

В.М. СКИДАНОВ, д-р техн. наук, проф. КНУ СА (г. Киев)

А.Н. БОРИСЕНКО, канд. техн. наук, проф. НТУ «ХПИ»

В.Ф. ЧЕРНАЙ, канд. техн. наук, с.н.с. НТУ «ХПИ»

С.А. ЛИТВИНЕНКО, ст. преп. НТУ «ХПИ»

О.В. ЛАВРИНЕНКО, стажер-препод. НТУ «ХПИ»

А.В. ГУСЕЛЬНИКОВ, магистр НТУ «ХПИ»

ПОЛУЧЕНИЕ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ И АЛГОРИТМА ЕЕ РЕШЕНИЯ ДЛЯ ОПТИМИЗАЦИИ ПО ТЕХНИКО-ЭКОНОМИЧЕСКИМ И ЭКОЛОГИЧЕСКИМ ПОКАЗАТЕЛЯМ УПРАВЛЕНИЙ ДИЗЕЛЬ-ГЕНЕРАТОРОМ

Побудована лінеарізована математична модель дизель-генератора з наддувом як об'єкту регулювання швидкості з управлінням по цикловій подачі і фазі уприскування палива і додатковому повітряпостачанню. Запропонований аддитивний квадратичний критерій-функціонал, що враховує квадрат відхилення кутової швидкості валу від номінального значення, квадрат координати паливорухаючого органу і квадрат токсичності випускних газів дизель-генератора. Оптимізація базується на принципі максимуму.

The linearized mathematical model of diesel-generator with pressure charging as an object of adjusting of speed with the management on the cyclic serve and phase of injection of fuel and additional providing with air is built. An additive quadratically criterion-functional, taking into account the square of rejection of angular speed of billow from the basic value, square of co-ordinate of driving fuel organ and square of toxic of final gases of diesel -generator, is offered. Optimization is based on principle of maximum.

Постановка проблемы. Повышение технико-экономических (удельный эффективный расход топлива, качество переходных процессов при изменении установки или возмущений) и экологических (выбросы сажи, углеводородов, окислов и оксидов углерода и азота и др.) показателей дизель-генератора (ДГ) требует, прежде всего, синтеза соответствующего многомерного вектора управлений ДГ с учетом требуемого критерия качества. При этом необходимо выбрать компоненты указанного вектора и критерия-функционала, а также алгоритм решения задачи оптимизации.

Анализ литературы. В работе [1] рассмотрена линейная математическая модель двигателя внутреннего сгорания как объекта регулирования скорости с управляющим воздействием по цикловой подаче топлива. При этом предлагается весьма незначительное отклонение режимных параметров двигателя при резком изменении нагрузки от значений в установившемся режиме. В работе [2] рассматривается линейная стационарная модель дизеля как объекта регулирования скорости с учетом особенностей его работы по винтовой характеристике при нескольких фиксированных скоростных режимах и резких изменениях момента нагрузки на валу. В работе [3] рассмотрена математическая модель бензинового автомобильного двигателя внутреннего

сгорания как объекта регулирования скорости с цифровым управлением топливоподачей, учитывающим содержание окиси углерода и азота в отработавших газах. В [4] приведена модель ДВС с усовершенствованной системой воздухообеспечения, предназначенной, в основном, для увеличения воздушного заряда при плавном нарастании момента нагрузки на режимах скоростной характеристики. Отметим, что рассмотренные в работах [1 – 4] математические модели предназначены для решения конкретных задач управления ограниченного класса двигателей внутреннего сгорания, не учитывают случайного характера управляющих и возмущающих воздействий и неприменимы для решения задач диагностики.

В работе [5] предлагается улучшить технико-экологические показатели ДГ за счет коррекции топливоподачи в переходных режимах без использования дополнительного воздухообеспечения, что ограничивает возможности системы при набросах нагрузки. Полученные автором работы [6] результаты малоприменимы для стационарных ДГ, работающих при резких изменениях нагрузки, а применимы, в основном, для тепловозных ДГ, работающих в более благоприятных режимах нагружения.

В известных литературных источниках отсутствует постановка и решение задачи оптимального управления ДГ по трем координатам с целью повышения его технико-экономических и экологических показателей.

Цель статьи – составление системы уравнений движения ДГ и критерия-функционала и получение алгоритма оптимизации управлений объектом на базе принципа максимума.

Известно [7], что систему уравнений движения дизеля с газотурбинным наддувом можно представить следующим образом

$$\begin{aligned} J_k \frac{d\omega_k}{dt} &= M_T - M_k, \\ J \frac{d(\omega + \xi(t))}{dt} &= M_i - M_{\Pi} - M_H, \end{aligned} \quad (1)$$

где J_k – момент инерции вращающихся частей турбокомпрессора; ω_k – угловая скорость ротора турбокомпрессора; ω – угловая скорость вала; $M_T = M_T(\omega, \omega_k, B_q)$ – крутящий момент турбины; B_q – часовой расход топлива двигателя; $M_k = M_k(Q, \omega_k)$ – момент сопротивления компрессора; J – момент инерции вращающихся частей дизеля; M_i , M_{Π} – соответственно индикаторный момент и момент потерь двигателя; M_H – момент нагрузки на валу дизеля; Q – расход воздуха через компрессор; ξ – девиация угловой скорости коленчатого вала.

Авторами впервые учитывается зависимость M_i и M_{Π} не только от традиционно фигурирующих аргументов $[\omega, \omega_k, B_q]$, но и от других факторов. В частности при определении M_i учитывается время t и первый коэф-

коэффициент технического состояния K_{1TC} , а при определении M_{II} – второй коэффициент K_{2TC} технического состояния дизельной установки. Следовательно,

$$M_i = M_i(B_{\text{ч}}, \eta_i, \omega, t, K_{1TC}), \quad (2)$$

$$M_{II} = M_{II}(\omega, K_{2TC}). \quad (3)$$

При этом K_{1TC} зависит от качества работы топливной системы и газозо-воздушного тракта, компрессии в цилиндрах. Второй же коэффициент K_{2TC} определяется потерями на насосные хода, вентиляционными потерями, потерями на трение в подшипниках и ЦПГ. Указанные факторы влияют на цилиндрические мощности и равномерность их распределения, что, в конечном счете, отражается на девиации угловой скорости вала. Следовательно,

$$\xi = \xi(t, K_{1TC}, K_{2TC}).$$

Поскольку индикаторный момент M_i , зависит от индикаторного к.п.д., а η_i зависит от фазы θ топливоподачи, то систему уравнений (1) можно представить следующим образом

$$\begin{aligned} \frac{d(\omega + \xi)}{dt} &= f_1(\omega, \omega_k, h_p, \theta, Q_D, M_i), \\ \frac{d\omega_k}{dt} &= f_2(\omega, \omega_k, h_p, Q_D), \end{aligned} \quad (4)$$

где h_p – выход рейки топливного насоса (топливодозирующего органа) дизеля; Q_D – расход дополнительного воздуха через компрессор (этот воздух подается из баллонов).

В рамках решаемой задачи величины h_p, θ, Q_D являются управляющими воздействиями (управлениями) дизеля, а ω и ω_k – выходными координатами объекта. Отметим, что при оснащении дизеля электронной системой топливоподачи взамен гидромеханической вместо величины h_p может фигурировать другой параметр, связанный с цикловой подачей топлива.

Систему уравнений (4) необходимо преобразовать таким образом, чтобы в одной части уравнения были управления, а в другой – выходные координаты.

$$M_i = K_1 \frac{B_{\text{ч}}}{\omega} \eta_i, \quad (5)$$

где K_1 – коэффициент пропорциональности.

С учетом выводов работы [8]

$$\eta_i = \eta_i(\alpha_y, \omega, \theta), \quad (6)$$

где α_y – коэффициент избытка воздуха.

Согласно работе [7] коэффициент избытка воздуха можно выразить в виде

$$\alpha_y = K_2 \frac{Q}{B_q},$$

где K_2 – коэффициент пропорциональности, а часовой расход топлива

$$B_q = B_q(h_p, \omega) \quad (7)$$

или

$$\frac{B_q}{\omega} = B'(h_p), \quad (8)$$

где B' – расход топлива на единицу частоты вращения.

Величины K_1 и K_2 являются коэффициентами пропорциональности. Далее для плотности γ воздуха и его расхода в соответствии с [7] запишем

$$\gamma = \gamma(\omega_k),$$

$$Q = Q(\omega, \gamma),$$

в связи с чем $Q = Q(\omega, \omega_k)$.

Зависимость индикаторного к.п.д. (6), взяв (7), (8) и, учитывая наличие Q_D , а также

$$\alpha_y = \alpha_y(\omega, \omega_k, h_p, Q_D), \quad (9)$$

запишем следующим образом

$$\eta_i = \eta_i(\omega, \omega_k, h_p, \theta, Q_D). \quad (10)$$

Тогда из (5), (8), (10) получим

$$M_i = M_i(\omega, \omega_k, h_p, \theta, Q_D). \quad (11)$$

Момент потерь можно считать зависящим только от угловой скорости вала [7, 9], то есть

$$M_{\Pi} = M_{\Pi}(\omega). \quad (12)$$

Тогда из (1), (11) и (12) получим

$$\begin{aligned} \frac{d\omega}{dt} = f_1(\omega, \omega_k, h_p, \theta, Q_D, M_H) = & b_1 + b_2 h_p + b_3 Q_D + b_4 h_p Q_D + b_5 h_p^2 + \\ & + b_6 Q_D h_p^2 + \beta_1 \theta + \beta_2 h_p \theta + \beta_3 Q_D \theta + \beta_4 \theta^2 + \beta_5 Q_D \theta^2 + \beta_6 h_p \theta^2 \end{aligned} \quad (13)$$

где $b_i = b_i(\omega, \omega_k, M_H, h_p, \theta, Q_D)$; $\beta_i = \beta_i(\omega, \omega_k, M_H, h_p, \theta, Q_D)$; $i = \overline{1,6}$; $M_H = \text{const}$; $h_p = h_p(t)$; $Q_D = Q_D(t)$.

Перейдем ко второму уравнению системы (2). Воспользуемся зависимостью температуры газов перед турбиной T_T от α . Согласно [7] и с учетом (9) имеем

$$T_T = T_T(\omega, \omega_k, h_p, Q_D). \quad (14)$$

Кроме того, из [7]

$$M_T = M_T(A), \quad (15)$$

где

$$A = A(Q_D). \quad (16)$$

Из (14), (15), (16) получим следующее равенство:

$$M_T = M_T(\omega, \omega_k, h_p, Q_D). \quad (17)$$

Момент на валу компрессора [7, 9]

$$M_k = M_k(\omega, \omega_k). \quad (18)$$

В конечном счете, из (17) и (18) находим:

$$\frac{d\omega_k}{dt} = f_2(\omega, \omega_k, h_p, Q_D) = b_7 + b_8 Q_D + b_9 Q_D h_p + b_{10} Q_D^2 + b_{11} Q_D^2 h_p + b_{12} h_p. \quad (19)$$

Таким образом, получена математическая модель стационарного ДГ

$$\begin{aligned} \frac{dw}{dt} = & b_1 + b_2 h_p + b_3 Q_D + b_4 h_p Q_D + b_5 h_p^2 + b_6 Q_D h_p^2 + b_1 q + b_2 h_p q + \\ & + \beta_3 Q_D \theta + \beta_4 \theta^2 + \beta_5 Q_D \theta^2 + \beta_6 h_p \theta^2; \end{aligned}$$

$$\frac{d\omega_k}{dt} = b_7 + b_8 Q_D + b_9 Q_D h_p + b_{10} Q_D^2 + b_{11} Q_D^2 h_p + b_{12} h_p.$$

При начальных условиях

$$\omega_{(0)} = \omega_i; \quad (20)$$

$$\omega_{k(0)} = \omega_{ki}. \quad (21)$$

Область допустимых управлений и ограничения

$$t_0 \leq t \leq t_k;$$

$$0 < h_p \leq h_{p_{\max}}; \quad (22)$$

$$0 < Q \leq Q_{D_{\max}}; \quad (23)$$

$$0 < \theta \leq \theta_{\max}. \quad (24)$$

Для математического описания объекта надо задать закон его движения и область управлений U . Допустимым управлением является кусочно-непрерывная функция $U(t)$, $t_0 \leq t \leq t_k$ со значениями в области управлений U , без скачков на концах отрезка $t_0 \leq t \leq t_k$, где она задана. Область управлений в случае стационарного дизеля представляет собой параллелепипед со сторонами a_1 (на оси Q_D), a_2 (на оси h_p) и a_3 (на оси θ).

Требования малых провалов частоты вращения и длительности переходного процесса, с одной стороны, низкого расхода топлива, с другой стороны, и ограниченные дымность и содержание вредных токсичных компо-

нентов в отработавших газах двигателя, - с третьей являются противоречивыми. В связи с этим критерий качества управления может быть различным. Применительно к рассматриваемому случаю можно отметить, что необходимо минимизировать по модулю как положительные, так и отрицательные отклонения угловой скорости вала от заданного значения, особенно большие по абсолютной величине. Кроме того, необходимо снизить в особенности большие расходы топлива и близкие к допустимым нормам значения токсичности отработавших газов. Поэтому представляется целесообразным и оправданным введение в критерий качества квадратов указанных показателей. Сам же этот критерий можно представить в виде аддитивного функционала.

$$I = \int_{t_0}^{t_k} \{[(\omega_n - \omega(t))]^2 + \lambda_1 h_p^2(t) + \lambda_2 v^2\} dt,$$

где t_0 – момент начала переходного процесса; t_k – момент окончания переходного процесса; ω_n – номинальная угловая скорость вала; $\omega(t)$ – текущая угловая скорость в переходном режиме дизеля; $h_p(t)$ – текущее значение выхода рейки топливного насоса; v – количество токсичных выбросов в отработавших газах дизеля; λ_1 и λ_2 – весовые коэффициенты.

Задачей оптимального управления является отыскание управлений $h_p(t)$, $Q_g(t)$ и $\theta(t)$ из области допустимых управлений U , переводящих объект регулирования из начального состояния X_0 в конечное состояние X_1 в течение времени $[t_0, t_k]$ и минимизирующее критерий-функционал.

Для оптимальности (в смысле минимума критерия-функционала) процесса $h_p(t)$, $Q_g(t)$, $\theta(t)$, $t_0 \leq t \leq t_1$, необходимо существование такой константы $\psi \leq 0$ и такого нетривиального решения $\psi(t)$, $t_0 \leq t \leq t_1$ системы

$$\frac{d\psi}{dt} = - \frac{dH[\psi, X(t), h_p(t), Q_g(t), \theta(t)]}{dX_i}, \quad i = \overline{1, n},$$

для любого момента t , являющегося точкой непрерывности уравнения $h_p(t)$, $Q_g(t)$, $\theta(t)$, выполнено условие максимума.

$$\max H[\psi(t), x(t), h_p(t), \theta(t), Q_d(t)] \equiv 0, \quad t_0 \leq t \leq t_1, \quad h_p, \theta, Q_d \in U \quad (25)$$

$$\max H(\psi, X, h_p, Q, \theta) = \sum_{i=0}^n \psi_i f_i(X, h_p, Q_d, \theta) \quad (26)$$

ψ_i – сопряженная переменная; f_i – уравнение движения объекта регулирования; H – гамильтониан (оператор набла); n – количество уравнений объекта регулирования.

Условие равенства нулю максимума гамильтониана (26) справедливо для рассматриваемого объекта регулирования, так как система уравнений инва-

риантна во времени, время окончания переходного процесса не задано и подынтегральная функция критерия – функционала инвариантна во времени. Тогда выражение для гамильтониана имеет такую форму

$$\begin{aligned} H\{\psi(t), x(t), h_p(t), Q_{\mathcal{D}}(t), \theta(t)\} = & \psi_0 f_0(x, u) + \psi_1[b_1 + b_2 h(p) + b_3 Q_{\mathcal{D}}(t) + \\ & + b_4 Q_{\mathcal{D}}(t)h_p(t) + b_5 h_p^2 + b_6 Q_{\mathcal{D}}(t)h_p^2(t)] + \psi_2[b_7 + b_8 Q_{\mathcal{D}}(t) + \\ & + b_9 Q_{\mathcal{D}}(t)h_p(t) + b_{10} Q_{\mathcal{D}}(t) + b_{11} Q_{\mathcal{D}}^2(t)h_p(t) + b_{12} h_p] + \\ & + \psi_3[\beta_1 \theta(t) + \beta_2 h_p(t)\theta(t) + \beta_3 Q_{\mathcal{D}}(t)\beta_4 \theta^2(t) + \beta_5 Q_{\mathcal{D}}(t)\theta^2(t) + \\ & + \beta_5 Q_{\mathcal{D}}(t)\theta^2(t) + \beta_6 Q_{\mathcal{D}}(t)\theta^2(t)] \end{aligned} \quad (27)$$

где f_0 – подынтегральная функция критерия-функционала; u – управление.

В уравнении (27) кроме управлений $h_p(t), Q_g(t)$ и $\theta(t)$, неизвестными являются также $\psi_1(t)$ и $\psi_2(t)$, так как сопряженное уравнение

$$\frac{d\psi_i}{dt} = -\sum \frac{\partial f_k}{\partial x_i} \psi_k, \quad (i = \overline{0, n}; \quad t_0 < t < t_1)$$

однородно относительно и можно произвольным образом выбрать константу в выражении:

$$\psi_0(t) = \text{const} \leq 0, \quad (t_0 \leq t \leq t_1).$$

Принимаем $\psi(t) = -1$ [7,9].

Для решения уравнения (27) относительно неизвестных $\psi_1(t)$, $\psi_2(t)$ и $\psi_3(t)$ и получения уравнений, из которых можно найти квазиоптимальные величины $h_p(t), Q_g(t)$ и $\theta(t)$, воспользуемся следующим положением принципа максимума: если точка $u(t)$ является внутренней точкой области управления u , то для выполнения условия максимума гамильтониана (26) необходимо равенство нулю следующих частных производных:

$$\begin{aligned} \frac{\partial H[\psi(t), x(t), h_p(t), Q_{\mathcal{D}}(t), \theta(t)]}{\partial h_p} &= 0; \\ \frac{\partial H[\psi(t), x(t), h_p(t), Q_{\mathcal{D}}(t), \theta(t)]}{\partial Q_{\mathcal{D}}} &= 0; \\ \frac{\partial H[\psi(t), x(t), h_p(t), Q_{\mathcal{D}}(t), \theta(t)]}{\partial \theta} &= 0. \end{aligned} \quad (28)$$

Систему уравнений (28) с учетом (27) представим в виде:

$$\frac{\partial H[y(t), x(t), h_p(t), Q_{\mathcal{D}}(t), q(t)]}{\partial h_p} =$$

$$\begin{aligned}
&= y_0 \frac{\partial f_0(x, u)}{\partial h_p} + y_1(t) [b_2 + b_4 Q_d(t) + 2b_5 h_p(t) + b_6 Q_d(t) h_p(t)] + \\
&+ y_2(t) [b_9 Q_d(t) + b_{11} Q_d^2(t) + b_{12}] + y_3(t) [b_2 q(t) + b_6 q^2(t)] = 0; \\
&\frac{\partial H[y(t), x(t), h_p(t), Q_d(t), q(t)]}{\partial Q_d} = \\
&= y_0 \frac{\partial f_0(x, u)}{\partial Q_d} + y_1(t) [b_3 + b_4 h_p(t) + b_6 h_p^2(t)] + \\
&+ y_2(t) [b_8 + b_9 h_p(t) + 2b_{10} Q_d(t) + 2b_{11} h_p Q_d] + y_3(t) [b_3 q(t) + b_5 q^2(t)] = 0; \\
&\frac{\partial H[y(t), x(t), h_p(t), Q_d(t), q(t)]}{\partial q} = \\
&= y_0 \frac{\partial f_0(x, u)}{\partial t} + y_3(t) [b_1 + b_2 h_p(t) + b_3 Q_d(t) + 2b_4 q(t) + \\
&+ 2b_5 Q_d q(t) + 2b_6 h_p(t) q(t)] = 0.
\end{aligned} \tag{29}$$

Уравнение (27) и система (29) образуют систему 4 уравнений, которые надо решать относительно трех неизвестных $\psi_1(t)$, $\psi_2(t)$, $\psi_3(t)$. В результате получим некоторую функцию вида

$$F[x(t), h_p(t), Q_d(t), \theta(t)] = 0. \tag{30}$$

Это равенство определяет необходимое условие оптимальности управления.

Поскольку приращения момента M_H нагрузки, вызывающие переходный процесс, различны по величине, а основные показатели рабочего процесса дизеля (мощность, частота вращения и др.) во время переходного процесса зависят от времени, то и оптимальные управляющие воздействия должны быть функциями момента нагрузки и времени, т.е. $h_p = h_p(t, M_H)$; $Q_d = Q_d(t, M_H)$; $\theta = \theta(t, M_H)$. Координаты точки состояний объекта регулирования $x(t)$ определяются значениями $\omega(t)$ и $\omega_k(t)$. С учетом этого выражение (30) можно записать следующим образом

$$F[\omega(t), \omega_k(t), h_p(t, M_H), Q_d(t, M_H), \theta(t, M_H), M_H] = 0 \tag{31}$$

Решение этого уравнения является решением задачи оптимального управления.

Выводы. В статье синтезирована математическая модель ДГ как объекта регулирования скорости, базирующаяся на линеаризованных уравнениях движения объекта, получен аддитивный критерий-функционал, учитываю-

ший основные показатели ДГ, и предложен алгоритм оптимизации вектора управлений по принципу максимума Понтрягина.

Список литературы: 1. *Марченко А.П.* Двигуни внутрішнього згоряння / *А.П. Марченко*. – Харків: Прапор, 2004. – 364 с. т. 1. 2. *До Дык Лыу.* Построение моделей для управления оптимальным режимом работы судового комплекса / *До Дык Лыу, Май Ван Чинь* / *Двигателестроение*. – 2007. – № 1. – С. 39 – 40. 3. *Котиков Ю.Г.* Цифровые системы автоматического управления силовыми установками автомобилей с дизельными двигателями (обзор) / *Ю.Г. Котиков, А.Э. Горев, Н.М. Блянкиштейн* / *Двигателестроение*. – 1985. – № 4. – С. 29–31. 4. *Агафонов А.Н.* Экспериментальные исследования работы ДВС с усовершенствованной системой воздухообеспечения / *А.Н. Агафонов, И.В. Слесаренко, В.Н. Груздь* [и др.] / *Двигателестроение*. – 2007. – № 2. – С. 11–16. 5. *Мельдзин Н.Х.* Повышение качества управления дизель-генератором применением двухконтурной системы управления: автореф., дис. на соискание уч. степени канд. техн. наук: спец. 05.04.02 «Тепловые двигатели» / *Н.Х. Мельдзин*. – М.: 1998. – 19с. 6. *Долгих И.Д.* Разработка систем автоматического непрерывно-дискретного регулирования транспортных дизелей: автореф., дис. на соискание уч. степени д-ра техн. наук: спец. 05.04.02 «Тепловые двигатели» / *И.Д. Долгих*. – Харьков, 1993.- 47с. 7. *Дмитриенко В.Д.* Синтез оптимальных регуляторов для повышения технико-экономических показателей турбопоршневых двигателей: автореф. дис. на соискание уч. степени канд. техн. наук: спец. 05.13.05 «Элементы и технические средства управления и регулирования» / *В. Д. Дмитриенко*. – Харьков, 1975. –24 с. 8. Модели процессов в информационно-измерительных системах для управления и диагностики дизелей / *А.Н. Борисенко* / *Вестник Национального технического университета «ХПИ»*. – 2004. – № 17. – С. 7–12. 9. *Погребняк В.В.* Разработка и исследование устройств для дополнительного разгона агрегатов наддува в переходном процессе тепловозных дизелей и автоматизированных дизель-генераторов: дис. канд. техн. наук: 05.04.02 / *В.В. Погребняк*. – Харьков, 1971. – 241 с.

Статья представлена д.т.н. проф. НТУ «ХПИ» Рогачевым А.И.

Поступила в редакцию 11.03.2010