

В.В. ЛИТВИНЕНКО, ассистент, НТУ "ХПИ", Харьков
И.Ф. ГОРНЫЙ, студент, НТУ "ХПИ", Харьков
М.С. ДОРОШЕНКО, студент, НТУ "ХПИ", Харьков

ОСОБЕННОСТИ МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРОЦЕССОВ В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ С ПОЛУПРОВОДНИКОВЫМИ ЭЛЕМЕНТАМ

Приведено результати аналізу кола розряду конденсатора на котушку по схемі з напівпровідниковими ключовими елементами. Встановлено обмеження щодо вибору контурів цього кола з позицій теорії графів. Приведено порівняння результатів розрахунку складових струму в котушці з експериментальними даними.

Приведены результаты анализа цепи разряда конденсатора на катушку по схеме с полупроводниковыми ключевыми элементами. Установлены ограничения по выбору контуров этой цепи с позиций теории графов. Проведено сравнение результатов расчета составляющих тока в катушке с экспериментальными данными.

Введение. Индукционно-динамические приводы (ИДП) в настоящее время широко используются в быстродействующих автоматических выключателях (АВ) [1]. В состав ИДП входит электромагнит, содержащий катушку, диск (якорь), магнитную систему, а также конденсаторная батарея (конденсатор) и система управления, обеспечивающая запуск процесса разряда конденсатора. Процесс разряда конденсатора может быть различным: периодическим, аperiodическим и комбинированным [2]. В общем случае моделирование процессов в электромагнитной системе ИДП представляет собой сложную математическую задачу, приближенное решение которой возможно с использованием только численных методов [3, 4]. Это объясняется сложностью модели [2, 5], наличием в схеме разряда конденсатора полупроводниковых элементов (тиристорного ключа, шунтирующего диода и др.), а также магнитной системы с нелинейными характеристиками [6]. Формирование уравнений математической модели ИДП в известных публикациях [7-10] выполняется на основе схем замещения электрической цепи и механической системы. При этом значительная часть подготовительной работы для расчетов модели, включая выбор контуров цепи, выполняется вручную и в этом случае определяющим фактором

является квалификация исследователя. Преодолеть этот недостаток можно было бы путем формализации процесса формирования уравнений с использованием теории графов для электрической цепи [11]. Однако при этом возникают сложности в случае, когда полупроводниковые элементы заменяются ключевыми элементами. Нарботки в области моделирования процессов в индукционно-динамических системах огромны. Достаточно полный обзор приведен в работе [7]. Однако полностью решенной эту задачу считать нельзя, так как большая часть результатов получена исключительно численными методами, что не позволяет использовать полученные решения в подобных задачах.

Цель работы – определение особенностей электрической цепи разряда конденсатора на катушку индуктивности в индукционно-динамическом приводе, содержащей полупроводниковые ключевые элементы.

Электрическая схема замещения цепи разряда. Типичная схема замещения цепи разряда с полупроводниковыми элементами показана на рис. 1 [7].

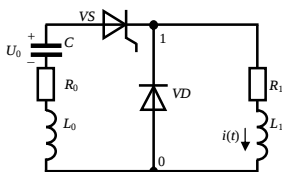


Рис. 1.

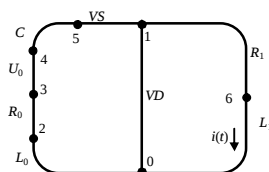


Рис. 2.

Обозначения на схеме: C – емкость конденсатора; R_0 , L_0 – сопротивление токопроводящих элементов цепи разряда конденсатора и его индуктивность; R_1 , L_1 – сопротивление и индуктивность катушки; VS – тиристор системы управления разрядом конденсатора; VD – шунтирующий диод; 1, 2 – узлы схемы (точки электрического контакта); U_0 – напряжение предварительно заряженного конденсатора; $i(t)$ – ток катушки.

Граф этой схемы построен на рис. 2. Компоненты графа имеют те же обозначения, что и элементы электрической схемы, а точки соединений компонент пронумерованы от 0 до 6. В случае точных моделей компонент графа, включая тиристор и диод, структура связей этого графа устанавливается на основе законов Кирхгофа. Однако в большинстве практических применений эти элементы рассматриваются как ключи, исключающие протекание тока в разомкнутом состоянии. С учетом этого схему на рис. 1

можно представить в виде, приведенном на рис. 3. В исходном состоянии шунтирующий диод VD рассматривается как замкнутый ключ, представленный на схеме размыкающим контактом VD , а тиристор VS – разомкнутым ключом, представленным замыкающим контактом VS . По условиям работы схемы на рис. 1 при открытии тиристора VS ток не протекает по шунтирующему диоду VD , а при закрытии тиристора диод открывается. На схеме рис. 3 эта связь состояний контактов VS и VD показана в виде пунктирной линии.

Особенности моделирования цепи с ключевыми элементами.

Анализ схемы на рис. 3 показывает, что в контуре, образованном ключами VS и VD ток не протекает ни при каких условиях. В этом заключается первая особенность рассматриваемой схемы цепи разряда конденсатора с ключами. Как следствие этого, схема на рис. 3 фактически является *одноконтурной*, состав последовательно включенных элементов которой меняется с помощью ключей. В этом заключается вторая особенность этой схемы.

С учетом этих особенностей должна строиться и математическая модель для данной схемы.

В общем случае имеет смысл составить такое уравнение для полного набора элементов, что соответствует внешнему контуру на рис. 3, который образуется при открытии тиристора VS . Это первое состояние одноконтурной цепи длится до момента времени, когда происходит переключение ключей схемы: VD – открывается и VS – закрывается. Во втором состоянии схемы состав элементов контура уменьшается и на рис. 3 соответствует элементам R_1 , L_1 . Таким образом, единственный контур цепи может находиться

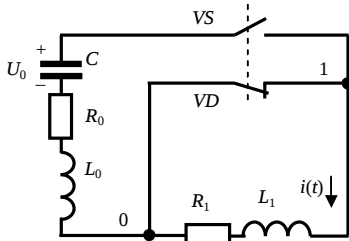


Рис. 3

в двух рабочих состояниях, разделенных моментом времени переключения ключей схемы, который можно обозначить t_1 . Общее уравнение для двух состояний контура может быть описано уравнением, составленным по второму закону Кирхгофа и содержащим коммутационную функцию (δ -функцию) [12]:

$$u_C(t) \cdot \delta(t_1) + u_L(t) + u_R(t) = 0, \quad (1)$$

где $\delta(t_1)$ – обобщенная функция, принимающая значение 1 либо 0 соответственно для первого и второго состояния контура,

$$\delta(t_1) = \begin{cases} 1 & \text{if } t \leq t_1; \\ 0 & \text{if } t > t_1; \end{cases} \quad (2)$$

$u_C(t)$, $u_L(t)$, $u_R(t)$ – падения напряжения на элементах преобразованной схемы цепи с суммарными величинами соответственно емкости, индуктивности и активного сопротивления.

Анализ уравнения (1) показывает, что параметр t_1 заранее не известен, обобщенная функция $\delta(t_1)$, представленная соотношением (2), не определена. В теории электрических цепей функции $u_C(t)$, $u_L(t)$, $u_R(t)$ могут быть описаны в классе аналитических функций. Однако наличие не определенной обобщенной функции в уравнении (1) не позволяет построить его решение в классе обобщенных либо аналитических функций. В этом случае приходится строить решение по интервалам, отдельно для первого и второго состояний, используя аналитические функции.

Первое состояние контура может быть описано уравнением, полученным из (1) при $\delta(t_1) = 1$ и условии $t \leq t_1$:

$$u_L(t) + u_C(t) + u_R(t) = 0. \quad (3)$$

Компонентные уравнения для элементов L , C , R контура, входящие в (3), представляются в виде аналитических функций [11]:

$$u_L(t) = L \frac{di(t)}{dt}; \quad u_C(t) = \frac{1}{C} \int i(t) dt; \quad u_R(t) = Ri(t), \quad (4)$$

где L – полная индуктивность контура, $L = L_0 + L_1$; C – емкость контура; R – полное сопротивление контура, $R = R_0 + R_1$.

С использованием (4) соотношение (3) преобразуется к виду [13]:

$$L \frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C} \int i(t) dt + Ri(t) = 0. \quad (5)$$

Уравнение (5) является интегро-дифференциальным уравнением. Построение решения уравнения (5) возможно с использованием методов аналитических функций, либо численными методами. Для построения решения с помощью метода аналитических функций можно выбрать в качестве неизвестного напряжение на емкости $u_C(t)$, поскольку в рассматриваемом случае переходный процесс обусловлен преобразованием электрической энергии, запасенной конденсатором, в магнитную энергию. Компонентное уравнение для емкости имеет вид [11]:

$$i(t) = C \frac{du_C(t)}{dt}. \quad (6)$$

Система уравнений (5) и (6) может быть решена подстановкой (6) в (4), что приводит к дифференциальному уравнению второго порядка:

$$LC \frac{d^2 u_C(t)}{dt^2} + RC \frac{du_C(t)}{dt} + u_C(t) = 0. \quad (7)$$

Поскольку искомая функция $u_C(t)$ зависит только от одного параметра (t), то для однозначности решения уравнения (7) необходимо задать дополнительные условия в одной точке (задача Коши):

$$t = 0; \quad u_C(0) = U_0; \quad \left. \frac{du_C(t)}{dt} \right|_{t=0} = \frac{i(0)}{C}. \quad (8)$$

В теории дифференциальных уравнений решение задачи Коши с дополнительными условиями (8) строится в комплексной области и может быть представлено в виде [11]:

$$u_C(t) = C_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 e^{\lambda_2 t}. \quad (9)$$

где C_1, C_2 – константы (постоянные интегрирования); λ_1, λ_2 – корни характеристического уравнения

$$LC\lambda^2 + RC\lambda + 1 = 0, \quad (10)$$

определяемые по формуле

$$\lambda_{1,2} = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{D} = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}}, \quad (11)$$

Знак детерминанта D в (11) определяет тип корней: комплексные корни при $D < 0$ и действительные – при $D \geq 0$. В свою очередь, комплексные корни определяют периодический характер переходного процесса, а действительные – аperiodический.

Постоянные интегрирования C_1 и C_2 определяются из начальных условий. В данном случае $i(0) = 0$, а начальные условия представляются в виде:

$$u_C(0) = U_0; \quad \left. \frac{du_C(t)}{dt} \right|_{t=0} = 0, \quad (12)$$

Соотношения (12) позволяют определить постоянные интегрирования:

$$C_1 = -U_0 \frac{\lambda_2}{2\sqrt{D}}; \quad C_2 = U_0 \left(1 + \frac{\lambda_2}{2\sqrt{D}} \right) \quad D \neq 0. \quad (13)$$

С учетом (6) и (9) ток $i_I(t)$ контура в первом состоянии равен

$$i_I(t) = C_1 \lambda_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 \lambda_2 e^{\lambda_2 t}. \quad (14)$$

Момент времени t_1 окончания процесса в первом состоянии контура определяется из условия, что в процессе разряда конденсатора его

напряжение снизилось до нуля,

$$u_C(t_1) = C_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 e^{\lambda_2 t} = 0. \quad (15)$$

Уравнение (15) – нелинейное алгебраическое уравнение, решаемое численными методами.

Второе состояние контура также отвечает уравнению, полученному из (1) при $\delta(t_1) = 0$ и условии $t > t_1$:

$$u_L(t) + u_R(t) = 0, \quad (16)$$

где $u_L(t)$, $u_R(t)$ – падения напряжения на индуктивности и активном сопротивлении катушки.

Компонентные уравнения (4) для этого состояния контура имеют вид:

$$u_L(t) = L_1 \frac{di(t)}{dt}; \quad u_R(t) = R_1 i(t). \quad (17)$$

С учетом (17) уравнение (16) переходного процесса контура во втором состоянии преобразуется к виду [13]:

$$L \frac{di(t)}{dt} + Ri(t) = 0, \quad (18)$$

которое является дифференциальным уравнением первого порядка, в отличие от интегро-дифференциального уравнения (5). Его решение строится по аналогии с решением уравнения (5) с использованием единственного граничного условия

$$i_I(t_1) = I_1, \quad (19)$$

где I_1 – значение тока в момент перехода состояния контура из первого во второе.

Решение дифференциального уравнения (18) с учетом граничного условия (19) известно [13] и имеет вид:

$$i_{II}(t) = C_3 e^{\lambda_3 t}, \quad (20)$$

где C_3 – константа (постоянная интегрирования) и λ_3 – корень характеристического уравнения, которое записывается по аналогии с (10):

$$L\lambda_3 + R = 0. \quad (21)$$

Формулы для определения λ_3 и C_3 , полученные с учетом (19)-(21), имеют вид:

$$\lambda_3 = -R/L; \quad C_3 = I_1 e^{-\lambda_3 t_1}. \quad (22)$$

Как видно из (20) переходный процесс тока во втором состоянии контура является чисто аperiodическим.

Компьютерное моделирование. В качестве примера проведен расчет тока разряда катушки, при следующих параметрах цепи: $C = 660$ мкФ; $R_0 = 0$; $L_0 = 0$; $R_1 = 0,126$ Ом; $L_1 = 8,6 \cdot 10^{-5}$ Тл; $U_0 = 270$ В.

Расчет тока проведен с использованием математического пакета Maple [14]. В первом состоянии контура определитель D в (11) является отрицательной величиной и равен $-2,2012 \cdot 10^{-7}$, что определяет периодический переходный процесс. Расчетное время коммутации контура из первого состояния во

второе $t_1 = 4,2251 \cdot 10^{-4}$ с.

Во втором состоянии контура процесс является аperiodическим, подчиняющимся закону спадающей экспоненты с постоянной времени τ , равной $\tau = 1/\lambda_3 = 6,8254 \cdot 10^{-4}$ с⁻¹. Результаты расчета составляющих токов $i_I(t)$ и $i_{II}(t)$ по соотношениям (14) и (20) приведены на рис. 4 в виде составного графика функции тока $i(t)$:

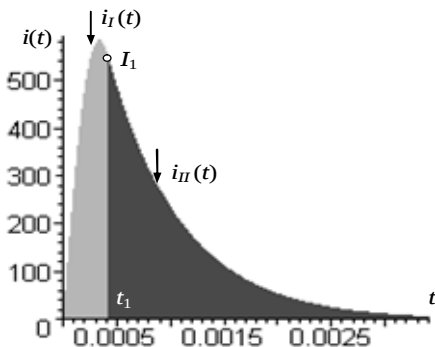


Рис. 4

$$i(t) = i_I(t) + i_{II}(t). \quad (23)$$

Экспериментальные данные. На рис. 5 приведена конструкция экспериментального образца катушки. Обозначения на рисунке: 1 – катушка; 2 – измерительная катушка, выводы которой предназначены для подключения к вольтметру.



Рис. 5.

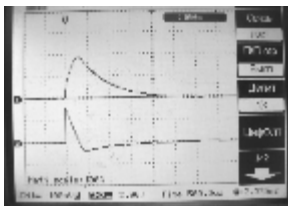


Рис. 6.

Катушка 1 выполнена из медной ленты, навитой на квадратный каркас. Параметры катушки: высота катушки – 10 мм; толщина катушки – 10 мм; толщина ленты катушки – 0,1 мм; количество витков катушки – 45.

При экспериментальных исследованиях контролировались ток катушки и ЭДС в ней с помощью измерительной катушки 2. Кривые тока и ЭДС регистрировались с помощью осциллографа Rigol-DS 5022M. Результаты эксперимента приведены на рис. 6: на верхней осциллограмме (1) показана кривая тока катушки, на нижней (2) – ЭДС.

Анализ осциллограмм на рис. 4 показывает, что форма кривой составного тока полностью совпадает с расчетной кривой (23). Время коммутации, определенное по нижнему излому кривой ЭДС на осциллограмме (2) на рис. 6, совпадают в пределах точности измерений.

Выводы.

1. В электрических схемах замещения цепей с ключевыми элементами возможность выбора независимых контуров ограничивается физическими соображениями. Это ограничение необходимо учитывать при использовании методов исследования цепей, в которых выбор независимых контуров является формальной операцией, например, при использовании метода графов. Рассмотренная схема с полупроводниковыми элементами (ключами) по внешним признакам является двухконтурной, но наличие ключей приводит к тому, что схема является одноконтурной, так как по контуру, формально образованному ветвями с двумя ключевыми элементами, ток не протекает ни при каких условиях.

2. В рассмотренной схеме разряда конденсатора с ключевыми элементами, применяемой в индукционно-динамическом приводе коммутационных электрических аппаратов, однополярный импульс разрядного тока является составным. Он состоит из двух соприкасающихся участков, один из которых характеризует ток разряда конденсатора (периодический процесс в большинстве случаев), а второй характеризует рассеяние магнитной энергии катушкой (апериодический процесс).

3. Рассмотрен коммутационный процесс разряда конденсатора на катушку индуктивности по схеме с ключевыми элементами в виде двух этапов, характеризующих два состояния одного контура. Предложено описание токов для обоих состояний контура в виде аналитических функций. Результаты исследований подтверждены экспериментально.

4. Результаты исследований могут быть использованы при моделировании процессов в цепях с ключевыми элементами и определении характеристик и параметров цепи путем использования аналитических функций, характеризующих процессы в цепях.

Список литературы: 1. Лядова Л.Л., Сивков А.П. Расчет индукционно-

динамических приводов быстродействующих автоматических выключателей // *Электротехника*. – 1991. – Vol. 27. – №1. – Р. 634-638. 2. *Могилевский Г.В.* Гибридные электрические аппараты низкого напряжения. – М.: Энергоатомиздат, 1986. – 232 с. 3. *Widner M.M.* WARP-10: A numerical simulation model for the cylindrical reconnection launcher // *IEEE. Transaction on magnetics*. – 1981. 4. *Антонюк О.А., Бондалетов В.Н., Гусаров А.А.* Исследование индукционно-динамических систем с магнитопроводом на ЭВМ // *Техническая электродинамика*. – 1982. – №4. – С. 76-81. 5. *Чемерис В.Т., Васильковский Ю.Н., Петровский В.П. и др.* Физическое моделирование особенностей ускорения якоря в импульсном электромеханическом преобразователе индукционного типа // *Техническая электродинамика*. – 1986. – №3. – С. 66-71. 6.. *Воздвиженский В.А., Сидоров В.А.* Характеристики электродинамического привода со стальным магнитопроводом // *Электротехника*. – 1979. – №1. – С. 33-37. 7. *Болюх В.Ф., Даныко В.Г.* Лінійні електромеханічні перетворювачі імпульсної дії. – Монографія. – Харків: НТУ "ХПІ", 2006. – 260 с. 8. *Балтаханов А.М., Бондалетов В.Н.* Расчет электромагнитных и электромеханических переходных процессов в индукционно-динамических системах // *Электричество*. – 1981. – № 1. – С. 64-67. 9. *Болюх В.Ф., Даныко В.Г., Любимова Л.А.* Электромагнитные процессы в заторможенном электромеханическом импульсном преобразователе индукционного типа // *Вісник Національного технічного університету "ХПІ"*. – Харків: НТУ "ХПІ". – 2001. – №5. – С. 21-28. 10. *Середа О.Г.* Оптимізація індукційно-динамічного розчеплювача з метою підвищення струмообмежуючої здатності швидкодіючих автоматичних вимикачів: Автореф. дис... канд. техн. наук: 05.09.01 / НТУ "ХПІ". – Харків, 2002. – 18 с. 11. *Сигорский В.П.* Математический аппарат инженера. – К.: Техніка, 1975. – 768 с. 12. *Владимиров В.С.* Уравнения математической физики. – М.: Наука. Гл. ред. физ. мат. лит., 1971. – 512 с. 13. *Бессонов Л.А.* Теоретические основы электротехники. – М.: Высшая школа, 1973. – 752 с. 14. *Матросов А.В.* Maple 6. Зешение задач высшей математики и механики. – СПб.:БХВ-Петербург, 2001.– 528 с.

Поступила в редколлегию 01.09.2010