

**A. В. КОБРИН**, аспирант, ХНУРЭ, Харьков;  
**Б. С. ТУР**, аспирант, ХНУРЭ, Харьков

## ОЦЕНКА ЗАДЕРЖКИ С ПОМОЩЬЮ РОБАСТНОГО ФИЛЬТРА КАЛМАНА

Предложена модель задержки, включающая в себя скачки и выбросы, позволяющая моделировать более реальный процесс задержки. Предложено использовать робастный фильтр Калмана для оценивания задержки. Фильтр, благодаря своей робастности, позволяет игнорировать единичные всплески задержки и быстро переключаться на новое значение задержки при изменении тренда.

**Ключевые слова:** робастный фильтр Калмана, задержка, формирующий фильтр

**Введение.** В данной работе мы предлагаем модель процесса задержки, расширив формирующий фильтр, введя в него два типа выбросов задержки, которые могут привести к значительным сбоям в цифровом обмене пакетами реального времени.

Использование рекурсивных фильтров позволяет получать оперативную оценку процесса. Так как задержка имеет разнородные типы выбросов, которые могут привести к проблеме неограниченного изменения оценки за один шаг в классическом фильтре Калмана (ФК), мы предлагаем использовать робастный фильтр Калмана (РФК), который оставаясь достаточно простым, позволяет решить ряд проблем, возникающих из-за выбросов.

**Стационарная рекурсивная задержка.** Достаточно конструктивной моделью случайного динамического процесса, является формирующий фильтр, описываемый уравнением состояния.

$$\frac{dx(t)}{dt} = F(t)x(t) + G(t)\zeta(t).$$

Учитывая то, что мы рассматриваем информационный обмен в цифровой форме в виде пакетов, уравнение состояния, описывающее случайные изменения задержки на каждом из  $k$  шагов дискретизации, представляется в виде:

$$x(k+1) = F(k+1, k)x(k) + G(k)\zeta(k), \quad (1)$$

где  $F(k+1, k)$  – матрица перехода,  $G(k)$  – порождающий коэффициент,  $\zeta(k)$  – порождающий Гауссовый белый шум (ГБШ), со спектральной плотностью мощности  $N_\zeta$ .

Процесс измерения задержки будем считать линейным. Уравнение наблюдения в линейном приближении представлено в виде:

$$y(k) = Hx(k) + v(k), \quad (2)$$

где  $v(k)$  – фазовый шум ошибки измерения, являющийся белым Гауссовым шумом со спектральной плотностью мощности  $N_v$ , некоррелированный с процессом  $\zeta(k)$ .

**Модель задержки со случайными выбросами.** Как показывают многочисленные исследования в статистике, модель описанная уравнением (1), является идеальной, в реальных же ситуациях процесс задержки претерпевает различные случайные скачки и выбросы обусловленные наличием инерционных элементов, таких как буферы, маршрутизаторы и др.

Очевидно, указанные выбросы и скачки можно представить, как уравнение состояния (1) так и как уравнение наблюдения (2). Учитывая то, что для оценки задержки будем использовать рекуррентный фильтр Калмана-Бьюси, оставим уравнение состояния (1) без изменения и преобразуем уравнение наблюдения (2).

При наличии кратковременных выбросов компонента помех  $v(k)$  соответственно преобразовывается, с учетом вероятности появления выброса  $r_v$ . Данная компонента приобретает вид:

$$v(k) = (1 - r_v)L(v(k)) + r_v L(v_v(k)),$$

где  $L(v_v(k))$  представляет собой случайный процесс выброса, а  $0 \leq r_v \leq 1$  представляет собой вероятность появления выброса относительно стационарного случайного процесса  $v(k)$ .

Иная ситуация при появлении скачка, который влияет на уравнение наблюдения в целом, после скачка в уравнение наблюдения появляется смещение, изменяющее несколько последующих состояний, это уравнение представлено в виде:

$$y(k) = (1 - r_s)L(y(k)) + r_s L(y_s(k)),$$

где  $L(y_s(k))$  представляет собой уравнение наблюдения случайного процесса скачка, а  $0 \leq r_s \leq 1$  представляет собой вероятность появления скачка.

Учитывая то, что в рассматриваемой модели имеет место два типа уравнения наблюдения: для выброса и для скачка, необходимо дополнительное устройство, предназначенное для идентификации типа изменений.

**Моделирование процесса задержки.** Выделяют три вида изменения задержки [1], которые могут быть вызваны различными причинами:

1. Переходной джиттер, когда один пакет в потоке оказывается задержанным на значительно больший интервал времени по отношению к другим. Это наблюдается в тех случаях, когда происходят обновление таблицы маршрутизации, LAN перегрузки, изменения маршрута и др.;

2. Постоянный джиттер – это желаемая передача с примерно постоянным изменением задержки пакетов;

3. Изменение джиттера на коротком интервале времени, возникающего из-за всплеска пакетной активности. Это явление, как правило, связано с перегрузками линии доступа или изменением маршрута.

С помощью предложенной модели случайного процесса сгенерируем ряд задержек с переходным джиттером рис. 1, *a* и ряд задержек с изменением джиттера на коротком интервале времени рис. 1, *b*.

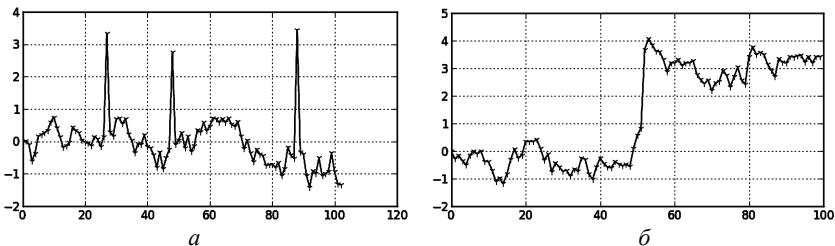


Рисунок 1 – Моделирование ряда задержек: *a* – с выбросами, *b* – со скачками

**Классический фильтр Калмана.** Поскольку задержка в соответствии с уравнением (2) наблюдается на фоне Гауссова белого шума, а само значение задержки случайно из-за множества факторов формирующих эту случайность. В результате можно утверждать, что в силу центральной предельной теоремы распределение случайной задержки также подчиняется нормальному закону. Знание закона распределения и использование в таких случаях минимума среднеквадратичного отклонения позволяет рассчитывать на то, что полученные оценки окажутся более точными из-за их оптимальности.

Уравнение оценки в виде условного среднего значения задержки с использованием фильтра Калмана имеет вид:

$$\hat{x}(k+1) = F\hat{x}(k) + K(k)\Delta y, \quad (3)$$

где  $\Delta y = HF\hat{x}(k) - y(k)$  – невязка,  $K(k)$  – коэффициент, обеспечивающий устойчивость и сходимость процедуры, в частности  $K(k)$  может быть константой  $K(k) \leq 1$ . Коэффициент усиления фильтра Калмана  $K(k)$  является функцией от апостериорной дисперсии  $V(k)$ , что ускоряет его сходимость:

$$K(k) = V(k)H^T N_v^{-1}.$$

На рис. 2 представлена схема сглаживающего фильтра, построенная в соответствии с (3). Ключевую роль в оценке фильтром Калмана текущего среднего значения задержки, является параметр  $F$  позволяющий регулировать сглаживающие свойства фильтра.

**РФК в ситуации выброса.** Очевидно, что с использованием модернизированного уравнения наблюдения, ФК становится не оптимальным, а его сходимость к установившемуся состоянию проблематичной. Существует несколько методов, позволяющих обеспечить сходимость ФК среди которых метод кусочно-линейной аппроксимации, метод дискретно-непрерывных моделей и др. Данные методы являются близкими к оптимальности, но достаточно громоздкими поэтому рассмотрим РФК, который является более про-

стым и обеспечивает получение устойчивого решения в широком диапазоне входных воздействий.

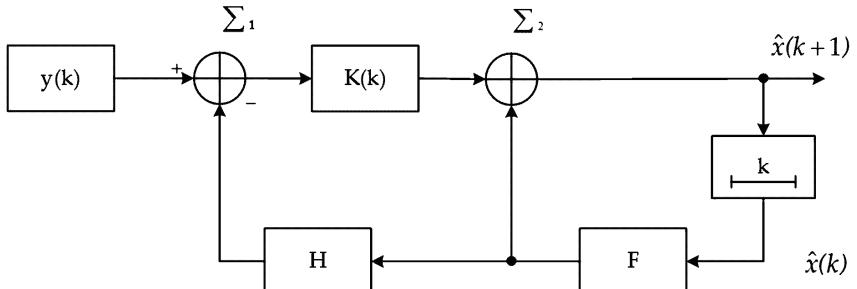


Рисунок 2 – Схема ФКБ.

Воспользуемся методологией работы [2]. Короткий выброс задержки и возвращение ее в стационарное состояние, является как правило ложным и основной задачей фильтра, является сгладить данный выброс обеспечив текущую величину этого значения неизменной по сравнению с прошлым шагом. Процедура Калмана-Бьюси при этом приобретает следующий вид:

$$\hat{x}(k+1) = F(k+1, k)\hat{x}(k) + K(k)\Delta y \min\left\{1, \frac{b}{|K(k)\Delta y|}\right\},$$

где  $b$  является некоторым ограничителем изменения значения функции. Это предложение убирает проблему неограниченного изменения оценки за один шаг в классическом фильтре Калмана, оставаясь при этом достаточно простой. Если  $b \geq |K(k)\Delta y|$ , то  $\min\left\{1, \frac{b}{|K(k)\Delta y|}\right\} = 1$  и фильтр работает как ФК (3), если  $b < |K(k)\Delta y|$ , то произошел выброс и невязка умножается на понижающий коэффициент, равный  $\frac{b}{|K(k)\Delta y|}$ .

**РФК в ситуации скачка.** Следуя разработке [2] РФК в ситуации скачка приобретает вид:

$$\begin{aligned} \hat{x}(k+1) = & F(k+1, k)\hat{x}(k) + H(k)[I - H(k)K(k)\Delta y] \times \\ & \times \min\left\{1, \frac{b}{|I - H(k)K(k)\Delta y|}\right\} \end{aligned}$$

где  $b$  тот же аргумент, ограничивающий изменение значения функции, что и для РФК в ситуации выброса.

**Одновременная фильтрация выбросов и скачков.** Одновременная фильтрация возможна только с некоторой задержкой. С помощью этой задержки мы можем принять решение о типе выброса. Если произошел выброс то мы скорей всего увидим один большой всплеск, если скачок – то их должна быть подряд целая последовательность. Гибридный фильтр может быть реализован следующим образом [2]: РFFK в ситуации скачка работает по умолчанию и всякий раз когда ширина выброса больше окна наблюдения  $w$ , единожды используется процедура РFFK в ситуации скачка.

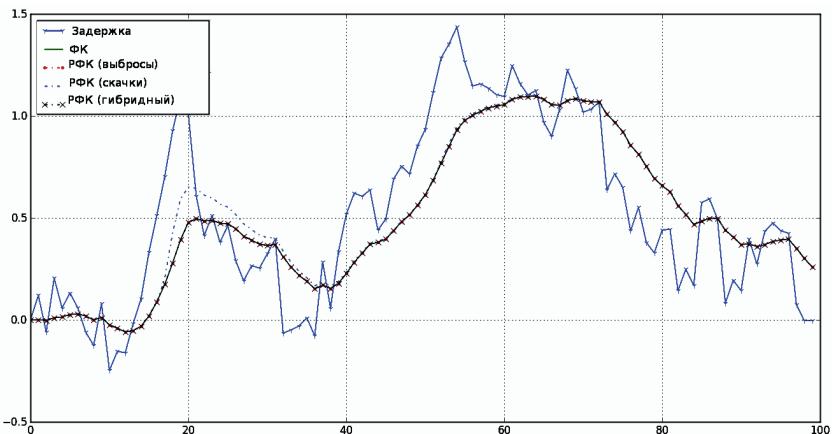


Рисунок 3 – Моделирование фильтрации в идеальных условиях

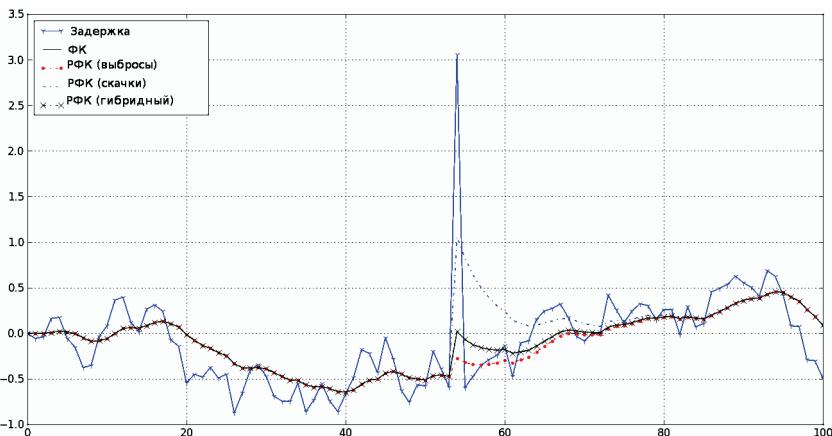


Рисунок 4 – Моделирование фильтрации при выбросах

**Примеры симуляции оценки.** Чтобы сравнить алгоритмы фильтрации промоделируем описанные робастные алгоритмы и ФК. Результаты приведе-

ны на рис. 3-6. В идеальной ситуации рис. 3, все фильтры работают хорошо.

В ситуации с выбросами рис. 4, РФК для ситуации с выбросами работает лучше и с небольшим отставанием гибридный РФК. В то время как ФК и РФК для ситуации скачка выполняет намного хуже.

В ситуации со скачками рис. 5, РФК для скачков лучший, опередив ФК, и гибридный РФК. В то время как РФК для ситуации с выбросом оказался не в состоянии отслеживать скачки.

Наконец в смешанной ситуации скачков и выбросов рис. 6, лучше всего справляется гибридный РФК, а все остальные фильтры выполняют оценку недопустимо плохо.

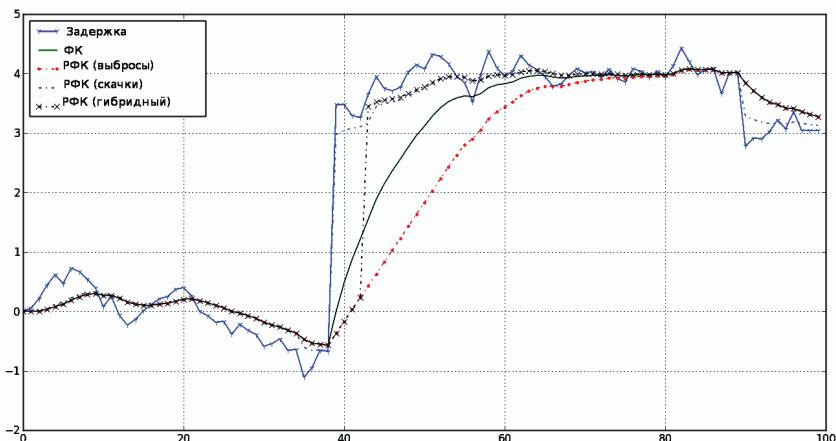


Рисунок 5 – Моделирование фильтрации при скачках

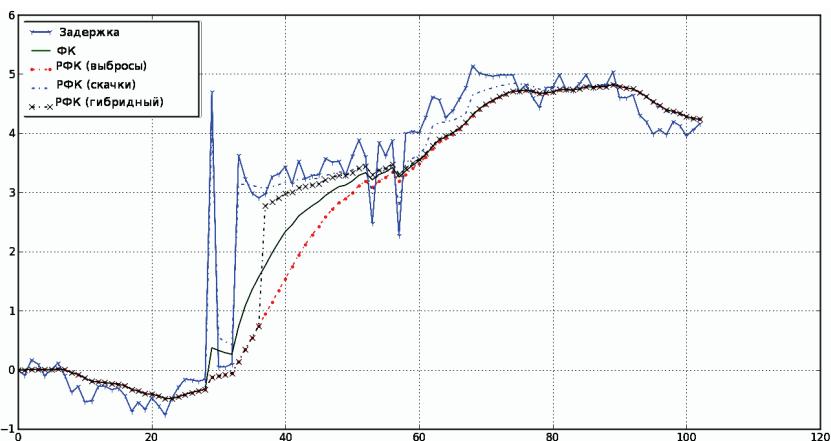


Рисунок 6 – Моделирование фильтрации в смешанной ситуации скачков и выбросов

**Выводы.** В статье предложена модель задержки включающая в себя скачки и выбросы, позволяющая моделировать более реальный процесс задержки.

Предложено использовать РФК для оценивания задержки. Фильтр, благодаря своей робастности, позволяет игнорировать единичные всплески задержки, которые могут возникнуть в случае обновления таблицы маршрутизации, LAN перегрузок и др. При изменении тренда или уровня задержки, которые происходят из-за всплеска пакетной активности, фильтр позволяет быстро переключаться, благодаря некоторому окну наблюдения позволяющему принять решение о типе выброса.

**Список литературы:** 1. Clark A. Analysis, measurement and modelling of Jitter // ITU-T Delayed Contribution COM12 - D98, International Telecommunication Union. – Geneva, January 2003. 2. Ruckdeschel P. Optimally robust kalman filtering // Berichte des Fraunhofer ITWM. – 2010. – № 185. 3. Jacobson V. Congestion Avoidance and Control // In Proc. ACM SIGCOMM 88. – 1998. 4. Skurowski P., Gruba A. SMPDV – a new jitter estimator proposal // Studia Informatica. – V. 29. – P. 37, Issue 4b. 5. Поповский В. В., Олейник В. Ф. Математические основы управления и адаптации в телекоммуникационных системах. – Х.: СМИТ, 2011. – 362 с.

Поступила в редакцию 15.04.2013.

УДК 621.391

**Оценка задержки с помощью робастного фильтра Калмана / А. В. Кобрин, Б.С Тур //** Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Техніка та електрофізика високих напруг. – Х.: НТУ «ХПІ», 2013. – № 27 (1000). – С. 76-82. – Бібліогр.: 5 назв.

Запропоновано модель затримки, що включає в себе стрибки і викиди, що дозволяє моделювати більш реальний процес затримки. Запропоновано використовувати робастних фільтр Калмана для оцінювання затримки. Фільтр, завдяки своїй робастності, дозволяє ігнорувати одиничні сплески затримки і швидко перемикатися на нове значення затримки при зміні тренда.

**Ключові слова:** робастний фільтр Калмана, затримка, формуючий фільтр.

A model of the delay included jumps and emissions was suggested in paper, it allows to simulate a real process delays. We proposed to use the robust Kalman filter to estimate the delay. Robust Filter ignores individual bursts delay and switches to the new delay value when the trend is changed.

**Keywords:** robust Kalman filter, delay, shaping filter.