

УДК 519.878

М. І. ЮСЬКІВ, Г. Г. ЦЕГЕЛИК

МОДЕЛЮВАННЯ ТА ДОСЛІДЖЕННЯ ЕФЕКТИВНОСТІ МЕТОДУ ПОСЛІДОВНОГО ПЕРЕГЛЯДУ СТОРІНОК НА WEB-САЙТІ ДЛЯ РІЗНИХ ЗАКОНІВ РОЗПОДІЛУ ЙМОВІРНОСТЕЙ ЗВЕРТАННЯ ДО СТОРІНОК

Так як Інтернет – це набір сайтів та сторінок, все більш актуальним постає питання пошуку інформації на сторінках сайтів на основі заданих критеріїв. Розглянуто метод послідовного перегляду сторінок Web-сайту. Знайдено математичне сподівання загального часу, необхідного для пошуку сторінки, для різних законів розподілу ймовірності звертання до сторінок. Визначено ефективність методу для різних законів розподілу ймовірності звертання до сторінки.

Ключові слова: моделювання доступу, послідовно організовані сторінки, закони розподілу ймовірностей, REST-сервіси, розпаралелювання пошуку.

Так как Интернет – это набор сайтов и страниц, все более актуальным становится вопрос поиска информации на страницах сайтов на основе заданных критериев. Рассмотрен метод последовательного просмотра Web-сайта. Найдено математическое ожидание общего времени, необходимого для поиска страницы, для различных законов распределения вероятности обращения к страницам. Определена эффективность метода для различных законов распределения вероятности обращения к странице.

Ключевые слова: моделирование доступа, последовательно организованы страницы, законы распределения вероятностей, REST-сервисы, распараллеливания поиска.

The object of this study is to review the organization and pages for given probabilities turning the pages. For performance criterion search page taken the expected total time required to find the page you want the user. One of the problem areas of the study is the behavior of the algorithm for different distribution laws. Therefore, further steps in the research was the model output for different laws of distribution and analysis of the results with existing data for these laws probability distribution page.

For a given study introduced the concept of mathematical expectation of the time required to search for Web-page on the site and made it as a performance criterion. Input parameters are in such Searching for viewing pages and reading pages that are constant parameters. Also, the input parameter is the number of pages on the site and this option is variable.

The starting dependence parameter is the expectation of the time required to search for pages on the site by changing the number of pages for different laws probability distribution pages.

As a result of working formulas for the expectation of the time required to find information on a page based on parameters that are taken into account in a consistent finding information on the page. With the efficiency criterion adopted by the expectation of the time required to search for pages on the Web-site method consistent browsing. Expressions for the expectation that depend on different laws probability distribution pages. The comparative analysis of the effectiveness of the method, different laws probability distribution pages. Depending calculated mathematical expectation of the time required to search for pages on the site, on changes in the law probability distribution pages for a given number of pages.

Keywords: modeling access consistently organized pages, the laws of probability distribution, REST-services, paralleling the search.

Вступ. Мережа Інтернет є великим інформаційним ресурсом, через який кожен день проходять та обробляються великі об'єми інформації. Основними складовими цього ресурсу є сервери та Web-сайти. Кожен сайт відповідно складається з набору сторінок. Сторінки сайту – атомарні одиниці, які між собою пов'язані логічними зв'язками [1, 2]. Одним із найбільш актуальних питань роботи з мережею Інтернет є пошук та вибірка інформації на основі заданих критеріїв. На сьогоднішній день існує достатньо велика кількість розроблених алгоритмів пошуку інформації у мережі Інтернет [3]. Значно менша кількість алгоритмів, призначених для пошуку інформації на сайті чи безпосередньо на його сторінках. Існують такі готові продукти, як Elastic Search (США), який являє собою REST-сервіс та який використовує хмарну інфраструктуру, та реалізовує інвертовані індекси зі скінченними перетворювачами для реалізації повнотекстового пошуку на сторінці. Проте, кількість таких продуктів є надзвичайно мала, як і кількість алгоритмів, розроблених для реалізації таких завдань, тому дослідження в цьому напрямку актуальні.

Об'єкт дослідження та його технологічний аудит. Об'єктом даного дослідження є організація та перегляд сторінок сайту при заданих ймовірностях звертання до сторінок.

За критерій ефективності пошуку сторінки приймається математичне сподівання загального часу, необхідного для пошуку потрібної сторінки користувачем. Вважатимемо, що пошук інформації на сайті

відбувається методом послідовного перегляду сторінок. Серед законів розподілу ймовірностей звертання до сторінок розглянемо рівномірний, бінарний й узагальнений, частковим випадком якого є так зване правило «80-20» та закон Зіпфа.

Припустимо, що інформація, що міститься на Web-сайті, розміщена на N сторінках. Нехай:

p_i – ймовірність звертання до i -ї сторінки; a – час читання однієї сторінки; t – час перегляду однієї сторінки; a, t – сталі; E – математичне сподівання загального часу, необхідного для пошуку Web-сторінки на сайті.

Тоді E виразиться формулою:

$$E = \sum_{i=1}^N (a + t) i p_i = (a + t) \sum_{i=1}^N i p_i.$$

Одним з найбільш проблемних місць даного дослідження є поведінка алгоритму при різних законах розподілу. Тому подальшими кроками у дослідженні було виведення даної моделі для різних законів розподілу та аналіз отриманих результатів при існуючих даних для цих законів розподілу ймовірності звертання до сторінки. Також при дослідженні враховувалися параметри, які безпосередньо стосуються роботи алгоритму. Такі питання як вплив часу відклику серверної частини та ризики, пов'язані з роботою хмарних сервісів в моделі, не враховуються.

© М. І. Юськів, Г. Г. Цегелик. 2016

Мета та задачі дослідження. Метою дослідження є виведення математичної моделі для нового методу пошуку інформації на сайті, а також перевірка ефективності цього методу. Це дає можливість підвищити швидкість пошуку інформації на сайті, а також покращити наступні показники при пошуці інформації:

- зниження вартості та ресурсозатратності пошуку інформації за рахунок покращення швидкості алгоритмів пошуку;

- зниження кількості електронних ресурсів задіяних при обробці та пошуку інформації на сайті;

- можливість використовувати розподілені хмарні сервіси для обробки інформації.

Для реалізації поставленої мети, необхідно виконати наступні задачі:

1. Вивести формулу для математичного сподівання загального часу, необхідного для пошуку інформації на сторінці, на основі параметрів, які враховуються при послідовному пошуку інформації на сторінці.

2. Розрахувати значення залежності математичного сподівання загального часу, необхідного для пошуку сторінки на сайті, від зміни закону розподілу ймовірностей звертання до сторінок за заданих параметрів N , a та t .

Дослідження існуючих рішень проблеми. Серед найпоширеніших методів оптимізації пошуку інформації на сайті, які використовуються у світовій практиці та згадуються у науковій періодиці вирізняють наступні види:

- пошук інформації з використанням теорії графів, що знайшло своє відображення у пошуку, реалізованому в мережі Facebook та згадується у джерелі [1];

- розбиття сайту та сторінок на атомарні одиниці, що знаходять відображення у джерелах [2–5];

- використання експертних систем для повнотекстового пошуку з використанням доменів та попередніх результатів пошуку користувачем інформації на сайті [6–8];

- оптимізація пошукових запитів [3, 9];

- кешування найпопулярніших запитів.

Зокрема, коли заходить розмова про пошуковий алгоритм, який використовує теорію графів і реалізований в мережі Facebook варто згадати про його особливості [10]. А саме те, що використовується механізм рангування, який залежно від того, хто виконує пошук, створює набір рангів. Після чого додає його до потенційного запиту та проганяє цей запит через набір рангів на критичному шляху. Цей же алгоритм використовує підходи для розбиття сторінок на атомарні одиниці, що призводить до розбиття запиту на менші унікальні частини. Проте, не використовується механізм кешування найпопулярніших запитів, оскільки це призводить до збільшення кількості запам'ятовуваних ресурсів та додаткового навантаження на запити.

Також доволі популярним методом на виробництві є використання сторонніх хмарних розподілених систем, які використовуються для повно текстового пошуку. Одним з таких прикладів є продукт Elastic search.

Таким чином, можна припустити, що не існує єдиного підходу для підвищення швидкості пошуку інформації на сторінках Web-сайту. Проте, можна зробити висновок, що з використанням кількох підходів можна добитися хороших результатів. Це поєднання покращення швидкості алгоритмів, використання розподілених хмарних систем, оптимізація пошукових запитів та при потребі їх кешування на сьогоднішній день становлять основу підходів, які спільно використовуються для підвищення швидкості пошуку інформації на сторінках Web-сайту.

Методи досліджень. Для заданих досліджень було введено поняття математичного сподівання загального часу, необхідного для пошуку Web-сторінки на сайті та прийнято його як критерій ефективності.

Вхідними параметрами у такому пошуці є час перегляду сторінки та час читання сторінки, які є сталими параметрами. Також вхідним параметром є кількість сторінок на сайті і цей параметр є змінним.

Вихідним параметром є залежність математичного сподівання загального часу, необхідного для пошуку сторінки на сайті від зміни кількості сторінок для різних законів розподілу ймовірностей звертання до сторінок.

Проміжним етапом дослідження є виведення значень математичного сподівання загального часу, необхідного для пошуку сторінки на сайті для різних законів розподілу ймовірностей звертання до сторінок.

Результати досліджень. Знайдемо явний вираз для E як для рівномірного закону розподілу ймовірностей [1, 2] звертання до сторінок, так і для «бінарного», закону Зіпфа та узагальненого закону розподілу [1, 4].

1. У випадку рівномірного закону розподілу ймовірностей звертання до сторінок:

$$E = (a + t) \frac{1}{2} (N + 1).$$

2. Якщо ймовірності звертання до сторінок задовольняють «бінарний» закон розподілу, то:

$$E = (a + t) \left(\sum_{i=1}^{N-1} \frac{i}{2^i} + \frac{N}{2^{N-1}} \right) = (a + t) \left(\sum_{i=1}^N \frac{i}{2^i} + \frac{N}{2^N} \right).$$

Якщо позначити:

$$E_m = \sum_{i=1}^m \frac{i}{2^i} + \frac{m}{2^m},$$

то:

$$\begin{aligned} E_{m+1} &= \sum_{i=1}^{m+1} \frac{i}{2^i} + \frac{m+1}{2^{m+1}} = \sum_{i=1}^m \frac{i}{2^i} + \frac{m+1}{2^m} = \\ &= \sum_{i=1}^m \frac{i}{2^i} + \frac{m}{2^m} + \frac{1}{2^m} = E_m + \frac{1}{2^m}. \end{aligned}$$

Отже:

$$E_{m+1} = E_m + \frac{1}{2^m}, m = 3, 4, \dots$$

Тоді:

$$E_3 = E_2 + \frac{1}{2^2},$$

$$E_4 = E_3 + \frac{1}{2^3} = E_2 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3},$$

$$E_N = E_{N-1} + \frac{1}{2^{N-1}} = E_2 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^{N-1}}.$$

Оскільки:

$$E_2 = 1 + \frac{1}{2},$$

то:

$$E_N = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^{N-1}} = 2 - \frac{2}{2^N}.$$

Тому:

$$E = (a+t) \left(2 - \frac{2}{2^N} \right).$$

3. Якщо ймовірності звертання до сторінок розподілені за законом Зіпфа, то:

$$E = (a+t) \sum_{i=1}^N \frac{i}{iH_N} = (a+t) \frac{N}{H_N}.$$

Оскільки:

$$H_N = \ln N + C + \gamma_N,$$

де $C = 0,577\dots$ – ейлерова стала, γ_N – деяка нескінченно мала величина, то:

$$E = (a+t) \frac{N}{\ln N + C + \gamma_N}.$$

Нехтуючи величиною γ_N , з достатньо високою точністю можемо прийняти:

$$E = (a+t) \frac{N}{\ln N + C}.$$

4. Нехай розподіл ймовірностей звертання до сторінок задовольняє узагальнений закон розподілу, тоді:

$$E = (a+t) \sum_{i=1}^N \frac{i}{i^c H_n^{(c)}} = (a+t) \frac{1}{H_n^{(c)}} \sum_{i=1}^N \frac{1}{i^{c-1}} = (a+t) \frac{H_n^{(c-1)}}{H_n^{(c)}}.$$

Використовуючи апроксимації [2]:

$$H_n^{(c)} = \frac{1}{1-c} n^{1-c} - C^{(c)} + \gamma_n^{(c)},$$

$$H_n^{(c-1)} = \frac{1}{2-c} n^{2-c} + \alpha^{(c)}(n),$$

де $C^{(c)}$ – певні сталі; $\gamma_n^{(c)}$ – деякі нескінченно малі величини; $\alpha^{(c)}(n)$ – повільно зростаюча функція, одержимо:

$$E = (a+t) \frac{\frac{1}{2-c} n^{2-c} + \alpha^{(c)}(n)}{\frac{1}{1-c} n^{1-c} - C^{(c)} + \gamma_n^{(c)}}.$$

Нехтуючи нескінченно малою величиною $\gamma_n^{(c)}$, з достатньо високою точністю можемо прийняти:

$$E = (a+t) \frac{\frac{1}{2-c} n^{2-c} + \alpha^{(c)}(n)}{\frac{1}{1-c} n^{1-c} - C^{(c)}}.$$

Залежність математичного сподівання загального часу, необхідного для пошуку сторінки на сайті від зміни закону розподілу ймовірностей звертання до сторінок для $N = 10^6$ та $a+t = 1$ зображено на рис. 1.

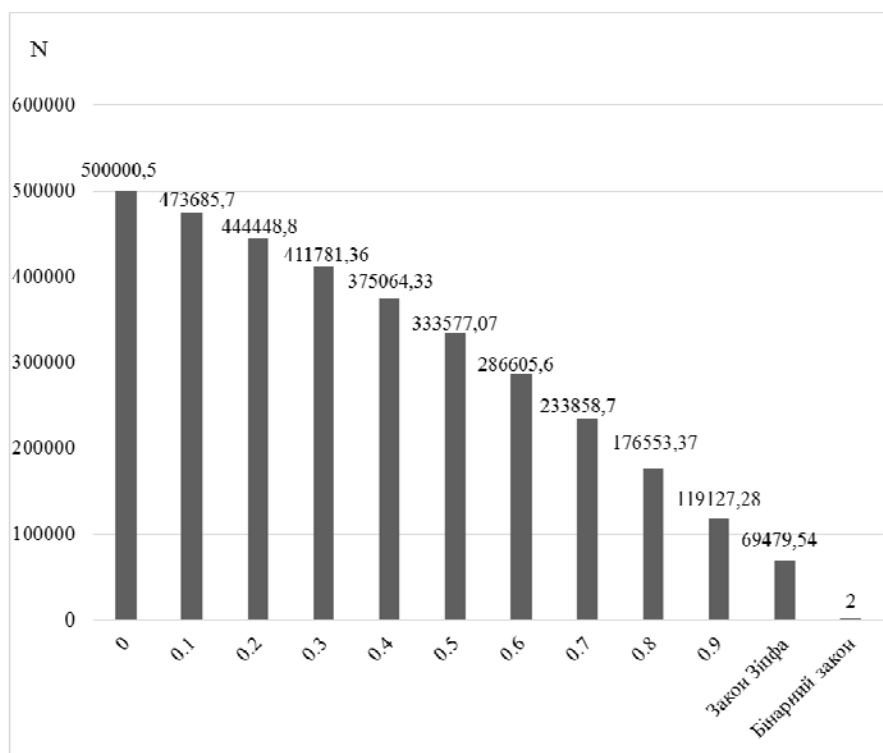


Рис. 1 – Залежність математичного сподівання загального часу, необхідного для пошуку сторінки на сайті, від зміни закону розподілу ймовірностей звертання до сторінок для $N = 10^6$ та $a+t = 1$

Аналіз отриманих результатів (рис. 1) показує, що найефективніше метод працює у випадку, якщо сторінки розподілені за бінарним законом розподілу ймовірностей або за законом Зіпфа. Видно, що при кількості сторінок $N = 10^6$ залежність математичного сподівання загального часу пошуку сторінки на сайті від кількості сторінок зменшується.

SWOT-аналіз результатів дослідження.
Strength. До сильних сторін даного дослідження належить те, що без введення додаткових доробок виведений метод можна застосувати на виробництві. Для цього найкращим підходом буде розробка REST-сервіса, як частини Web-додатку з мікросервісної архітектури. Завданням цього сервісу є організація пошуку інформації на сайті. Перевагою такого підходу є можливість окремого тестування функціоналу пошуку, що в свою чергу не буде впливати на

функціонал основної частини Web-сайту та її тестування. Іншою перевагою саме такого підходу буде можливість використовувати можливості розпаралелювання роботи та збільшення пропускної та обчислювальної здатності через використання хмарних платформ, таких як Microsoft Azure (США), які дають багато можливостей для хостингу, тестування, діагностики та побудови метрик для REST-сервісів.

Використання результатів отриманого дослідження дає можливість на основі математичної моделі розрахувати математичне сподівання для методу послідовного читання та перегляду сторінок для різних законів розподілу ймовірностей звертання до сторінки. На основі вхідних даних можна побачити, наскільки метод ефективний та розробити подальші кроки для удосконалення алгоритмів пошуку інформації на Web-сайті.

Weaknesses. Слабі сторони даного дослідження полягають у тому, що при побудові математичної моделі враховано лише параметри, які безпосередньо стосуються роботи алгоритму. Проте, у випадку розробки реального Web-додатку, з'являються ризики пов'язані з проблемою розпаралелювання алгоритму та продуктивного використання обчислювальних ресурсів. Також є ризики пов'язані з роботою хмарних платформ та не враховані у моделі випадки, коли час відклику серверної частини, яка відповідає за пошук збільшується або серверна частина не відповідає.

Відповідно, при розробці та конфігурації реального продукту усі ці параметри також необхідно враховувати. Іншими словами, незважаючи на розраховані в математичній моделі значення залежності математичного сподівання загального часу, необхідного для пошуку сторінки на сайті, від зміни закону розподілу ймовірностей звертання до сторінок. Необхідно також враховувати роль факторів, які стосуються системи, і на якій розвернутий додаток з таким методом пошуку інформації на сайті.

Opportunities. На сьогоднішній день програмне забезпечення, яке використовується для пошуку інформації на сайті, є достатньо поширене у сучасних програмних продуктах [9, 10]. Відповідно, різні компанії займаються розробкою такого програмного забезпечення або купують вже готове рішення. Ця обставина свідчить про те, що результати даного дослідження можуть зіграти важливу роль для покращення алгоритмів пошуку інформації на Web-сайті. Також варто сказати, що при розробці комерційного програмного забезпечення варто використовувати підхід до розробки як REST-сервіс. Відповідно, це дасть можливість легшої інтеграції з будь-яким програмним продуктом, оскільки пошуковий сервіс буде працювати як окрема компонента. Це дасть можливість покращити швидкість пошуку та алгоритму пошуку без впливу на основний функціонал додатку, в який інтегрується REST-сервіс.

Threats. Існують певні загрози з інтеграцією результатів дослідження. Основною загрозою є наявність на ринку вже готових пошукових продуктів, що може викликати певну конкуренцію даного рішення з вже існуючими продуктами. Іншою проблемою є необхідність враховувати роль факторів, які стосуються системи, на якій розвернутий додаток.

Висновки

1. Виведено формулу для математичного сподівання загального часу, необхідного для пошуку інформації на сторінці, на основі параметрів, які враховуються при послідовному пошуку інформації на сторінці. За критерій ефективності прийнято математичне сподівання загального часу, необхідного для пошуку сторінки на Web-сайті методом послідовного перегляду сторінок.

2. Здійснено порівняльний аналіз математичного сподівання загального часу, необхідного для пошуку сторінки на сайті для різних законів розподілу ймовірностей звертання до сторінок. Аналіз отриманих результатів, які зображені на рис. 1, що найефективніше метод працює у випадку, якщо сторінки розподілені за бінарним законом розподілу ймовірностей або за законом Зіпфа. Показано, що при кількості сторінок $N = 10^6$ залежність математичного сподівання загального часу пошуку сторінки на сайті від кількості сторінок зменшується.

Список літератури:

1. Кнут, Д. Искусство программирования для ЭВМ: Сортировка и поиск [Текст] / Д. Кнут. – Москва: Вильямс, 2000. – 822 с.
2. Цегелик, Г. Г. Организация и поиск информации данных [Текст] / Г. Г. Цегелик. – Львов: Свит, 1990. – 186 с.
3. Intro to Facebook Search [Electronic resource]. – Available at: <https://www.facebook.com/notes/facebook-engineering/intro-to-facebook-search/365915113919/>
4. Юськів, М. І. Моделювання та ефективність доступу до послідовно організованих сторінок Web-сайту для різних законів розподілу ймовірностей звертання до сторінок [Текст] / М. І. Юськів, Г. Г. Цегелик. – Полтава: ПУЕТ, 2016. – 362 с.
5. Baeza-Yates, R. Relating Web Structure and User Search Behavior [Text] / R. Baeza-Yates, C. Castilio // In 10th World Wide Web Conference. – 2001. – № 20. – P. 1–2.
6. Jansen, B. J. Real life information retrieval: A study of user queries on the Web [Text] / B. J. Jansen, A. Spink, J. Bateman, T. Saracevic // ACM SIGIR Forum. – 1998. – № 32 (1). – P. 5–17. doi: [10.1145/281250.281253](https://doi.org/10.1145/281250.281253)
7. Hu, W. C. An Overview of World Wide Web Search Technologies [Text] / W. C. Hu, Y. Chen Y, M. Schmalz, G. Ritter // Proceedings of the fifth world multi conference on system, cybernetics and informatics. – 2000. – P. 356–361.
8. Kobayashi, M. Informational Retrieval on the Web [Text] / M. Kobayashi, K. Takeda. – IBM Japan, 2000. – 47 p.
9. Marchionini, G. Information Seeking in Full-Text End-User-Oriented Search Systems [Text] / G. Marchionini, S. Dwiggins, A. Katz, X. Lin // The Roles of Domain and Search Expertise. – 1993. – № 15. – P. 35–36
10. Pollock, A. What's wrong with Internet Searching [Electronic resource] / A. Pollock, A. Hockley // D-Lib Magazine. – 1997. – Available at: <http://www.dlib.org/dlib/march97/bt/03pollock.html>

Bibliography (transliterated):

1. Knut, D. (2000). Iskusstvo programmirovaniya dlja JeVM: Sortirovka i poisk. Moscow: Vil'jams, 822.
2. Cegelik, G. G. (1990). Organizacija i poisk informacii dannyh. Lviv: Svit, 186.
3. Intro to Facebook Search. Available at: <https://www.facebook.com/notes/facebook-engineering/intro-to-facebook-search/365915113919/>
4. Yus'kiv, M. I., Cegely'k, G. G. (2016). Modelyuvannya ta efektyvnist' dostupu do poslidovno organizovany'x storinok Web-sajtu dlya rizny'x zakoniv rozpodilu jmovimostej zvertannya do storinok. Poltava: PUET, 362.
5. Baeza-Yates, R., Castilio, C. (2001). Relating Web Structure and User Search Behavior. In 10th World Wide Web Conference, 20, 1–2.
6. Jansen, B. J., Spink, A., Bateman, J., Saracevic, T. (1998). Real life information retrieval: a study of user queries on the Web. ACM SIGIR Forum, 32 (1), 5–17. doi: [10.1145/281250.281253](https://doi.org/10.1145/281250.281253)
7. Hu, W. C., Chen, Y., Schmalz, Y. M., Ritter, G. (2000). An Overview of World Wide Web Search Technologies. Proceed-

- ings of the fifth world multi conference on system, cybernetics and informatics, 356–361.
8. Kobayashi, M., Takeda, K. (2000). Informational Retrieval on the Web. IBM Japan, 47.
9. Marchionini, G., Dwiggins, S., Katz, A., Lin, X. (1993). Information Seeking in Full-Text End-User-Oriented Search Systems. The Roles of Domain and Search Expertise, 15, 35–36.
10. Pollock, A., Hockley, A. (1997). What's wrong with Internet Searching. D-Lib Magazine. Available at: <http://www.dlib.org/dlib/march97/bt/03pollock.html>

Надійшла (received) 07.12.2016

Бібліографічні описи / Библиографические описания / Bibliographic descriptions

Моделювання та дослідження ефективності методу послідовного перегляду сторінок на web-сайті для різних законів розподілу ймовірностей звертання до сторінок/ М. І. Юськів, Г. Г. Цегелик// Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Механіко-технологічні системи та комплекси. – Харків : НТУ «ХПІ», 2016. – No 49(1221). – С.70–74. – Бібліогр.: 10 назв. – ISSN 2079-5459.

Моделирование и исследование эффективности метода последовательного просмотра страниц на web-сайте для различных законов распределения вероятностей обращения к страницам/ М. И. Юськів, Г. Г. Цегелик// Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Механіко-технологічні системи та комплекси. – Харків : НТУ «ХПІ», 2016. – No 49(1221). – С.70–74. – Бібліогр.: 10 назв. – ISSN 2079-5459.

Modelling and investigation of efficiency of consecutive revision method for browsing of pages on a web-site for different distribution laws of probability of accessing pages/ M. Yuskiv, H. Tsehelyk//Bulletin of NTU “KhPI”. Series: Mechanical-technological systems and complexes. – Kharkov: NTU “KhPI”, 2016. – No 49 (1221). – P.70–74. – Bibliogr.: 10. – ISSN 2079-5459.

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

Юськів Маркіян Ігорович – аспірант, Львівський національний університет імені Івана Франка, кафедра математичного моделювання соціально-економічних процесів; вул. Університетська, 1, м. Львів, Україна, 79000; e-mail: kafmmsep@lnu.edu.ua

Цегелик Григорій Григорович – доктор фізико-математичних наук, Львівський національний університет імені Івана Франка, професор кафедри математичного моделювання соціально-економічних процесів; вул. Університетська, 1, м. Львів, Україна, 79000; e-mail: kafmmsep@lnu.edu.ua

Юськів Маркіян Ігорович – аспирант, Львовский национальный университет имени Ивана Франко, кафедра математического моделирования социально-экономических процессов; ул. Университетская, 1, г. Львов, Украина, 79000; e-mail: kafmmsep@lnu.edu.ua

Цегелик Григорий Григорьевич – Доктор физико-математических наук, Львовский национальный университет имени Ивана Франко, профессор кафедры математического моделирования социально-экономических процессов; ул. Университетская, 1, г. Львов, Украина, 79000; e-mail: kafmmsep@lnu.edu.ua

Yuskiv Markiiian – graduate student, Lviv National Ivan Franko University, Department of Mathematical Modeling of Social and Economics Processes; Universytetska str., 1, Lviv, Ukraine, 79000; e-mail: kafmmsep@lnu.edu.ua

Tsehelyk Hryhorii – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Lviv National Ivan Franko University, Professor Department of Mathematical Modeling of Social and Economics Processes; Universytetska str., 1, Lviv, Ukraine, 79000; e-mail: kafmmsep@lnu.edu.ua