные функции распределения температуры соответственно первого и второго теплоносителей и стенки в начальный момент времени.

Для двухходового аппарата граничные условия описывают значение температуры теплоносителей при входе в теплообменник и на входе во вторую ступень нагреваемого теплоносителя.

На входе теплоносителей в ТА задаются следующие граничные условия:

- для горячего теплоносителя при $\tau > 0$; $x = l$; $0 < y < l_2$;

$$t_1(l, y, \tau) = (t_{1\max} - t_n)(1 - \exp(-m\tau)) - t_n; \quad (11)$$

- для холодного теплоносителя при $\tau > 0$; $y = 0$; $0 < x < l_1$;

$$t_2(x, 0, \tau) = \text{const}; \quad (12)$$

- для холодного теплоносителя при входе во вторую ступень при $\tau > 0$; $y = l_2$; $l_1 < x < l$;

$$t_2(x, l_2, \tau) = t_{21}, \quad (13)$$

где $l = 2l_1$, t_{21} – средняя температура холодного теплоносителя при выходе из первой ступени, определяется в процессе решения.

Принимая, что торцы пластин теплообменника изолированы, граничные условия для стенки могут не формулироваться.

Алгоритм решения. Система дифференциальных уравнений математической модели (1)–(3) представляет сложную связанную задачу, аналитическое решение которой не представляется возможным. Поэтому был принят метод численного интегрирования системы уравнений (1)–(3), который был применен авторами в работах [3, 6]. Суть этого метода состоит в том, что дифференциальные уравнения (1)–(3) аппроксимируются по неявной схеме бегущего счета, которая абсолютно устойчива. Устойчивость схемы обеспечивается тем, что значение искомой функции в произвольной точке (t^{k+1}, x, y) получается при помощи интерполяции по точкам (t^k, x, y) и $(t^{k+1}, x - \Delta x, y - \Delta y)$, что гарантирует устойчивость решения [7]. Модифицируя этот метод применительно к системе связанных уравнений (1)–(3) не потребовалась проверка на устойчивость разностных выражений, в чем выражается преимущество метода по сравнению с явными методами, которые получили распространение [4, 5]. Реализуя идею метода бегущего счета, был разработан алгоритм задачи, который включает для принятой системы координат (см. рис. 1) следующие разностные уравнения:

- для теплоносителей:

$$\frac{t_{1,i,j}^{k+1} - t_{1,i,j}^k}{\Delta \tau} + u_1 \frac{t_{1,i,j}^{k+1} - t_{1,i+1,j}^{k+1}}{\Delta x} + B_1(t_{1,i,j}^{k+1} - t_{i,j}^k) = 0; \quad (14)$$

$$0 < i \leq N; \quad 0 < j \leq N_2;$$

$$\frac{t_{2,i,j}^{k+1} - t_{2,i,j}^k}{\Delta\tau} + u_2 \frac{t_{2,i,j}^{k+1} - t_{2,i,j-1}^{k+1}}{\Delta y} + B_2 (t_{2,i,j}^{k+1} - t_{i,j}^{k+1}) = 0; \quad (15)$$

$$0 < i \leq N; \quad 0 < j \leq N_2;$$

- для разделительной стенки:

$$\frac{t_{i,j}^{k+1} - t_{i,j}^k}{\Delta\tau} + A_1 (t_{i,j}^{k+1} - t_{1,i,j}^{k+1}) + A_2 (t_{i,j}^{k+1} - t_{2,i,j}^k) = 0; \quad (16)$$

$$0 < i \leq N; \quad 0 < j \leq N_2.$$

Следует отметить, что при решении на втором ходе холодного теплоносителя выражение (15) принимает несколько другой вид, что следует из идеи метода бегущего счета: направление решения от известных значений температуры.

Результаты исследования. В данной работе основными факторами влияния на характеристики теплообменника рассматривались темп повышения температуры горячего теплоносителя на входе в ТА и скорости движения теплоносителей. Остальные факторы не варьировались. В силу того, что пластинчатый теплообменник представляет собой пакет одинаковых пластин в качестве расчетного модуля рассматривалась одна стальная пластина толщиной $h = 1 \cdot 10^{-3}$ м, размерами: по ходу горячего теплоносителя $l = 1,0$ м, по направлению движения холодного теплоносителя $l_2 = 1$ м. Высота каждого хода холодного теплоносителя принималась равной $l_1 = 0,5$ м. Определяемыми величинами были:

- температура теплоносителей и стенки в переходном режиме (кривые разгона);
- время переходного процесса;
- температура теплоносителей на выходе из теплообменника;
- значение средней температуры теплоносителей и стенки при выходе ТА на стационарный режим и постоянная времени для нагреваемого теплоносителя.

Также определялась величина теплосъема с расчетного модуля. Область решения ($l \times l_2$) была покрыта регулярной сеткой с количеством расчетных узлов – 200. Временной шаг был выбран из требований к точности численного решения, который для всех опытов составил $\Delta\tau = 10$ с. Физические свойства теплоносителей и стенки определялись по средним значениям температуры в переходном процессе. Коэффициенты теплообмена определялись для случая движения среды в щелевом канале с учетом ламинарного или турбулентного режимов течения [8].

Время переходного процесса определялось по рекомендациям [1], т.е. когда текущее значение средней температуры нагреваемого теплоносителя на выходе из ТА удовлетворяет условию

$$t_2^{\Pi} = 0,95(t_{2\max} - t_n) + t_n, \quad (17)$$

где $t_{2\max}$ – максимальная температура нагреваемого теплоносителя, t_n – начальная его температура.

Постоянная времени определялась из условия, когда значение средней температуры холодного теплоносителя на выходе из аппарата достигает значения [1]

$$t_2 = 0,633t_{2\max} + 0,367t_n. \quad (18)$$

Величины теплосъема определялись из теплового баланса для всего ТА (Q_1, Q_2 , Вт) и первой ступени холодного теплоносителя Q_{21} .

На рис. 2 представлены кривые изменения постоянной времени и длительности переходного процесса в зависимости от темпа повышения температуры горячего

теплоносителя. Кривые зависимостей имеют асимптотический характер. Для времени переходного процесса нагреваемого теплоносителя предельное значение τ_a составляет ~ 360 с, которое соответствует параметру $m = 0,07 \text{ с}^{-1}$, предельное значение постоянной времени $m^* = 8,33 \cdot 10^{-3} \text{ с}^{-1}$ при параметре $m = 0,1 \text{ с}^{-1}$.

Следует отметить, что для предельных значений τ_a и m^* выполняется известное соотношение между временем переходного процесса τ_a и временем, которое соответствует постоянной времени τ_{op} , с [1]:

$$\tau_a = 3\tau_{op}. \quad (19)$$

В нашем случае при $\tau_a = 3\tau_{op} = 360/120,048 = 2,9988$, где $\tau_{op} = 1/m^*$.

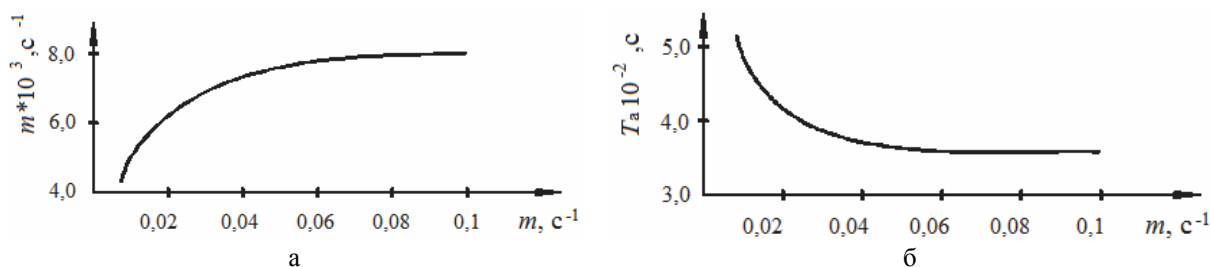


Рис. 2 – Зависимость постоянной времени m^* и времени переходного процесса τ_a от темпа повышения температуры греющего теплоносителя m ($U_1 = U_2 = 4 \text{ м/с}$, $t_{2\max} = 300 \text{ °C}$, $t_n = 20 \text{ °C}$)

Полученный результат указывает на высокую точность разработанного метода и его можно рекомендовать для анализа динамических процессов пластинчатых теплообменников со сложным движением теплоносителей. Следует обратить внимание, что при меньших значениях параметра m , соотношение $\tau_a = 3\tau_{op} < 3$.

При изменении только темпа повышения температуры греющего теплоносителя другие показатели ТА остаются постоянными, со значениями:

– температура теплоносителей

$$t_1^{\text{II}} = 211 \text{ °C}; \quad t_2^{\text{II}} = 217 \text{ °C}; \quad t_{21} = 138 \text{ °C};$$

– теплосъем

$$Q_1 = 2565 \text{ Вт}; \quad Q_2 = 2556 \text{ Вт}; \quad Q_{21} = 1537 \text{ Вт}.$$

Можно отметить, что незначительное расхождение в значениях Q_1 и Q_2 указывает на высокую точность данного метода, для всех выполненных опытов это расхождение не превышало 0,1 %.

Существенное влияние на параметры переходных процессов ТА оказывают скорости теплоносителей. Влияние скорости нагреваемого теплоносителя представлено на рис. 3–4 и в табл. 1.

Из табл. 1 следует значительное влияние скорости U_2 на коэффициенты теплоотдачи и теплосъем. В опытах этой серии коэффициенты теплообмена со стороны горячего теплоносителя были постоянны, $\alpha_1 = 51,0 \text{ Вт/(м}^2 \cdot \text{К)}$.

Влияние скорости горячего теплоносителя приведены в табл. 2.

Из табл. 2 следует, что с увеличением скорости U_1 все параметры переходного процесса возрастают, кроме времени переходного процесса, наименьшее изменение наблюдается в значении температуры горячего теплоносителя на выходе t_1^{II} .

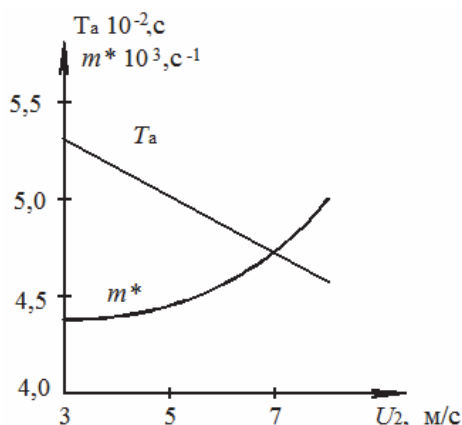


Рис. 3 – Влияние скорости нагреваемого теплоносителя на постоянную времени и время переходного процесса ($U_1 = 4$ м/с)

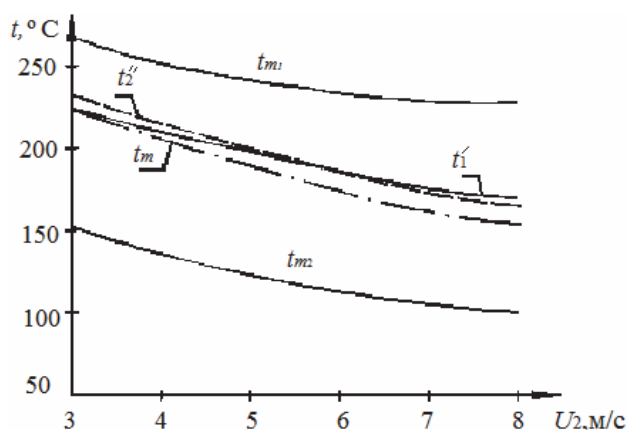


Рис. 4 – Влияние скорости нагреваемого теплоносителя на характерные температуры теплообменного аппарата ($U_1 = 4$ м/с)

Таблица 1
Изменение показателей динамики ТА в зависимости от скорости U_2 ($U_1 = 4$ м/с; $m = 0,01$ с⁻¹)

Показатель U_2 , м/с	τ_a , с	$m^* \cdot 10^{-3}$, с ⁻¹	t_1^{II} , °C	t_2^{II} , °C	Q_1 , Вт	Q_{21} , Вт	α_2 , Вт/(м ² ·К)
3	530	4,35	226,7	235	2106	1339	30,2
8	460	5,00	169,2	165	3759	1918	66,1
Отношение величин	1,152	1,149	0,746	0,702	1,785	1,432	2,19

Таблица 2
Значение параметров динамики ТА в зависимости от скорости горячего теплоносителя.
Параметры серии опытов: $t_1^I = (300 - t_n)[1 - \exp(-mt)] + t_n$, $t_n = 20$ °C;
 $U_2 = 4,0$ м/с; $\alpha_2 = 37,98$ Вт/(м²·К), $m = 0,01$ с⁻¹

Показатели	U_1 , м/с					
	3	4	5	6	7	8
τ_a , с	610	520	480	460	440	420
$m^* \cdot 10^3$, с ⁻¹	3,7	4,35	4,76	5,00	5,26	5,92
t_1^{II} , °C	207	211	225	236	243	249
t_2^{II} , °C	173	216	228	235	242	246
Q_1 , Вт	1992	2565	2707	2809	2884	2943
Q_2 , Вт	1992	2558	2703	2805	2882	2940
Q_{21} , Вт	1091	1535	16,91	1809	1901	1976
α_1 , Вт/(м ² ·К)	21,36	51,03	61,00	70,58	79,84	88,84

Если сравнить показатели табл. 1 и табл. 2, то влияние скорости U_1 на параметры динамики больше, чем U_2 .

Выводы. 1) Разработан метод анализа параметров динамики пластинчатого теплообменника со сложной схемой движения нагреваемого теплоносителя и экспоненциальным законом повышения температуры горячего теплоносителя, частным случаем которого является мгновенное изменение температуры; метод разработан на

основе модификации неявной абсолютно устойчивой разностной схемы бегущего счета, которая в теории численных методов относится к эффективным схемам по числу вычислительных операций на каждом временном слое, а временные шаги интегрирования не связаны условиями устойчивости и выбираются по соображениям требуемой точности к результатам решения.

2) Разработана и реализована компьютерная версия использования метода, куда кроме решений дифференциальных уравнений ММ входят параметры динамики – время переходного процесса с принятой в практике величиной недогрева теплоносителя, постоянная времени и теплосъем по ступеням и в целом по аппарату.

3) Предлагаемый метод обладает высокой точностью, что проверено в работе выполнением условия (19) и минимальным расхождением в величине теплосъемов, которые определялись по разным уравнениям теплового баланса.

4) Метод позволяет получить решение для стационарных состояний ТА, рассматривая их, как окончание соответствующего нестационарного процесса, при этом не требуется пользоваться приближенными формулами для температурного напора с поправками для сложных схем движения теплоносителей.

5) Метод без существенных изменений может быть рекомендован для параметрического анализа динамики пластинчатых теплообменников реальной конструкции со сложной схемой включения теплоносителей.

Список литературы: 1. *Архипов, Г. В.* Автоматическое регулирование поверхностных теплообменников [Текст] / Г. В. Архипов. – М.: Энергия, 1971. – 304 с. 2. *Кафаров, В. В.* Методы кибернетики в химии и химической технологии [Текст] / В. В. Кафаров. – М.: Химия, 1976. – 464 с. 3. *Абдуллин, С. Ю.* Динамика пластинчатого теплообменного аппарата с перекрестным током теплоносителей [Текст] / С. Ю. Абдуллин, А. Ю. Абдуллин, А. А. Шевелев // Вестник НТУ «ХПИ». – Харьков, 2004. – № 11. – С. 3–10. 4. *Федоров, В. И.* Метод элементарных балансов для расчета нестационарных процессов теплообменных аппаратов [Текст] / В. И. Федоров, З. А. Марценюк. – Киев: Наукова думка, 1977. – 140 с. 5. *Роми, Ф. Е.* Переходная характеристика теплообменника [Текст] / Ф. Е. Роми // Теплопередача. – 1984. – № 3. – С. 119–126. 6. *Шевелев А. А.* Эффективный численный метод определения динамических характеристик трубчатых теплообменных аппаратов [Текст] / А. А. Шевелев, А. Н. Тарасенко // Енергетичні та теплотехнічні процеси й устаткування. Вісник НТУ «ХПІ»: 36. наук. праць. – Х.: НТУ «ХПІ», 2009. – № 3. – С. 163–167. 7. *Шокин, Ю. И.* Метод дифференциального приближения [Текст] / Ю. И. Шокин, Н. Н. Яненко. – Новосибирск: Наука, 1985 – 372 с. 8. *Кутателадзе, С. С.* Теплопередача и гидравлическое сопротивление [Текст] / С. С. Кутателадзе. – М.: Энергоатомиздат, 1990. – 368 с.

Bibliography (transliterated): 1. Arhipov, G. V. *Avtomaticheskoe regulirovanie poverhnostnyh teploobmennikov*. Moscow: Jenergija, 1971. Print. 2. Kafarov, V. V. *Metody kibernetiki v himii i himicheskoy tehnologii*. Moscow: Himija, 1976. Print. 3. Abdullin, S. Ju., et al. "Dinamika plastinchatogo teploobmennogo apparata s perekrestnym tokom teplonositelej." *Vestnik NTU "HPI"*. No. 11. Kharkov: 2004. 3–10. Print. 4. Fedorov, V. I., and Z. A. Marcenjuk. *Metod jelementarnyh balansov dlja rascheta nestacionarnyh processov teploobmennih apparatov*. Kiev: Naukova dumka, 1977. Print. 5. Romi, F. E. "Perehodnaja harakteristika teploobmennika." *Teploperedacha* 3 (1984): 119–126. Print. 6. Shevelev, A. A., and A. N. Tarasenko. "Jefferktivnyj chislennyj metod opredelenija dinamicheskikh harakteristik trubchatyh teploobmennih apparatov" *Visnyk NTU "HPI". Serija: Energetychni ta teplotehnichni procesy j ustatkuvannja*. No 3. Kharkiv: NTU "HPI", 2009. 163–167. ISSN 2078-774X. Print. 7. Shokin, Ju. I., and N. N. Janenko. *Metod differencial'nogo priblizhenija*. Novosibirsk: Nauka, 1985. Print. 8. Kutateladze, S. S. *Teploperedacha i gidravlicheskie soprotivlenie*. Moscow: Jenergoatomizdat, 1990. Print.

Поступила (received) 03.02.2014