УДК 519.2

Н. Н. ИШИН, А. М. ГОМАН, А. С. СКОРОХОДОВ, С. А. ГАВРИЛОВ

СРАВНИТЕЛЬНАЯ ОЦЕНКА ВИБРОАКТИВНОСТИ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ С ЭВОЛЬВЕНТЫМ И МОДИФИЦИРОВАННЫМ ПРОФИЛЕМ ЗУБА НА СТАДИИ ПРОЕКТИРОВАНИЯ

Пропонується метод порівняльної оцінки віброактивності зубчастих передач при проектуванні, що базується на основі аналізу форм власних коливань. При зіставленні варіантів динамічних схем використовується критерій віброактивності H_k. У вираз критерію додатково введено коефіцієнт, що характеризує відношення параметрів ударних імпульсів, що виникають у зачепленні зіставляються систем.

Ключові слова: зубчаста передача, власні форми коливань, ударний імпульс, критерій віброактивності, фланкування, профільна модифікація поверхні зуба.

Предлагается метод сравнительной оценки виброактивности зубчатых передач при проектировании, базирующийся на основе анализа форм их собственных колебаний. При сопоставлении вариантов динамических схем используется критерий виброактивности $H_к$. В выражение критерия дополнительно введен коэффициент, характеризующий отношение параметров ударных импульсов, возникающих в зацеплении сопоставляемых систем.

Ключевые слова: зубчатая передача, собственные формы колебаний, ударный импульс, критерий виброактивности, фланкирование, профильная модификация поверхности зуба.

Proposed method the comparative assessment of the vibratory activity of gears in the design, based on the analysis of the normal modes. When comparing the options for dynamic schemes, a criterion H_k of vibratory activity is used. In the criteria expression additionally introduced a coefficient characterizing the ratio of the parameters of shock pulses encountered in the meshing mapped systems. The calculated value of the decrease in vibroactivity in the application of flanking obtained in this paper is in good agreement with the available experimental data on the investigation of vibration and noise reduction due to flanking of the teeth.

Keywords: gearing, normal mods, shock pulse, vibration activity criterion, flanking, profile correction.

Введение. Виброактивность зубчатых передач в значительной мере определяется динамическими процессами, вызванными пересопряжением зубьев. Причинами динамических нагрузок являются периодические ударные силы, возникающие при входе зубьев в зацепление в нерасчетной точке (кромочный удар), силы, возникающие в связи с периодическим изменением числа зубьев, передающих крутящий момент, силы, обусловленные погрешностью монтажа, режимами работы и др.

В зубчатых перечах общемашиностроительного применения (7–9 степени точности по ГОСТ 1643–81) основной вклад в вибрацию вносят ударные силы, которые возникают из-за погрешностей шагов зубчатых колес и упругих деформаций зубьев. С целью уменьшения ударных сил при входе зубьев в зацепление и снижения уровня вибрации зубчатых передач применяется модификация профиля головки зуба (фланкирование) [1, 2]. Оценка эффективности такого конструкторско-технологического решения по снижению виброактивности приводных зубчатых механизмов может быть произведена на основе анализа собственных форм колебаний динамических моделей сравниваемых вариантов (с модификацией профиля головки и без модификации профиля зуба).

Актуальность задачи. Проблема улучшения виброакустических характеристик приводных зубчатых механизмов и в настоящее время достаточно стоит остро практически перед всеми производителями техники. Поэтому весьма важно на стадии проектирования зубчатых механизмов оценить целесообразность применения новых конструкторско-технологических решений зубчатых колес и выбор их параметров с целью оптимизации динамических характеристик.

Анализ состояния проблемы и литературных источников. При разработке новых конструкций зубчатых колес пониженной виброактивности, выборе их параметров с учетом динамических свойств приводного зубчатого механизма может оказаться недопустимым выделение относительно простых локальных участков динамических систем, ограниченных двумя, тремя массами, а также проектировщики могут не располагать данными о диссипативных свойствах материалов и сопряжений деталей. В таких случаях целесообразно производить оценку качества динамических систем на основе анализа их собственных форм. Особенность такого подхода заключается в том, что отношения амплитуд при резонансах практически совпадают с соответствующими собственными формами систем. В работах [3, 4] рассмотрены методы выбора рациональных параметров приводных зубчатых механизмов по критерию виброактивности зубчатых передач, основанные на анализе собственных форм колебаний динамических моделей сравниваемых вариантов конструкторско-технологических решений.

Метод базируется на критерии H_k виброактивности динамической системы. При этом предполагается, что известна область рабочего диапазона частот возбуждающих колебаний. Определяются собственные частоты исследуемых динамических систем приводных зубчатых механизмов с исходными и с усовершенствованными вариантами зубчатых колес и отношение $\upsilon_у/\upsilon_и$ максимальных амплитудных значений ударных импульсов, возникающих в зацеплении сопоставляемых систем [3]. Далее находятся и сравниваются суммы виброускорений, определяемых по нормированным амплитудам собственных форм и собственным частотам из указанной области. Выражение для определения критерия имеет вид

$$H_k = \frac{\nu_у}{\nu_и} \cdot \frac{\sum\limits_{\omega_j \in G} K_j \left|\tilde{q}_k^{(j)}\right| \omega_j^2}{\sum\limits_{\omega_i \in G} K_i \left|\tilde{q}_k^{(i)}\right| \omega_i^2}, \qquad (1)$$

где $\upsilon_у$ – амплитудное значение ударного импульса усовершенствованной системы;

$\upsilon_и$ – амплитудное значение ударного импульса исходной системы;

$\tilde{q}_k^{i,j}$ – нормированные амплитуды k-й массы, соответствующие собственным частотам ω_i и ω_j сопоставляемых систем;

$K_{i,j}$ – весовые коэффициенты.

В работе [5] критерий H_k был применен для оценки

© Н. Н. Ишин, А. М. Гоман, А. С. Скороходов, С. А. Гаврилов, 2017

эффективности конструкторско-технологических решений по снижению виброактивности зубчатой передачи путем использования составного зубчатого колеса с упругим креплением и повышенной податливостью зубчатого венца.

Цель работы. Целью данной работы является проверка возможности применения критерия H_k при теоретической, на стадии проектирования, оценке динамических качеств (виброактивности) сопоставляемых конструкционных решений зубчатых передач. В качестве примера, рассматриваются зубчатая передача с обычным, эвольвентным профилем зуба и зубчатая передача с модифицированным профилем зуба (фланкирование головки зуба).

Материалы исследований. Вибрационные процессы в приводных зубчатых механизмах протекают под действием периодически повторяющихся ударных импульсов (под ударным импульсом понимается закон изменения ударной силы во времени) [6]. Эти импульсы обусловлены кромочными или срединными ударами в зубчатом зацеплении.

Параметры ударного импульса взаимодействующих зубчатых профилей определяются из зависимостей, приведенных в [6].

Амплитудное значение $F_{\max}$ ударного импульса (максимальное значение ударной силы) находится из решения трансцендентного уравнения

$$F_{\max}^2 \ln \frac{\theta \cdot F_{\max}}{2\pi \cdot b_w(\rho_1+\rho_2)e^{0,314}} = -\frac{2\pi \cdot b_w \cdot \mu_{\text{пр}}}{\theta} V_0^2 , \quad (2)$$

где b_w – ширина зубчатого венца;

$\mu_{\text{пр}} = \mu_1 \mu_2 / (\mu_1 + \mu_2)$ – приведенная масса колес зубчатой передачи;

$\mu_1 = I_1 / r_{b1}^2$, $\mu_2 = I_2 / r_{b2}^2$ – приведенные к радиусам основных окружностей массы шестерни и колеса соответственно;

I_1, I_2 – моменты инерции зубчатых колес;

r_{b1}, r_{b2} – радиусы основных окружностей колес;

$\theta = 4(1-\nu^2)/E$ – константа материала зубчатых колес;

E – модуль упругости материала зубчатых колес;

ν – коэффициент Пуассона;

Скорость кромочного удара V_0 определяется по формуле [7]

$$V_0 = \omega_2 \sqrt{2\delta \cdot a} ; \quad (3)$$

где $\delta = w_0 + \Delta t_0$ – приведенная ошибка зубьев;

w_0 – сближение по нормали неударяющейся пары зубьев в момент времени, соответствующей началу входа зуба в зацепление;

Δt_0 – превышение основного шага ведомого колеса над основным шагом ведущего; $a = \rho_2(\rho_1+\rho_2)/\rho_1$;

ρ_1 – радиус кривизны профиля ведущего зуба в теоретической точке начала зацепления; ρ_2 – радиус кривизны ведомого зуба в вершине.

Время действия импульса T определяется из выражения

$$T = \frac{V_0 \mu_{\text{пр}}}{F_{\max}} [2S_0 + \frac{S_1}{\tau} + \frac{S_2}{\tau^2} + \frac{S_3}{\tau^3} + ...] , \quad (4)$$

где $\tau = \dfrac{2\pi \cdot b_w V_0^2 \mu_{\text{пр}}}{\theta \cdot F_{\max}^2}$ – безразмерная величина;

$S_0 = 1,571$; $S_1 = 1,089$; $S_2 = 0,031$; $S_3 = 0,003$.

Оценка эффективности применения фланкирования прямозубых цилиндрических эвольвентных колёс. Данная технологическая операция, используемая при изготовлении зубчатых колес, применяется для улучшения реального процесса зацепления зубьев с целью снижения динамических нагрузок, вызванных ошибками основного шага (погрешностями изготовления) и упругой деформацией зубьев. Фланкирование представляет собой преднамеренное отклонение профиля у вершин зубьев от теоретической эвольвентной формы (рис. 1) для обеспечения плавного вхождения зубьев в зацепление и снижения динамических нагрузок.

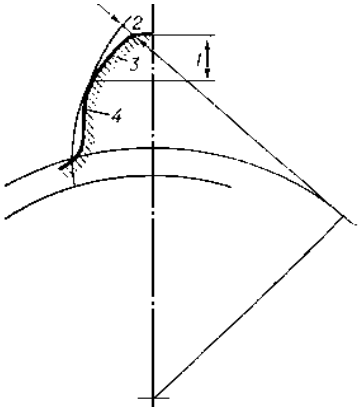

Рис. 1 – Фланкирование:
1 – высота фланкирования Δh ; 2 – глубина фланкирования, измеренная по нормали, Δb; 3 – фланкированный участок профиля головки зуба; 4 – нефланкированный участок профиля

На эффективность фланкирования влияет не только высота $\Delta h = h^* m$, но и глубина $\Delta b = \Delta^* m$ фланка. Размеры фланка выбираются в соответствии с рекомендациями [1, 2]: $\Delta^* = 0,005 \ldots 0,02$, $h^* = 0,45$.

Оценку эффективности применения фланкирования в зубчатых передачах с целью снижения их виброактивности можно осуществить по критерию (1). Учитывая, что при фланкировании инерционно-жесткостные параметры зубчатых передач практически не изменяются, соответствующие величины, стоящие в (1) под знаками сумм в числителе и знаменателе, будут равны между собой. Формула критерия виброактивности (1) в этом случае примет вид:

$$H_k^{\text{ф}} = \frac{\upsilon_y^{\text{ф}}}{\upsilon_u} = \frac{F_{\max}^{\text{ф}}}{F_{\max}} , \quad (5)$$

где $F_{\max}^{\text{ф}}$ – амплитудное значение ударного импульса фланкированной зубчатой передачи;

$F_{\max}$ – амплитудное значение ударного импульса в зубчатой передаче без модификации головки зуба.

В качестве примера произведем оценку снижения виброактивности прямозубой цилиндрической эвольвентной зубчатой передачи при применении фланкирования со следующими параметрами: модуль $m = 6,5$ мм; числа зубьев шестерни $z_{\text{ш}} = 13$, ведомого колеса $z_{\text{к}} = 69$; коэффициент смещения исходного контура $x_{\text{ш}} = 0,3077$, $x_{\text{к}} = 0$; окружная сила в зацеплении $F_t = 44,15 \cdot 10^3$ Н; радиус кривизны ножки зуба шестерни $\rho_1 = 2,815 \cdot 10^{-3}$ м, радиус кривизны ножки зуба колеса $\rho_2 = 93,87 \cdot 10^{-3}$ м; параметр $a = 3,223$ м; упругая деформация зубьев под нагрузкой $w = 24 \cdot 10^{-6}$ м; приведенная масса зубчатой пары $\mu = 2,418$ кг. Для рассматриваемых зубчатых колес, изготовленных по восьмой степени точности, максимальное превышение основного шага ведущего колеса над основным шагом ведомого по ГОСТ 1643-81 $(\Delta t_0)_{\max} = 60 \cdot 10^{-6}$ м. В соответствии с (3) скорость кромочного удара $V_0 = 8,24 \cdot 10^{-2}$ м/с.

Расчеты для рассматриваемой зубчатой пары по выражениям (2), (4) дают следующие значения искомых величин:

$$F_{\max} = 4418 \text{ Н}; \; T = 1{,}454 \cdot 10^{-4} \text{ с}.$$

В соответствии с указанными выше рекомендациями глубина фланкирования Δa может колебаться в пределах:

$$\Delta b = (0{,}005...0{,}02)m = (0{,}0325...0{,}13) \cdot 10^{-3} \text{ м}.$$

Величину глубины фланкирования выберем равной величине $\Delta_в$ наиболее вероятностной разности между наибольшим основным шагом одного зубчатого колеса и наименьшим другого. Для 8-ой степени точности $\Delta_в = 47 \cdot 10^{-6}$ м. Таким образом, для фланкированной зубчатой передачи из цельных колес максимальная приведенная ошибка зубьев $\delta^ф$ будет равна

$$\delta^ф = w_0 + \Delta t_0 - \Delta b = (24 + 60 - 47) \cdot 10^{-6} = 37 \cdot 10^{-6} \text{ м}.$$

Скорость кромочного удара вычисляется по формуле (3) $V_0 = 6{,}355 \cdot 10^{-2}$ м/с.

Амплитудное значение ударной силы находится из решения трансцендентного уравнения (2) $F^ф_{\max} = 2896$ Н. Подстановка максимальных значений амплитуд ударных импульсов для зубчатых колес с фланкированием и без модификации профиля зуба в формулу (5) дает следующее значение критерия виброактивности

$$H_k^ф = \frac{2896}{4418} = 0{,}66.$$

Отсюда видно, что применение фланкирования в зубчатой передаче приводит к снижению уровня виброактивности в $1/H_k^ф = 1{,}53$ раза.

Полученные данные хорошо согласуются с имеющимися экспериментальными данными по исследованию снижения вибрации и шума в результате фланкирования зубьев [8], которое составило около 3 дБ (≈1,41 раза).

Выводы. Предложенный метод сравнительной оценки виброактивности зубчатых передач различного конструкторско-технологического исполнения, базирующийся на основе анализа форм их собственных колебаний с учетом параметров ударных импульсов, позволяет сократить время и затраты, за счет отказа от дорогостоящих экспериментальных исследований, при разработке мероприятий по снижению виброактивности эвольвентных цилиндрических зубчатых передач общемашиностроительного применения.

Полученное в работе расчетное значение уменьшения виброактивности при применении фланкирования хорошо согласуются с имеющимися экспериментальными данными по исследованию снижения вибрации и шума в результате фланкирования зубьев.

Список литературы

1. *Решетов Д. Н.* Детали машин / *Д. Н. Решетов*. – М. : Машиностроение, 1989. – 496 с.
2. *Косарев О. И.* О теоретических основах фланкирования и профильной модификации прямозубых цилиндрических передач / *Косарев О. И.* // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 2015. – № 3. – С. 36–42.
3. *Ишин Н. Н.* Динамика и вибромониторинг зубчатых передач / *Н. Н. Ишин*. – Минск : Беларус. навука, 2013. – 432 с.
4. *Берестнев О. В.* Аналитические методы в динамике приводов / *О. В. Берестнев, А. М. Гоман, Н. Н. Ишин*. – Мн. : Навука і тэхніка, 1992. – 238 с.
5. *Ишин Н. Н.* Оценка эффективности конструкторско–технологических решений по снижению виброактивности приводных зубчатых механизмов на основе анализа собственных форм / *Н. Н. Ишин, А. М. Гоман, А. С. Скороходов* // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. – М., 2016. – № 9 [678]. – С. 10–17.
6. *Ишин Н. Н.* Исследование ударного взаимодействия прямозубых зубчатых колес применительно к задачам вибродиагностики. Определение параметров ударного импульса в зубчатом зацеплении прямозубых цилиндрически зубчатых колес / *Н. Н. Ишин, А. М. Гоман, А. С. Скороходов* // Весці НАН Беларусі, серыя фізіка–тэхнічных навук. Мінск, 2012, № 1, с. 65–71.
7. Вибрации в технике: Справочник. В 6-ти т. – Т.3 / под ред. *Ф. М. Диментберга, К. С. Колесникова*. – М. : Машиностроение, 1980. – 544 с.
8. *Tuma, J.* Gearbox Noise and Vibration Prediction and Control / *J. Tuma* // International Journal of Acoustics and Vibration. 2009, Vol. 14, No. 2, pp. 1–11.

References (transliterated)

1. Reshetov D. N. *Detali mashin* [Machine parts]. Moscow, Mashinostroenie Publ, 1989. 496 p.
2. Kosarev O. I. O teoreticheskikh osnovakh flankirovaniya i profil'noy modifikatsii pryamozubykh tsilindricheskikh peredach [On the theoretical. foundations of flanking and profile modification of spur gears] *Problemy mashinostroyeniya i nadezhnosti mashin*. 2015, no. 3, pp. 36–42.
3. Ishin N. N., Goman A. M., Ishin N. N. *Dinamika i vibromonitoring zubchatyh peredach* [Dynamics and vibration monitoring of gears]. Minsk, Belarus. navuka Publ, 2013. 432 p.
4. Berestnev O. V. *Analiticheskie metody v dinamike privodov* [Analytical methods in the dynamics of drives]. Minsk, Navuka i tjehnika Publ, 1992. 238 p.
5. Ishin N. N., Goman A. M., Skorohodov A. S. Ocenka jeffektivnosti konstruktorsko–tehnologicheskih reshenij po snizheniju vibroaktivnosti privodnyh zubchatyh mehanizmov na osnove analiza sobstvennyh form [Estimation of the effectiveness of design and technological solutions to reduce the vibroactivity of drive gears based on the analysis of their own forms]. *Izvestija vysshih uchebnyh zavedenij. Mashinostroenie.* Moscow, 2016, no 9 [678], pp. 10–17.
6. Ishin N. N., Goman A. M., Skorohodov A. S. Issledovanie udarnogo vzaimodejstvija prjamozubyh zubchatyh koles primenitel'no k zadacham vibrodiagnostiki. Opredelenie parametrov udarnogo impul'sa v zubchatom zaceplenii prjamozubyh cilindricheskih zubchatyh koles [Investigation of the shock interaction of spur gears applied to problems of vibrodiagnostics. Determination of the parameters of the impact pulse in the serrated spur of spur gears]. *Vesci NAN Belarusi, seryja fizika-tjehnichnyh navuk*, Minsk, 2012, no 1, pp. 65–71.
7. Dimentberga F. M , Kolesnikova K. S. ed. *Vibracii v tehnike* [Vibrations in technology]. Moscow, Mashinostroenie Publ, 1980. vol. 3, 544 p.
8. *Tuma, J.* Gearbox Noise and Vibration Prediction and Control. International Journal of Acoustics and Vibration. 2009. vol. 14, no. 2, pp. 1–11.

Поступила (received) 28.03.2017

Бібліографічні описи / Библиографические описания / Bibliographic descriptions

Порівняльна оцінка віброактивності зубчастих передач з эвольвентным і модифікованим профилем зуба на стадії проектування / М. М. Ішин, А. М. Гоман, А. С. Скороходов, С. О. Гаврилов // Вісник НТУ "ХПІ". Серія: Проблеми механічного приводу. – Х. : НТУ "ХПІ", 2017. – № 25 (1247). – С. 78–81. – Бібліогр.: 8 назв. – ISSN 2079-0791.

Сравнительная оценка виброактивности зубчатых передач с эвольвентным и модифицированным профилем зуба на стадии проектирования / Н. Н. Ишин, А. М. Гоман, А. С. Скороходов, С. А. Гаврилов // Вісник НТУ "ХПІ". Серія: Проблеми механічного приводу. – Х. : НТУ "ХПІ", 2017. – № 25 (1247). – С. 78–81. – Библиогр.: 8 назв. – ISSN 2079-0791.

Comparative evaluation of vibratory activity of gears with involute and corrected profiles of the tooth at the design stage / N. N. Ishin, A. M. Goman, A. S. Skorokhodov, S. A. Gavrilov // Bulletin of NTU "KhPI". Series: Problem of mechanical drive. – Kharkiv : NTU "KhPI", 2017. – No. 25 (1247). – P. 78–81. – Bibliogr.: 8. – ISSN 2079-0791.

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

Ішин Микола Миколайович – доктор технічних наук, доцент, Об'єднаний інститут машинобудування НАН Білорусі, директор Науково-технічного центру "Кар'єрна техніка", м. Мінськ, Білорусь; тел.: (8017) 284-29-12; e-mail: nik_ishin@mail.ru.

Ишин Николай Николаевич – доктор технических наук, доцент, Объединенный институт машиностроения НАН Беларуси, директор Научно-технического центра "Карьерная техника", г. Минск, Беларусь; тел.: (8017) 284-29-12; e-mail: nik_ishin@mail.ru.

Ishin Nikolay Nikolaevich – Doctor of Techical Sciences, Docent, Joint Institute of Mechanical Engineering of the National Academy of Sciences of Belarus, Director of Scientific and Technical Center of Quarry Machinery, Minsk, Belarus, tel.: (8017) 284-29-12; e-mail: nik_ishin@mail.ru.

Гоман Аркадій Михайлович – кандидат технічних наук, доцент, Об'єднаний інститут машинобудування НАН Білорусі, начальник відділу, м. Мінськ, Білорусь; тел.: (8017) 284-24-48.

Гоман Аркадий Михайлович – кандидат технических наук, доцент, Объединенный институт машиностроения НАН Беларуси, начальник отдела, г. Минск, Беларусь; тел.: (8017) 284-24-48.

Goman Arkadiy Mikhailivich – Candidate of Technical Sciences, Docent, Joint Institute of Mechanical Engineering of the National Academy of Sciences of Belarus, Head of Department, Minsk, Belarus, tel.: (8017) 284-24-48.

Скороходов Андрій Станіславович – кандидат технічних наук, Об'єднаний інститут машинобудування НАН Білорусі, провідний науковий співробітник, м. Мінськ, Білорусь; тел.: (8017) 284-24-48.

Скороходов Андрей Станиславович – кандидат технических наук, Объединенный институт машиностроения НАН Беларуси, ведущий научный сотрудник, г. Минск, Беларусь; тел.: (8017) 284-24-48.

Skorokhodov Andrey Stanislavovich – Candidate of Technical Sciences, Joint Institute of Mechanical Engineering of the National Academy of Sciences of Belarus, Leading Research Scientist, Minsk, Belarus, tel.: (8017) 284-24-48.

Гаврилов Сергій Олексійович – кандидат технічних наук, директор ПСП "Полтава-Автокомплект", м. Комсомольськ Полтавської обл., тел.: +38-05348-33832; e-mail: p.avtokomplekt@ukr.net.

Гаврилов Сергей Алексеевич – кандидат технических наук, директор ПСП "Полтава-Автокомплект", г. Комсомольск Полтавской обл., тел.: +38-05348-33832; e-mail: p.avtokomplekt@ukr.net.

Gavrilov Sergey Alekseevich – Candidate of Technical Sciences, Director PSP "Poltava-avtokomplekt", Komsomolsk Poltavskoj obl., tel.: +38-05348-33832; e-mail: p.avtokomplekt@ukr.net.