



МІНІСТЕРСТВО НАУКИ І ОСВІТИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ХПІ»

С.Д. Гапochenко

МЕХАНІЧНІ КОЛИВАННЯ І ХВИЛІ

ОПОРНИЙ КОНСПЕКТ ЛЕКЦІЙ

з дисципліни «ФІЗИКА»

для студентів технічних спеціальностей

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ХПІ»

С.Д. Гапochenко

МЕХАНІЧНІ КОЛИВАННЯ І ХВИЛІ

ОПОРНИЙ КОНСПЕКТ ЛЕКЦІЙ

з дисципліни «ФІЗИКА»

для студентів технічних спеціальностей

Затверджено
редакційно-видавничою
радою університету,
протокол №3 від 6.10.21 р.

Харків
НТУ «ХПІ»
2021

УДК 531

Г19

Рецензент:

С. В. Малихін, д-р фіз.-мат. наук, проф., завідувач кафедри фізики металів та напівпровідників НТУ «ХПІ»

Гапochenко С. Д.

Г19 Механічні коливання і хвилі. Опорний конспект лекцій з дисципліни «Фізика» [Електронний ресурс] /

Гапochenко С. Д. Електронні текст. дані. (1 файл pdf : 49 с.). – Харків: НТУ «ХПІ», 2021

Опорний конспект лекцій містить короткі теоретичні відомості з розділу фізики «Механічні коливання і хвилі», приклади розв’язання задач, посилання на фільми на Youtube та велику кількість ілюстрацій, які сприяють глибшому розумінню і засвоєнню теоретичних положень, наведених у конспекті. Конспект відповідає програмі курсу фізики, яка затверджена Міністерством освіти і науки України і може використовуватись в дистанційній формі навчання та для самостійної роботи.

Для студентів технічних спеціальностей.

Іл. 80. Бібліогр. 5.

УДК 531

© С. Д. Гапochenко, 2021

1. Поняття про коливальні процеси.....	4
2. Гармонічні коливання.....	6
3. Додавання скалярних і векторних коливань однакової частоти.....	8
3.1. Додавання гармонічних коливань однакового напрямку і однакової частоти.....	8
3.2. Биття.....	10
3.3. Додавання векторних коливань однакової частоти.....	11
3.4. Фігури Ліссажу.....	14
3.5. Фур'є-розклад періодичних процесів.....	15
4. Механічні лінійні коливання і хвилі.....	16
4.1. Поняття про лінійні та нелінійні коливальні системи.....	16
4.2. Механічні вільні незагасаючі коливання (механічні гармонічні коливання).....	17
4.3. Механічні вільні загасаючі коливання.....	22
4.4. Механічні вимушені коливання.....	25
4.5. Механічні хвилі.....	28
4.6. Звукові хвилі.....	38
4.7. Принцип суперпозиції хвиль.....	39
4.8. Інтерференція механічних хвиль.....	40
4.9. Дифракція хвиль.....	43
4.10. Хвильовий пакет. Групова швидкість хвильового пакета.....	44
4.11. Ефект Доплера.....	45
Питання для самоперевірки.....	48
Література.....	49



1. ПОНЯТТЯ ПРО КОЛИВАЛЬНІ ПРОЦЕСИ

Коливаннями називають процеси, які характеризуються певною степінню повторюванності у часі.

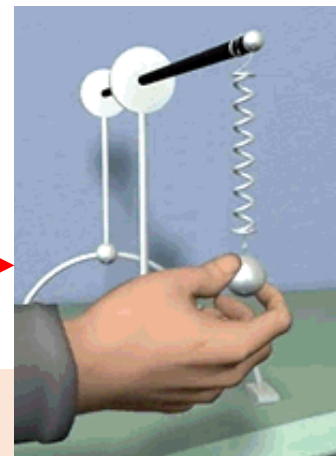
<http://fizmat.by/pic/PHYS/page101/im1.gif>

Залежно від фізичної природи процесу, що повторюється, розрізняють *механічні, електромагнітні, електромеханічні* коливання та інші.

Залежно від характеру дії на коливальну систему розрізняють *вільні* коливання, *вимушені* коливання, *автоколивання*, *параметричні* коливання.

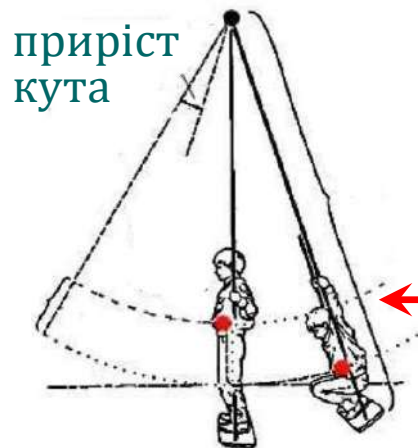
Вільними називаються коливання, які здійснюються системою, яка була виведена із стану рівноваги короткочасною зовнішньою дією і надана сама собі.

<http://fizmat.by/pic/PHYS/page101/im29.gif>



Вимушеними називаються коливання, під час яких на коливальну систему діє зовнішня сила, що періодично змінюється з часом.

<http://fizmat.by/pic/PHYS/page101/im18.gif>



● центр тяжіння людини

Автоколивання здійснюються коливальною системою під дією зовнішніх сил, але моменти часу, коли відбувається дія, задаються самою системою.

<https://gifs.com/gif/XLPX05>

<https://www.youtube.com/watch?v=bgqBeS1Lccg>

Параметричні коливання відбуваються, коли в такт з коливаннями системи періодично змінюється будь-який її параметр.

<https://www.youtube.com/watch?v=FMWUoposL00&t=11s>

<https://www.youtube.com/watch?v=bgqBeS1Lccg>



ХАРАКТЕРИСТИКИ КОЛИВАНЬ

1. **Зміщення** – фізична величина, яка дорівнює відхиленню величини, яка коливається, від її значення у положенні стійкої рівноваги.

Одиниця зміщення відповідає одиниці величини, яка коливається.

2. **Амплітуда коливань** – фізична величина, яка чисельно дорівнює максимальному зміщенню коливальної системи відносно положення стійкої рівноваги.

Одиниця амплітуди відповідає одиниці величини, яка коливається.

3. **Фаза коливань** – фізична величина, яка сумісно з амплітудою коливань сповна визначає стан процесу коливань у будь-який момент часу t .

У СІ одиниця фази – радіан.

4. **Початкова фаза коливань** – фізична величина, яка сумісно з амплітудою коливань визначає стан процесу коливань у початковий момент часу.

У СІ одиниця початкової фази – радіан.

5. **Період коливань** T – інтервал часу, за який відбувається одне повне коливання. У СІ $[T] = \text{с}$.

6. **Частота коливань** ν – фізична величина, яка дорівнює кількості коливань за одиницю часу.

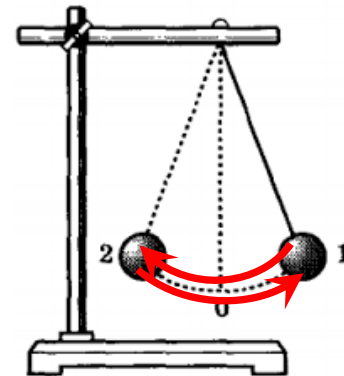
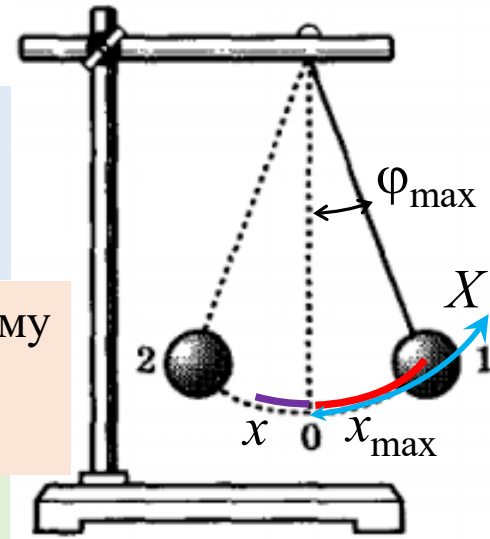
У СІ $[\nu] = \text{с}^{-1} = \text{Гц}$ (герц). Розмірність частоти $\dim \nu = T^{-1}$. Зв'язок між ν и T :

$$\nu = \frac{1}{T}.$$

7. **Циклічна частота** ω – фізична величина, яка дорівнює похідній за часом від фази коливань. Позначимо фазу коливань як ϕ , тоді

$$\omega = \frac{d\phi}{dt}.$$

У СІ $[\omega] = \text{рад/с}$.



ν - ню
 ω - омега



2. ГАРМОНІЧНІ КОЛИВАННЯ

Гармонічними коливаннями називаються коливання, при яких величина, що коливається, змінюється з часом за законом синуса (косинуса).

Система, яка здійснює гармонічні коливання, називається гармонічним осцилятором.

Гармонічні коливання, які здійснюються величиною x , описуються рівняннями

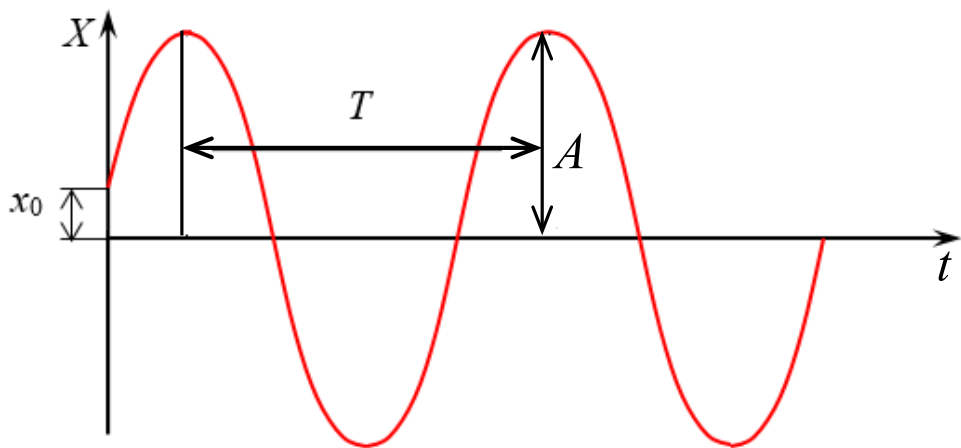


або

$$x = A \sin \alpha(t) = A \sin(\omega t + \alpha_0)$$
$$x = A \cos \varphi(t) = A \cos(\omega t + \varphi_0),$$

$$\alpha_0 + \varphi_0 = \frac{\pi}{2}$$

де x – зміщення; A (або x_m) – амплітуда коливань; $\alpha(t)$ або $\varphi(t)$ – фаза коливань у момент часу t ; α_0 або φ_0 – початкова фаза коливань; ω – циклічна частота коливань.



графік гармонічних коливань

Початкове зміщення $x_0 = A \cos \varphi_0$.

Зв'язок між ω і ν

$$x = A \cos(\omega(t + T) + \varphi_0) = A \cos(\omega t + 2\pi + \varphi_0),$$

$$\omega(t + T) + \varphi_0 = \omega t + 2\pi + \varphi_0,$$



$$T = \frac{2\pi}{\omega}, \quad \omega = 2\pi\nu.$$

ДИФЕРЕНЦІАЛЬНЕ РІВНЯННЯ ГАРМОНІЧНИХ КОЛИВАНЬ

Нехай $x = A \cos(\omega t + \varphi_0)$,

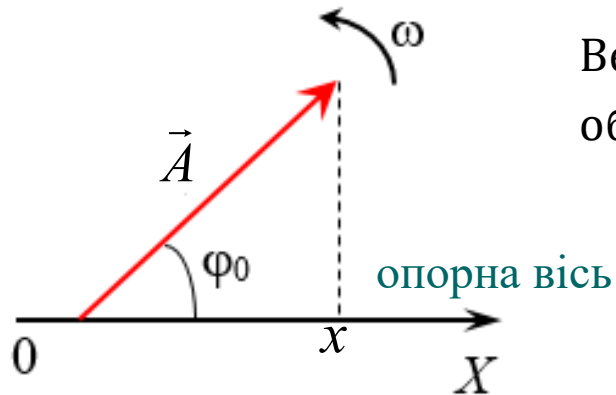
$$x' = \frac{dx}{dt} = -\omega A \sin(\omega t + \varphi_0), \quad x'' = \frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 A \cos(\omega t + \varphi_0) = -\omega^2 x,$$



$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0.$$

ГРАФІЧНИЙ СПОСІБ НАДАННЯ ГАРМОНІЧНИХ КОЛИВАНЬ у вигляді ВЕКТОРА АМПЛІТУДИ, який обертається

Вектор $\vec{A}$, модуль якого дорівнює амплітуді A коливань, обертається проти годинникової стрілки з кутовою швидкістю ω .



Проекція x вектора $\vec{A}$ у момент часу t визначається співвідношенням

$$x = A \cos \varphi(t) = A \cos(\omega t + \varphi_0).$$

вісь OX напрямлена вздовж опорної осі

3. ДОДАВАННЯ СКАЛЯРНИХ І ВЕКТОРНИХ КОЛИВАНЬ ОДНАКОВОЇ ЧАСТОТИ



Скалярним коливанням називається процес, в якому деяка скалярна величина (електрична напруга, тиск повітря *тощо*) змінюється з часом за періодичним законом.

Векторним коливанням називається процес, в якому деяка векторна фізична величина (напруженість електричного чи магнітного поля, переміщення матеріальної точки *тощо*) змінюється з часом за періодичним законом.

3.1. ДОДАВАННЯ ГАРМОНІЧНИХ КОЛИВАНЬ ОДНАКОВОГО НАПРЯМКУ І ОДНАКОВОЇ ЧАСТОТИ

$$x_1(t) = A_1 \cos(\omega t + \varphi_{10}); \quad x_2(t) = A_2 \cos(\omega t + \varphi_{20}).$$

Коливання $x_1(t)$ і $x_2(t)$ повинні описуватися однаковою тригонометричною функцією.



Результуюче коливання $x(t) = A \cos(\omega t + \varphi_0)$.

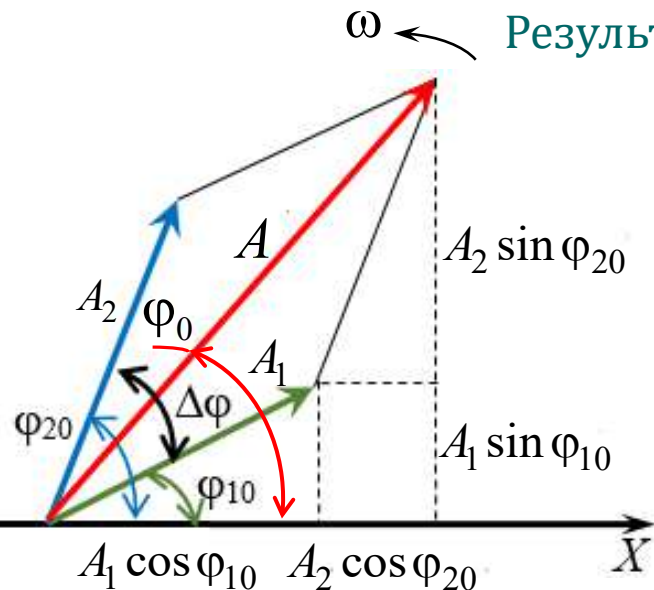
Різниця початкових фаз коливань $\Delta\varphi = \varphi_{20} - \varphi_{10}$.

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2 \cos(\pi - \Delta\varphi)} = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \Delta\varphi}.$$

Амплітуда результуючого коливання $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \Delta\varphi}$,
початкова фаза

$$\operatorname{tg} \varphi_0 = \frac{A_1 \sin \varphi_{10} + A_2 \sin \varphi_{20}}{A_1 \cos \varphi_{10} + A_2 \cos \varphi_{20}}.$$

<https://www.youtube.com/watch?v=UGSCcqu2wW4&t=115s>





ПРИКЛАД 1:

Матеріальна точка масою 10 г бере участь у двох однаково напрямлених коливаннях, які задані рівняннями:
 $x_1 = 0,4 \cos(5\pi t + \pi/6)$ м і $x_2 = 40 \sin(5\pi t + \pi/6)$ см. Напишіть рівняння результуючого коливання.



Розв'язання:

Рівняння коливань повинні бути написані з використанням однієї тригонометричної функції, тому напишемо друге рівняння у вигляді $x_2 = 0,4 \cos(5\pi t + \pi/3)$ м. Додаються однаково напрямлені коливання однієї частоти, тому результуюче коливання буде мати той же напрямок і ту ж частоту: $x = A \cos(5\pi t + \varphi_0)$ м.

Амплітуду і початкову фазу результуючого коливання визначимо за допомогою векторної діаграми (див. п.3.1).

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \Delta\varphi}, \quad \operatorname{tg} \varphi_0 = \frac{A_1 \sin \varphi_{10} + A_2 \sin \varphi_{20}}{A_1 \cos \varphi_{10} + A_2 \cos \varphi_{20}}.$$

Дано:

$$A_1 = 0,4 \text{ м}$$

$$\varphi_{01} = \pi/6$$

$$A_2 = 0,4 \text{ м}$$

$$\varphi_{02} = \pi/3$$

$$A = ?$$

$$\varphi_0 = ?$$

Розв'язання:

$$A = \sqrt{16 \cdot 10^{-2} + 16 \cdot 10^{-2} + 2 \cdot 4 \cdot 10^{-1} \cdot 4 \cdot 10^{-1} \cos\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{6}\right)} =$$

$$= 4 \cdot 10^{-1} \sqrt{1 + 1 + 2 \cdot \sqrt{3}/2} = 0,77 \text{ м}$$

$$\operatorname{tg} \varphi_0 = \frac{0,4 \cdot \sin \frac{\pi}{6} + 0,4 \cdot \sin \frac{\pi}{3}}{0,4 \cdot \cos \frac{\pi}{6} + 0,4 \cdot \cos \frac{\pi}{3}} = \frac{0,4 \cdot 0,5 + 0,4 \cdot \sqrt{3}/2}{0,4 \cdot \sqrt{3}/2 + 0,4 \cdot 0,5} = 1; \quad \varphi_0 = \frac{\pi}{4}.$$

Відповідь: $x = 0,77 \cos(5\pi t + \frac{\pi}{4})$ м.



3.2. БИТТЯ

Розглянемо додавання двох гармонічних коливань одного напрямку, які мало відрізняються за частотою і мають однакову амплітуду

$$x_1 = A \cos \omega t$$

$$x_2 = A \cos(\omega + \Delta\omega)t,$$

де $\Delta\omega \ll \omega$.

Результуюче коливання x визначається співвідношенням

$$x = x_1 + x_2 = A \cos \omega t + A \cos(\omega + \Delta\omega)t = 2A \cos(\Delta\omega t/2) \cos(\omega t + \Delta\omega t/2).$$

Оскільки $\Delta\omega \ll \omega$, тоді

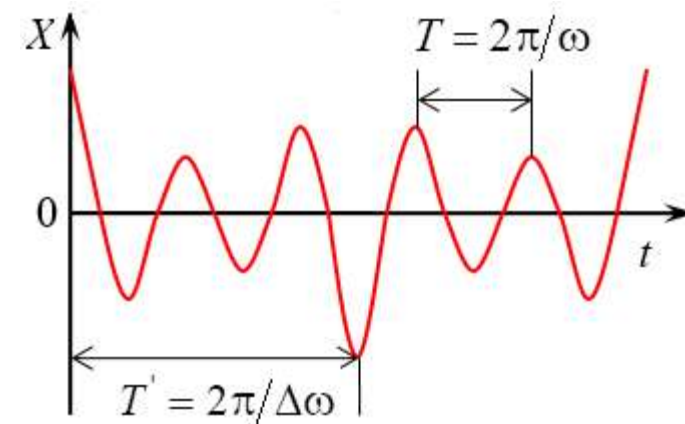
$$x = 2A \cos(\Delta\omega t/2) \cos \omega t.$$

Амплітуда коливань $|2A \cos(\Delta\omega t/2)|$, тоді

$$x = |2A \cos(\Delta\omega t/2)| \cos \omega t$$

Результуюче коливання – гармонічне коливання з пульсуючою амплітудою. Такі коливання називаються **БИТТЯМ**.

Множник $|2A \cos(\Delta\omega t/2)|$ впливає також на фазу коливань.



$$\omega / \Delta\omega = 2.5$$

3.3. ДОДАВАННЯ ВЕКТОРНИХ КОЛИВАНЬ ОДНАКОВОЇ ЧАСТОТИ

Маємо два векторних коливання

$$\vec{x}_1 = \vec{A}_1 \cos \omega t,$$

$$\vec{x}_2 = \vec{A}_2 \cos(\omega t + \Delta\varphi),$$

де $\Delta\varphi$ – різниця початкових фаз коливань.



Ціль: отримати рівняння траєкторії кінця вектора $\vec{x}$:

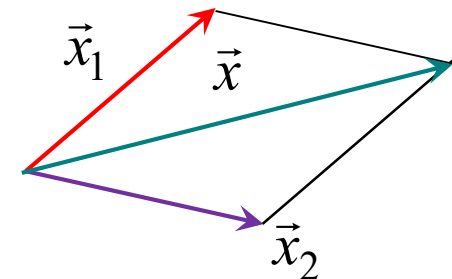
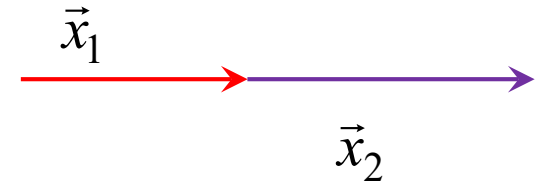
$$\vec{x} = \vec{x}_1 + \vec{x}_2.$$

1. Вектори $\vec{x}_1$ і $\vec{x}_2$ **колінеарні**, тоді

(див. 3.1).

$$x = x_1 + x_2.$$

2. Вектори $\vec{x}_1$ і $\vec{x}_2$ **не колінеарні**. Кінець вектора $\vec{x}$ описує у площі векторів $\vec{x}_1$ і $\vec{x}_2$ замкнену криву, рівняння якої треба визначити.





ДОДАВАННЯ ВЗАЄМНО ПЕРПЕНДИКУЛЯРНИХ КОЛИВАНЬ ОДНАКОВОЇ ЧАСТОТИ

Векторне коливання $\vec{y}$ напрямлене вздовж осі OY ; векторне коливання $\vec{x}$ – вздовж осі OX :

$$\vec{x} = \vec{A}_1 \cos \omega t,$$

$$\vec{y} = \vec{A}_2 \cos(\omega t + \Delta\varphi).$$

Результуючий вектор $\vec{a} = \vec{x} + \vec{y}$.

Координати кінця вектора $\vec{a}$: $x = A_1 \cos \omega t$,
 $y = A_2 \cos(\omega t + \Delta\varphi)$.

Визначимо рівняння, яке зв'язує y і x .

$$y = A_2 \cos(\omega t + \Delta\varphi) = A_2 \cos \omega t \cos \Delta\varphi - A_2 \sin \omega t \sin \Delta\varphi, \quad \cos \omega t = \frac{x}{A_1},$$

$$\sin \omega t = \sqrt{1 - \cos^2 \omega t} = \sqrt{1 - \frac{x^2}{A_1^2}},$$

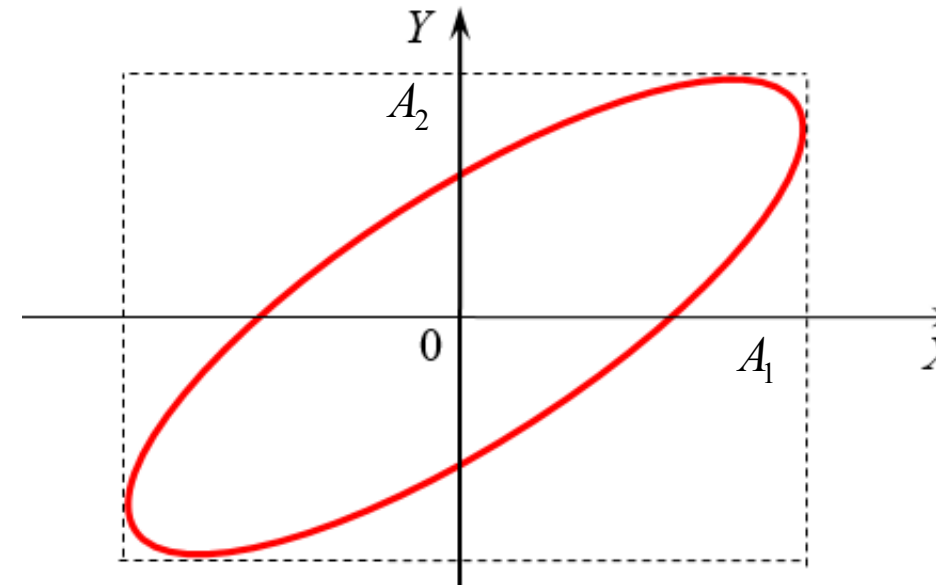
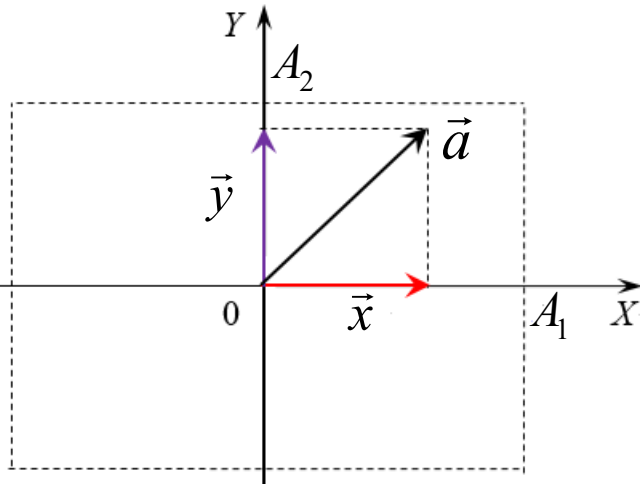
$$y = A_2 x \cos \Delta\varphi / A_1 - A_2 \sin \Delta\varphi \sqrt{1 - \frac{x^2}{A_1^2}}, \quad y - A_2 x \cos \Delta\varphi / A_1 = -A_2 \sin \Delta\varphi \sqrt{1 - \frac{x^2}{A_1^2}},$$

$$y^2 - 2A_2 xy \cos \Delta\varphi / A_1 + A_2^2 x^2 \cos^2 \Delta\varphi / A_1^2 = A_2^2 \sin^2 \Delta\varphi - A_2^2 x^2 \sin^2 \Delta\varphi / A_1^2,$$



$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} - \frac{2xy \cos \Delta\varphi}{A_1 A_2} = \sin^2 \Delta\varphi.$$

https://www.youtube.com/watch?v=q9lX_nQ-8



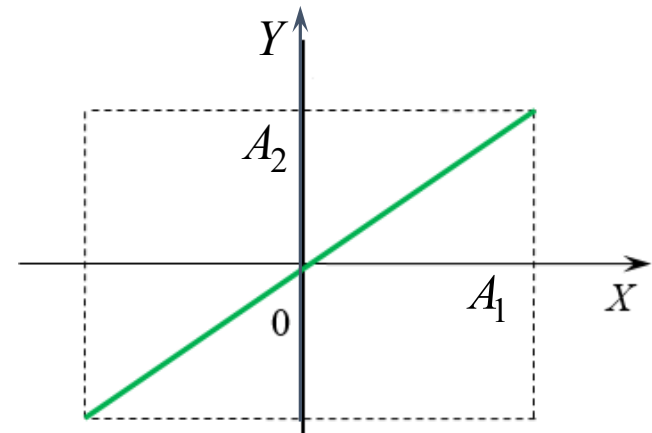
ОКРЕМІ ВИПАДКИ

1. РІЗНИЦЯ ФАЗ $\Delta\varphi = \pm 2\pi n, \quad n = 0, 1, 2, \dots$

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} - \frac{2xy}{A_1 A_2} = 0, \quad \left(\frac{x}{A_1} - \frac{y}{A_2} \right)^2 = 0,$$



$$y = \frac{A_2}{A_1} x.$$



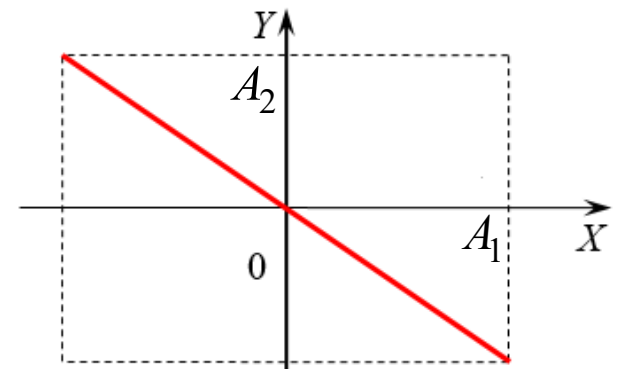
Траєкторія матеріальної точки — **пряма лінія**, яка проходить через 1-ий і 3-й квадранти.

2. РІЗНИЦЯ ФАЗ $\Delta\varphi = \pm \pi(2n + 1), \quad n = 0, 1, 2, \dots$

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} + \frac{2xy}{A_1 A_2} = 0, \quad \left(\frac{x}{A_1} + \frac{y}{A_2} \right)^2 = 0,$$



$$y = -\frac{A_2}{A_1} x.$$

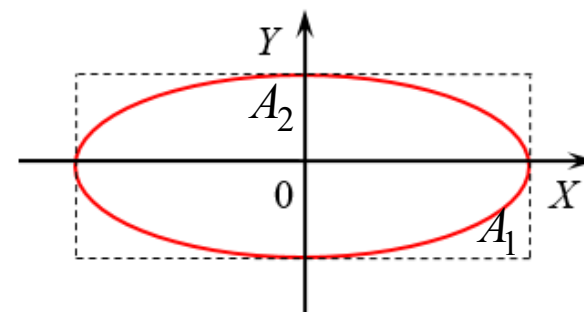


Траєкторія матеріальної точки — **пряма лінія**, яка проходить через 2-ий і 4-ий квадранти.

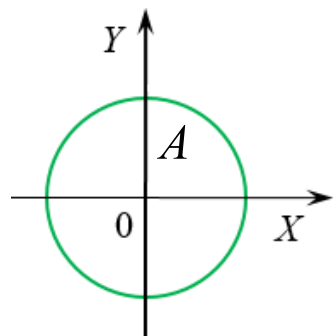
3. РІЗНИЦЯ ФАЗ $\Delta\varphi = \pm \frac{\pi}{2}(2n + 1), \quad n = 0, 1, 2, \dots$



$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} = 1.$$



Це рівняння **еліпса**, головні осі якого співпадають з координатними осями.



Якщо $A_1 = A_2 = A$ еліпс вироджується у коло.



$$x^2 + y^2 = A^2.$$

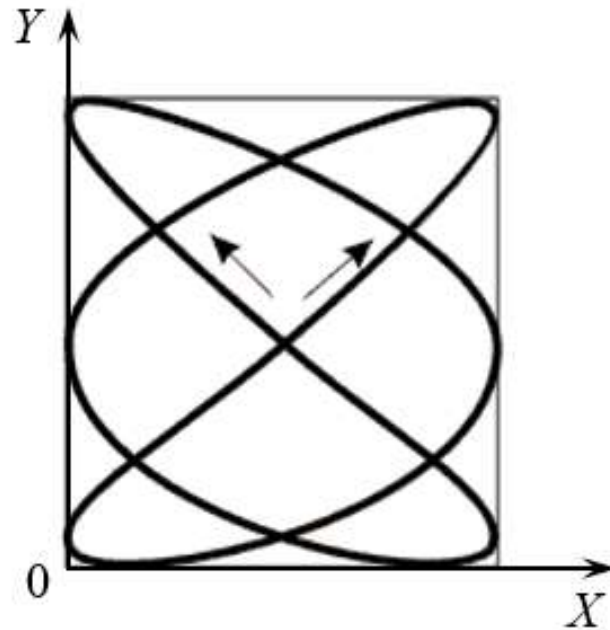
3.4. ФІГУРИ ЛІССАЖУ

Фігури Ліссажу спостерігаються, коли додаються два взаємно перпендикулярних коливання з різними частотами:

$$x = A_1 \cos(\omega_1 t + \varphi_{10})$$

$$y = A_2 \cos(\omega_2 t + \varphi_{20}).$$

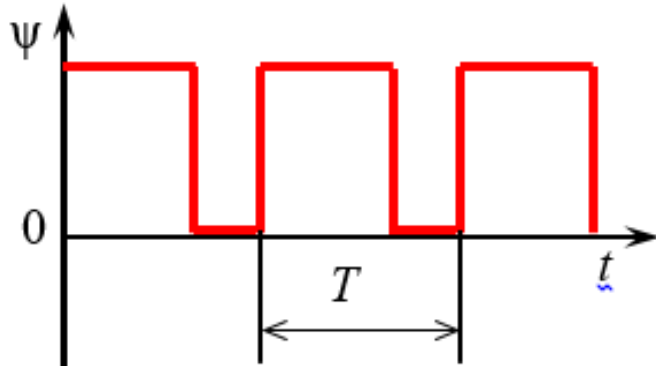
Вид фігури залежить від відношення A_2/A_1 , ω_2/ω_1 і різниці фаз $\Delta\varphi = \varphi_{10} - \varphi_{20}$. Відношення ω_2/ω_1 визначає кількість дотиків фігури з вертикальною і горизонтальною сторонами прямокутника, в який вона вписана.



$$\omega_2/\omega_1 = 3/2$$

$$\Delta\varphi = \frac{\pi}{4}$$

3.5. ФУР'Є-РОЗКЛАД ПЕРІОДИЧНИХ ПРОЦЕСІВ



Будь-які (механічні, електромагнітні, електромеханічні *тощо*) складні періодичні процеси можна надати у вигляді суперпозиції (накладання) одночасних гармонічних коливань з різними амплітудами і початковими фазами та частотами, які кратні основній частоті

$$\omega = \frac{2\pi}{T},$$

T – період процесу; $\psi(t)$ – будь-яка величина, яка змінюється періодично: $\psi(t + T) = \psi(t)$.

Тоді



$$\psi(t) = \frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^N A_n \sin(n\omega t + \varphi_{n0}), \text{ де } A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}; \quad \varphi_{n0} = \arctg \frac{b_n}{a_n}, \quad A_0 - \text{постійна величина.}$$

Ряд Фур'є

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \psi(t) \cos(n\omega t) dt; \quad b_n = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \psi(t) \sin(n\omega t) dt.$$

Члени ряду Фур'є з частотами ω , 2ω , 3ω та інш. називаються **гармоніками даного коливання**.

<https://www.youtube.com/watch?v=DZwXRoxC4NU>

4. МЕХАНІЧНІ ЛІНІЙНІ КОЛИВАННЯ І ХВИЛІ

4.1. ПОНЯТТЯ ПРО ЛІНІЙНІ ТА НЕЛІНІЙНІ КОЛИВАЛЬНІ СИСТЕМИ



Лінійними коливальним системами називаються системи, що здійснюють коливання, які описуються лінійними диференціальними рівняннями

$$\psi'' + a\psi' + b\psi = f(t),$$

де a і b – постійні; ψ – величина, яка коливається; $f(t)$ – задана функція часу.

Частота лінійних коливань не залежить від амплітуди коливань.



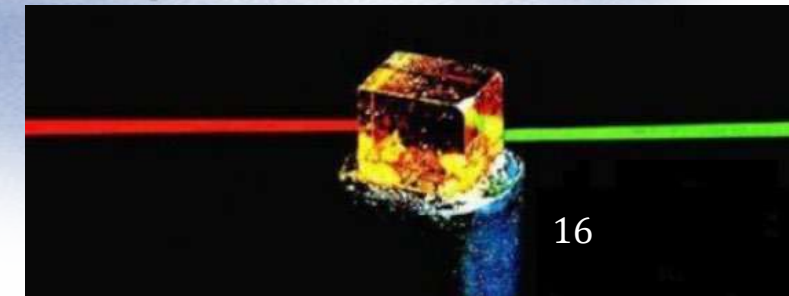
Коливання, які описуються нелінійними диференціальними рівняннями, називаються **нелінійними**

Характеристики нелінійних коливань (частота, форма та інш.) залежать від амплітуди

Приклад нелінійної системи

Розглядаємо лінійні механічні коливання.

Механічні коливання — це коливання, при яких періодично змінюються у часі місцезнаходження, швидкість і прискорення тіла або його частин.

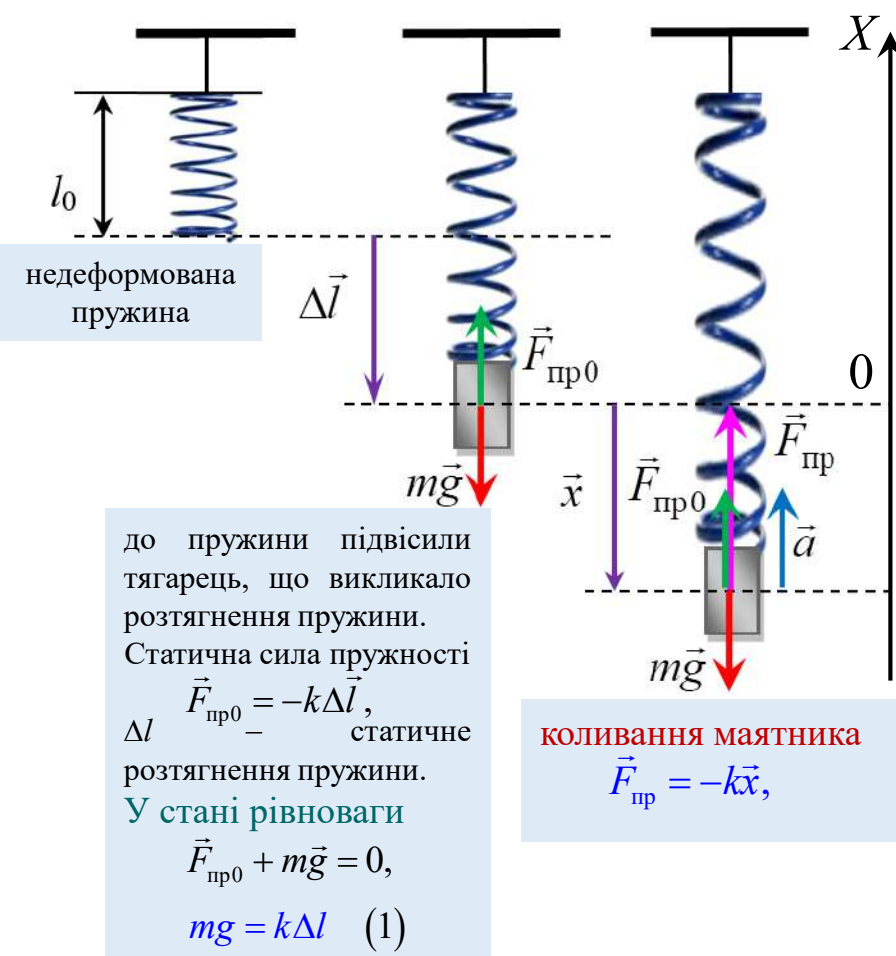


4.2. МЕХАНІЧНІ ВІЛЬНІ НЕЗАГАСАЮЧІ КОЛИВАННЯ (МЕХАНІЧНІ ГАРМОНІЧНІ КОЛИВАННЯ)



ПРУЖИННИЙ МАЯТНИК

ПРУЖИННИЙ МАЯТНИК – тіло масою m , підвішене на невагомій пружині.



Рівняння за другим законом Ньютона $\vec{F}_{\text{пр}} + \vec{F}_{\text{пр}0} + m\vec{g} = m\vec{a}$, $\vec{F}_{\text{пр}} = m\vec{a}$ (2)

В проєкціях на вісь OX рівняння (2):

$$-kx = ma.$$

Прискорення $a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = x''$,

тоді $mx'' + kx = 0$, $x'' + \frac{k}{m}x = 0$, $\frac{k}{m} = \omega_0^2$,

$$x'' + \omega_0^2 x = 0 \text{ — диференціальне рівняння гармонічних коливань;}$$

$$x = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0) \text{ — рівняння гармонічних коливань;}$$

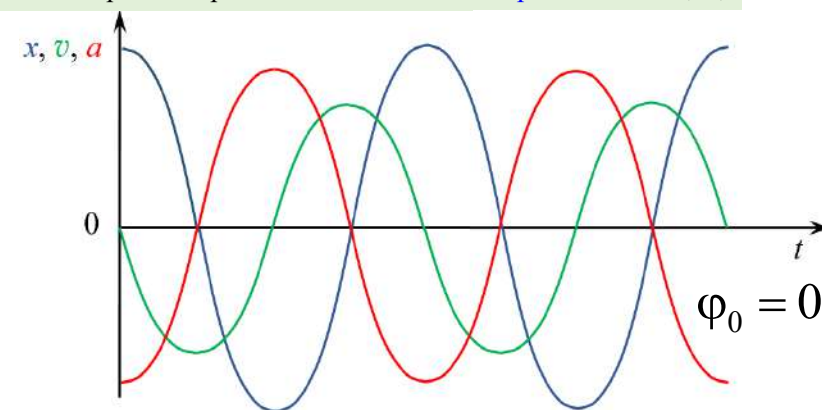
$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \text{ — власна циклічна частота маятника;}$$

швидкість маятника

$$v = \frac{dx}{dt} = -A\omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0) = A\omega_0 \cos\left(\omega_0 t + \varphi_0 + \frac{\pi}{2}\right);$$

прискорення маятника

$$a = \frac{dv}{dt} = -A\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi_0) = A\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi_0 + \pi).$$



Амплітуда A може позначатись x_{max}

максимальна швидкість маятника

$$v_{\text{max}} = A\omega_0$$

максимальне прискорення маятника

$$a_{\text{max}} = A\omega_0^2$$

Сила опору середовища $\vec{F}_o = 0$.

МАТЕМАТИЧНИЙ МАЯТНИК

Математичний маятник – матеріальна точка, що підвішена на невагомій нитці.

До маятника прикладені сили: $m\vec{g}$ – сила тяжіння; $\vec{T}$ – сила реакції нитки.

Рівняння за другим законом Ньютона $m\vec{g} + \vec{T} = m\vec{a}$.

Сила опору середовища $\vec{F}_o = 0$.

В проєкціях

➤ на напрямок прискорення: $mg_x = ma$

➤ на напрямок, перпендикулярний до прискорення: $mg_y - T = 0$.

Враховуючи напрямок осі OX , яка співпадає з дугою кола: $-mg \sin \varphi = ma$.



$$-\frac{mgx}{l} = ma,$$

$$-kx = ma.$$

$$k = \frac{mg}{l},$$

$$\varphi < 5^\circ,$$

$$\sin \varphi \approx \varphi (\text{радіани}) = \frac{x}{l}.$$

Прискорення

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = x'', \quad mx'' + kx = 0,$$

$x'' + \omega_0^2 x = 0$ – диференціальне рівняння гармонічних коливань;

$x = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$ – рівняння гармонічних коливань;

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{mg}{ml}} = \sqrt{\frac{g}{l}},$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

– власна циклічна частота математичного маятника;

період коливань

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}.$$

$$v = \frac{dx}{dt} = -A\omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0) = A\omega_0 \cos\left(\omega_0 t + \varphi_0 + \frac{\pi}{2}\right);$$

$$a = \frac{dv}{dt} = -A\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi_0) = A\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi_0 + \pi).$$

УМОВИ РЕАЛІЗАЦІЇ ГАРМОНІЧНИХ КОЛИВАНЬ механічної системи

1. Відсутність сили опору середовища (на практиці сила опору середовища повинна бути набагато меншою за силу, яка викликає коливання системи).
2. Малі відхилення коливальної системи від положення стійкої рівноваги (сила, під дією якої відбуваються коливання $F_x = -kx$.) Сила F_x називається **повертаючою силою**.

ЕНЕРГЕТИЧНІ СПІВВІДНОШЕННЯ ДЛЯ МЕХАНІЧНОГО ГАРМОНІЧНОГО ОСЦИЛЯТОРА

Нехай коливання осцилятора описуються законом $x = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$.

ПОТЕНЦІАЛЬНА ЕНЕРГІЯ ОСЦИЛЯТОРА $W_p = \frac{kx^2}{2},$

$$W_p = \frac{kA^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi_0)}{2} = \frac{m\omega_0^2 A^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi_0)}{2} = \frac{mA^2 \omega_0^2 (1 + \cos 2\omega_0 t)}{4}$$

Швидкість осцилятора $v = \frac{dx}{dt} = -A\omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0);$

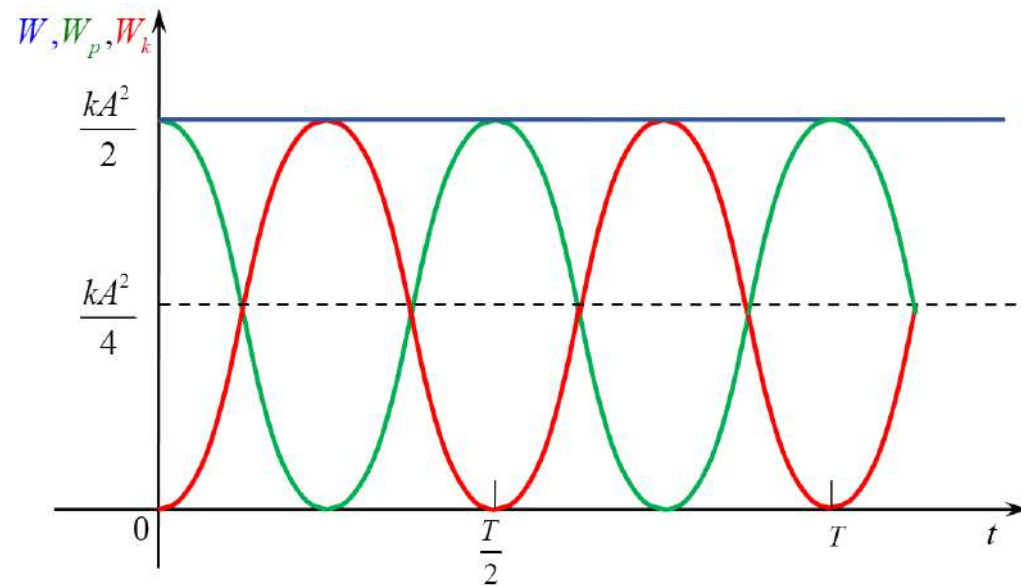
КІНЕТИЧНА ЕНЕРГІЯ ОСЦИЛЯТОРА $W_k = \frac{mv^2}{2},$ $W_k = \frac{mA^2 \omega_0^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi_0)}{2} = \frac{mA^2 \omega_0^2 (1 - \cos 2\omega_0 t)}{4};$

ПОВНА МЕХАНІЧНА ЕНЕРГІЯ ОСЦИЛЯТОРА $W = W_k + W_p,$

$$W = \frac{mA^2 \omega_0^2 (\cos^2(\omega_0 t + \varphi_0) + \sin^2(\omega_0 t + \varphi_0))}{2} = \frac{mA^2 \omega_0^2}{2}.$$



$$W = \frac{mA^2 \omega_0^2}{2} = W_{k \max} = W_{p \max}.$$





ПРИКЛАД 2:

Рівняння гармонічних коливань пружинного маятника масою $10 \text{ г} = 10^{-2} \text{ кг}$ має вигляд: $x = 10 \cos(10\pi t + \pi/4) \text{ см}$. Визначити: 1) циклічну частоту коливань; 2) амплітуду коливань маятника; 3) частоту коливань; 4) період коливань; 5) жорсткість пружини; 6) швидкість маятника в момент часу $t = T/4$; 7) максимальну швидкість маятника; 8) максимальне прискорення маятника; 9) потенціальну енергію маятника в момент часу $t = T/4$; 10) максимальну потенціальну енергію маятника; 11) максимальну кінетичну енергію маятника; 12) повну енергію маятника; 13) Запишіть закон сили, яка викликає коливання маятника.



Розв'язання:

Напишемо рівняння гармонічних коливань у загальному вигляді $x = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0) \text{ см}$. Порівнюючи це рівняння з рівнянням, яке нам задане $x = 10 \cos(10\pi t + \pi/4) \text{ см}$, визначаємо **власну циклічну частоту маятника**: $\omega_0 = 10\pi \text{ рад/с}$; **амплітуду коливань** маятника $A = 10 \text{ см} = 10^{-1} \text{ м}$. **Частота коливань** $\nu = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{10\pi}{2\pi} = 5 \text{ Гц}$; період коливань $T = \frac{1}{\nu} = \frac{1}{5} = 0,2 \text{ с}$. Власна циклічна частота пружинного маятника $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ (k – жорсткість пружини; m – маса маятника). Звідси **жорсткість пружини** $k = m\omega_0^2$: $k = 10^{-2} \cdot (10\pi)^2 = 9,86 \text{ Н/м}$.

Швидкість маятника $v = -A\omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0) = -A\omega_0 \sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi_0\right)$. Звідси **максимальна швидкість маятника** $v_{\max} = A\omega_0$:
 $v_{\max} = 10^{-1} \cdot 10\pi = 3,14 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Швидкість маятника в момент часу $t = T/4$: $v = -10^{-1} \cdot 10\pi \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{4} + \frac{\pi}{4}\right) = -\pi \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4}\right) = -\pi \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = -2,22 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.
Прискорення маятника $a = -\omega_0^2 A \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$. **Максимальне прискорення маятника** $a_{\max} = \omega_0^2 A$: $a_{\max} = (10\pi)^2 \cdot 10^{-1} = 98,60 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

Потенціальна енергія маятника $W_p = \frac{kx^2}{2} = \frac{kA^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi_0)}{2} = \frac{m\omega_0^2 A^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi_0)}{2} = \frac{1}{2} m\omega_0^2 A^2 \cos^2\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi_0\right)$;

Максимальна потенціальна енергія маятника $W_{p \max} = \frac{m\omega_0^2 A^2}{2}$. **Кінетична енергія маятника** $W_k = \frac{mA^2 \omega_0^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi_0)}{2}$; **максимальна кінетична енергія маятника** $W_{k \max} = \frac{mA^2 \omega_0^2}{2}$. **Повна енергія маятника** $W = W_k + W_p = \frac{mA^2 \omega_0^2 (\cos^2(\omega_0 t + \varphi_0) + \sin^2(\omega_0 t + \varphi_0))}{2} = \frac{mA^2 \omega_0^2}{2}$.

Отже $W = W_{k \max} = W_{p \max}$: $W = W_{k \max} = W_{p \max} = \frac{10^{-2} \cdot (10^{-1})^2 (10\pi)^2}{2} = 4,93 \cdot 10^{-2} \text{ Дж}$.



4.3. МЕХАНІЧНІ ВІЛЬНІ ЗАГАСАЮЧІ КОЛИВАННЯ

$e = 2,71828...$
число Ейлера

При невеликих швидкостях руху тіла ($v < 1 \text{ м/с}$) сила опору середовища визначається співвідношенням

$$\vec{F}_o = -r\vec{v},$$

де r – коефіцієнт опору середовища. У СІ $[r] = \text{кг/с}$.

З огляду на те, що $mg = k\Delta l$, з боку пружини на тягарець діє сила $\vec{F}_{\text{пр}} = -k\vec{x}$,

де $\vec{x}$ – переміщення незакріпленого кінця пружини з тягарцем відносно положення стійкої рівноваги тягарця.

Рівняння за другим законом Ньютона $\vec{F}_{\text{пр}} + \vec{F}_o = m\vec{a}$.

В проєкціях на вісь OX : $-kx - rv = ma$

або $mx'' + rx' + kx = 0$,

$$x'' + \frac{r}{m}x' + \frac{k}{m}x = 0.$$

позначимо $\frac{k}{m} = \omega_0^2$, $\frac{r}{m} = 2\beta$, $\beta = \frac{r}{2m}$ – коефіцієнт загасання.

У СІ $[\beta] = \text{с}^{-1}$.

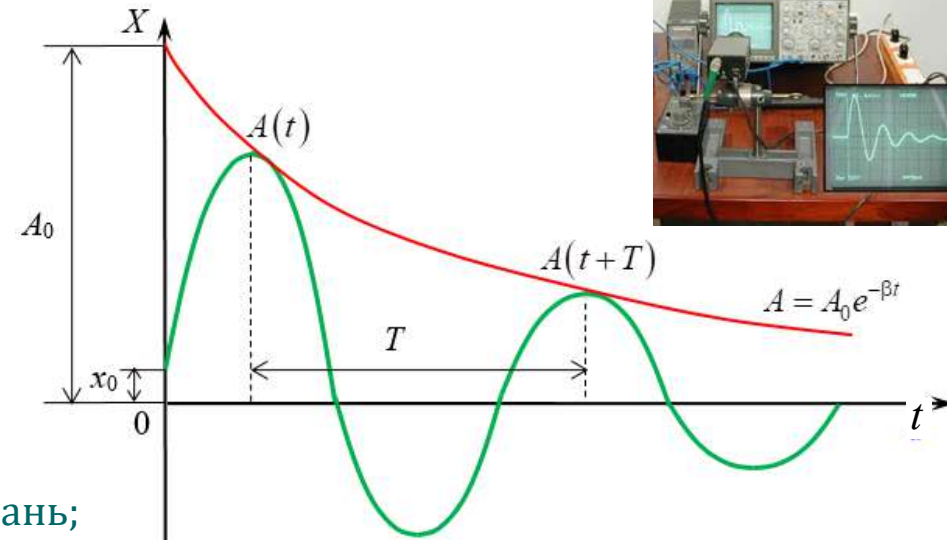
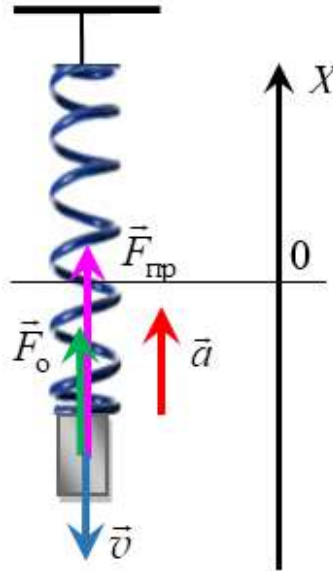
$x'' + 2\beta x' + \omega_0^2 x = 0$ – диференціальне рівняння загасаючих коливань;

$x = A_0 e^{-\beta t} \cos(\omega^* t + \varphi_0)$ – рівняння загасаючих коливань;

$A(t) = A_0 e^{-\beta t}$ – амплітуда коливань в момент часу t ; ω^* – циклічна частота коливань: $\omega^* = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$,

ω_0 – власна циклічна частота коливальної системи

Період загасаючих коливань $T = \frac{2\pi}{\omega^*} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}$. Коли $\beta \rightarrow \omega_0$ процес стає аперіодичним.



ЕНЕРГІЯ КОЛИВАЛЬНОЇ СИСТЕМИ, ЯКА ЗДІЙСНЮЄ ЗАГАСАЮЧІ КОЛИВАННЯ

Для гармонічного осцилятора $W = \frac{kA^2}{2}$, $W \sim A^2$.

Енергія системи, яка здійснює загасаючі коливання



$$W = W_0 e^{-2\beta t}.$$

$e = 2,71828\dots$
число Ейлера

ХАРАКТЕРИСТИКИ КОЛИВАЛЬНОЇ СИСТЕМИ, ЯКА ЗДІЙСНЮЄ ЗАГАСАЮЧІ КОЛИВАННЯ

Час релаксації τ – інтервал часу, за який амплітуда коливань зменшується в e раз

$$\frac{A_0 e^{-\beta t}}{A_0 e^{-\beta(t+\tau)}} = e^{\beta\tau} = e,$$



$$\tau = \frac{1}{\beta}.$$

$e^x \approx 1 + x$,
коли $x \ll 1$

Декремент загасання D – фізична величина, яка показує у скільки разів амплітуда коливань зменшується за період

$$D = \frac{A_0 e^{-\beta t}}{A_0 e^{-\beta(t+T)}} = e^{\beta T},$$



$$D = e^{\beta T}. \quad \text{У СІ } [D] = 1.$$

Логарифмічний декремент затухання d (δ, λ) – фізична величина, яка визначається співвідношенням



$$d = \ln D = \beta T. \quad \text{У СІ } [d] = 1.$$

Добротність Q коливальної системи – фізична величина, яка характеризує дисипацію (втрату) енергії в системі і визначається співвідношенням

$$Q = 2\pi \frac{W(t)}{W(t) - W(t+T)} = 2\pi \frac{W(t)}{-\Delta W(t)}.$$

Коли затухання мале ($d \ll 1$)

$$Q = 2\pi \frac{W_0 e^{-2\beta t}}{W_0 e^{-2\beta t} - W_0 e^{-2\beta(t+T)}} = \frac{2\pi}{1 - e^{-2\beta T}} = \frac{2\pi}{1 - 1 + 2\beta T} = \frac{\pi}{\beta T} = \frac{\pi}{d},$$



$$Q = \frac{\pi}{d},$$

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}} \approx \frac{2\pi}{\omega_0}, \quad Q = \frac{\pi}{\beta T_0} = \frac{\pi \omega_0}{\beta 2\pi} = \frac{\omega_0}{2\beta}.$$

У СІ $[Q] = 1$.



ПРИКЛАД 3:

Пружинний маятник масою $50 \text{ г} = 5 \cdot 10^{-2} \text{ кг}$ здійснює коливання за законом: $x = 3e^{-0,05t} \cos(\pi t + \pi/3) \text{ см}$. Визначити: 1) коефіцієнт загасання; 2) коефіцієнт опору середовища; 3) циклічну частоту коливань; 4) період коливань; 5) декремент загасання коливань; 6) логарифмічний декремент загасання; 7) добротність системи; 8) час релаксації; 9) власну частоту маятника; 10) резонансну частоту маятника.



Розв'язання:

Напишемо рівняння загасаючих коливань у загальному вигляді $x = A_0 e^{-\beta t} \cos(\omega^* t + \varphi_0)$. Порівнявши рівняння, яке нам задане за умовою, з цим рівнянням, можемо визначити **коефіцієнт загасання** $\beta = 0,05 \text{ с}^{-1}$. За визначенням коефіцієнт

загасання $\beta = \frac{r}{2m}$, де r – коефіцієнт опору середовища; m – маса маятника. Отже, **коефіцієнт опору середовища** $r = 2\beta m$:

$r = 2 \cdot 5 \cdot 10^{-2} \cdot 5 \cdot 10^{-2} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ кг/с}$. Порівнюючи знову рівняння загасаючих коливань визначимо **циклічну частоту**

коливань $\omega^* = \pi \text{ рад/с}$. **Період коливань** $T = \frac{2\pi}{\omega^*}$: $T = \frac{2\pi}{\pi} = 2 \text{ с}$. **Декремент загасання коливань** $D = \frac{A_0 e^{-\beta t}}{A_0 e^{-\beta(t+T)}} = e^{\beta T}$:

$D = e^{0,05 \cdot 2} = e^{0,1} \approx 1 + 0,1 = 1,1$. **Логарифмічний декремент** $d = \ln D = \beta T$: $d = 0,1$. Оскільки логарифмічний декремент

$d = 0,1 \ll 1$, то **добротність маятника** можна визначити за формулою $Q = \frac{\pi}{d}$: $Q = \frac{\pi}{0,1} = 31,4$. **Час релаксації** $\tau = \frac{1}{\beta}$:

$\tau = \frac{1}{0,05} = 20 \text{ с}$. Власну частоту маятника визначимо із співвідношення $\omega^* = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$; **власна частота маятника**

$\omega_0 = \sqrt{(\omega^*)^2 + \beta^2}$: $\omega_0 = \sqrt{(\pi)^2 + (5 \cdot 10^{-2})^2} \approx \pi = \omega^*$. **Резонансна частота коливань** $\omega_p = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}$:

$\omega_p = \sqrt{(\pi)^2 - 2(5 \cdot 10^{-2})^2} \approx \pi = \omega^*$.



ПРИКЛАД 4:

Енергія загасаючих коливань зменшується за період в 1,06 разів. Визначити декремент загасання і добротність коливальної системи.



Розв'язання:

Енергія загасаючих коливань змінюється з часом за законом $W = W_0 e^{-2\beta t}$.

Відношення значень енергії коливань за період $\frac{W_0 e^{-2\beta t}}{W_0 e^{-2\beta(t+T)}} = e^{2\beta T} = (e^{\beta T})^2 = D^2 = n$.

Звідси декремент загасання коливань $D = \sqrt{n} = \sqrt{1,06} = 1,03$.

Добротність коливальної системи $Q = \frac{\pi}{d} = \frac{\pi}{\ln D} = \frac{\pi}{\ln \sqrt{n}} = \frac{\pi}{\ln \sqrt{1,06}} \approx 108$.



4.4. МЕХАНІЧНІ ВИМУШЕНІ КОЛИВАННЯ

Зовнішня сила, що діє на систему, змінюється з часом за періодичним законом $F_m \cos \omega t$.

Рівняння за другим законом Ньютона $mx'' + rx' + kx = F_m \cos \omega t$, $x'' + \frac{r}{m}x' + \frac{k}{m}x = \frac{F_m}{m} \cos \omega t$, $\frac{r}{m} = 2\beta$, $\frac{k}{m} = \omega_0^2$.

Диференціальне рівняння вимушених коливань $x'' + 2\beta x' + \omega_0^2 x = \frac{F_m}{m} \cos \omega t$.

Розв'язання рівняння $x = A_0 e^{-\beta t} \cos(\omega^* t + \alpha_0) + A \cos(\omega t - \varphi)$,

$A_0 e^{-\beta t} \cos(\omega^* t + \alpha_0)$ – рівняння загасаючих коливань.



Вимушені коливання – гармонічні коливання з частотою ω зовнішньої сили, що діє на систему



Рівняння усталених вимушених коливань

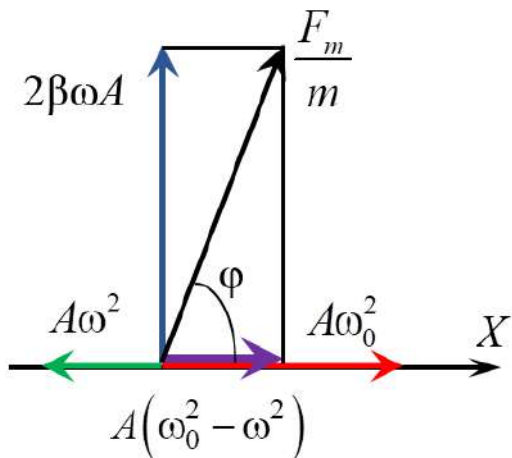
$x = A \cos(\omega t - \varphi)$.

Векторна діаграма для вимушених коливань

$x' = -A\omega \sin(\omega t - \varphi) = A\omega \cos\left(\omega t - \varphi + \frac{\pi}{2}\right)$, $x'' = -A\omega^2 \cos(\omega t - \varphi) = A\omega^2 \cos(\omega t - \varphi + \pi)$,

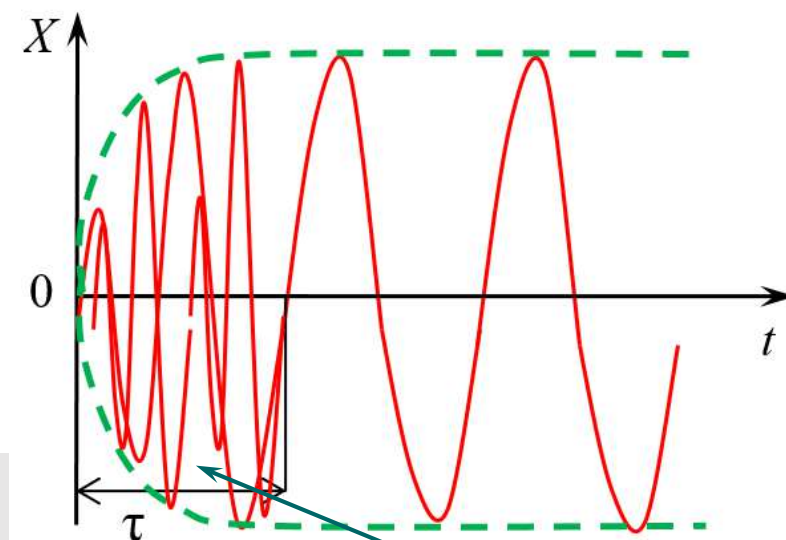
$A\omega^2 \cos(\omega t - \varphi + \pi) + 2\beta\omega A \cos\left(\omega t - \varphi + \frac{\pi}{2}\right) + A\omega_0^2 \cos(\omega t - \varphi) = \frac{F_m}{m} \cos \omega t$.

$\left(\frac{F_m}{m}\right)^2 = A^2(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2 A^2$.



$A = \frac{F_m}{m \sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2}}$,

$\tan \varphi = \frac{2\beta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}$.



перехідний процес



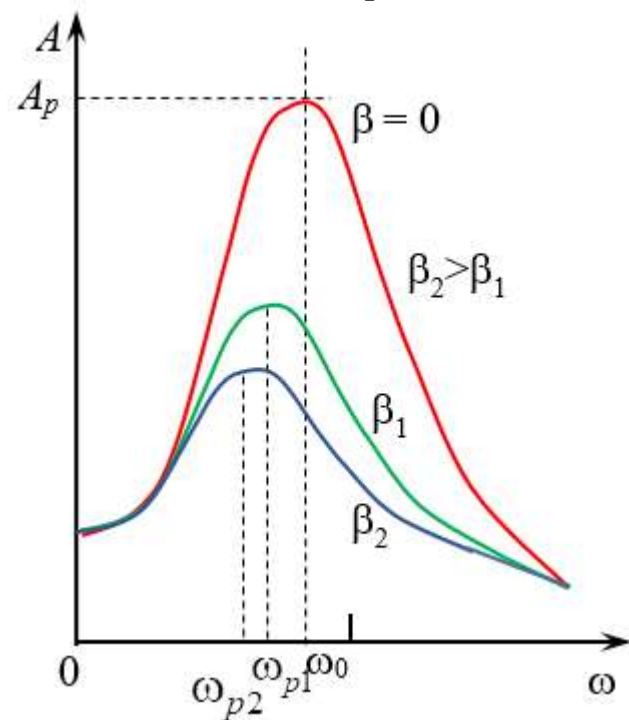
РЕЗОНАНС

Явище різкого зростання амплітуди вимушених коливань при наближенні частоти ω вимушених коливань до деякої визначеної частоти ω_p називається **резонансом**.

Ця частота називається **резонансною частотою** ω_p .

Визначимо ω_p .

Похідна від $(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2$ по ω : $-4\omega(\omega_0^2 - \omega^2) + 8\beta^2\omega$, $-4\omega_p(\omega_0^2 - \omega_p^2) + 8\beta^2\omega_p = 0$,

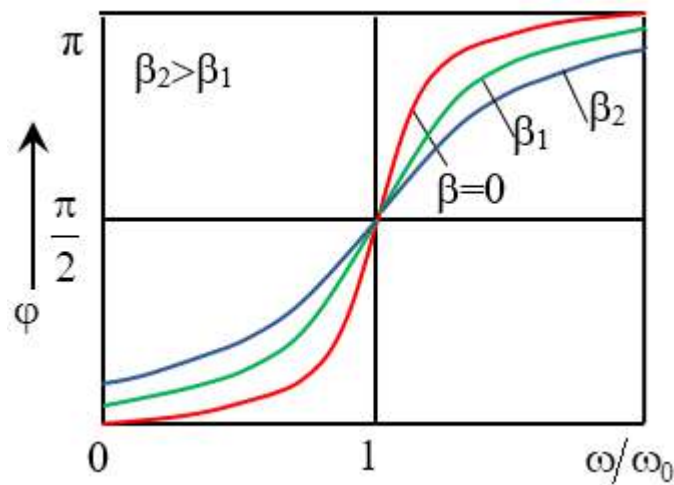


$$\omega_p = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2},$$

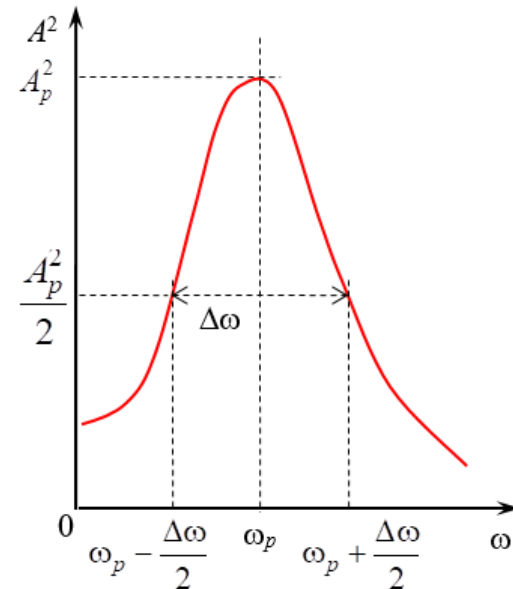
$$A_p = \frac{F_m/m}{2\beta\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}.$$

Коли $\beta \ll \omega_0$,

$$\frac{\Delta\omega}{\omega} = \frac{2\beta}{\omega_0} = \frac{1}{Q}$$



Залежності $\phi(\omega)$ для різних значень β



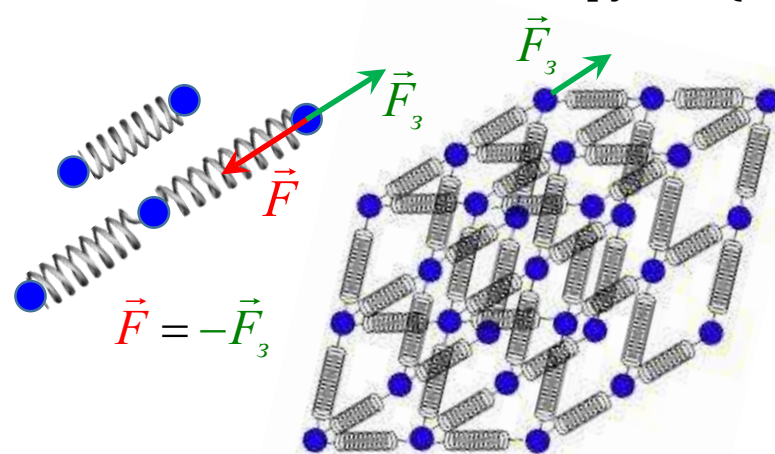
Залежність $A(\omega)$ для різних значень β

4.5. МЕХАНІЧНІ ХВИЛІ



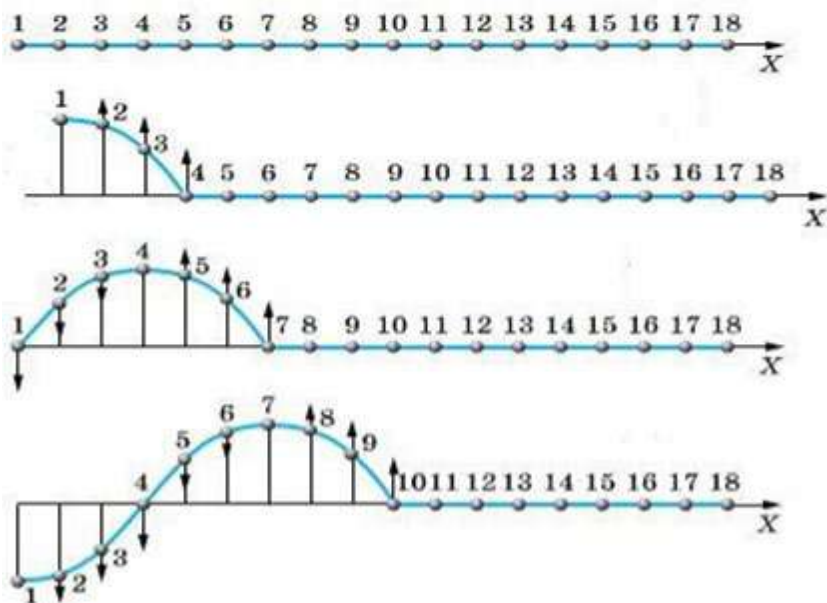
Механічною хвилею називається процес поширення коливань у пружному середовищі.

Пружним називається середовище, в якому на частинку, що зміщена відносно положення стійкої рівноваги, діє квазіпружна (повертаюча) сила $\vec{F} = -k\vec{x}$.



$\vec{F}_3$ – зовнішня сила

Модель кристалу – кульки (атоми) з'єднані пружинками, які імітують сили взаємодії між атомами. При невеликій деформації тіла виникає сила $\vec{F} = -k\vec{x}$, k – коефіцієнт пропорційності



Частинки середовища, в якому поширюється хвиля, **коливаються навколо своїх положень рівноваги і не рухаються поступально.**



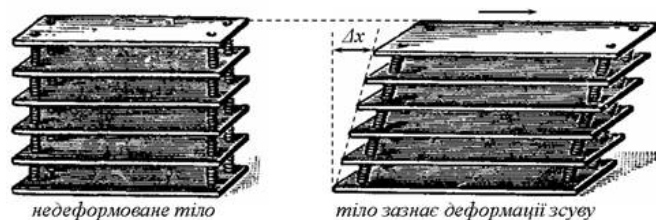
Швидкість поширення коливань у середовищі називається **швидкістю поширення хвилі.**

ПОЗДОВЖНІ І ПОПЕРЕЧНІ ХВИЛІ



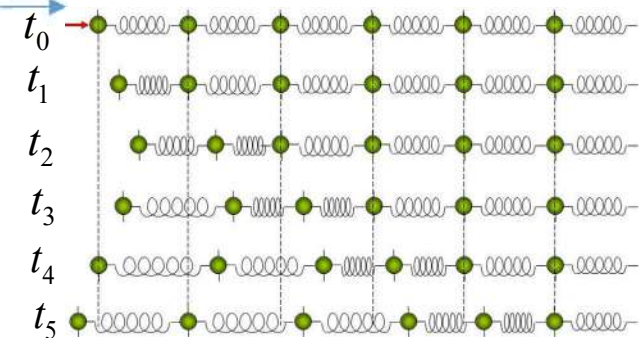
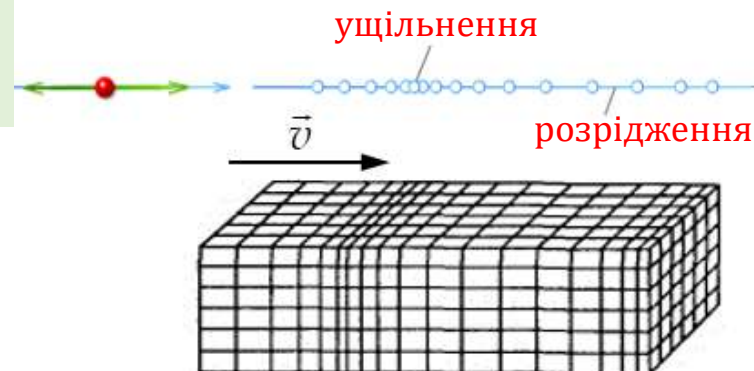
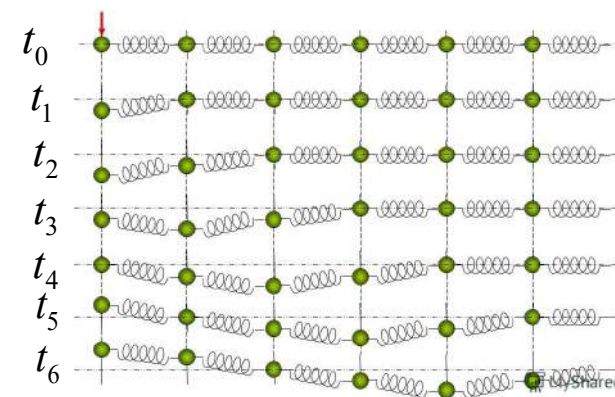
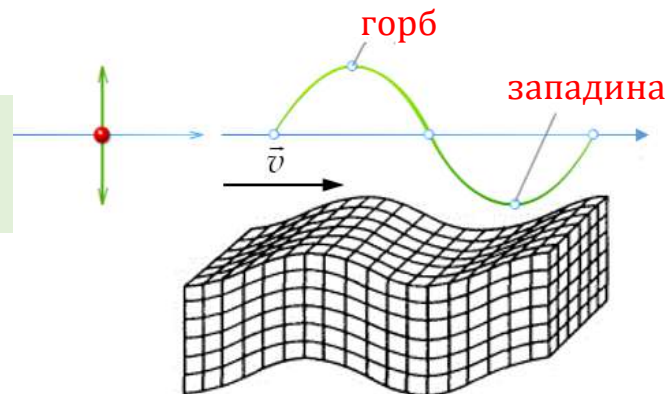
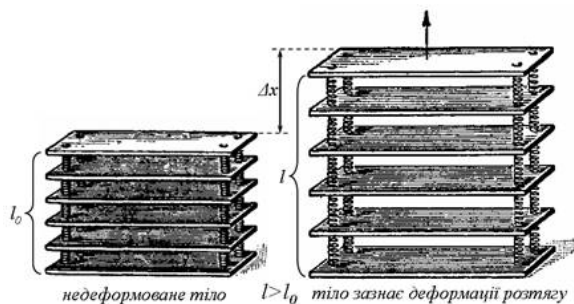
У **ПОПЕРЕЧНІЙ ХВИЛІ** напрямок коливань частинок перпендикулярний до напрямку поширення хвилі.

Такі хвилі виникають тільки у речовинах, в яких має місце деформація зсуву, тобто у **твердих тілах**.



У **ПОЗДОВЖНІЙ ХВИЛІ** частинки коливаються вздовж напрямку поширення хвилі.

Такі хвилі виникають у середовищах, в яких мають місце деформації розтягнення і стискання.



<https://www.youtube.com/watch?v=YJrtkpR1s24&t=14s>

Вони можуть збуджуватись в **твердих, рідких і газоподібних речовинах**.

Хвильовим фронтом називається сукупність точок, до яких доходять коливання в момент часу t .

Хвильовою поверхнею називається сукупність точок, які коливаються в однаковій фазі.

КЛАСИФІКАЦІЯ ХВИЛЬ ЗАЛЕЖНО ВІД ФРОНТУ ХВИЛІ

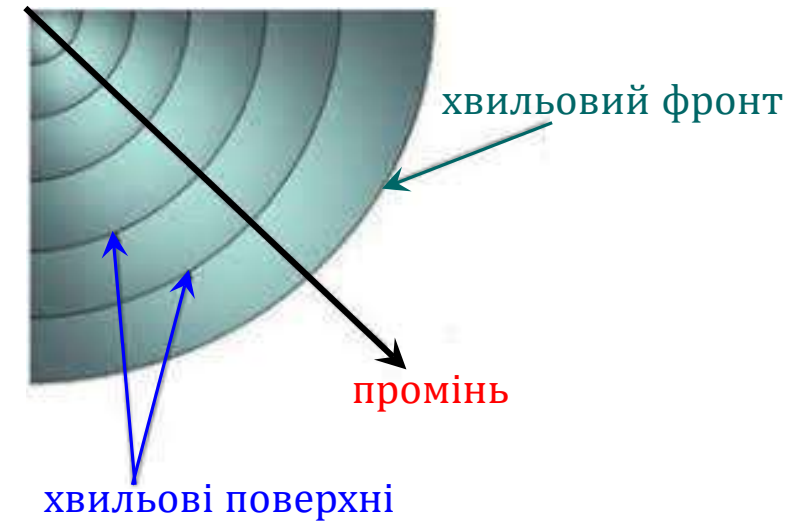
плоскі

сферичні

циліндричні

В загальному випадку хвильова поверхня має довільну форму.

Рівнянням хвилі називається рівняння, яке визначає значення величини, яка коливається, як функцію координат x, y, z і часу t .

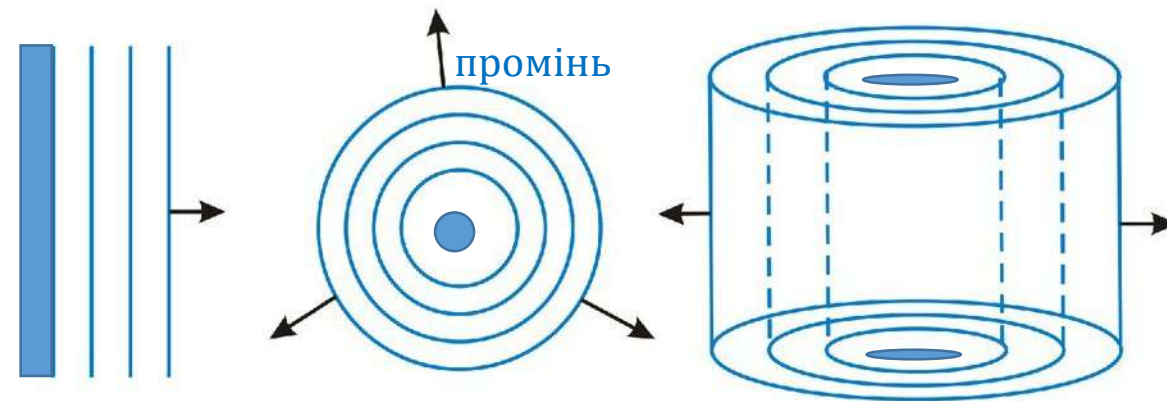


Промінь – напрямлений відрізок, перпендикулярний до хвильової поверхні, який показує напрямок поширення хвилі

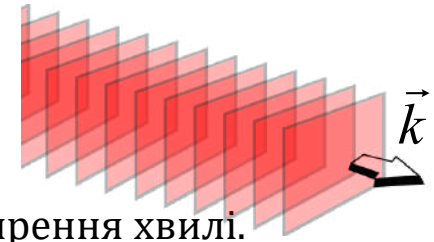
плоска хвиля

сферична хвиля

циліндрична хвиля

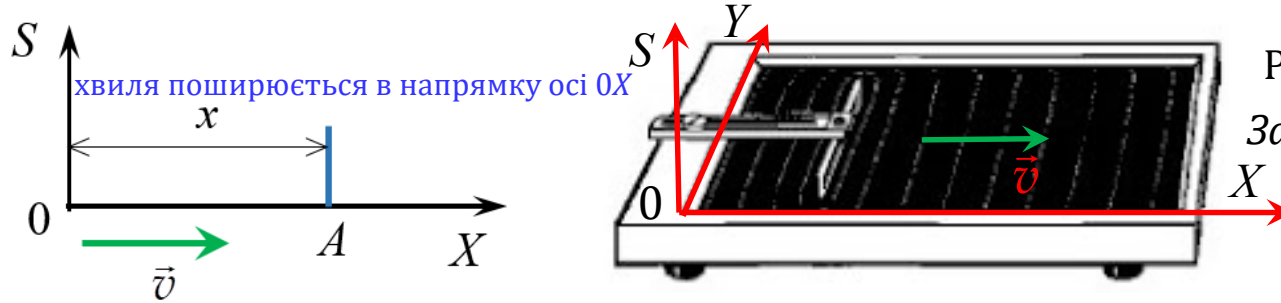


РІВНЯННЯ БІГУЧОЇ ПЛОСКОЇ ХВИЛІ



Бігучі хвилі – хвилі, що переносять енергію у просторі.

Плоска хвиля – хвиля, у якої хвильовий фронт є площиною, яка перпендикулярна до напрямку поширення хвилі.



Рівняння коливань джерела коливань: $S = A \cos(\omega t + \varphi_0)$.

Загасанням хвилі при її поширенні у середовищі нехтуємо.

Рівняння коливань частинок на відстані x від джерела коливань в момент часу t : $S(x, t) = A \cos(\omega(t - \tau) + \varphi_0)$, $\tau = x/v$,

$$S(x, t) = A \cos\left(\omega t - \frac{\omega x}{v} + \varphi_0\right) = A \cos\left(\omega t - \frac{2\pi x}{vT} + \varphi_0\right).$$



Довжина хвилі – відстань, на яку поширюються коливання за період коливань: $vT = \lambda$.

Хвильове число $k = \frac{2\pi}{\lambda}$.

Довжина хвилі – найменша відстань між точками, які коливаються в одній фазі.

Хвильовий вектор $\vec{k} = \vec{n}k$, $\vec{n}$ – орт нормалі до хвильової поверхні ($|\vec{n}| = 1$).

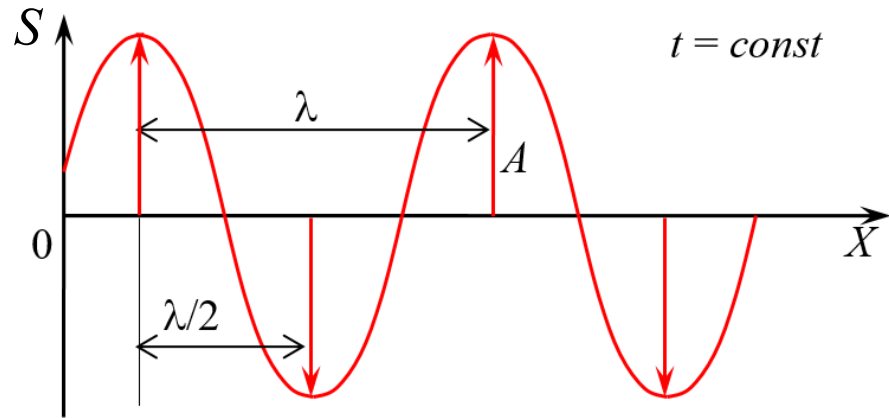
$$S(x, t) = A \cos\left(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda} + \varphi_0\right) = A \cos(\omega t - kx + \varphi_0).$$

РІВНЯННЯ БІГУЧОЇ ПЛОСКОЇ ХВИЛІ



$$S(x, t) = A \cos(\omega t - kx + \varphi_0) = A \cos\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}x + \varphi_0\right)$$

Графік залежності зміщення $S(x, t)$ частинок середовища від їхнього положення x відносно джерела у визначений момент часу t



Точки, відстань між якими $\lambda/2$, мають різницю фаз π і коливаються у протифазі.

Точки, відстань між якими λ , мають різницю фаз 2π і коливаються у фазі.

ФАЗОВА ШВИДКІСТЬ ХВИЛІ

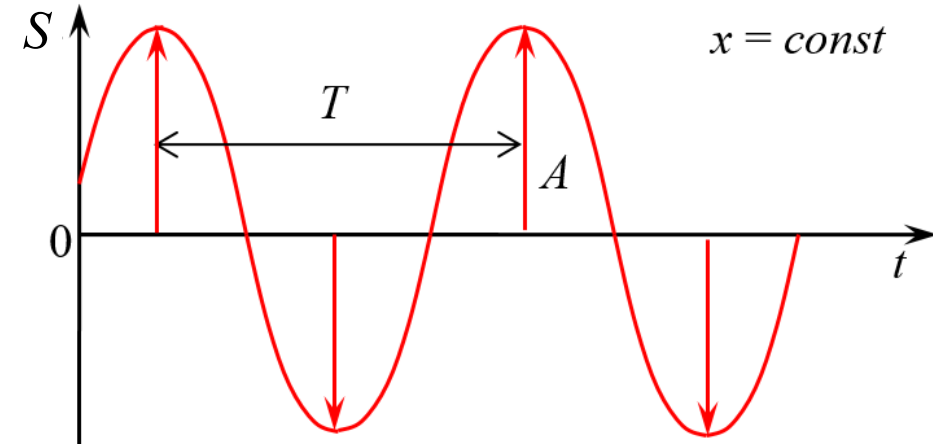
– це швидкість, з якою поширюється фаза хвилі:

$$\varphi = \omega t - kx + \varphi_0 = \text{const}; \quad kx = \omega t - \varphi + \varphi_0; \quad kdx = \omega dt; \quad kvdt = \omega dt$$

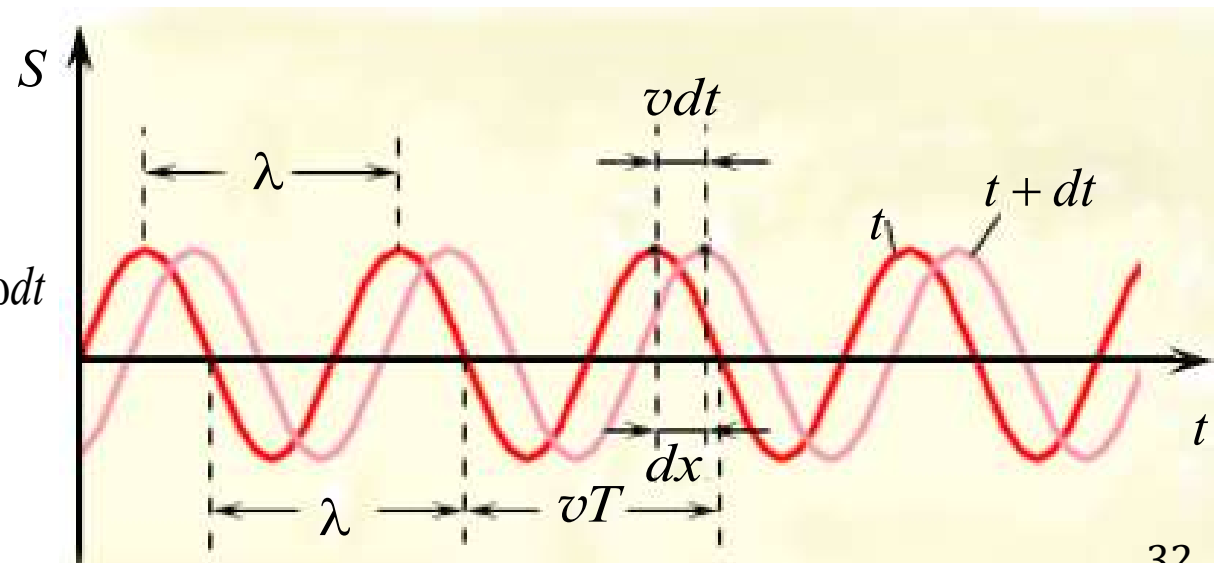


$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{\omega}{k}$$

Графік залежності зміщення $S(x, t)$ частинок середовища, що знаходяться на відстані x від джерела, від часу t



Хвиля має подвійну періодичність





ПРИКЛАД 5:

Зміщення від положення рівноваги частинки, яка знаходиться на відстані $x = 2$ см від джерела коливань, в момент часу $t = T/4$ дорівнює половині амплітуди. Визначити довжину хвилі λ , якщо початкова фаза φ_0 коливань дорівнює нулю. Зміщення записати за законом косинуса.



Розв'язання:

Зміщення $S(x, t)$ частинки середовища, яка знаходиться на відстані x від джерела коливань, в момент часу t визначається рівнянням бігучої хвилі

$$S(x, t) = A \cos(\omega t - kx) = A \cos\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}x\right),$$

де A – амплітуда коливань; ω – циклічна частота коливань: $\omega = \frac{2\pi}{T}$ (T – період коливань); k – хвильове число: $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{v}$ (λ – довжина бігучої хвилі, v – швидкість хвилі).

За умовою задачі $S(x, t) = \frac{A}{2}$, отже

$$\frac{A}{2} = A \cos\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}x\right).$$

Звідси

$$\cos\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}x\right) = \frac{1}{2},$$

Розв'язок рівняння

$$\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}x = \frac{\pi}{3}.$$

Підставимо дані умови задачі

$$\frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{4} - \frac{2\pi \cdot 2}{\lambda} = \frac{\pi}{3}, \quad \frac{4\pi}{\lambda} = \frac{\pi}{6}, \quad \lambda = 24 \text{ см.}$$



ПРИКЛАД 6:

Хвиля поширюється в пружному середовищі із швидкістю $v = 150$ м/с. Визначити частоту коливань ν , якщо мінімальна відстань між точками середовища, фази коливань яких протилежні, дорівнює $\Delta x = 0,75$ м.



Розв'язання:

Рівняння плоскої бігучої хвилі

$$S(x, t) = A \cos\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}x\right),$$

де $S(x, t)$ – зміщення від положення рівноваги частинки, яка знаходиться на відстані x від джерела коливань в момент часу t ; A – амплітуда коливань; T – період коливань; λ – довжина бігучої хвилі.

Фаза φ коливань частинки, яка знаходиться на відстані x від джерела коливань в момент часу t $\varphi = \frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}x$.

Різниця фаз $\Delta\varphi$ коливань частинок, відстань між якими дорівнює Δx :

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}x_2\right) - \left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}x_1\right) = \frac{2\pi}{\lambda}(x_1 - x_2) = -\frac{2\pi}{\lambda}\Delta x.$$

Знак « $\leftarrow$ » означає, що коливання в точці x_2 запізнюються по відношенню до коливань у точці x_1 .

Для розрахунків можна взяти $|\Delta\varphi| = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta x$.

За умовою задачі $|\Delta\varphi| = \pi$, тоді $\pi = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta x$.

Звідси

$$\lambda = 2\Delta x.$$

Отже $\lambda = 2 \cdot 0,75 = 1,5$ м.



ПРИКЛАД 7:

Рівняння плоскої бігучої хвилі має вигляд $S(x, t) = 5 \cos(\pi t - 20\pi x)$ см. Визначити 1) амплітуду, частоту і період коливань частинок середовища; хвильове число; довжину хвилі; швидкість поширення хвилі.



Розв'язання:

Напишемо рівняння плоскої бігучої хвилі у загальному вигляді: $S(x, t) = A \cos(\omega t - kx) = A \cos(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}x)$.

Порівнюючи цей вираз із рівнянням хвилі, яке задане за умовою задачі $S(x, t) = 5 \cos(\pi t - 20\pi x)$ см,

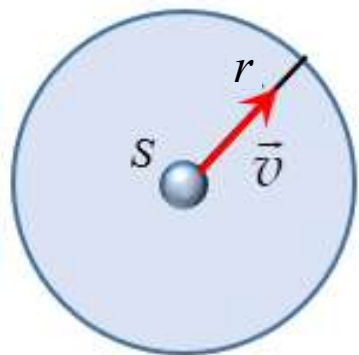
визначаємо:

амплітуда коливань $A = 5$ см; **циклічна частота коливань** $\omega = \pi$ рад/с; **частота коливань** $\nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{\pi}{2\pi} = 0,5$ Гц;

період коливань $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\pi} = 1$ с; **хвильове число** $k = 20\pi$ м⁻¹. **Довжину хвилі** λ визначимо із виразу $k = \frac{2\pi}{\lambda}$:

$\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{20\pi} = 0,1$ м. **Швидкість** v **поширення хвилі** визначимо із виразу $\lambda = vT$:

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{k2\pi}{2\pi\omega} = \frac{k}{\omega} = \frac{20\pi}{\pi} = 20 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$



Площа сфери πr^2

РІВНЯННЯ БІГУЧОЇ СФЕРИЧНОЇ ХВИЛІ

Рівняння коливань джерела коливань: $S = A \cos(\omega t + \varphi_0)$;
 енергія гармонічних коливань: $W \sim A^2$,
 енергія, яка приходить на одиницю площі сфери: $W_0 \sim \frac{1}{r^2}$, тоді амплітуда коливань на відстані r від джерела $A_r \sim \frac{1}{r}$.



$$S(r, t) = \frac{a}{r} \cos(\omega t - kr + \varphi_0), \text{ де } a = A_r \text{ при } r = 1.$$

ОДНОМІРНЕ ХВИЛЬОВЕ РІВНЯННЯ БІГУЧОЇ ПЛОСКОЇ ХВИЛІ

Рівняння бігучої плоскої хвилі, яка поширюється вздовж осі OX : $S(x, t) = A \cos(\omega t - k_x x + \varphi_0)$, $k_x = \frac{2\pi}{\lambda_x} = \frac{2\pi}{v_x T}$.

Визначимо $\frac{\partial S}{\partial x} = A k_x \sin(\omega t - k_x x + \varphi_0)$,

$$\frac{\partial^2 S}{\partial x^2} = -A k_x^2 \cos(\omega t - k_x x + \varphi_0) = -k_x^2 S,$$

$$\frac{\partial S}{\partial t} = -A \omega \sin(\omega t - k_x x + \varphi_0),$$

$$\frac{\partial^2 S}{\partial t^2} = -A \omega^2 \cos(\omega t - k_x x + \varphi_0) = -\omega^2 S,$$

звідси $\frac{\partial^2 S}{\partial x^2} = \frac{k_x^2}{\omega^2} \frac{\partial^2 S}{\partial t^2},$



$$\frac{\partial^2 S(x, t)}{\partial x^2} = \frac{1}{v_x^2} \frac{\partial^2 S(x, t)}{\partial t^2}.$$

ЕНЕРГІЯ ПРУЖНОЇ ХВИЛІ

Густиною енергії w називається кількість енергії, яка міститься в одиниці об'єму.

Енергія гармонічного осцилятора

$$W = \frac{kA^2}{2} = \frac{m\omega_0^2 A^2}{2},$$

$$w = \frac{dW}{dV} = \frac{dm}{dV} \frac{\omega_0^2 A^2}{2} = \frac{\rho \omega_0^2 A^2}{2}, \quad \rho - \text{густина речовини.}$$

Потік енергії Φ через деяку поверхню S – величина, яка чисельно дорівнює енергії, що переноситься хвилею крізь цю поверхню за одиницю часу

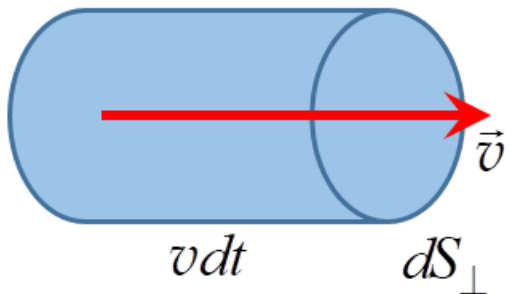
$$\Phi = \frac{dW}{dt}. \quad \text{У СІ} \quad [\Phi] = \frac{\text{Дж}}{\text{с}} = \text{Вт.}$$

Густина потоку енергії $\vec{j}$ – векторна фізична величина, яка чисельно дорівнює потоку енергії, що переноситься крізь одиничну площинку, розташовану у даній точці простору перпендикулярно напрямку переносу енергії (напрямку швидкості поширення хвилі):

$$j = \frac{d\Phi}{dS_{\perp}} = \frac{dW}{dtdS_{\perp}}. \quad \text{У СІ} \quad [j] = \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}.$$

Напрямок $\vec{j}$ співпадає з напрямком $\vec{v}$.

Енергія dW , яка міститься в об'ємі $v dtdS_{\perp}$



$$dW = w v dtdS_{\perp},$$

$$j = \frac{w v dtdS_{\perp}}{dtdS_{\perp}} = wv.$$



Вектор Умова

$$\vec{j} = w\vec{v}.$$



4.6. ЗВУКОВІ ХВИЛІ

Звуковими хвилями називаються пружні хвилі з частотами $16 \div 20\ 000$ Гц, що сприймаються органами слуху людини. **Звукові хвилі — поздовжні хвилі.**

Звукові відчуття характеризуються **гучністю, висотою і тембром**. Гучність звуку залежить від амплітуди коливань, висота – від їхньої частоти, тембр – від їхньої форми.

Швидкість звуку в газах в широких границях залежить від температури газу і не залежить від тиску

$$v = v_0 \sqrt{\frac{T}{273}}, \quad v_0 = 331,5 \text{ м/с} \text{ – швидкість звуку при } t = 0 \text{ } ^\circ\text{C}; \quad T \text{ – термодинамічна температура.}$$

Інтенсивність або **сила звуку** I – величина, яка дорівнює модулю густини потоку енергії, що переносить звукова хвиля.

Для порівняння рівнів інтенсивності використовується величина – **рівень гучності** L_p



$$L_p = 10 \log \frac{I}{I_0},$$

$$I_0 = 10^{-12} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2} \text{ – стандартний поріг чутності, який дорівнює порогу чутності органів слуху людини на частоті } \nu = 1 \text{ кГц.}$$

$$\text{У СІ } [L_p] = \text{дБ (децибел).}$$

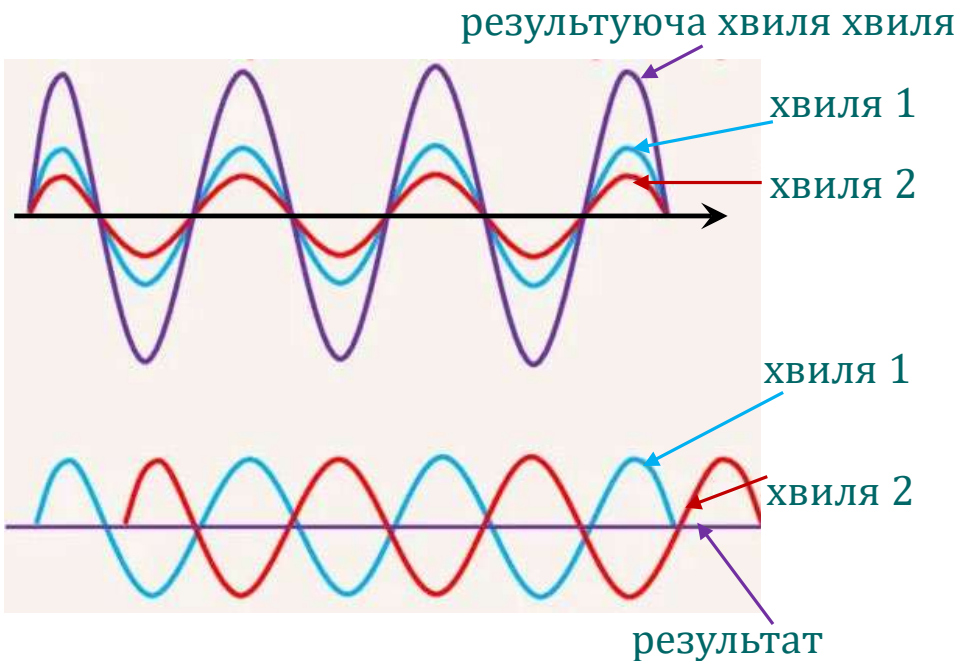
<https://www.youtube.com/watch?v=MVR9mVzXXRo>

<https://www.youtube.com/watch?v=XLcivdwCgOs&t=2s>



4.7. ПРИНЦИП СУПЕРПОЗИЦІЇ ХВИЛЬ

Лінійним називається середовище, властивості якого не змінюються під дією збудження, яке створюється хвилею, що поширюється в ньому.



ПРИНЦИП СУПЕРПОЗИЦІЇ:

При поширенні у лінійному середовищі декількох хвиль, хвилі поширюються незалежно одна від одної, а результуюче зміщення у будь-який момент часу є геометричною (векторною) сумою зміщень, які забезпечуються кожною хвилею окремо.





4.8. ІНТЕРФЕРЕНЦІЯ МЕХАНІЧНИХ ХВИЛЬ

Хвилі називаються **когерентними**, якщо коливання, зумовлені хвилями у кожній точці простору, мають постійну різницю фаз.

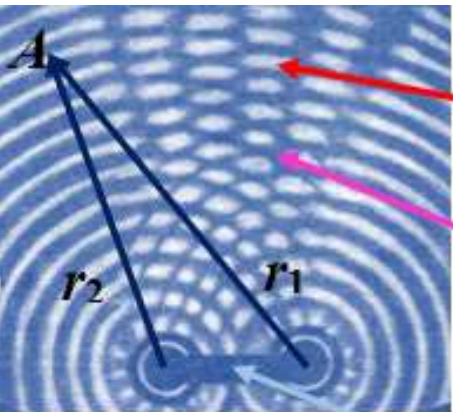


Когерентними можуть бути тільки хвилі однакової частоти, у яких зміщення величини, що коливається, відбувається в одному напрямку.



Інтерференцією хвиль називається явище **стабільного** підсилення коливань в одних точках простору і ослаблення коливань в інших точках простору в результаті накладання когерентних хвиль.

Нехай в однорідному середовищі поширюються дві когерентні хвилі



інтерференційні
максимуми

інтерференційні
мінімуми

джерело коливань

$$S_1 = A_1 \cos(\omega t - kr_1), \quad S_2 = A_2 \cos(\omega t - kr_2),$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi\nu}{v} \quad (\lambda - \text{довжина хвилі в середовищі; } \nu - \text{швидкість поширення хвилі у середовищі; } \nu - \text{частота коливань.})$$

Амплітуда результуючого коливання $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \Delta\varphi};$

різниця фаз $\Delta\varphi$ коливань у точці A $\Delta\varphi = k(r_2 - r_1) = k\Delta r,$

(Δr – різниця довжин шляхів, які проходять хвилі до точки A).

Умова інтерференційних максимумів: $\cos \Delta\varphi_{\max} = 1; \Delta\varphi_{\max} = \pm 2\pi m, \Delta r_{\max} = \pm m\lambda, m = 0, 1, 2, \dots \quad A = A_1 + A_2.$

Умова інтерференційних мінімумів: $\cos \Delta\varphi_{\min} = -1; \Delta\varphi_{\min} = \pm (2m + 1)\pi; \Delta r_{\min} = \pm (2m + 1)\frac{\lambda}{2}, m = 0, 1, 2, \dots \quad A = A_1 - A_2.$

СТОЯЧІ ХВИЛІ

Стояча хвиля утворюється при накладанні бігучої і відбитої хвилі – це окремий вид інтерференції хвиль.

Нехай вздовж осі OX поширюється **плоска хвиля** $S_6 = A \cos(\omega t - kx)$,

відбита від перешкоди хвиля $S_B = A \cos(\omega t + kx)$,

зміщення частинок середовища **у стоячій хвилі**

$$S_{\text{ст}} = S_6 + S_B = A \cos(\omega t - kx) + A \cos(\omega t + kx) = |2A \cos kx| \cos \omega t,$$

$$S_{\text{ст}} = |2A \cos kx| \cos \omega t, \quad \begin{array}{l} \text{– рівняння стоячої хвилі,} \\ |2A \cos kx| \text{ – амплітуда стоячої хвилі.} \end{array}$$

ХАРАКТЕРНІ ТОЧКИ СТОЯЧОЇ ХВИЛІ

ВУЗЛИ – точки, в яких амплітуда коливань дорівнює нулю. Координати вузлів визначаємо з умови $|\cos kx_B| = 0$,

При переході через вузол фаза коливань змінюється на π



$$kx_{Bm} = \pm \frac{\pi}{2}(2m+1), \quad m = 0, 1, 2, 3, \dots \quad x_{Bm} = \pm \frac{\lambda}{4}(2m+1), \quad m = 0, 1, 2, 3, \dots$$

ПУЧНОСТІ – точки, в яких амплітуда коливань максимальна.

Координати пучностей визначаємо з умови $|\cos kx_{\Pi}| = 1$,

$$kx_{\Pi m} = \pm \pi m, \quad m = 0, 1, 2, 3, \dots \quad x_{\Pi m} = \pm \frac{\lambda}{2} m, \quad m = 0, 1, 2, 3, \dots$$

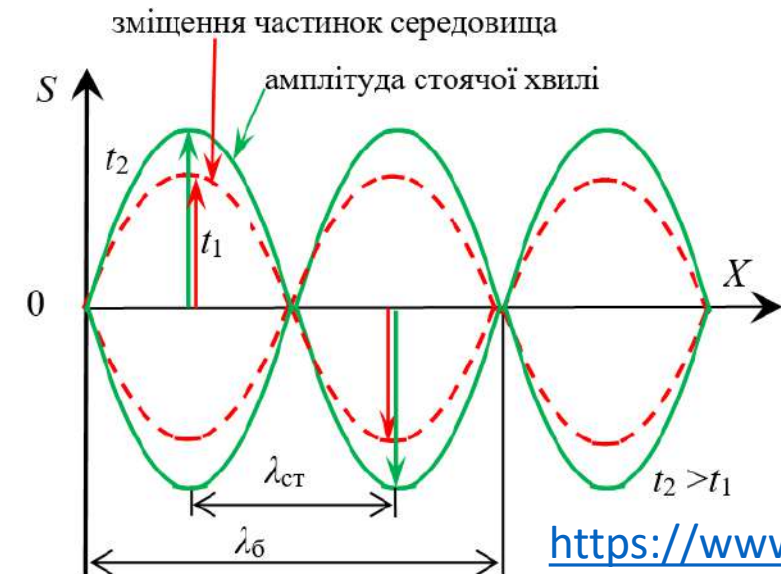
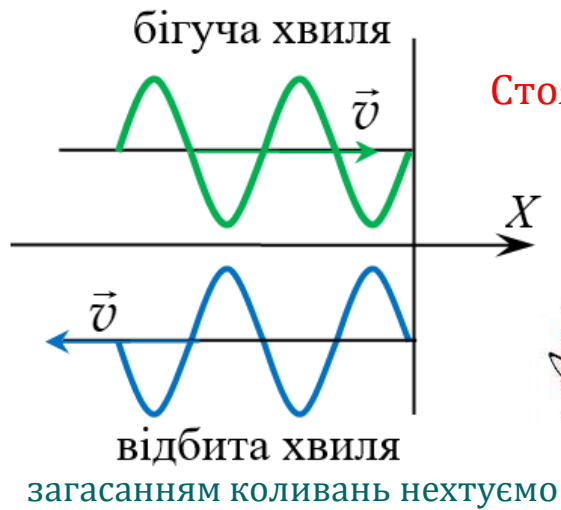
Відстань між двома сусідніми вузлами або двома сусідніми пучностями називається **довжиною стоячої хвилі**:



$$\lambda_{\text{ст}} = \frac{\lambda}{2}, \quad \text{де } \lambda \text{ – довжина бігучої хвилі}$$

<https://www.youtube.com/watch?v=NqAXKw3bx4k>

https://www.youtube.com/watch?v=f_oGRIPWQts&t=233s





ПРИКЛАД 8:

Відстань між першою і одинадцятою пучностями стоячої хвилі $\Delta l = 45$ см. Визначити довжину бігучої хвилі λ .



Розв'язання:

Коли стояча хвиля описується рівнянням

$$S_{\text{ст}} = |2A \cos kx| \cos \omega t,$$

тоді координата пучності з номером m визначається за формулою

$$x_{\text{п}m} = \pm \frac{\lambda}{2} m, \quad m = 0, 1, 2, 3, \dots$$

де λ – довжина бігучої хвилі.

Відстань між пучностями з номерами m і k визначається як

$$\Delta l_{mk} = x_{\text{п}m} - x_{\text{п}k} = \frac{\lambda}{2} m - \frac{\lambda}{2} k = \frac{\lambda}{2} (m - k).$$

За умовою задачі $k = 1$, $m = 11$, отже

$$45 = x_{\text{п}11} - x_{\text{п}1} = \frac{\lambda}{2} (11 - 1) = 5\lambda.$$

Звідси

$$\lambda = 9 \text{ см.}$$



4.9. ДИФРАКЦІЯ ХВИЛЬ



Дифракцією називається сукупність явищ, які спостерігаються при проходженні хвиль через середовище, в якому наявні значні неоднорідності.

В результаті дифракції відбувається перерозподіл енергії хвиль у просторі, що зумовлює утворення максимумів і мінімумів інтенсивності.

Можна надати **дифракції хвиль** більш просте тлумачення як явища огинання хвилями перепон, характерні розміри яких наближені до довжини хвилі у середовищі.

Явища інтерференції і дифракції мають одну фізичну основу – перерозподіл інтенсивності хвиль у просторі в результаті накладання когерентних хвиль.

Інтерференційну картину створюють джерела когерентних хвиль, які рознесені у просторі.

Дифракційну картину створюють неперервно розташовані джерела когерентних хвиль

Розрахунок дифракційної картини виконується на основі принципу Гюйгенса-Френеля.

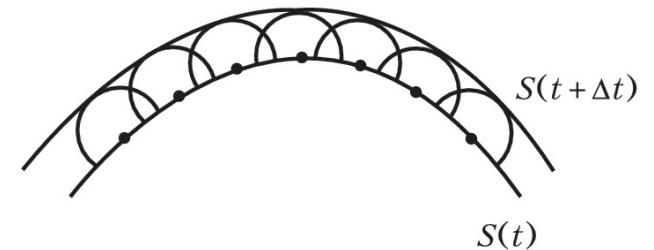


$$\lambda \approx l$$

l – ширина щілини

Принцип Гюйгенса-Френеля:

кожна точка хвильового фронту є джерелом вторинної сферичної хвилі. Ці хвилі когерентні і інтерферують.



$*L$
джерело хвиль

4.10. ХВИЛЬОВИЙ ПАКЕТ. ГРУПОВА ШВИДКІСТЬ ХВИЛЬОВОГО ПАКЕТА

Бігуча плоска монохроматична хвиля – ідеалізація. Реальні джерела створюють немонохроматичні хвилі.

За принципом суперпозиції та розкладом Фур'є будь-яку хвилю можна надати у вигляді суми гармонічних складових.



Хвильовим пакетом називається суперпозиція хвиль, що мало відрізняються одна від одної за частотою, яка займає в кожний момент часу визначену область простору.

Хвильовий пакет, що складається з **двох хвиль** з частотами ω і $\omega + d\omega$ ($d\omega \ll \omega$) і однаковими амплітудами, поширюється вздовж осі OX

$$S_1 = A \cos(\omega t - kx), \quad S_2 = A \cos((\omega + d\omega)t - (k + dk)x).$$

Результуюче зміщення

$$S = S_1 + S_2 = A \cos(\omega t - kx) + A \cos((\omega + d\omega)t - (k + dk)x) = 2A \cos\left(\frac{td\omega - xdk}{2}\right) \cos(\omega t - kx).$$

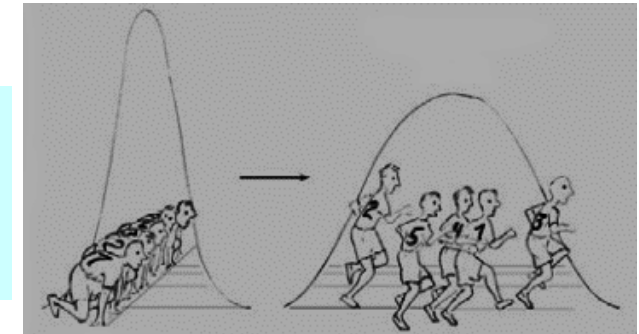


Групою швидкістю u хвильового пакету називається швидкість переміщення максимуму амплітуди хвилі.

Коли виконується умова $td\omega - xdk = \text{const}$,

тоді **групова швидкість** $u = \frac{dx}{dt} = \frac{d\omega}{dk}$.

Залежність фазової швидкості хвилі в середовищі від частоти ω називається **дисперсією**. Середовища, в яких $v = v(\omega)$ називаються **диспергуючими**.



В лінійному диспергуючому середовищі відбувається спотворення форми групи хвиль під час їхнього поширення і хвильовий пакет розпливається.



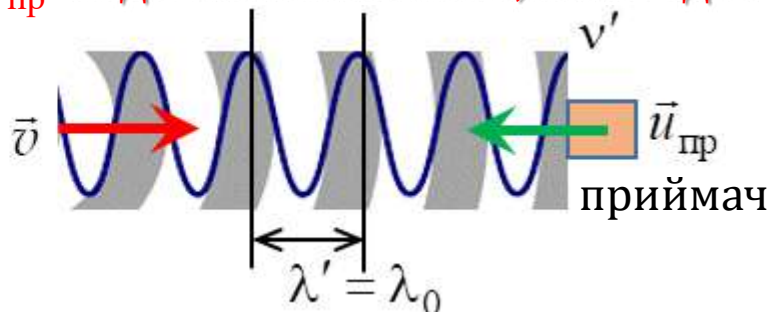
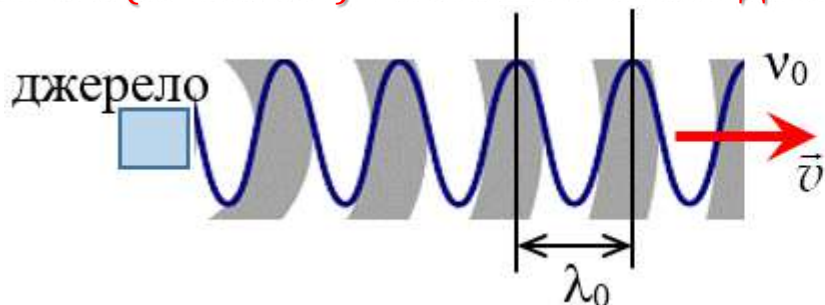
4.11. ЕФЕКТ ДОПЛЕРА

Ефект Доплера полягає в залежності частоти коливань, які сприймаються приймачем (спостерігачем) від швидкості і напрямку руху джерела хвиль або/і приймача (спостерігача).

Хвиля, яка вийшла з джерела, поширюється незалежно від руху джерела і приймача. Спостерігач визначає частоту коливань як кількість хвиль, які приходять у приймач за одиницю часу. Разом з тим, частота ν за формулою $\nu = v/\lambda$ (v – швидкість хвилі; λ – довжина хвилі) – це кількість довжин хвиль, які вміщуються на довжині шляху, що пройдений хвилею за одиницю часу.



1. СПОСТЕРІГАЧ (ПРИЙМАЧ) РУХАЄТЬСЯ ІЗ ШВИДКІСТЮ $\vec{u}_{\text{пр}}$ ВЗДОВЖ ПРЯМОЇ ЛІНІЇ, ЯКА З'ЄДНУЄ ЙОГО З ДЖЕРЕЛОМ



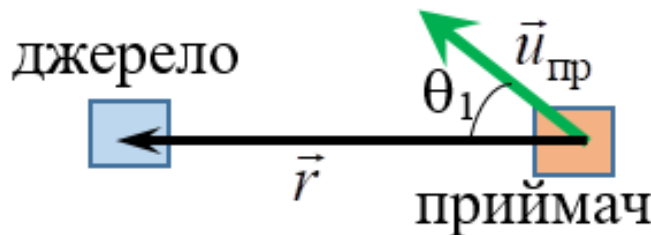
$\vec{v}$ – швидкість хвилі

Приймач (спостерігач) рухається до джерела. Частота коливань, які випускаються джерелом $\nu_0 = v/\lambda_0$, де λ_0 – довжина хвилі. За одиницю часу спостерігач зареєструє більшу кількість довжин хвиль (горбів). Частота ν' коливань, які сприймаються приймачем, $\nu' = (v + u)/\lambda_0$. Тоді $\frac{\nu'}{\nu_0} = \frac{v + u_{\text{пр}}}{v}$. **Приймач рухається від джерела**, тоді $\frac{\nu'}{\nu_0} = \frac{v - u_{\text{пр}}}{v}$.

Частота, яка сприймається приймачем

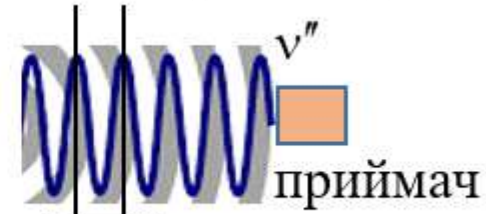
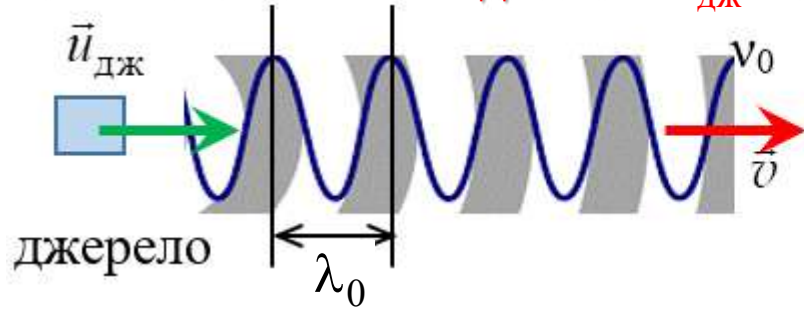


$$\nu' = \nu_0 \left(1 \pm \frac{u_{\text{пр}}}{v} \right).$$



$$\nu' = \nu_0 \left(1 \pm \frac{u_{\text{пр}}}{v} \cos \theta_1 \right)$$

2. ДЖЕРЕЛО РУХАЄТЬСЯ ІЗ ШВИДКІСТЮ $\vec{u}_{дж}$ ВЗДОВЖ ПРЯМОЇ ЛІНІЇ, ЯКА З'ЄДНУЄ ЙОГО З ПРИЙМАЧЕМ (СПОСТЕРІГАЧЕМ)



$$\lambda'' = \lambda_0 - u_{дж} T_0 = \lambda_0 - \frac{u_{дж}}{v_0}$$

Джерело рухається до приймача (спостерігача). Джерело проходить у середовищі за час, який дорівнює періоду коливань T_0 , відстань $u_{дж} T_0 = \frac{u_{дж}}{v_0}$. Довжина хвилі $\lambda'' = \lambda_0 - u_{дж} T_0 = \frac{v}{v_0} - \frac{u_{дж}}{v_0} = \frac{v - u_{дж}}{v_0}$.

Частота ν'' , яка сприймається приймачем,

$$\nu'' = \frac{v}{\lambda''} = v_0 \frac{1}{1 - \frac{u_{дж}}{v}}$$

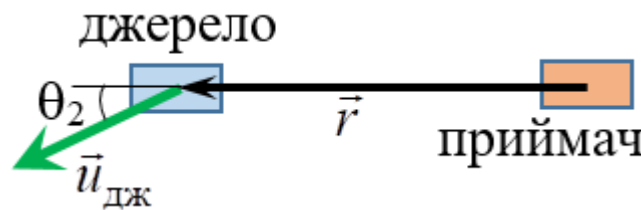
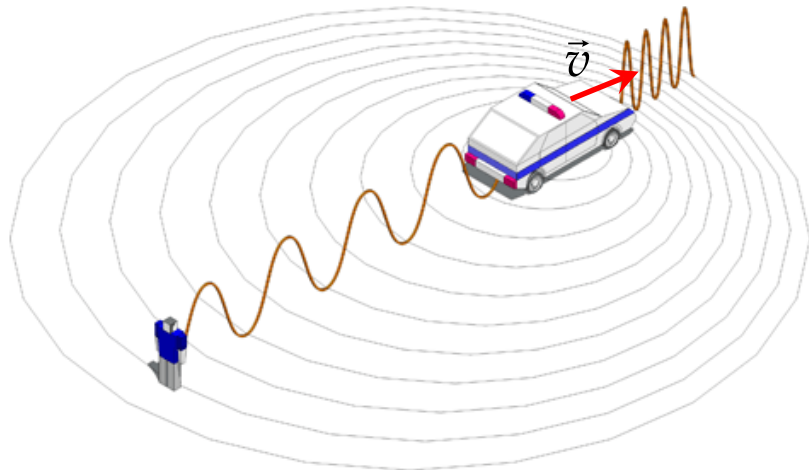
Джерело рухається від приймача, тоді

$$\nu'' = \frac{v}{\lambda''} = v_0 \frac{1}{1 + \frac{u_{дж}}{v}}$$

Частота, яка сприймається приймачем



$$\nu'' = \frac{v}{\lambda''} = v_0 \frac{1}{1 \mp \frac{u_{дж}}{v}}$$



$$\nu'' = v_0 \frac{1}{1 \mp \frac{u_{дж}}{v} \cos \theta_2}$$

ВИКОРИСТАННЯ ЕФЕКТА ДОПЛЕРА

ОКЕАНОЛОГІЯ І ГІДРОЛОГІЯ

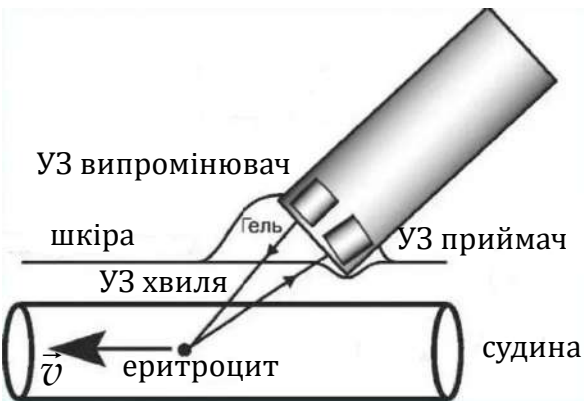


Акустичний доплерівський вимірювач течії використовуються для вимірювання профілю течії на визначеній глибині.

Прилад періодично посилає звуковий сигнал визначеної частоти, який відбивається від планктону і бульбашок повітря. Вимірюється зміщення частоти відбитого сигналу відносно частоти базового сигналу і час його прибуття.

МЕДИЦИНА

Вимірювання швидкості кровотоку



Ультразвукова (УЗ) хвиля проникає в кровеносну судину і відбивається від еритроцитів, що рухаються. Відбита УЗ хвиля потрапляє до УЗ приймача, де перетворюється в електричне коливання і підсилюється. Вимірюється зміщення частоти відбитого сигналу відносно частоти базового сигналу і час його прибуття.



судини

Діагностика: запаморочення голови, порушення зору, паралічі, ознаки інсульта, післяінсультний стан, наявність варикозно розширених судин, анатомія будови венозних судин, кровотік в органах після трансплантації, оцінка наявності, кількості та місцезнаходження артеріальних судин.

<https://www.youtube.com/watch?v=CDFgZnuvLmY>

ПИТАННЯ ДЛЯ САМОПЕРЕВІРКИ:

1. Надайте визначення циклічної частоти і частоти коливань.
2. Сформулюйте умови для реалізації вільних незагасаючих коливань пружинного маятника.
3. Швидкість матеріальної точки змінюється за законом $v = -10\sin(\pi t + \pi)$.
Визначити амплітуду, частоту і період коливань.
4. Максимальна потенціальна енергія математичного маятника дорівнює 0,02 Дж.
Визначити максимальну кінетичну енергію маятника.
5. Коливання пружинного маятника відбуваються за законом $x = 5e^{-0,05t} \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$ см.
Визначити логарифмічний декремент загасання.
6. Амплітуда загасаючих коливань пружинного маятника за період зменшується в 1,02 рази.
Визначити декремент загасання коливань.
7. Амплітуда загасаючих коливань пружинного маятника за період зменшується в 1,05 разів.
У скільки разів зменшиться енергія коливань за цей час.
8. Надайте визначення довжини бігучої хвилі.
9. Надайте визначення характерних точок стоячої хвилі.
10. Плоска бігуча хвиля поширюється у залізі із швидкістю 2,5 км/с. Довжина хвилі дорівнює 1 м. Визначити частоту коливань.





ЛІТЕРАТУРА:

1. Гапochenко С. Д. Общая физика : учебное пособие / С. Д. Гапochenко. – Харків : ООО «В деле», 2019. – 627 с.
2. 2. Кучерук І. М. Загальний курс фізики у трьох томах. Т.1/ І. М. Кучерук, І. Т. Горбачук, П. П. Луцик. – Київ : Техніка, 1999. – 536 с.
3. 3. Бушок Г. В. Курс фізики у двох книгах. Книга 2/ Г. В. Бушок, В. В. Левандовський, Г. Ф. Півень. – Київ : Либідь, 2001. – 448 с.
4. Иродов И. Е. Волновые процессы. Основные законы/ И. Е. Иродов. – Москва : Бинoм, 2015. – 264 с.
5. Офир Дж. Физика : учебник / Дж. Офир.– Москва : КДУ, 2010. – 752 с.

Навчальне видання

ГАПОЧЕНКО Світлана Дмитрівна

МЕХАНІЧНІ КОЛИВАННЯ І ХВИЛІ

опорний конспект лекцій

з дисципліни «ФІЗИКА»

для студентів технічних спеціальностей

Роботу до видання рекомендувала Олена Любченко

В авторській редакції

Комп'ютерна верстка Світлана Гапochenko

*Мінімальні системні вимоги визначаються відповідними вимогами програми Adobe Reader версії не нижче 11-ї
для операційних систем Windows, Mac OS, Android, iOS, Windows Phone : екран 10"*

План 2021 р., поз. 300

Підп. до друку 20.12.21. Гарнітура Cambria. Ум. друк. арк. 2,9.

Видавець: Видавничий центр НТУ «ХП».

Свідoctbo про державну реєстрацію ДК № 5478 від 21.08.2017 р.

61002, Харків, вул. Кирпичова, 2