УДК 621. 833

А.Ф. КИРИЧЕНКО, д-р. техн. наук, НТУ "ХПИ" (г. Харьков),
В.А. БЕРЕЖНОЙ, НТУ "ХПИ" (г. Харьков)

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ГЕОМЕТРИИ ЗУБА ПРИ РАСЧЁТЕ НАПРЯЖЁННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ЭВОЛЬВЕНТНЫХ ПРЯМОЗУБЫХ ПЕРЕДАЧ

Розглядається математичне моделювання геометрії зуба прямозубих колес. Виконується розрахунок об’ємного пружно-деформованого стану методом кінцевих єлементів. Приведені результати розрахунків напруги та жорсткості модифіцірованних прямозубих колес з отвіром уздовж осьової лінії зуба.

The mathematical model tooth geometry of spur gears are studied. Gear tooth calculation of volumetric stress strain state by method of finite element is performed. The stress and rigidity calculation results of modification spur gears with by orifice along tooth axis.

Постановка проблемы. Возрастающие требования к зубчатым передачам диктуют необходимость повышения передаваемых нагрузок, окружных скоростей, снижение габаритов и веса, борьбу за равномерное распределение нагрузки в зацеплении, снижение уровня динамики и др. Применение модификации зубьев и выбор её параметров на стадии проектирования способствует дальнейшему прогрессу в редукторостроении, поскольку способствует повышению несущей способности зубчатых передач, борьбе с шумом, благоприятно сказывается на работе других деталей и узлов [1, 2].

В последние 25 лет специалисты в области зубчатых передач стали вводить преднамеренное искажение в форме зубьев, т. е. применять модификацию зубьев. Было подмечено, что убрав лишний вес или изменив параметры исходного контура, изменяется напряженно-деформированное состояние, шум или динамика зубчатой передачи. Но все эти исправления делались на ощупь, не было расчётных теоретических данных для таких модификаций, отсутствовали математические модели, реально отражающие параметры модификации, и поэтому иногда такие модификации являлись малоэффективными, так как изменение одного параметра в лучшую сторону ухудшало другой параметр. Более того, существующие методы модификации в основном затрагивают рабочую поверхность зубьев, что также часто приводит к нежелательным эффектам.

Таким образом, технические резервы эвольвентных прямозубых передач ещё далеко не исчерпаны, и, в первую очередь, за счёт отсутствия обоснованных методов расчета по выбору рациональных по конструктивному их исполнению, и оптимальных по геометрическим параметрам модификаций

зубьев. В связи с этим актуальным является вопрос разработки такой модификации, которая бы не затрагивала рабочей поверхности зубьев и могла бы быть определена расчётным путём на стадии проектирования.

Цель статьи. Вышеизложенное определило цель настоящего исследования, а именно: повышение технического уровня эвольвентных цилиндрических прямозубых передач за счёт модификации зубьев в виде цилиндрического отверстия вдоль зубьев, которая изменяет изгибную податливость зуба на нужную величину при одновременном контроле изгибных напряжений в выкружке зуба; а также выбор метода математического моделирования геометрии зуба прямозубого колеса с модификацией и получение достоверных расчётных параметров такой модификации ещё на стадии проектирования (рис. 1).

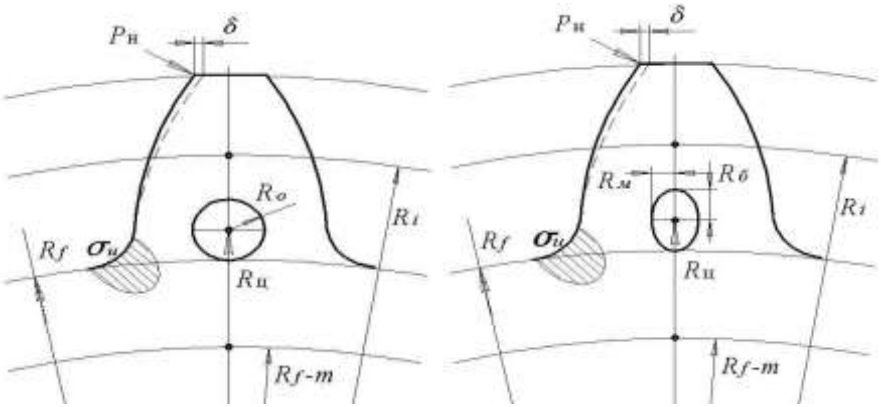

Рис. 1. Модификация прямозубого эвольвентного зуба
с цилиндрическим отверстием в форме окружности и эллипса

Анализ литературы. Решение поставленной задачи до недавнего времени было неосуществимо. Существовавшие методы моделирования геометрии зуба основывались в основном на упрощённых моделях с многочисленными допущениями и абстракциями [3]. Неоправданная идеализация описания геометрии расчетных моделей зубьев (замена реального контура зуба консольной балкой или усечённым клином) и нахождение напряжений изгиба зуба на основе теории сопротивления металлов или гипотезы Верховского приводили к большим погрешностям и существенным расхождениям с экспериментальными данными. Применение методов теории упругости и использование метода конформного отображения позволило получить математическую модель геометрии

заменяющего контура, практически совпадающий с очертаниями зуба, и таким образом более точно подойти к определению максимальных напряжений у оснований зуба [4]. Однако модель геометрии зуба по-прежнему носит приближённый характер и рассматривается в плоском двумерном варианте. Расчет же параметров модифицированных зубьев цилиндрических колёс был вообще неосуществим и является актуальным вопросом.

Метод решения задачи. В настоящее время одним из наиболее эффективных численных методов решения краевых задач и исследования проблем прочности является метод конечных элементов [5]. На современном этапе развития вычислительной техники и вариационных методов стало возможным применить, с достаточно высокой точностью и эффективностью, метод конечных элементов для расчета в объемной трёхмерной постановке напряженно-деформированного состояния и упругих перемещений зубьев эвольвентных прямозубых колес [6]. Объясняется это, с одной стороны, его инвариантностью по отношению к геометрии конструкции, с другой стороны, высокой степенью приспособленности к автоматизации всех этапов расчёта, наличием многочисленных прикладных комплексов программ.

Поскольку при решении поставленной задачи методом МКЭ информация о геометрии модели, её физических свойствах, граничных условиях и нагружении задаётся численно в виде входных данных, то такой подход позволил разработать математическую модель зуба с различными параметрами модификации (см. рис. 2) и создать универсальный алгоритм расчёта, допускающий моделирование различных вариантов конструкций.

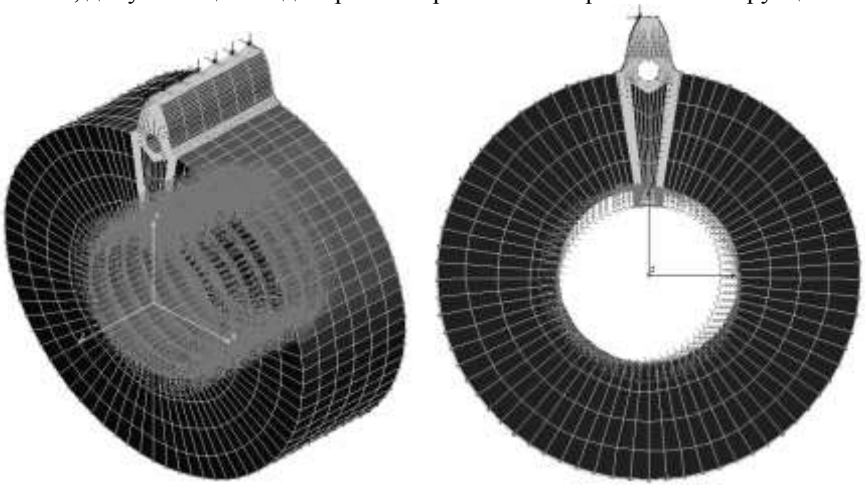

Рис. 2. Расчётная конечно-элементная модель прямозубого колеса с цилиндрической модификацией (объемный и плоский вид)

В данной работе использован конечно-элементный программный комплекс COSMOS, который вместе с пакетом адаптированных к нему программ успешно решает поставленные перед нами задачи [8].

Нет сомнений в том, что поставленная задача будет решаться итерационным путём. Первым шагом его является оценка упругих перемещений и объемного напряженно-деформированного состояния зубьев эвольвентных колес без отверстия. Вторым шагом решения нашей задачи является расчёт упругих перемещений и объемного напряженно-деформированного состояния зубьев эвольвентных колес с отверстием. На базе результатов решения первого и второго шага поставленной задачи происходит сравнительный анализ и выбор оптимальных параметров модификации.

Структурно весь вычислительный процесс разбит на пять этапов:

На первом этапе происходит предварительное определение геометрических параметров, параметров модификации и величин нагрузок зубьев прямозубого колеса с помощью разработанной на Maple-языке программы Tooth.mws [7]. Полученная база исходных данных затем в диалоговом режиме вводится непосредственно в тело программы Tooth.ses и далее реализуется программным конечно-элементным комплексом COSMOS/M.

Второй этап представляет собой препроцессорную обработку. Он реализует процесс построения геометрии модели зубчатого колеса с различной модификацией или без, осуществляет дискретизацию модели и генерацию конечно-элементной сетки, производит её проверку и оптимизацию. В качестве исходного конечного элемента выбран пространственный 8-ми узловой в форме прямоугольного параллелепипеда элемент SOLID8. Также на этом этапе осуществляется задание граничных условий и условий нагружения модели с последующей их проверкой. Предполагается, что в конечно-элементной модели эвольвентного зубчатого колеса реализованы смешанные граничные условия. Зубчатое колесо жестко заделано по цилиндрической поверхности отверстия под вал, а на пятне контакта, где в узлах элементов заданы величина и характер прилагаемой нагрузки, возникают нормальные напряжения, пропорциональные нагрузке. Вся остальная поверхность свободна от нормальных напряжений.

Третий этап – процессорная обработка. Здесь происходит процесс обработки информации и вычислений на основе теории метода конечных элементов [5]. Расчёт проводится на базе информации полученной от препроцессора.

Четвёртый этап – постпроцессорная обработка. Он позволяет анализировать полученные в ходе решения задачи результаты и представлять их в удобном табличном или графическом виде, как по перемещениям, так и по напряжениям.

На пятом заключительном этапе с помощью специальной программы Softness.mws, разработанной на Maple-языке, происходит вычисление податливости (или жёсткости) зубьев [7].

Определение напряжений изгиба и жёсткости зубьев прямозубых колёс с модификацией и без. Исходные данные для расчетов напряжений изгиба и жёсткости зубьев прямозубых колёс, а также пределы варьирования параметров модификации даны в табл. 1.

Таблица 1

Параметр	Величина	Наименование
m	1 мм	– модуль зацепления
z	14 – 40	– число зубьев колеса
α	20 градусов	– угол исходного контура
ξ	0	– коэффициент смещения инструмента
β	0	– угол наклона линии зуба
Fn	1 Кг/мм	– нормальная нагрузка
bw	1m – 6m с шагом 1m	– ширина зубчатого венца
ri	0,38m	– радиус скругления переходной кривой
Rцо = Rцэ	[Rf-m, …, Ri] с шагом m/4	– радиусы центров модификаций
Ro	[m/4, m/3, m/2]	– радиус окружности модификаций
Rэ_б	[m/4, m/3, m/2]	– радиус большой полуоси эллипса мод.
Rэ_м	[m/6, m/4, m/3,]	– радиус малой полуоси эллипса мод.

Результаты исследования влияния параметров модификации на изгибные напряжения и податливость зубьев прямозубого колеса представлены на рис. 3 и 4, численные данные приведены в табл. 2. Графики распределения изгибных напряжений (МПа) и податливости (∗10e–3) зубьев КЭ моделей с модификациями и без представлены на рис. 5 и 6.

Выводы. Приведённые выше результаты убедительно свидетельствуют о том, что кроме известных модификаций прямозубых колёс могут иметь место ещё и другие. Всё зависит от того, какая ставится задача, какой желательно получить результат. В нашем случае показано, что при выполнении эвольвентного прямозубого колеса с отверстием вдоль зуба, напряжения изгиба у корня изменяются в сторону ухудшения при

одновременном увеличении податливости (табл. 2). Поэтому наши исследования показывают, что в некоторых случаях можно поступившись напряжённым состоянием довести жёсткость до нужной величины, обеспечивающей необходимое распределение нагрузки в зацеплении и уровень динамики в передачах.

Более того, анализируя полученные графики распределения напряжений изгиба и податливости зубьев (рис. 5 и 6) можно определить пределы варьирования, как центра отверстия, так и его радиуса, при котором достигается наилучший эффект, т.е. напряжения изгиба зубьев минимальны, а податливость зубьев максимальна.

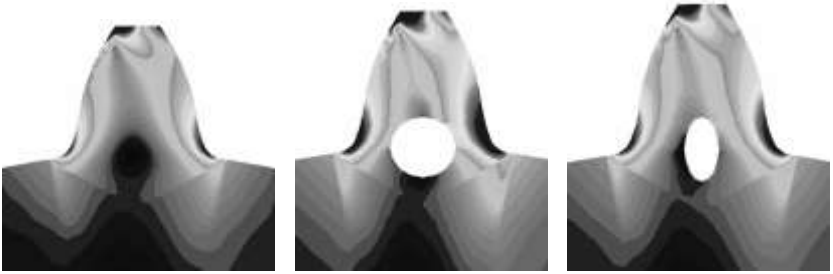

Рис. 3. Эпюры распределения изгибных напряжений на различных КЭ моделях с модификацией и без нее

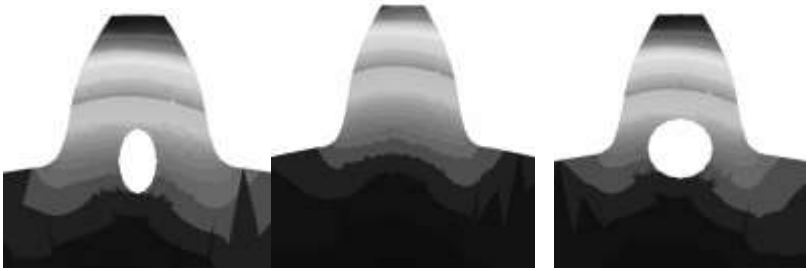

Рис. 4. Эпюры распределения упругих перемещений на различных КЭ моделях с модификацией и без нее

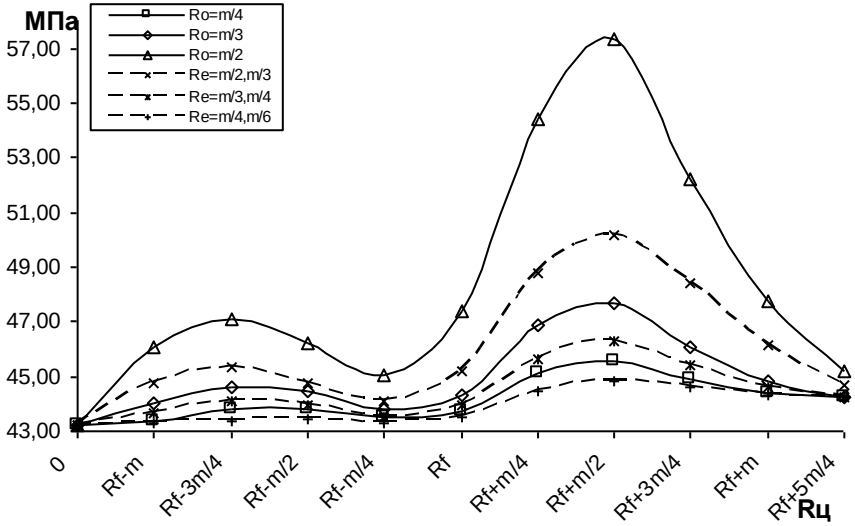

Рис. 5. График распределения изгибных напряжений зубьев
КЭ моделей с модификациями и без нее

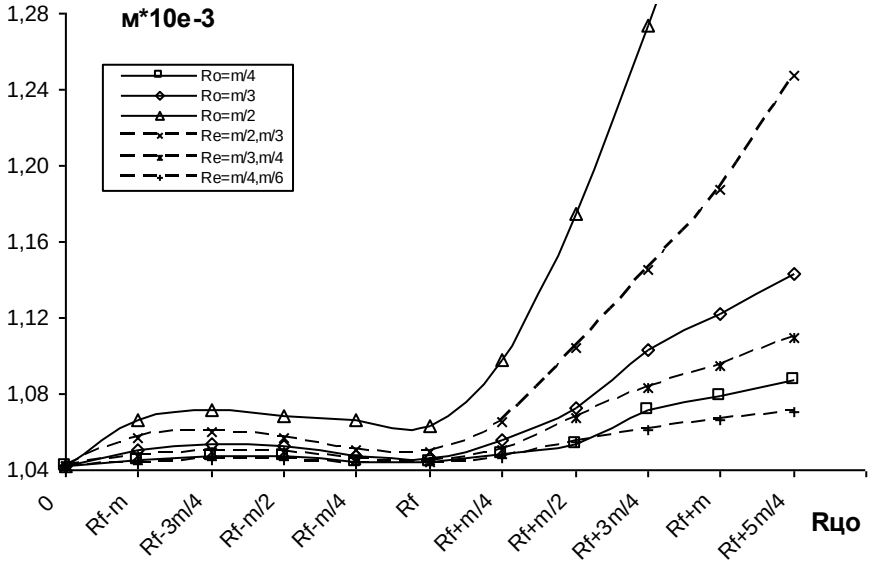

Рис. 6. График распределения податливости зубьев
КЭ моделей с модификациями и без нее

Таблица 2

	Ro (m/4)	Ro (m/3)	Ro (m/2)	Re (m/2,m/3)	Re (m/3,m/4)	Re (m/4,m/6)
0	43,25 1,04224	43,25 1,04224	43,25 1,04224	43,25 1,04224	43,25 1,04224	43,25 1,04224
Rf-m	43,38 1,04504	44,04 1,05023	46,08 1,06649	44,78 1,05675	43,63 1,04749	43,3 1,0432
Rf-3m/4	43,8 1,04739	44,58 1,05335	47,07 1,07198	45,32 1,05976	44,07 1,04996	43,4 1,04513
Rf-m/2	43,83 1,04734	44,44 1,05241	46,19 1,06894	44,76 1,05733	43,98 1,04948	43,46 1,04546
Rf-m/4	43,51 1,04457	43,81 1,04728	45,08 1,06638	44,1 1,05068	43,53 1,04577	43,32 1,04349
Rf	43,75 1,04378	44,32 1,04636	47,42 1,06266	45,2 1,04992	43,93 1,04452	43,52 1,0431
Rf+m/4	45,09 1,04838	46,89 1,05596	54,41 1,09812	48,76 1,0654	45,6 1,05064	44,46 1,04591
Rf+m/2	45,56 1,05339	47,67 1,0727	57,35 1,1751	50,17 1,10408	46,27 1,06739	44,81 1,05461
Rf+3m/4	44,92 1,07162	46,1 1,10309	52,19 1,27322	48,38 1,14574	45,44 1,08269	44,59 1,0613
Rf+m	44,39 1,07928	44,84 1,12161	47,78 1,37079	46,13 1,18767	44,61 1,09488	44,3 1,06605
Rf+5m/4	44,23 1,08734	44,28 1,14326	45,2 1,52318	44,7 1,24781	44,25 1,10901	44,24 1,07102

Список литературы: **1.** *Берестнев О.В., Жук И.В., Неделькин А.Н.* Зубчатые передачи с повышенной податливостью зубьев. – Минск: Наука и техника, 1993. – 184 с. **2.** *Сухоруков Ю.Н.* Модификация эвольвентных цилиндрических зубчатых колёс. – К.: Техника, 1992. – 200 с. **3.** *Александров А.И. Артёменко Н.П. Костюк Д.И.* Цилиндрические зубчатые колёса. – Харьков: ХГУ им. Горького, 1956. – 318 с. **4.** *Устиненко В.Л.* Напряжённое состояние зубьев цилиндрических прямозубых колёс. – М.: Машиностроение, 1972. – 91 с. **5.** *Розин Л.А.* Основы метода конечных элементов в теории упругости. – Л.: Машиностроение, 1972. – 438 с. **6.** *Кириченко А.Ф., Шевченко Р.И.* Разработка уточненной методики и некоторые результаты исследований напряженно-деформированного состояния зубьев эвольвентных цилиндрических колес // Труды международной конференции «Проблемы качества и долговечности зубчатых передач и редукторов». – Харьков: ХГПУ. – 1997. – С. 89 – 95. **7.** *Дьяконов В.П.* Maple 7. Учебный курс. – С.-Пб: Питер, 2001. – 603 с. **8.** *Lashkari M.* COSMOS/M USER GUIDE Stress, vibration, buckling, dynamics and heat transfer analyses. – S.P.A.C, 1988. – 1246 p.

Поступила в редакцию 24.09.2004