

УДК 621.833.6

В. А. МАТУСЕВИЧ, Ю. В. ШАРАБАН, А. В. ШЕХОВ, В. Т. АБРАМОВ

ОПТИМИЗАЦИЯ ДИНАМИЧЕСКОЙ НАГРУЗКИ В ЗУБЧАТЫХ ЗАЦЕПЛЕНИЯХ ПЛАНЕТАРНОГО МЕХАНИЗМА ТИПА $n \times \overline{AI}$ ПРИ КОНТАКТНОЙ ПРОЧНОСТИ

Розглянута методика оптимізації динамічного навантаження в зубчастих зацепленнях багаторушнічного планетарного механізму типу $n \times \overline{AI}$ із загальним епіциклом. Як цільова функція оптимізації динамічного навантаження в зубчастих зацепленнях прийнята функція розподілу коефіцієнта динамічності, параметрами якої є передавальні стосунки рівнів механізму. Приведені результати порівняння двох оптимальних конструкцій планетарного механізму, що задовольняють критеріям мінімуму маси і динамічності.

Ключові слова: багаторушнічний планетарний механізм, динамічне навантаження, контактна міцність, коефіцієнт динамічності, оптимізація, оптимізація динамічного навантаження, мінімізація маси.

Рассмотрена методика оптимизации динамической нагрузки в зубчатых зацеплениях многоступенчатого планетарного механизма типа $n \times \overline{AI}$ с общим эпициклом. В качестве целевой функции оптимизации динамической нагрузки в зубчатых зацеплениях принята функция распределения коэффициента динамичности, параметрами которой являются передаточные отношения ступеней механизма. Приведены результаты сравнения двух оптимальных конструкций планетарного механизма, удовлетворяющих критериям минимума массы и динамической нагрузки соответственно. Предложены рекомендации по оптимальному проектированию вышеуказанных механизмов.

Ключевые слова: многоступенчатый планетарный механизм, динамическая нагрузка, контактная прочность, коэффициент динамичности, оптимизация, оптимизация динамической нагрузки, минимизация массы.

The method of optimization of the dynamic loading is considered in the toothed hooking of multi-stage planetary mechanism of type $n \times \overline{AI}$ with a general epicycle. As an objective function of optimization of the dynamic loading the function of distributing of coefficient of dynamic quality the parameters of which are transmission relations of the stages of mechanism is accepted in the toothed hooking. Two formulas of determination of coefficient of dynamic quality of the external hooking of the planetary stage of mechanism are resulted. The type of formula is determined the type of the set data of the planetary stage. In one case it is the set number of points of mobile central wheel, and in other is a number of points of general epicycle. The results of comparison of two optimum constructions of planetary mechanism, satisfying the criteria of a minimum of mass and dynamic loading accordingly are presented. The results of joint minimization are resulted on two criteria simultaneously. The estimations of such minimization are indicated. Recommendations are offered to on.

Keywords: multi-stage planetary mechanism, dynamic loading, contact durability, coefficient of dynamic quality, optimization, optimization of the dynamic loading, minimization of mass.

Введение. При проектировании зубчатых механизмов приводов систем управления летательных аппаратов конструктору часто приходится разрешать противоречие между требованиями обеспечения заранее заданных габаритных размеров и эксплуатационных показателей привода. Решение этой задачи усложняется, если добавляется ограничение и на массу зубчатого механизма. Поэтому конструктору приходится выполнять разработку нескольких проектов, а затем из них выбирать наилучший. Учитывая современную тенденцию повышения нагрузочной способности приводов систем управления летательных аппаратов с одновременным уменьшением их габаритов и массы актуальным становится создание программных методик оптимального проектирования по нескольким критериям. Особо такая методика актуальна для проектирования мелко модульных зубчатых передач электромеханизмов авиационных приводов с высокооборотными электродвигателями. Повышенная динамическая нагрузка в зубчатых зацеплениях таких приводов обуславливает уменьшение их ресурса, а в некоторых случаях может привести к преждевременному выходу из строя привода. К тому же динамические нагрузки приводят к увеличению ошибки позиционирования исполнительного органа авиационного привода.

Цель статьи. Исследование закона распределения коэффициента динамичности для зубчатых зацеплений отдельных ступеней многоступенчатого планетарного механизма типа $n \times \overline{AI}$ с общим эпициклом, спроектированного по критерию минимума массы при расчете на контактную прочность.

Анализ литературы. Исследованию динамических нагрузок в зубчатых механизмах посвящено до-

статочно много работ. Имеется ряд работ, посвященных проектированию планетарных механизмов оптимальных по динамическим характеристикам, в частности [1–2]. Однако в этих работах не рассматриваются вопросы исследования распределения динамической нагрузки в зубчатых зацеплениях отдельных ступеней планетарных механизмов в зависимости от распределения общего передаточного отношения механизма по его отдельным ступеням.

Материалы исследований. На рис. 1 приведена кинематическая схема многоступенчатого планетарного механизма типа $n \times \overline{AI}$ с общим эпициклом и числом ступеней, равным n . Нумерация зубчатых колес и водил привязана к номеру i -й ступени. Диаметральный и осевой габаритные размеры обозначены символами Γ_1 и Γ_2 соответственно.

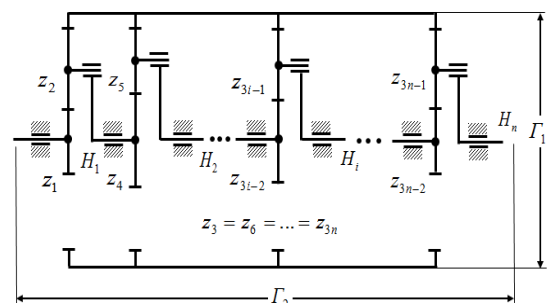


Рис. 1 – Схема планетарного механизма типа $n \times \overline{AI}$ с общим эпициклом

Внешние зацепления образованы центральными колесами z_{3i-2} и сателлитами z_{3i-1} , а внутренние – сателлитами z_{3i-1} и эпициклом z_{3i} . Кинематические и

силовые параметры расчетных схем зацеплений определяются согласно методике, приведенной в [3].

Согласно [4] действие внутренней динамической нагрузки, возникающей в зацеплении до зоны резонанса, при расчете на прочность активных поверхностей зубьев учитывают коэффициентом K_{Hv} , который вычисляют по формуле

$$K_{Hv} = 1 + v_H = 1 + \frac{w_{Hv} b_w}{F_{tH} K_A}. \quad (1)$$

Расчетную удельную окружную динамическую силу w_{Hv} из (1) находим по формуле

$$w_{Hv} = \delta_H g_0 v \sqrt{a_w / u}. \quad (2)$$

Обозначения в формулах (1) и (2) соответствуют обозначениям, которые приняты в [4].

Примем допущение – все зубчатые колеса планетарного механизма изготовлены без смещения. Все последующие выкладки выполним применительно к зацеплениям первой ступени нашего планетарного механизма.

Для межцентрового расстояния внешнего зацепления $z_1 - z_2$ имеем

$$\begin{aligned} a_w &= \frac{m(z_1 + z_2)}{2} = \frac{mz_1}{2} \left(1 + \frac{z_2 - z_1}{2z_1}\right) = \\ &= \frac{mz_1}{2} \frac{p+1}{2} = \frac{mz_1 U_i}{4}, \end{aligned} \quad (3)$$

где $U_i = 1 + p = 1 + z_2/z_1$ – передаточное отношение первой планетарной ступени механизма;
 m – модуль зубчатых колес внешнего зацепления первой планетарной ступени механизма.

Передаточное число u внешнего зацепления $z_1 - z_2$ находим с учетом того, какое из них является шестерней, а какое колесом [3],

$$u = \begin{cases} \frac{U_i - 2}{2}, & z_1 \leq z_2; \\ \frac{2}{U_i - 2}, & z_1 > z_2. \end{cases} \quad (4)$$

С учетом формул (3) и (4) получим

$$\sqrt{\frac{a_w}{u}} = \begin{cases} \sqrt{\frac{mz_1 U_i}{2(U_i - 2)}}, & z_1 \leq z_2; \\ \sqrt{\frac{mz_1 U_i (U_i - 2)}{8}}, & z_1 > z_2. \end{cases} \quad (5)$$

Окружную скорость v определим по формуле

$$v = \frac{mz_1}{2} (\omega_1 - \omega_H) = \frac{mz_1 \omega_1}{2} \frac{U_i - 1}{U_i}, \quad (6)$$

где $\omega_1 = \pi n_1/30$, $\omega_H = \pi n_H/30$ – угловые скорости вращения центрального зубчатого z_1 и водила H планетарной ступени соответственно.

С учетом (5) формулу (2) представим в виде

$$w_{Hv} = \begin{cases} \delta_H g_0 \left(\frac{mz_1 \omega_1 (U_i - 1)}{2U_i} \right) \sqrt{\frac{mz_1 U_i}{2(U_i - 2)}}, & z_1 \leq z_2; \\ \delta_H g_0 \left(\frac{mz_1 \omega_1 (U_i - 1)}{2U_i} \right) \sqrt{\frac{mz_1 U_i (U_i - 2)}{8}}, & z_1 > z_2. \end{cases} \quad (7)$$

В (7) параметры δ_H и g_0 такие же, как и в [4].

Окружную силу F_{tH} определим по формуле

$$F_{tH} = \begin{cases} \frac{2M_1}{kmz_1}, & z_1 \leq z_2; \\ \frac{2M_1}{kumz_1}, & z_1 > z_2, \end{cases} \quad (8)$$

где M_1 – вращающий момент, подводимый к центральному зубчатому колесу z_1 планетарного механизма;
 k – число сателлитов z_2 планетарной ступени.

С учетом соотношения (4) перепишем (8) к виду

$$F_{tH} = \begin{cases} \frac{2M_1}{kmz_1}, & z_1 \leq z_2; \\ \frac{M_1 (U_i - 2)}{kmz_1}, & z_1 > z_2. \end{cases} \quad (9)$$

На основе формул (7) и (9) получим

$$K_{Hv} = \begin{cases} 1 + \delta_H g_0 \omega_1 k m^2 z_1^2 b_w \frac{U_i - 1}{4K_A M_1 U_i} \sqrt{\frac{mz_1 U_i}{2(U_i - 2)}}, & z_1 \leq z_2; \\ 1 + \delta_H g_0 \omega_1 k m^2 z_1^2 b_w \frac{U_i - 1}{2K_A M_1 U_i (U_i - 2)} \sqrt{\frac{mz_1 U_i (U_i - 2)}{8}}, & z_1 > z_2. \end{cases} \quad (10)$$

Учитывая соотношение между числами зубьев z_1 и z_3 вида $z_1 = z_3/(U_i - 1)$, имеем

$$K_{Hv} = \begin{cases} 1 + \delta_H g_0 \omega_1 k b_w \frac{m^2 z_3^2}{4K_A M_1} \sqrt{\frac{mz_3}{2(U_i - 1)^3 (U_i - 2)}}, & U_i \geq 4; \\ 1 + \delta_H g_0 \omega_1 k b_w \frac{m^2 z_3^2}{2K_A M_1} \sqrt{\frac{mz_3}{8(U_i - 1)^3 U_i (U_i - 2)}}, & U_i < 4. \end{cases} \quad (11)$$

Формула (10) применима для случая, когда известно число зубьев центрального колеса z_1 и передаточное отношение планетарной ступени U_i , а формула (11) применима тогда, когда задано число зубьев эпицикла z_3 и передаточное отношение планетарной ступени U_i .

Исследование зависимости коэффициента динамичности K_{Hv} для внешнего зацепления $z_1 - z_2$ от значения передаточного отношения U_i планетарной ступени выполним на следующем примере.

Заданы следующие параметры планетарной ступени: $m = 0,5$ мм; $z_3 = 72$; $M = 0,15$ Н·м; $\delta_H = 0,14$ (твердость поверхностей зубчатых колес более 350 HV); $g_0 = 3,8$ (6 класс точности по нормам плавности); $n_1 = 12000$ об/мин; $b_w = 2$ мм. Будем рассматривать два случая исполнения планетарной ступени. В первом случае число сателлитов $k = 3$, а во втором – $k = 4$ соответственно. Диапазон возможных значений чисел зубьев колес планетарной ступени примем равным от 12 до 72. Для первого варианта исполнения планетарной ступени получены следующие значения возможных передаточных отношений: 2,5 (48,12); 2,71429 (42,15); 3 (36,18); 3,4 (30,21); 4 (24,24); 5 (18,27); 7 (12,30). Для второго варианта исполнения планетарной ступени получены следующие значения возможных передаточных отношений: 2,5 (48,12); 2,63636 (44,14); 2,8 (40,16); 3 (36,18); 3,25 (32,20); 3,5743 (28,22); 4 (24,24); 4,6 (20,26); 5,5 (16,28). Здесь в круглых скобках указаны соответствующие значения чисел зубьев z_1 и z_2 . Приведенные данные показывают, что при первом варианте исполнения планетарной ступени имеется 7 возможных наборов чисел зубьев, а при втором – 9 соответственно. На рис. 2 приведены графики зависимости $K_{Hv} = K_{Hv}(U_i)$ для двух случаев исполнения планетарной ступени применительно к вышеуказанным данным.

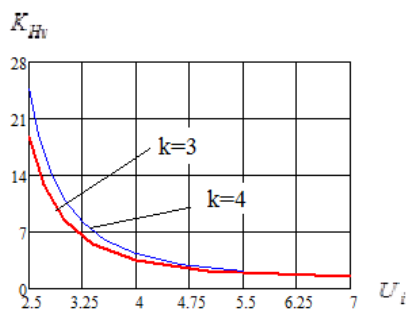


Рис. 2 – График зависимости $K_{Hv} = K_{Hv}(U_i)$

Анализ графиков, показанных на рис. 2, позволяет сделать следующие важные выводы. Во-первых, чем меньше значение передаточного отношения U_i планетарной ступени типа АІ, тем больше значение коэффициента динамичности K_{Hv} при расчете контактной прочности внешнего зацепления $z_1 - z_2$. Во-вторых, заметное различие значений коэффициента динамичности K_{Hv} для разных чисел сателлитов k имеется при $U_i \leq 4$. Из формулы (2) видно, что при заданных значениях коэффициентов δ_H и g_0 удельная динамическая сила w_{Hv} тем меньше, чем меньше значения

окружной скорости v и величины $\sqrt{a_w/u}$, значения которой вычисляют по формуле (5).

Сделаем замечание относительно выше рассмотренного примера. В примере приведены исходные данные для мелко модульной планетарной ступени типа АІ, но зависимость $K_{Hv} = K_{Hv}(U_i)$ определена на основе формул из [4], которые применимы для эвольвентных металлических зубчатых колес внешнего зацепления с модулем $m \geq 1$. Однако в практике проектирования и создания мелко модульных зубчатых передач применяют расчетные методики, основанные на формулах стандарта [4]. Как отмечено в [5] для мелко модульных зубчатых передач характерна невысокая степень их загруженности, большие значения угловых скоростей и особые условия их смазывания. В случае, когда удельная окружная расчетная сила в зубчатом зацеплении меньше удельной окружной динамической силы, то в этом случае имеем высокое значение коэффициента динамичности K_{Hv} .

На рис. 3 приведены зависимости межцентрового расстояния a_w и параметра относительной ширины зубчатого колеса $\psi_{ba} = b_w/a_w$ внешнего зацепления $z_1 - z_2$ от передаточного отношения U_i для данных примера, когда число сателлитов равно 3.

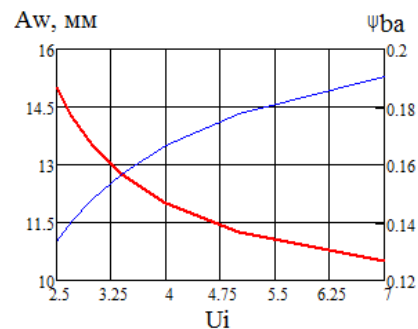


Рис. 3 – График зависимостей $a_w = a_w(U_i)$ и $\psi_{ba} = \psi_{ba}(U_i)$

Из рис. 3 видно, что значение параметра ψ_{ba} находится в диапазоне от 0,1 до 0,3, как рекомендуется в [5].

Изменение соотношения удельных расчетной окружной силы $w_{Ht} = F_{Ht}/b_w$ и окружной динамической силы w_{Hv} от значения передаточного отношения U_i для $k = 3$ показано на рис. 4.

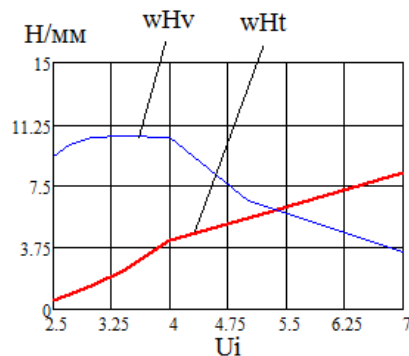


Рис. 4 – Графики удельных сил w_{Ht} и w_{Hv}

Перелом в графиках, которые приведены на рис. 4 связан с правилом построения расчетной схемы внеш-

него зацепления $z_1 - z_2$, а именно, какое из этих двух зубчатых колес будет шестерней, а какое – колесом. При передаточном отношении планетарной ступени $U_i \geq 5$ удельная окружная сила w_{Ht} становится больше удельной окружной динамической силы w_{Hv} , и коэффициент динамичности K_{Hv} начинает уменьшаться до приемлемых значений.

В [6] рассмотрена методика оптимизации много-ступенчатого планетарного механизма типа $n \times \overline{AI}$ по критерию минимума M_Σ суммарной массы механизма. В качестве функции оптимизации вводится функция безразмерной массы (аналог массы) механизма при расчете на контактную или изгибную прочность. При этом эта функция зависит только от закона распределения передаточных отношений отдельных ступеней механизма.

Аналог массы $\overline{M}_H$ планетарного механизма типа $n \times \overline{AI}$ при расчете на контактную прочность задаем в виде [6]

$$\overline{M}_H = \frac{u_1}{k_1 U_\Sigma (u_1 - 2)} \left(\sum_{i=1}^n (A_i B_i) \right). \quad (12)$$

Обозначения всех величин в формуле (12) такие же, как и в работе [6].

Примем ряд конструктивных ограничений на исполнение отдельных планетарных ступеней механизма, которые упростят дальнейшие выкладки, но не изменят содержание результатов исследований. Считаем, что конструкции всех отдельных ступеней планетарного механизма типа $n \times \overline{AI}$ удовлетворяют следующим условиям: все коэффициенты $B_i = 1$; все ступени имеют одинаковое число сателлитов, т.е. $k_i = k$; для всех ступеней принято одно и то же значение коэффициента приведения масс $n_{Mi} = n_M$. Более подробно смысл этих условий рассмотрен в работе [7]. Тогда аналог массы $\overline{M}_H$ будет иметь вид

$$\overline{M}_H = \frac{u_1}{k_1 U_\Sigma (u_1 - 2)} \left(\sum_{i=1}^n A_i \right), \quad (13)$$

где $A_i = 1 + k_i((u_i - 2)/2)^2 + n_{Mi} u_i^2 / 4$ – коэффициент.

С учетом принятых условий получим аналог массы как функцию передаточных отношений отдельных ступеней механизма, т.е. $\overline{M}_H = \overline{M}_H(u_1, u_2, \dots, u_n)$. Нахождение минимума данной функции рассмотрено в работах [6, 7].

Будем рассматривать планетарный механизм типа $3 \times \overline{AI}$. Такой механизм часто применяют в различных авиационных приводах. Примем общее передаточное отношение механизма $U_\Sigma = 70$. Число сателлитов каждой из ступеней равно 3 и коэффициент приведения массы для всех ступеней выбран одинаковым, равным 7. Поиск минимума функции аналога массы $\overline{M}_H(u_1, u_2, u_3)$ выполним в пакете Mathcad с помощью функции Minimize(), реализующая метод сопряженных градиентов. Поиск минимума нелинейной функции $\overline{M}_H(u_1, u_2, u_3)$ трех переменных выполнялся при задании ограничений на передаточные отношения двух любых ступеней. Передаточное отношение третьей ступени является зависимой величиной, равной делению

общего передаточного отношения механизма на произведение варьируемых передаточных отношений двух других ступеней. В качестве ограничения на значение варьируемого передаточного отношения выбрано следующее: $2,5 \leq u \leq 7$. Именно такой диапазон возможных передаточных отношений был ранее использован при рассмотрении примера для случая, когда число сателлитов $k = 3$ и число зубьев эпицикла $z_3 = 72$. В результате были получены следующие оптимальные значения передаточных отношений ступеней механизма: $u_{1opt} = 5,267$; $u_{2opt} = u_{3opt} = 3,645$. Безразмерная величина аналога массы механизма при расчете на контактную прочность для найденных оптимальных значений передаточных отношений ступеней составила $\overline{M}_H(u_{1opt}, u_{2opt}, u_{3opt}) = 0,87$. Учитывая вышеприведенные значения возможных передаточных отношений одной ступени, получим $\tilde{u}_{1opt} = 5$, $\tilde{u}_{2opt} = 4$ и $\tilde{u}_{3opt} = 3,4$. Однако, общее передаточное отношение механизма станет равным не 70, а 68, т.е. погрешность реализации заданного передаточного отношения U_Σ составит $-2,9\%$. Определим значения коэффициентов динамичности по формуле (11): $K_{Hv1} = 2,168$; $K_{Hv2} = 1,156$; $K_{Hv3} = 1,011$.

Подобно функции аналога массы $\overline{M}_H(u_1, u_2, u_3)$ введем безразмерную функцию $\overline{K}_{Hv}(u_1, u_2, u_3)$, задающую закон распределения по ступеням планетарного механизма типа $n \times \overline{AI}$ значений коэффициентов динамичности для внешних зацеплений его ступеней. Функцию $\overline{K}_{Hv}(u_1, u_2, u_3)$ находим по формуле

$$\overline{K}_{Hv}(u_1, u_2, u_3) = \sum_{i=1}^3 K_{Hvi}(u_i). \quad (14)$$

Для упрощения принимаем одинаковые значения для всех ступеней следующих параметров: m ; δ_H ; g_0 ; b_w .

Составляющие суммы (14) определяем по формулам

$$K_{Hv1}(u_1) = K_{Hv}(u_1, k_1, M_1, \omega_1, z_1, z_3, m, b_w, \delta_H, g_0); \quad (15)$$

$$K_{Hv2}(u_2) = K_{Hv}(u_2, k_1, M_2, \omega_2, z_1, z_3, m, b_w, \delta_H, g_0); \quad (16)$$

$$K_{Hv3}(u_3) = K_{Hv}(u_3, k_1, M_3, \omega_3, z_1, z_3, m, b_w, \delta_H, g_0). \quad (17)$$

Здесь варьируемые параметры – передаточные отношения u_1 , u_2 и u_3 . При этом передаточные отношения u_1 и u_2 варьируют как независимые переменные, изменяющиеся в диапазоне [2, 5, 7], а передаточное отношение третьей ступени определяют по формуле $u_3 = U_\Sigma / u_1 u_2$. Остальные параметры заданы или вычисляют в зависимости от текущих значений величин передаточных отношений. Угловые скорости вращения центральных подвижных колес ω_i и вращающие моменты M_i , к ним подводимые, вычисляют следующим образом. Для первой планетарной ступени ω_1 и M_1 являются заданными величинами. Для второй и третьей планетарных ступеней имеем $\omega_2 = \omega_1 / u_1$, $M_2 = M_1 \cdot u_1$, $\omega_3 = \omega_1 u_3 / U_\Sigma$ и $M_3 = M_1 U_\Sigma / u_3$ соответственно. Для каждой из планетарных ступеней параметр z_1 (число

зубьев подвижного центрального колеса) вычисляют через заданное значение числа зубьев эпицикла z_3 и текущее значение передаточного отношения ступени u_i .

Минимум функции (14) был получен при следующих значениях передаточных отношений планетарных ступеней: $u_{1opt} = 7$; $u_{2opt} = 4,28$; $u_{3opt} = 2,337$. Значение функции цели $\bar{K}_{Hv}(u_1, u_2, u_3)$ для полученных значений передаточных отношений составило 3,493, а коэффициенты динамичности отдельных планетарных ступеней равными 1,423, 1,04 и 1,03 соответственно. Учитывая ограничения на возможные значения реализуемых передаточных отношений, примем $\tilde{u}_{1opt} = 7$, $\tilde{u}_{2opt} = 4$ и $\tilde{u}_{3opt} = 2,5$. При этих данных значение общего передаточного отношения механизма $U_\Sigma = 70$. Новые значения функции $\bar{K}_{Hv}(u_1, u_2, u_3)$ и коэффициентов динамичности K_{Hvi} почти не отличаются от вышеприведенных.

Результаты отдельных минимизаций функций целей $\bar{M}_H(u_1, u_2, u_3)$ и $\bar{K}_{Hv}(u_1, u_2, u_3)$ сведены в табл. 1.

Таблица 1 – Результаты отдельных минимизаций

Параметр	Функция цели	
	$\bar{M}_H(u_1, u_2, u_3)$	$\bar{K}_{Hv}(u_1, u_2, u_3)$
u_1	5	7
u_2	4	4
u_3	3,4	2,5
U_Σ	68	70
K_{Hv1}	2,186	1,423
K_{Hv2}	1,1	1,051
K_{Hv3}	1,011	1,023
$\bar{K}_{Hv}$	4,297	3,497
$\bar{M}_H$	0,87	1,027

Имея две безразмерные функции цели, значения которых могут быть только положительными и отличными от нуля, можно ввести в рассмотрение функцию минимизации, учитывающую как требование минимума массы механизма, так требование уменьшения динамической нагрузки в его зубчатых зацеплениях. Возможны три варианта построения такой функции цели. Определение вышеуказанной целевой функции приведено ниже

$$\bar{F}_{opt}(\mathbf{u}_i, \mathbf{p}_m) = \begin{cases} \bar{M}_H(\mathbf{u}_i, \mathbf{p}_m) \wedge \bar{K}_{Hv}(\mathbf{u}_i, \mathbf{p}_m) \\ \bar{M}_H(\mathbf{u}_i, \mathbf{p}_m) \times \bar{K}_{Hv}(\mathbf{u}_i, \mathbf{p}_m) \\ \bar{M}_H(\mathbf{u}_i, \mathbf{p}_m) + \bar{K}_{Hv}(\mathbf{u}_i, \mathbf{p}_m) \end{cases}, \quad (15)$$

где $\mathbf{u}_i = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ и $\mathbf{p}_m = \{p_1, p_2, \dots, p_m\}$ – вектора варьируемых передаточных отношений и задаваемых параметров конструкций планетарных ступеней механизма типа $n \times AI$.

Заметим, что функция Minimize() из пакета Mathcad может находить минимум для функций, при построении которых используют логические операции.

Результаты совместной минимизации функций целей $\bar{M}_H(u_1, u_2, u_3)$ и $\bar{K}_{Hv}(u_1, u_2, u_3)$ сведены в табл. 2.

Таблица 2 – Результаты совместных минимизаций

Параметр	Функция цели $\bar{F}_{opt}(u_1, u_2, u_3)$		
	1	2	3
u_1	4,148	6,15	7
u_2	4,12	3,568	3,704
u_3	4,096	3,19	2,7
U_Σ	70	70	70
K_{Hv1}	3,204	1,622	1,423
K_{Hv2}	1,131	1,1	1,067
K_{Hv3}	1,008	1,012	1,018
$\bar{K}_{Hv}$	5,344	3,734	3,508
$\bar{M}_H$	0,941	0,883	0,979
$\bar{F}_{opt}$	1	3,297	4,487

Анализ данных, представленных в табл. 2 показывает, что наименьшие значения функций $\bar{M}_H(u_1, u_2, u_3)$ и $\bar{K}_{Hv}(u_1, u_2, u_3)$ будут при втором и третьем способах построения соответственно. При первом способе построения найденные оптимальные значения передаточных отношений отдельных ступеней механизма можно считать одинаковыми. При каждом способе построения имеем для оптимальных передаточных отношений соотношение $u_1 > u_2 > u_3$. Аналогичное соотношение имеет место и для коэффициентов динамичности, а именно $K_{Hv1} > K_{Hv2} > K_{Hv3}$. При этом видно, что для второй и третьей ступеней механизма значения коэффициента динамичности соответствует допустимым значениям. При втором способе построения функции $\bar{F}_{opt}(u_1, u_2, u_3)$ значение аналога массы $\bar{M}_H(u_1, u_2, u_3)$ ближе к его 0,87, полученного при отдельной минимизации. И соответственно при третьем способе построения функции $\bar{F}_{opt}(u_1, u_2, u_3)$ значение безразмерной функции $\bar{K}_{Hv}(u_1, u_2, u_3)$ ближе к значению 3,497, найденного в случае отдельной минимизации. Если предположить, что при каждом из способов построения функции $\bar{F}_{opt}(u_1, u_2, u_3)$ будут получены минимальные значения функций $\bar{M}_H(u_1, u_2, u_3)$ и $\bar{K}_{Hv}(u_1, u_2, u_3)$, соответствующие значениям, но найденным при отдельных минимизациях, то получим следующие оценки: 1 (первый способ); 3,042 (второй способ); 4,367 (третий способ). Следовательно, данные, приведенные в табл. 2, соответствуют прогнозу оценки минимизации функции $\bar{F}_{opt}(u_1, u_2, u_3)$. Заметим, что результат минимизации этой функции, построенной по первому способу (с применением логической операции "И") всегда будет равен 1, так как $\bar{M}_H(u_1, u_2, u_3) > 0$ и $\bar{K}_{Hv}(u_1, u_2, u_3) > 0$. Численные эксперименты выявили такую особенность решения минимизации функции $\bar{F}_{opt}(u_1, u_2, u_3)$, построенную по второму или третьему способу, передаточное отношение первой ступени всегда имеет наибольшее значение из числа допустимых. Выбор способа построения функции $\bar{F}_{opt}(u_1, u_2, u_3)$, по всей видимости, должен делаться самим конструктором.

На рис. 5 приведены графики зависимости окружной скорости v , значение которой находят по формуле 6. Здесь цифрой 1 обозначен график зависимости $v = v(U_i)$ для случая, когда число зубьев подвижного

центрального колеса z_1 равно 18. Цифрой 2 обозначен график, когда число зубьев z_1 является также функцией передаточного отношения планетарной ступени U_i , т.е. $z_1 = z_1(U_i)$. Графики построены применительно к данным нашего примера при числе сателлитов $k = 3$.

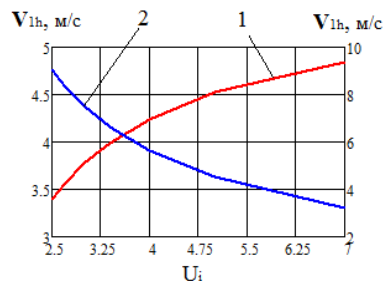


Рис. 5 – Графики зависимости $v = v(z_1(U_i), U_i)$

Графики, показанные на рис. 5, позволяют сделать вывод, что в случае варьирования передаточного отношения U_i планетарной ступени типа $\overline{AI}$ при неизменном числе зубьев эпицикла z_3 окружная скорость v (скорость в относительном вращении зубчатого колеса z_1 по отношению к водилу) уменьшается при увеличении U_i .

В общем случае методика минимизации суммарной массы планетарного механизма типа $n \times \overline{AI}$ и динамической нагрузки во внешних зацеплениях его ступеней при расчете на контактную прочность включает следующие основные этапы (шаги).

Сначала выполняется проектирование механизма, когда заданное передаточное отношение механизма U_Σ распределено по его отдельным ступеням по критерию минимума массы. В результате будут получены конструктивные данные для исполнения отдельных ступеней механизма, а также значения коэффициента динамичности для всех его внешних зацеплений. Если эти значения превысили допустимые, то переходим к минимизации динамической нагрузки.

При минимизации динамической нагрузки вносят изменения в ранее найденные конструктивные параметры отдельных ступеней. Изменения следует делать только для тех параметров, которые существенно влияют на уровень динамической нагрузки (например, коэффициенты δ_H и g_0 , модуль m , число оборотов электродвигателя, число зубьев общего эпицикла). В итоге получим закон распределения передаточного отношения механизма U_Σ по его отдельным ступеням.

Далее выполняют совместную минимизацию суммарной массы и динамической нагрузки механизма. Получают очередной закон распределения общего передаточного отношения механизма по его отдельным ступеням.

Анализируются полученные законы распределения заданного передаточного отношения механизма по его отдельным ступеням с учетом возможного исполнения его конструкции (параметры конструкций отдельных ступеней, которые задавались при выполнении минимизаций). По итогам анализа, с одной стороны, принимается решение о законе распределения общего передаточного отношения U_Σ механизма по его отдельным ступеням. С другой стороны, принятый закон позволяет принять решение о параметрах исполнения конструкции механизма.

Выводы. На основе подхода, рассмотренного в данной работе, разработана методика оптимизации или минимизации внутренней динамической нагрузки в зубчатых зацеплениях центральных подвижных колес и сателлитов планетарного механизма типа $n \times \overline{AI}$ с общим эпициклом при расчете на контактную прочность. Определены основные параметры исполнения зубчатых колес отдельных планетарных ступеней механизма, влияющих на величины коэффициента динамичности в его зацеплениях. Выполнен сравнительный анализ законов распределения заданного общего передаточного отношения механизма при минимизации его суммарной массы и минимизации динамической нагрузки на примере механизма типа $3 \times \overline{AI}$. Предложены три способа построения целевой функции совместной минимизации (оптимизации) массы и внутренней динамической нагрузки механизма. Выбор способа построения целевой функции совместной оптимизации определяется тем основным требованием, которому должна удовлетворять конструкция механизма в первую очередь. Это или наименьшая масса механизма, или наименьшие значения внутренней динамической нагрузки в ступенях механизма, или не превышение массой и динамической нагрузкой заранее заданных значений. Алгоритм минимизации целевых функций проектирования механизма предусматривает применение как односторонних ограничений на варьируемые параметры, так и двухсторонние. Возможно применение ограничений на сами значения целевых функций оптимизации. Использование безразмерных целевых функций, связанных с различными параметрами проектируемого механизма, позволяет конструктору формировать (строить) различные итоговые целевые функции совместной оптимизации. Анализ отдельных и совместной оптимизаций целевых функций обеспечивает более рациональный выбор варьируемых параметров.

Список литературы

1. Проектирование планетарных механизмов, оптимальных по динамическим характеристикам: Учеб. пособие по курсов. и дип. проектированию / В. А. Ткаченко, В. Т. Абрамов, М. Д. Коровкин. – Харьков: Харьк. авиац. ин-т, 1983. – 110 с.
2. Планетарные механизмы (оптимальное проектирование) / В. А. Ткаченко. – Харьков: Нац. Аэрокосм. Ун-т "Харьк. авиац. ин-т", 2003. – 446 с.
3. Планетарные передачи. Справочник / Под ред. докторов техн. наук В. Н. Кудрявцева и Ю. Н. Кирдяшева. – Л.: "Машиностроение" (Ленингр. отд-ние), 1977. – 536 с. с ил.
4. ГОСТ 21354-87. Передачи зубчатые цилиндрические эвольвентные внешнего зацепления. Расчеты на прочность. – М.: Изд-во стандартов, 1989. – 76 с.
5. Кузмин И. С. Мелкомодульные цилиндрические зубчатые передачи: Расчет, конструирование, испытание / И. С. Кузмин, В. Н. Рыжиков – Л.: Машиностроение. Ленингр. отд-ние, 1987. – 273 с.: ил.
6. Абрамов В. Т. Методика оптимизации многоступенчатого планетарного механизма по критерию массы / В. Т. Абрамов, А. Н. Гетья, В. А. Матусевич [и др.] // Вісник Національного технічного університету "ХПІ". – 2009. – Вип. 29. – С. 45–52.
7. Матусевич В. А. Оценка несущей способности оптимальной по массе конструкции планетарного механизма типа $2 \times \overline{AI}$ из условия контактной прочности / В. А. Матусевич, Ю. В. Шарабан, А. В. Шехов [и др.] // Вісник Національного технічного університету "ХПІ". – 2015. – Вип. 34. – С. 93–102.

References (transliterated)

1. Proektirovanie planetarnykh mekhanizmov, optimal'nykh po dinamicheskimi harakteristikam: Ucheb. posobie po kursov. i dip. proektirovaniju / V. A. Tkachenko, V. T. Abramov, M. D. Korovkin. – Kharkov: Kharkov Aviac. In-t, 1983. – 110 p.

2. Planetarnye mehanizmy (optimal'noe proektirovanie) / V. A. Tkachenko. – Kharkov : Nac. Ajerokosm. Un-t "Khark. Aviac. In-t", 2003. – 446 p.
3. Planetarnye peredachi. Spravochnik. Pod red. doktorov tehn. nauk V. N. Kudrjavceva i Ju. N. Kirdjasheva. Leningrad, "Mashinostroenie" (Leningr. otd-nie), 1977. 536 p. s il.
4. GOST 21354-87. Peredachi zubchatye cilindricheskie jevol'ventnye vneshnego zacepleniya. Raschety na prochnost'. – Moscow : Izd-vo standartov, 1989. – 76 p.
5. Kuzmin I. S. Melkomodul'nye cilindricheskie zubchatye peredachi: Raschet, konstruirovaniye, ispytaniye / I. S. Kuzmin, V. N. Ryzhikov. – Leningrad : Mashinostroenie. Leningr. otd-nie, 1987. – 273 p.: il.
6. Abramov V. T. Metodika optimizatsii mnogostupenchatogo planetarnogo mehanizma po kriteriju massy / V. T. Abramov, A. N. Getja, V. A. Matusevich [i dr.] // Visnik Nacional'nogo tehnicnogo universitetu "KhPI". – 2009. – Vip. 29. – P. 45–52.
7. Matusevich V. A. Ocenka nesushhej sposobnosti optimal'noj po masse konstrukcii planetarnogo mehanizma tipa $2 \times \overline{AI}$ iz uslovija kontaktnoj prochnosti / V. A. Matusevich, Ju. V. Sharaban, A. V. Shehov [i dr.] // Visnik Nacional'nogo tehnicnogo universitetu "KhPI". – 2015. – Vip. 34. – P. 93–102.

Поступила (received) 15.05.2015

Бібліографічні описи / Библиографические описания / Bibliographic descriptions

Оптимізація динамічного навантаження в зубчастих зацепленнях планетарного механізму типу $n \times \overline{AI}$ при контактній міцності / В. А. Матусевич, Ю. В. Шарабан, О. В. Шехов, В. Т. Абрамов // Вісник НТУ "ХПІ". Серія: Проблеми механічного приводу. – Х. : НТУ "ХПІ", 2016. – № 23 (1195). – С. 97–103. – Бібліогр.: 7 назв. – ISSN 2079-0791.

Оптимизация динамической нагрузки в зубчатых зацеплениях планетарного механизма типа $n \times \overline{AI}$ при контактной прочности / В. А. Матусевич, Ю. В. Шарабан, А. В. Шехов, В. Т. Абрамов // Вісник НТУ "ХПІ". Серія: Проблеми механічного приводу. – Харків : НТУ "ХПІ", 2016. – № 55 (1097). – С. 97–103. – Библиогр.: 7 назв. – ISSN 2079-0791.

Optimization of the dynamic loading in the toothed hooking of planetary mechanism of type $n \times \overline{AI}$ at contact durability / V. A. Matusevich, U. V. Sharaban, A. V. Shehov, V. T. Abramov // Bulletin of NTU "KhPI". Series: Problem of mechanical drive. – Kharkiv : NTU "KhPI", 2016. – No. 23 (1195) – P. 97–103. – Bibliogr.: 7. – ISSN 2079-0791.

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

Матусевич Володимир Анатолійович – головний конструктор-директор ДП "ХАКБ", м. Харків; тел.: (057) 707-02-73; e-mail: khadb_chief@ukr.net.

Матусевич Владимир Анатольевич – главный конструктор-директор, ГП "ХАКБ", г. Харьков; тел.: (057) 707-02-73; e-mail: khadb_chief@ukr.net.

Matusevich Vladimir Anatol'evich – Chief Designer-director GP "KhAKB", Kharkiv; tel.: (057) 707-02-73; e-mail: khadb_chief@ukr.net.

Шарабан Юрій Володимирович – заступник головного конструктора ДП "ХАКБ", м. Харків; тел.: (057) 707-02-73; e-mail: suv-kharkov@ukr.net.

Шарабан Юрий Владимирович – заместитель главного конструктора ГП "ХАКБ", г. Харьков; тел.: (057) 707-02-73; e-mail: suv-kharkov@ukr.net.

Sharaban Jurij Vladimirovich – Deputy Chief Designer of GP "KhAKB", Kharkiv; tel.: (057) 707-02-73; e-mail: suv-kharkov@ukr.net.

Шехов Олександр Володимирович – Національний аерокосмічний університет "Харківський авіаційний інститут", старший викладач кафедри теоретичної механіки, машинознавства і роботомеханічних систем; тел.: (057) 877-47-67; e-mail: shav01@ukr.net

Шехов Александр Владимирович – Национальный аэрокосмический университет "Харьковский авиационный институт", старший преподаватель кафедры теоретической механики, машиноведения и роботомеханических систем; тел.: (057) 877-47-67; e-mail: shav01@ukr.net.

Shehov Aleksandr Vladimirovich – National aerospace university the "Kharkov aviation institute", Senior Lecturer at the Department of theoretical mechanics, engineering science and robots-mechanical systems; tel.: (057) 877-47-67; e-mail: shav01@ukr.net.

Абрамов Володимир Тимофійович – кандидат технічних наук, доцент, Національний аерокосмічний університет "Харківський авіаційний інститут", доцент кафедри теоретичної механіки, машинознавства і роботомеханічних систем; тел.: (057) 877-47-67.

Абрамов Владимир Тимофеевич – кандидат технических наук, доцент, Национальный аэрокосмический университет "Харьковский авиационный институт", доцент кафедры теоретической механики, машиноведения и роботомеханических систем; тел.: (057) 877-47-67.

Abramov Vladimir Timothy – Candidate of Technical Sciences (Ph. D.), Docent, National aerospace university the "Kharkov aviation institute", Associate professor at the Department of theoretical mechanics, engineering science and robots-mechanical systems; tel.: (057) 877-47-67.