Тогда задача приобретает следующий вид: найти

$$\min S_\lambda = \sum \left(\sum_i s_{ij\lambda} x_{ij} + \sum_p y_{pj} \left(A_{pj\lambda} \mathrm{E}_{\text{н}} + \left(T_{\lambda j} + \tau_\lambda^{\text{п}} \sum_i H_{i\lambda} x_{ij} \right) \times \right.\right.$$

$$\left.\left. \times \left(a_\lambda + \frac{b_\lambda (N_j + \tau_\lambda^{\text{п}} \sum_i H_{i\lambda} x_{ij})}{(T_{\lambda j} + \tau_\lambda^{\text{п}} \sum_i H_{i\lambda} x_{ij})^2} \right) \right) \right) \quad (5)$$

при ограничениях

$$\forall j: \quad \tau_\lambda^{\text{п}} \sum_i H_{i\lambda} x_{ij} \leqslant \sum_p B_{pj\lambda} y_{pj}; \quad (6)$$

$$\forall i: \quad \sum_j x_{ij} = 1 \quad (7); \quad \forall j: \ \sum_p y_{pj} \leqslant 1; \quad (8)$$

$$\forall i, j, p: \quad x_{ij}, \ y_{pj} \in \{0, 1\}. \quad (9)$$

Задача (5)—(9) представляет собой задачу нелинейного дискретного программирования с выпуклой вниз целевой функцией и линейными ограничениями. Для ее решения применим метод ветвей и границ.

Поступила в редколлегию 04.12.81.

УДК 656

П. М. ГЛАДКИЙ, канд. техн. наук,
П. М. ЗЕЛИНСКИЙ, Ю. В. МАРГАНИЯ,
Н. П. ЧЕРНЫШЕВА

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ОБ ОПТИМАЛЬНОМ ИСПОЛЬЗОВАНИИ САМОЛЕТОВ ДЛЯ ПЕРЕВОЗКИ ГРУЗОВ

При перевозке партии различных грузов возникает задача об оптимальном использовании транспортных средств [1]. Рассмотрим эту задачу применительно к авиатранспорту. Предположим, что перевозка осуществляется самолетами одного типа. Тогда необходимое число рейсов

$$n = \left(\sum_{j=1}^{m} Q_j \right) \Big/ \sum_{j=1}^{m} x_j,$$

где Q_j — общая масса груза j-го вида; x_j — масса груза в каждом самолете; m — количество видов груза в партии.

Желательно так загрузить каждый самолет, чтобы общее число рейсов для перевозки данной партии груза было минимальным. Уменьшение n достигается при увеличении $\sum_{j=1}^{m} x_j$. Поэтому вместо минимизации числа рейсов можно рассматривать эквивалентную задачу о максимизации загрузки каждого рейса: найти

$$\max \sum_{j=1}^{m} x_j \tag{1}$$

при ограничениях

$$\sum_{j=1}^{m} x_j \leqslant P, \tag{2}$$

$$\sum_{j=1}^{m} (x_j/\gamma_j) \leqslant V \quad \mathbf{(3)}; \quad Q_j \sum_{j=1}^{m} x_j = x_j \sum_{j=1}^{m} Q_j, \tag{4}$$

где P, V — грузоподъемность и объемная вместимость самолета соответственно; γ_j — удельная объемная плотность груза j-го вида. Ограничения (2), (3) означают соответственно, что общая масса, объем помещаемого в самолет груза не должны превышать допустимой грузоподъемности и объемной вместимости. Условие (4) требует, чтобы перевезена была вся заданная партия груза.

Сформулированная задача относится к классу задач линейного программирования. Решить ее можно, например, симплексным методом [2]. Однако специфика задачи позволяет воспользоваться и более простым, суть которого состоит в следующем. Возможны такие варианты. 1. Преобладает груз с большой объемной массой, и самолет может оказаться недогруженным по объему 2. Преобладает груз с малой объемной массой, и самолет может быть недогруженным по массе. 3. Грузоподъемность и вместимость самолета использованы до конца. Последний вариант идеален. Определим удельную объемную грузоподъемность самолета $\gamma_c = P/V$ **(5)** и среднюю удельную объемную плотность данной партии груза

$$\gamma_г = \left(\sum_{j=1}^{m} Q_j \right) \Big/ \sum_{j=1}^{m} v_j, \tag{6}$$

где γ_c — удельная объемная грузоподъемность самолета; $\gamma_г$ — средняя удельная объемная плотность данной партии груза; v_j— объем, занимаемый грузом j-го вида в данной партии. Тогда первый вариант загрузки будет иметь место при $\gamma_c < \gamma_г$, второй — при $\gamma_c > \gamma_г$ и третий — при $\gamma_c = \gamma_г$

Следовательно, минимально необходимое число рейсов определяется общей массой или объемом партии перевозимого груза. Этот вывод можно получить строго аналитически. Рассмотрим вместо ограничений (2), (3) эквивалентные им

$$\left(\sum_{j=1}^{m} Q_j\right)\Big/ m \leqslant P \ (7); \quad \left(\sum_{j=1}^{m} Q_j/\gamma_j\right)\Big/ n \leqslant V. \qquad (8)$$

Преобразуя неравенства (7), (8), получаем

$$n \geqslant \left(\sum_{j=1}^{m} Q_j\right)\Big/ P \quad (9); \quad n \geqslant \left(\sum_{j=1}^{m} Q_j/\gamma_j\right)\Big/ V. \qquad (10)$$

Таким образом, количество рейсов n должно быть равно большему из двух чисел, определяемых по формулам

$$n_1 = \left(\sum_{j=1}^{m} Q_j\right)\Big/ P; \quad n_2 = \left(\sum_{j=1}^{m} Q_j/\gamma_j\right)\Big/ V.$$

На основании изложенного предлагается следующий алгоритм решения задачи (1)—(4). 1. Вычисляем удельную грузоподъемность самолета γ_c по формуле (5). 2. Находим объем каждого вида груза по формуле $v_j = Q_j/\gamma_j$, $j = 1, 2, ..., m$. 3. Определяем среднюю удельную объемную плотность всей партии груза по формуле (6). 4. Если $\gamma_c = \gamma_г$, то переходим к п. 6. 5. Ищем число самолетов по формуле $n = (\sum_{j=1}^{m} v_j)/V$ и переходим к п. 7. 6. Устанавливаем количество самолетов $n = (\sum_{j=1}^{m} Q_j)/P$. 7. Пользуясь формулой $x_j = Q_j/n$, $j = 1, 2, ..., m$, получаем оптимальный комплект загрузки.

Список литературы: 1. *Оптимизация* процессов грузовой работы. — М.: Транспорт, 1973. — 270 с. 2. *Гасс С.* Линейное программирование. — М.: Физматгиз, 1961. — 303 с.

Поступила в редколлегию 08.12.80.

УДК 330.115

А. В. МАКАРЕНКО, С. В. ГОЛОБОКОВА

АЛГОРИТМ ДИХОТОМИИ ПРИ ОПТИМИЗАЦИИ ТИПОРАЗМЕРНОГО РЯДА КТС И ЕГО ДИНАМИКИ

Параметры комплексов технических средств (КТС) при формировании перспективного парка и его изменений определяют таким образом, чтобы удовлетворялись все требования, предъяв-