

С.Ю. ЛЕОНОВ, канд. техн. наук, доц., НТУ "ХПИ"

ПРИМЕНЕНИЕ K -ЗНАЧНОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ИСЧИСЛЕНИЯ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ РАСПРОСТРАНЕНИЯ СИГНАЛОВ В ПРОВОДНИКАХ С ПОТЕРЯМИ

Рассматривается использование K -значного дифференциального исчисления для анализа распространения сигналов по линиям связи с учетом потерь в линиях. Результаты такого моделирования позволяют более точно исследовать работоспособность быстродействующих вычислительных устройств. Моделирование проведено в системе на основе K -значного дифференциального исчисления.

Ключевые слова: K -значное дифференциальное исчисление, распространение сигналов, линии связи, моделирование, работоспособность быстродействующих вычислительных устройств.

Постановка задачи и анализ литературы. В настоящее время при проектировании вычислительных устройств повышенного быстродействия на элементах с высокой степенью интеграции большое внимание необходимо уделять исследованию распространения сигналов по соединительным проводникам. Это связано с тем, что в таких устройствах время распространения сигналов от элемента к элементу соизмеримо со временем задержки в активных элементах. При применении для проектирования существующих систем двоичного моделирования, таких как OrCAD [1] или PCAD [2], такой анализ выполнить не представляется возможным, поскольку в данном случае речь идет об изменениях в амплитуде сигналов в соединительных цепях значительно меньших, чем амплитуда логического сигнала. Применение же для этих целей аналогового моделирования в системах типа MicroCAP [3] неприемлемо из-за больших временных затрат.

В этом плане наиболее подходящим для исследования правильности работы проектируемых вычислительных устройств с учетом распространения сигналов в проводниках является моделирование на основе K -значного дифференциального исчисления [4, 5]. При таком моделировании описание устройств выполняется с помощью K -значных дифференциальных уравнений с ограничениями. Решение этих уравнений совместно с K -значными дифференциальными уравнениями, описывающими логику работы составляющих устройство элементов, позволит более точно исследовать работоспособность таких проектируемых устройств и оценить возможные сбои.

Цель работы – разработать метод моделирования распространения сигналов в длинных линиях на основе K -значного дифференциального исчисления.

© С.Ю. Леонов, 2014

Основная часть. При исследовании процессов в линиях связи между отдельными блоками, находящимися на разных платах или в разных устройствах, можно применять гиперболическое уравнение в частных производных, которое в общем виде записывается следующим образом:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad (1)$$

где u – неизвестная переменная; t и x – независимые переменные (t – время, x – расстояние от начала линии); a^2 – постоянный коэффициент, учитывающий распределенную емкость C_0 и индуктивность L_0 линии, $a = 1/L_0 C_0$.

Известно [6, 7], что один из методов решения уравнения (1) основан на сведении его к разностному гиперболическому уравнению

$$u_{i,j+1} = 2(1-\lambda^2)u_{i,j} + \lambda^2(u_{i+1,j} + u_{i-1,j}) - u_{i,j-1}, \quad (2)$$

где $i = 0, 1, 2, \dots, n$; $j = 0, 1, 2, \dots$, $\lambda = a \frac{\tau}{h}$; h, τ – величины шагов

дискретизации соответственно по независимым переменным x и t ; $h = \frac{L}{n}$; L

– длина линии (проводника); $u_{i,j} = u(ih, j\tau)$.

Искомая функция $u(x, t)$ должна удовлетворять начальным условиям $u(0, t) = \mu(t)$.

Таким образом, решение исходного дифференциального уравнения в частных производных сводится к решению разностной задачи. При переходе к K -значной разностной схеме при $\lambda = 1$ получим соотношение

$$U_{i,i+1}^K = U_{i+1,j}^K \langle + \rangle_K U_{i-1,j}^K \langle - \rangle_K U_{i,j-1}^K;$$

$i = 0, 1, \dots, n$; $j = 0, 1, \dots$,

где $U_{i,j}^K = U^K(x_i, t_j)$ – неизвестная переменная в точке (x_i, t_j) , представленная в K -значном виде; $\langle + \rangle_K, \langle - \rangle_K$ – операции сложения и вычитания по модулю K .

В качестве примера рассмотрим передачу сигнала по линии, соединяющей два устройства, одно из которых может выступать в качестве передатчика, а второе – в качестве приемника [8].

На рис. 1 показан возможный вариант связи передатчика и приемника, на примере которого можно продемонстрировать распространение сигналов по линии связи.



Рис. 1. – Вариант связи передатчика и приемника

В системе, показанной на рис. 1, данные передаются из устройства 1 в устройство 2 через модемы 1 и 2. Модем 1 формирует сигналы для передачи в линию, а модем 2 преобразовывает принимаемые сигналы. На рисунке показана односторонняя передача данных, но предполагая, что схема симметрична, все процессы могут протекать и в обратном направлении.

Если на выходе передатчика имеется импульсный сигнал, то на конце линии (т.е. на входе приемника) сигнал может быть искажен за счет потерь в линии. В зависимости от величины потерь в линии, затухание сигнала может быть быстрее или медленнее. На рис. 2 показано распространение фронта сигнала по линии связи без потерь (при $C_0 = 2,5 \cdot 10^{-12}$, $L_0 = 1 \cdot 10^{-6}$, $\tau = 1 \cdot 10^{-9}$, $h = 13 \cdot 10^{-2}$) при моделировании распространения сигнала в системе моделирования на основе K -значного дифференциального исчисления при использовании значности входного алфавита $K = 7$.

В случае потерь линия связи описывается непрерывным дифференциальным уравнением

$$\frac{\partial^2 U(x,t)}{\partial t^2} = a \frac{\partial^2 U(x,t)}{\partial x^2} - b \frac{\partial U(x,t)}{\partial t} - cU(x,t),$$

где $a = \frac{1}{L_0 C_0}$; $b = \frac{g_0}{C_0} + \frac{r_0}{L_0}$; r_0, g_0 – распределенное сопротивление и проводимость линии; $c = \frac{r_0 g_0}{L_0 C_0}$.

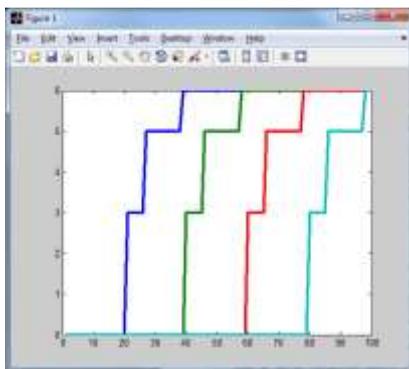


Рис. 2. – Распространение сигнала по линии связи без потерь

Заменяя непрерывные производные разностными соотношениями получим следующее уравнение

$$U_{i,j+1} = \frac{a\tau^2}{h^2(1+2b\tau)}(U_{i+1,j} + U_{i-1,j}) + \frac{2b\tau - 1}{1+2b\tau}U_{i,j-1} + \left(\frac{2-c\tau^2}{1+2b\tau} - \frac{2a\tau^2}{h^2(1+2b\tau)}\right)U_{i,j}$$

После перехода к K -значному разностному уравнению линия с потерями может быть промоделирована в системе моделирования на основе K -значного дифференциального исчисления. На рис. 3 показано моделирование распространения фронта K -значного сигнала по линии связи между источником и приемником с потерями при использовании $K = 7$.

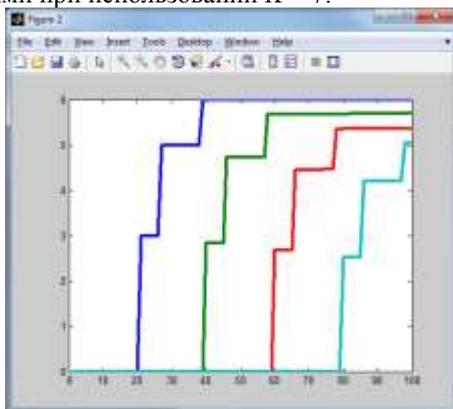


Рис. 3. – Распространение сигнала по линии связи с потерями

С увеличением потерь в линии связи амплитуда передаваемых сигналов уменьшается.

Несмотря на то, что уменьшение амплитуды не достигает порогового уровня и само по себе не приведет к сбоям в функционировании устройств приемной стороны, но при увеличении длины линии в сочетании с другими неблагоприятными факторами, такая передача сигналов может привести к искажениям принимаемой информации. Это, в свою очередь, может привести к сбоям при функционировании устройств, подключенных к приемному модулю.

Выводы. Разработанный метод моделирования длинной линии на основе K -значного дифференциального исчисления позволяет моделировать распространение сигналов по длине проводника с учетом потерь. Это достигается за счет того, что распространение сигнала описывается K -значными дифференциальными уравнениями с потерями, в которых присутствует коэффициент, позволяющий учитывать эти потери. А само представление сигнала в K -значном виде позволяет проанализировать незначительные амплитуды изменения сигнала, что очень важно при исследовании распространения сигнала по проводнику с потерями.

Список литературы: 1. Болотовский Ю.Б. OrCAD. Моделирование. "Поваренная" книга / Ю.Б. Болотовский, Г.И. Таназлы. – М.: Солон-Пресс, 2005. – 200 с. 2. Уваров А.С. P-CAD. Проектирование и конструирование электронных устройств / А.С. Уваров. – М.: Горячая Линия – Телеком, 2004. – 760 с. 3. Разевиг В.Д. Шемотехническое моделирование с помощью Micro-Cap 7 / В.Д. Разевиг. – М.: Горячая Линия – Телеком, 2003. – 368 с. 4. Дмитриенко В.Д. K -значное дифференциальное исчисление и моделирование цифровых устройств // В.Д. Дмитриенко, С.Ю. Леонов. – Харьков: Транспорт Украины, 1999. – 223 с. 5. Dmitrienko V.D. Research digital devices by means of modeling system on the basis of K-Value differential calculus / V.D. Dmitrienko, S.Yu. Leonov, T.V. Gladkikh // Radioelectronics & Informatics. – № 1. – 2008. – P. 63 – 69. 6. Годунов С.К. Разностные схемы (введение в теорию) // С.К. Годунов, В.С. Рябенский. – М.: Наука, 1977. – 440 с. 7. Демидович Б.П. Численные методы анализа. Приближение функций, дифференциальные и интегральные уравнения // Б.П. Демидович, И.А. Марон, Э.Э. Шувалова. – М.: Наука, 1967. – 368 с. 8. Сухман С.М. Синхронизация в телекоммуникационных системах. Анализ инженерных решений / С.М. Сухман, А.В. Бернов, Б.В. Шевкопляс. – М.: Эко-Трендз, 2003. – 272 с.

Bibliography (transliterated): 1. Bolotovskij Ju.B. OrCAD. Modelirovanie. "Povarennaja" kniga / Ju.B. Bolotovskij, G.I. Tanazly. – M.: Solon-Press, 2005. – 200 s. 2. Uvarov A.S. P-CAD. Proektirovanie i konstruirovaniye jelektronnyh ustrojstv / A.S. Uvarov. – M.: Gorjachaja Linija – Telekom, 2004. – 760 s. 3. Razevig V.D. Shemotekhnicheskoe modelirovanie s pomoshh'ju Micro-Cap 7 / V.D. Razevig. – M.: Gorjachaja Linija – Telekom, 2003. – 368 s. 4. Dmitrienko V.D. K znachnoe differencial'noe ischislenie i modelirovanie cifrovoyh ustrojstv // V.D. Dmitrienko, S.Yu. Leonov. – Har'kov: Transport Ukrainy, 1999. – 223 s. 5. Dmitrienko V.D. Research digital devices by means of modeling system on the basis of K-Value differential calculus / V.D. Dmitrienko, S.Yu. Leonov, T.V. Gladkikh // Radioelectronics & Informatics. – № 1. – 2008. – P. 63 – 69. 6. Godunov S.K. Raznostnye shemy (vvedenie v teoriju) // S.K. Godunov, V.S. Rjaben'kij. – M.: Nauka, 1977. – 440 s. 7. Demidovich B.P. Chislennyye metody analiza. Priblizheniye funktsij, differentsial'nye i integral'nye uravneniya // B.P. Demidovich, I.A. Maron, Ye. Ye. Shuvalova. – M.: Nauka, 1967. – 368 s. 8. Suhman S.M. Sinhronizatsiya v telekommunikatsionnyh sistemah. Analiz inzhenernyh reshenij / S.M. Suhman, A.V. Bernov, B.V. Shevkoptyas. – M.: Jeko-Trendz, 2003. – 272 s.

Поступила (received) 05.03.2014