уменьшаются. Также, при увеличении уровня значимости лево- и правосторонние пороговые значения η_α функционала (1) возрастают, о чем свидетельствует рис. 3.

На рис. 3 приведены зависимости *а)* – левосторонних и *б)* – правосторонних квантилей функционала J (1) от уровня значимости α.

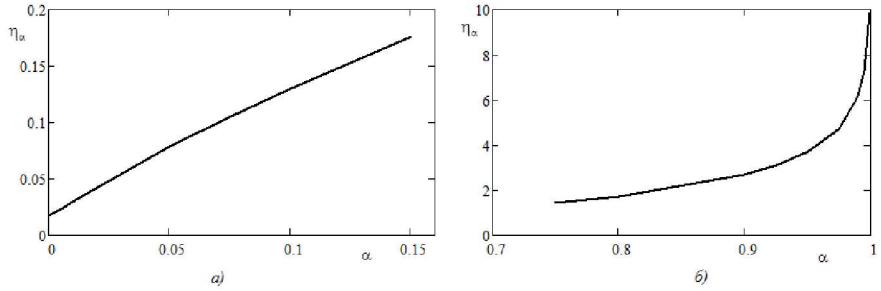

Рис. 3 – Зависимость *а* – левостороннего и *б* – правостороннего квантилей η_α от уровня значимости α для $q=0.9$, $N=3$, $\sigma=1$

В производственных процессах, в которых изначально задаются уровень значимости и коэффициент корреляции результатов (например, при шлифовании), необходимо задавать технологический квантиль, определяющий завершение процесса. На основании полученных результатов можно сделать вывод о том, что учет корреляции представляет не только теоретический, но и практический интерес.

Выводы. Полученные таблицы и зависимости справедливы для любых допустимых значений коррелятора q, в том числе и нулевых. Решение задач принятия статистических решений содержат заключительный этап сравнения двух величин – наблюдаемого критерия и порогового значения (квантиля). Учет коррелированности опытных данных может существенно повлиять на вид принимаемого решения.

Список литературы: 1. *Гнеденко Б. В.* Курс теории вероятностей / *Б. В. Гнеденко.* – М. : Наука, 1961. – 406 с. **2.** *Королюк В. С.* Справочник по теории вероятностей и математической статистике / *В. С. Королюк* – К. : Наукова думка. – *1978.* – 584 с. **3.** *Мазманишвили А. С.* Континуальное интегрирование как метод решения физических задач / *А. С. Мазманишвили.* – К. : Наукова думка, 1987. – 224 с. **4.** *Корн Г.* Справочник по математике для научных работников и инженеров / *Г. Корн, Т. Корн.* – М. : Наука. – 1987. – 360 с. **5.** *Вентцель Е. С.* Теория случайных процессов и ее инженерные приложения / *Е. С. Вентцель, Л. А. Овчаров.* – М. : Высшая школа. – 2000. – 383 с. **6.** *Сидоренко А. Ю.* Применение методов статистического анализа при обработке опытных данных / *А. Ю. Сидоренко, А. С. Мазманишвили* // Вісник НТУ «ХПІ». – 2012. – № 2(976). – С. 114–121. **7.** *Тихонов В. И.* Марковские процессы / *В. И. Тихонов, М. А. Миронов.* – М. : Сов. радио, 1977. – 488 с.

Надійшла до редколегії 15.12.2012

УДК 517.8

А. С. МАЗМАНИШВИЛИ, д-р физ.-мат. наук, проф. СумГУ, Сумы;
А. Ю. СИДОРЕНКО, канд. техн. наук, доц. НТУ «ХПИ»

ПОВЫШЕНИЕ ПОРЯДКА ДВУМЕРНЫХ НОРМАЛЬНЫХ МАРКОВСКИХ ПОЛЕЙ

Розглянута задача моделювання нормальних марківських полів з підвищенням порядку. Представлені алгоритми генерації полів 1-го і 2-го порядків. Показано, що отримані результати можуть бути застосовані в задачах стохастичного моделювання.
Ключові слова: нормальне марківське поле, густина розподілу, функція розподілу.

Рассмотрена задача моделирования нормальных марковских полей с повышением порядка. Представлены алгоритмы генерации полей 1-го и 2-го порядков. Показано, что полученные результаты могут быть применены в задачах стохастического моделирования.
Ключевые слова: нормальное марковское поле, плотность распределения, функция распределения.

The problem of design of the normal fields of Markov is considered with the increase of order. The algorithms of generation of the fields are presented 1th and 2th orders. It is shown that the got results can be applied in the tasks of acceptance of stochastic design.
Keywords: the normal Markov field, increase of order, density distribution, function of distribution.

Введение. Вычислительные задачи стохастического моделирования начинаются с синтеза алгоритмов генерации случайных величин с необходимыми для данной задачи свойствами. При моделировании принято использовать допущение о декартовой структуре пространства, в котором разыгрываются случайные события. Это допущение распространяется и на сами случайные объекты, которые реализуются на отрезке, или в прямоугольнике, или, наконец, в многомерном гиперкубе [1, 2]. Известные алгоритмы опираются на прямоугольную декартову систему даже в тех случаях, когда исследуемый объект мало удобен при описании в прямоугольной системе, например, тор или цилиндр [2].

Алгоритмы генерации двумерных марковских полей [3, 4] приспособлены для построения полей лишь нулевого или первого порядка. Между тем, в задачах машиностроения [5] технической электродинамики [6], навигации [7] и других случайные поля должны характеризоваться, по крайней мере, вторым порядком. Это обусловлено, прежде всего, необходимостью их применения при моделировании динамических задач, в которых рассматриваются дифференциальные уравнения, порядок которых второй или выше.

В узлах внутри заданного прямоугольника будет синтезировано стационарное и самосогласованное марковское поле. Построение алгоритма генерации искомого марковского поля будет основано на иерархическом принципе.

© О. С. Мазманішвілі, Г. Ю. Сидоренко, 2013

Целью данной работы является построение алгоритма повышения порядка случайного объекта – нормального марковского поля, реализующегося на плоской поверхности.

Алгоритм генерации марковских полей. Алгоритмы генерации двумерных марковских полей приспособлены для применения в прямоугольнике, стороны которого параллельны декартовым осям координат на плоскости. В работе синтезирована последовательность вложенных алгоритмов генерации случайного объекта – нормального марковского поля второго порядка, реализующегося на плоской поверхности.

Из всего многообразия возможных вариантов и двумерных случайных моделей вещественное нормальное поле (НМД-поле) $H(x,y)$, пожалуй, чаще всего используется, если отсутствуют дополнительные априорные факторы, поскольку является удобным объектом анализа и важным в прикладном отношении. Любые его ортогональные сечения являются стационарным процессом Орнштейна-Уленбека (ОУ-процесс).

Определяющим свойством рассматриваемого нормального марковского двумерного поля является его корреляционный функционал

$$K_{xy} = K_{xy}(x,y \mid x',y') = \mathrm{M}[H_1(x,y)H_1(x',y')] = pq\sigma^2, \qquad (1)$$

с парциальными корреляторами $p = \exp(-\nu_x \mid x-x' \mid)$, $q = \exp(-\nu_y \mid y-y' \mid)$, где $h = h(x,y)$ – реализация гауссового двумерного поля $H_1(x,y)$ в прямоугольной области $\{x \in [0,a],\ y \in [0,b]\}$ на плоскости xOy, $\sigma^2 = \mathrm{M}[H_1^2(x,y)]$ – интенсивность НМД-поля, ν_x и ν_y – декременты затухания поля по оси x и y соответственно.

Обобщением известных конструкций – переходных вероятностей для нормального марковского процесса (ОУ-процесса) – может служить переходная плотность распределения вероятностей для амплитуды $h(x,y)$ НМД-поля $H_1(x,y)$

$$f_H\big(h(x,y) \mid h(x',y), h(x,y'), h(x',y')\big) = \frac{1}{\sqrt{2\pi(1-p^2)(1-q^2)}\,\sigma^2} \exp\{-Q[h(x,y)]\}, \qquad (2a)$$

где $Q[h(x,y)]$ – квадратичная форма относительно полевых переменных,

$$Q(x,y) = \frac{[h(x,y) - ph(x',y) - qh(x,y') + pqh(x',y')]^2}{2(1-p^2)(1-q^2)\sigma^2}.$$

Устремляя $x' \to -\infty$ или $y' \to -\infty$, получим граничные переходные плотности распределения вероятностей

$$f_H\big(h(x,y) \mid h(x',y)\big) = \frac{1}{\sqrt{2\pi(1-p^2)}\,\sigma} \exp\left(-\frac{[h(x,y) - ph(x',y)]^2}{2(1-p^2)\sigma^2}\right), \qquad (2b)$$

$$f_H\big(h(x,y) \mid h(x,y')\big) = \frac{1}{\sqrt{2\pi(1-q^2)}\,\sigma} \exp\left(-\frac{[h(x,y) - qh(x,y')]^2}{2(1-q^2)\sigma^2}\right), \qquad (2c)$$

которые служат переходными плотностями для парциальных ОУ-процессов, а при $x' \to -\infty$ и $y' \to -\infty$ получим вершинную плотность распределения вероятностей равновесного вида

$$f_H\big(h(x,y)\big) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma} \exp\left(-\frac{[h(x,y)]^2}{2\sigma^2}\right) \qquad (2d)$$

для случайной величины – реализации $h = h(x,y)$ поля $H_1(x,y)$ в точке с координатами (x,y), и поэтому из соотношений (2) следует корреляционная функция (1).

Из явного вида квадратичной формы $Q(x,y)$ в формуле (2a) для переходной плотности $f\big(h(x,y) \mid h(x',y), h(x,y'), h(x',y')\big)$ поля $H_1(x,y)$ можно видеть, что статистическая зависимость в выбранной точке (x,y) связана со значениями в точках (x',y), (x,y'), параллельных осям координат, а также и со значением в точке (x',y'), находящейся в четвертой вершине прямоугольника с вершинами $\big((x,y);(x',y);(x,y');(x',y')\big)$. Таким образом, переходная плотность в (2) позволяет учесть корреляции значений нормального поля первого порядка $H_1(x,y)$ по переменной x, переменной y, а также их совместные корреляции.

Уравнение движения для амплитуды НМД-поля первого порядка. Расположим на плоскости декартову систему координат с началом в точке (0,0). Динамику случайного поля $H_1(x,y) = H(x,y)$ в прямоугольнике $\{x \in [0,a],\ y \in [0,b]\}$ с вершиной в (0,0) можно описать с помощью уравнения, обобщающего уравнение Ланжевена для процесса Орнштейна-Уленбека

$$(\partial/\partial x + \nu_x)(\partial/\partial y + \nu_y)h(x,y) = \sigma u(x,y), \qquad (3)$$

где $u(x,y)$ – случайное поле, обладающее свойствами гауссовского двумерного белого шума с единичной интенсивностью.

В качестве граничных условий в (3) используем два нормальных стохастических процесса, описываемых уравнениями Ланжевена,

$$\left(\partial/\partial x+\nu_x\right)h(x,0)=\sigma u(x,0)\,,\quad \left(\partial/\partial y+\nu_y\right)h(0,y)=\sigma u(0,y)\,, \tag{4}$$

реализующиеся вдоль осей x и y соответственно, а начальным условием к ним будут значения случайной величины $h(0,0)=\sigma u(0,0)$.

Решение уравнения (3) с условиями (4) следующее

$$h(x,0)=\exp(-\nu_x x)h(0,0)+\sigma\int_0^x \exp\left[-\nu_x(x-x')\right]u(x',0)dx'\,, \tag{5a}$$

$$h(0,y)=\exp(-\nu_y y)h(0,0)+\sigma\int_0^y \exp\left[-\nu_y(y-y')\right]u(y',0)dy'\,, \tag{5b}$$

$$\begin{aligned} h(x,y)&=\exp(-\nu_x x-\nu_y y)h(0,0)+\\ &+\sqrt{2\nu_x}\sigma\int_0^x\exp\left[-\nu_x(x-x')\right]u(x',0)dx'+\sqrt{2\nu_y}\sigma\int_0^x\exp\left[-\nu_y(y-y')\right]u(y',0)dy'+\\ &+\sqrt{4\nu_x\nu_y}\sigma\int_0^x\int_0^y\exp\left[-\nu_x(x-x')-\nu_y(y-y')\right]u(x',y')dx'dy'. \end{aligned} \tag{5c}$$

Здесь видно, что марковское свойство для поля $H_1(x,y)$ согласно (5a) и (5b) имеет место вдоль граничных осей x и y, а также, согласно (5c), на плоскости ($x0y$).

Алгоритм генерации НМД-поля первого порядка $H_1(x,y)$.

Уравнение (3) вместе с решением (5) описывают динамику НМД-поля первого порядка $H_1(x,y)$, порождающим полем для которого является поле белого шума («нулевого» порядка) $u(x,y)$.

На основе решения (5) можно построить числовой алгоритм генерации НМД-поля $H_1(x,y)$. Этот иерархический алгоритм генерации значения в узлах случайного нормального стационарного марковского поля в прямоугольной области плоскости со сторонами a и b. Рассмотрим на плоскости ($x0y$) прямоугольник с вершиной в точке $(0,0)$. Зададимся сеткой узлов $\{0\le j\le N_x, 0\le k\le N_y\}$ с шагом Δ_x по оси x и с шагом Δ_y по оси y, соответственно, так, что $N_x=a/\Delta_x$, $N_y=b/\Delta_y$.

Тогда искомый иерархический алгоритм генерации НМД-поля $H_1(x,y)$ удобно представить следующими 4 шагами.

Шаг 1. Генерация значения в вершине $(j=0,k=0)$:

$$h_{0,0}=\sigma u_{0,0}\,. \tag{6a}$$

Шаг 2. Генерация значений ОУ-процесса вдоль x-границы $(j>0,k=0)$

$$h_{j+1,0}=ph_{j,0}+\sqrt{1-p^2}\sigma u_{j+1,0}\,. \tag{6b}$$

Шаг 3. Генерация значений ОУ-процесса вдоль y-границы $(j=0,k>0)$

$$h_{0,k+1}=qh_{0,k}+\sqrt{1-q^2}\sigma u_{0,k+1}\,. \tag{6c}$$

Шаг 4. Последовательное (слева-направо и послойно) заполнение значениями внутренних узлов прямоугольника $(j>0,k>0)$:

$$h_{j+1,k+1}=ph_{j,k+1}+qh_{j+1,k}-pqh_{j,k}+\sqrt{(1-p^2)(1-q^2)}\,\sigma u_{j+1,k+1}\,. \tag{6d}$$

В выражениях (6) $p=\exp(-\nu_x\Delta_x)$, $q=\exp(-\nu_y\Delta_y)$, где ν_x и ν_y – парциальные декременты, Δ_x и Δ_y – шаги узлов по осям x и y соответственно. Отметим, что выбранных Δ_x и Δ_y (то есть количестве шагов N_x, N_y, соответствующих заданным размерам прямоугольника a и b), интенсивность в числовом алгоритме необходимо перенормировать так, чтобы энергия НМД-поля $H_1(x,y)$, приходящаяся на единицу площади, совпадала с заданной при любом числе шагов.

Из (6) можно получить, что математические ожидания для значения $h_{j,k}$ и $h_{j,k}^2$ в любом (j,k)-узле поля $H_1(x,y)$ составляют $\mathrm{M}[h_{j,k}]=0$, $\mathrm{M}[h_{j,k}^2]=\sigma^2=const$, если последовательно понижать значения j-индекса, а затем k-индекса и, наконец, найти безусловное равновесное среднее.

Таким образом, алгоритм (6) генерации значений случайного поля $H_1(x,y)$ в прямоугольнике на плоскости является стационарным.

Результаты генерации НМД-поля 1-го порядка. На Рис. 1 приведен результат генерации двумерного массива заданных размеров (50×50), отвечающий полю нормального «белого» шума $H_0(x,y)$.

На Рис. 2 приведен результат генерации двумерного массива заданных размеров (50×50), отвечающий НМД-полю первого порядка H_1 при $\nu_x=0.3$, $\nu_y=0.3$, $\sigma=0.25$. На Рис. 3 приведен результат генерации двумерного массива заданных размеров (50×50), отвечающий НМД-полю первого порядка H_1 при $\nu_x=1.0$, $\nu_y=1.0$, $\sigma=0.25$.

Уравнение движения амплитуды НМД-поля 2-го порядка $H_2(x,y)$. Примем, что флуктуации НМД-поля по обеим переменным являются ОУ-процессами второго порядка и подчиняются уравнениям Ланжевена

$$\left(\partial^2/\partial x^2+2\beta_x\partial/\partial x+\Omega_x^2\right)h(x,y)=\sigma u(x,y)\,,\ \left(\partial^2/\partial y^2+2\beta_y\partial/\partial y+\Omega_y^2\right)h(x,y)=\sigma u(x,y)\,, \tag{7}$$

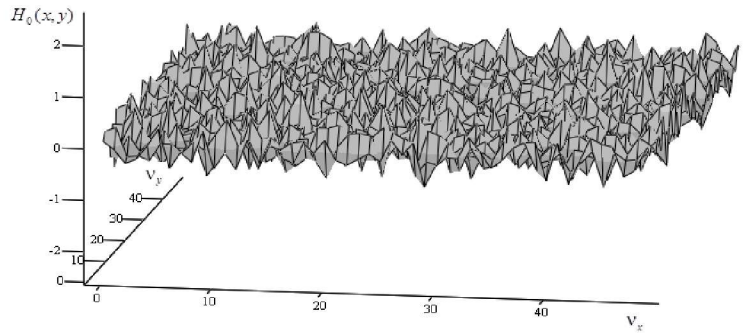

Рис. 1 – Поле «белого» шума H_0: $N_x = 50$, $\Delta_x = 1$, $N_y = 50$, $\sigma = 0.25$

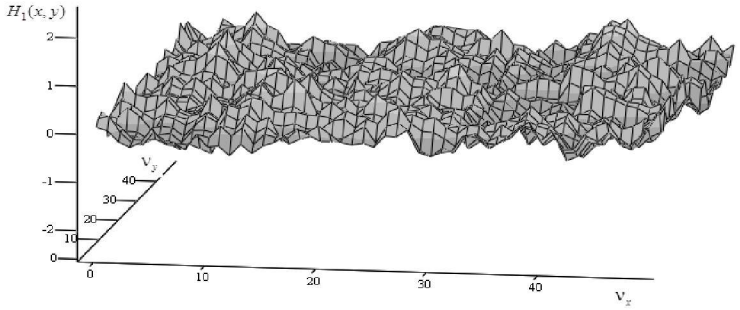

Рис. 2 – Нормальное марковское поле первого порядка H_1.

Параметры: $N_x = 50$, $\Delta_x = 1$, $N_y = 50$, $\Delta_y = 1$, $\nu_x = 0.3$, $\nu_y = 0.3$, $\sigma = 0.25$

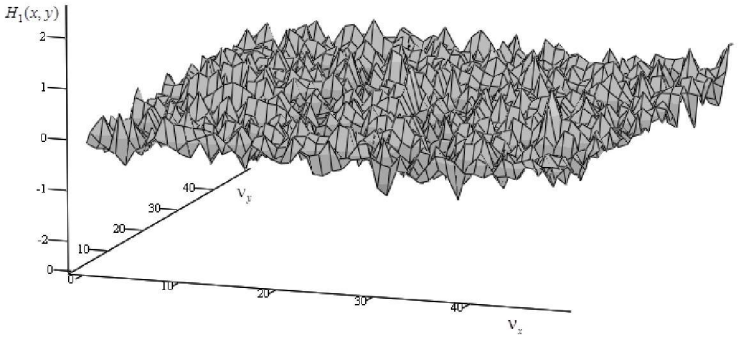

Рис. 3 – Нормальное марковское поле первого порядка H_1.

Параметры: $N_x = 50$, $\Delta_x = 1$, $N_y = 50$, $\Delta_y = 1$, $\nu_x = 1.0$, $\nu_y = 1.0$, $\sigma = 0.25$

где β_x, Ω_x и β_y, Ω_y – парциальные декременты и частоты, отвечающие движению по осям x и y соответственно. Тогда уравнение для НМД-поля $H_2(x,y)$ можно записать в виде

$$\left(\partial^2/\partial x^2 + 2\beta_x \partial/\partial x + \Omega_x^2\right)\left(\partial^2/\partial y^2 + 2\beta_y \partial/\partial y + \Omega_y^2\right)h(x,y) = \sigma u(x,y). \qquad (8)$$

Пусть $\gamma_{1,x}$, $\gamma_{2,x}$ и $\gamma_{1,y}$, $\gamma_{2,y}$ – решения уравнений $\gamma^2 + 2\beta_x\gamma + \Omega_x^2 = 0$, $\gamma^2 + 2\beta_y\gamma + \Omega_y^2 = 0$, тогда уравнение (8) можно записать в виде системы

$$(\partial/\partial x + \gamma_{1,x})(\partial/\partial y + \gamma_{1,y})h_1(x,y) = \sigma u(x,y),\ (\partial/\partial x + \gamma_{2,x})(\partial/\partial y + \gamma_{2,y})h_2(x,y) = h_1(x,y). \qquad (9)$$

Из (9) следует, что к НМД-полю второго порядка $H_2(x,y)$ производящим генератором является НМД-поле $H_1(x,y)$ первого порядка так же, как к этому НМД-полю $H_1(x,y)$ первого порядка производящим генератором является поле белого шума $H_0(x,y) = u(x,y)$ «нулевого» порядка. Это свойство имеет место при условии, что в роли новых эффективных декрементов будут задействованы два набора $(\gamma_{1,x}, \gamma_{1,y})$ и $(\gamma_{2,x}, \gamma_{2,y})$. Теперь, сопоставляя уравнения (7), (9) и уравнения (3), (4) с решением (5), получим решение для НМД-поля второго порядка

$$h'(x,0) = \exp(-\gamma_{1,x}x)h'(0,0) + \sigma\int_0^x \exp\left[-\gamma_{1,x}(x-x')\right]u(x',0)dx', \qquad (10a)$$

$$h'(0,y) = \exp(-\gamma_{1,y}y)h'(0,0) + \sigma\int_0^y \exp\left[-\gamma_{1,y}(y-y')\right]u(y',0)dy', \qquad (10b)$$

$$h'(x,y) = \exp(-\gamma_{1,x}x - \gamma_{1,y}y)h'(0,0) + \qquad (10c)$$

$$+\sqrt{2\gamma_{1,x}}\sigma\int_0^x \exp\left[-\gamma_{1,x}(x-x')\right]u(x',0)dx' + \sqrt{2\gamma_{1,y}}\sigma\int_0^x \exp\left[-\gamma_{1,y}(y-y')\right]u(y',0)dy' +$$

$$+\sqrt{4\gamma_{1,x}\gamma_{1,y}}\sigma\int_0^x\int_0^y \exp\left[-\gamma_{1,x}(x-x') - \gamma_{1,y}(y-y')\right]u(x',y')dx'dy',$$

$$h_2(x,0) = \exp(-\gamma_{2,x}x)h'(0,0) + \sigma\int_0^x \exp\left[-\gamma_{2,x}(x-x')\right]h'(x',0)dx', \qquad (10d)$$

$$h_2(0,y) = \exp(-\gamma_{2,y}y)h'(0,0) + \sigma\int_0^y \exp\left[-\gamma_{2,y}(y-y')\right]h'(y',0)dy', \qquad (10e)$$

$$h_2(x,y) = \exp(-\gamma_{2,x}x - \gamma_{2,y}y)h'(0,0) + \qquad (10f)$$

$$+\sqrt{2\gamma_{2,x}}\sigma\int_0^x \exp\left[-\gamma_{2,x}(x-x')\right]h'(x',0)dx' + \sqrt{2\gamma_{2,y}}\sigma\int_0^x \exp\left[-\gamma_{2,y}(y-y')\right]h'(y',0)dy' +$$

$$+\sqrt{4\gamma_{2,x}\gamma_{2,y}}\,\sigma\int_0^x\int_0^y \exp\left[-\gamma_{2,x}(x-x')-\gamma_{2,y}(y-y')\right]h'(x',y')dx'dy' .$$

Алгоритм генерации НМД-поля второго порядка $H_2(x,y)$. Уравнение (7) вместе с решением (10) описывают динамику НМД-поля второго порядка $H_2(x,y)$, порождающим полем для которого является поле «белого» шума («нулевого» порядка) $u(x,y)$.

На основе решения (10) можно построить числовой алгоритм генерации НМД-поля $H_2(x,y)$. Он так же, как и для поля $H_1(x,y)$, будет иерархическим алгоритмом генерации значения в узлах случайного нормального стационарного марковского поля в прямоугольной области плоскости со сторонами a и b. Для того же прямоугольника с вершиной в точке (0,0) на плоскости ($x0y$) зададимся сеткой узлов $\{0 \le j \le N_x, 0 \le k \le N_y\}$ с шагом Δ_x по оси x и с шагом Δ_y по оси y, так, что $N_x = a/\Delta_x$, $N_y = b/\Delta_y$.

Тогда искомый иерархический алгоритм генерации НМД-поля $H_2(x,y)$ удобно представить следующими 8 шагами.

Шаг 1. Генерация значения в вершине $(j=0,k=0)$:

$$h'_{0,0} = \sigma u_{0,0} . \qquad (11a)$$

Шаг 2. Генерация значений ОУ-процесса вдоль x-границы $(j>0,k=0)$

$$h'_{j+1,0} = p_1 h'_{j,0} + \sqrt{1-p_1^2}\,\sigma u_{j+1,0} . \qquad (11b)$$

Шаг 3. Генерация значений ОУ-процесса вдоль y-границы $(j=0,k>0)$

$$h'_{0,k+1} = q_1 h'_{0,k} + \sqrt{1-q_1^2}\,\sigma u_{0,k+1} . \qquad (11c)$$

Шаг 4. Последовательное (слева-направо и послойно) заполнение значениями внутренних узлов прямоугольника $(j>0,k>0)$:

$$h'_{j+1,k+1} = p_1 h'_{j,k+1} + q_1 h'_{j+1,k} + \sqrt{(1-p_1^2)(1-q_1^2)}\,\sigma u_{j+1,k+1} . \qquad (11d)$$

В выражениях (11a)-(11d) $p_1 = \exp(-\gamma_{1,x}\Delta_x)$, $q_1 = \exp(-\gamma_{1,y}\Delta_y)$, где $\gamma_{1,x}$ и $\gamma_{1,y}$ – первая пара парциальных декрементов, Δ_x и Δ_y – шаги узлов по осям x и y соответственно.

Шаг 5. Генерация значения в вершине $(j=0,k=0)$:

$$h_{0,0} = h'_{0,0} . \qquad (11e)$$

Шаг 6. Генерация значений ОУ-процесса вдоль x-границы $(j>0,k=0)$

$$h_{j+1,0} = p_2 h_{j,0} + \sqrt{1-p_2^2}\,h'_{j+1,0} . \qquad (11f)$$

Шаг 7. Генерация значений ОУ-процесса вдоль y-границы $(j=0,k>0)$

$$h_{0,k+1} = q_2 h_{g,k} + \sqrt{1-q_2^2}\,h'_{0,k+1} . \qquad (11g)$$

Шаг 8. Последовательное (слева-направо и послойно) заполнение значениями внутренних узлов прямоугольника $(j>0,k>0)$:

$$h_{j+1,k+1} = p_2 h_{j,k+1} + q_2 h_{g+1,k} + \sqrt{(1-p_2^2)(1-q_2^2)}\,h'_{j+1,k+1} . \qquad (11h)$$

В выражениях (11e)-(11h) $p_2 = \exp(-\gamma_{2,x}\Delta_x)$, $q_2 = \exp(-\gamma_{2,y}\Delta_y)$, где $\gamma_{2,x}$ и $\gamma_{2,y}$ – вторая пара парциальных декрементов, Δ_x и Δ_y – шаги узлов по осям x и y соответственно. Отметим, что выбранных Δ_x и Δ_y (то есть количестве шагов N_x, N_y, соответствующих заданным размерам прямоугольника a и b), интенсивность в числовом алгоритме необходимо перенормировать так, чтобы энергия НМД-поля $H_2(x,y)$, приходящаяся на единицу площади, совпадала с заданной при любом числе шагов.

Из (11) можно получить, что для значения $h_{j,k}$ в любом (j,k)-узле поля $H_2(x,y)$ выполняется для математических ожиданий $\mathrm{M}[h_{j,k}]=0$, $\mathrm{M}[h_{j,k}^2]=\sigma^2=const$, если последовательно понижать значения j-индекса, а затем k-индекса и, наконец, найти безусловное равновесное среднее.

Таким образом, алгоритм (11) генерации значений случайного поля $H_2(x,y)$ в прямоугольнике на плоскости также является стационарным.

Результаты генерации НМД-поля 2-го порядка. На Рис. 4 приведен результат генерации двумерного массива заданных размеров (50×50), отвечающий нормальному марковскому полю второго порядка H_2. Из Рис. 4 видно, что при выбранных для моделирования значениях декрементов $\beta_x = 0.3$, $\beta_y = 0.3$, и собственных частот $\Omega_x = 1.0$, $\Omega_y = 1.0$, их влияние привело к сглаживанию формы сгенерированного поля H_2. Отметим, что у поля H_2 существуют обе первые производные. На Рис. 5 приведен тот же рисунок, но с декрементами $\beta_x = 1.5$ и $\beta_y = 1.5$. На нем видны изменения в топографии сгенерированного поля.

Выводы. В данной работе описан алгоритм повышения порядка случайного объекта, построено нормальное марковское поле второго порядка, реализованное на плоской поверхности двух переменных.

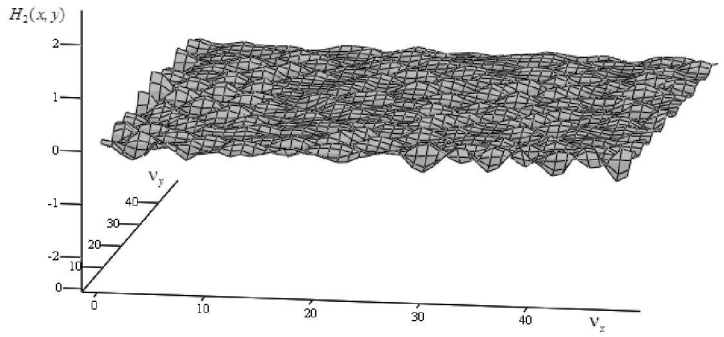

Рис. 4 – Нормальное марковское поле второго порядка H_2. Параметры: $N_x = 50$, $\Delta_x = 1$, $N_y = 50$, $\Delta_y = 1$, $\beta_x = 0.3$, $\Omega_x = 1.0$, $\beta_y = 0.3$, $\Omega_y = 1.0$, $\sigma = 0.25$

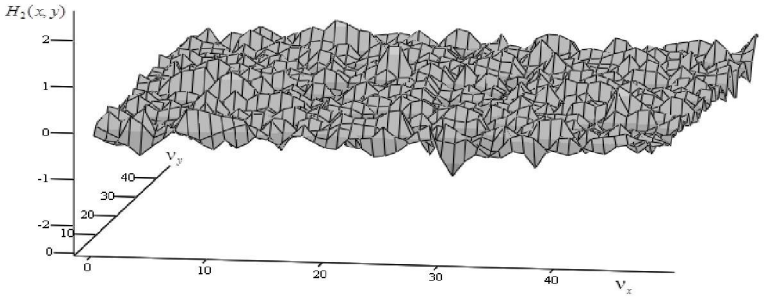

Рис. 5 – Нормальное марковское поле второго порядка H_2. Параметры: $N_x = 50$, $\Delta_x = 1$, $N_y = 50$, $\Delta_y = 1$, $\beta_x = 1.5$, $\Omega_x = 1$, $\beta_y = 1.5$, $\Omega_y = 1$, $\sigma = 0.25$

Список литературы: **1.** *Бусленко Н. П., Шрейдер Ю. А.* Метод статистических испытаний / *Н. П. Бусленко, Ю. А. Шрейдер.* – М. : Физматгиз, 1961. – 280 с. **2.** *Habibi A.* Two-Dimensional Bayesian Estimate of Image / *A. Habibi* // Proc. IEEE, vol. 60, № 7, pp.878-883, (July) 1972. **3.** *Хусу А. П.* Шероховатость поверхностей / *А. П. Хусу, Ю. Р. Витенберг, В. А. Пальмов.* – М. : Наука. – 1975. – 344 с. **4.** *Шифрин Я. С.* Вопросы статистической теории антенн / *Я. С. Шифрин.* – М. : Советское радио. – 1970. – 384 с. **5.** *Ярлыков М. С.* Статистическая теория навигации / *М. С. Ярлыков.* – М. : Радио и связь. – 1985. – 344 с. **6.** *Рытов С. М.* Введение в статистическую радиофизику / *С. М. Рытов.* – М. : Наука. – 1966. – 404 с. **7.** *Мазманишвили А. С.* Моделирование марковских случайных последовательностей и алгоритм генерации однородного двумерного марковского поля / *А. С. Мазманишвили, В. Е. Щербань* // Электронное моделирование. – 1996. – Т. 18. – №2. – С. 93-95. **8.** *Воеводин В. В.* Матрицы и вычисления / *В. В. Воеводин, Ю. А. Кузнецов.* – М. : Наука. – 1984. – 320 с. **9.** *Мазманишвили А. С.* Алгоритм генерации нормального марковского поля на поверхности идеального цилиндра / *А. С. Мазманишвили* // Электронное моделирование. – 1998. –Т. 20. – №. 6. – С. 65-69.

Надійшла до редколегії 12.12.2012

УДК 004.383.1/.3 (043.5)

Е. Е. ФЕДОРОВ, канд. техн. наук, доц. ДААТ, Донецк

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ТРУДНО РАЗДЕЛИМЫХ ВОКАЛЬНЫХ СОГЛАСНЫХ КОМАНД ОПЕРАТОРА НА ОСНОВЕ МЕЛ-ЧАСТОТНЫХ КЕПСТРАЛЬНЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ

У статті проводиться чисельне дослідження важке роздільних вокальних приголосних звуків команд оператора за допомогою нерозширювальних компактних рівномірно безперервних відображень, заснованих на мел-частотних кепстральних коефіцієнтах для формування вектора речовинних ознак і перетворенні вектора речовинних ознак до вектора цілих ознак за допомогою нормування, масштабування й округлення.

Ключові слова: важко роздільні звуки, обробка мовленнєвого сигналу, мел-частотні кепстральні коефіцієнти, ідентифікація вербальних команд, не розширювальні компактні рівномірно безперервні відображення.

В статье проводится численное исследование трудно разделимых вокальных согласных звуков команд оператора посредством нерасширяющих компактных равномерно непрерывных отображений, основанных на мел-частотных кепстральных коэффициентах для формирования вектора вещественных признаков и преобразовании вектора вещественных признаков к вектору целых признаков посредством нормирования, масштабирования и округления.

Ключевые слова: трудно разделимые звуки, обработка речевого сигнала, мел-частотные кепстральные коэффициенты, идентификация вербальных команд, нерасширяющие компактные равномерно непрерывные отображения.

Numerical research is carried out article difficultly separable vocal consonants of commands of the operator by means of not expanding compact uniformly continuous mapping based on mel-frequency cepstral factors for formation of a vector of real features and transformation of a vector of real features to a vector of the integer features by means of rationing, scaling and a rounding off.

Keywords: difficultly separable sounds, processing of a speech signal, swept-frequency cepstral factors, identification of the verbal commands, not expanding compact uniformly continuous mapping.

Введение. В современной отечественной и мировой практике активно ведутся разработки интеллектуальных систем, связанных с электромеханическими объектами, управление которыми осуществляет оператор-технолог, и позволяющих снизить количество аварий. Особую важность эти исследования имеют для вербального управления шахтными и металлургическими электромеханическими объектами. Для эффективной идентификации вербальных команд оператора принятие решений должно производиться с высоким быстродействием и высокой вероятностью.

Анализ последних исследований и публикаций. Существующие методы и модели распознавания речевых образов обычно базируются на двух следующих подходах [1-6].

© Є. Є. Федоров, 2013