УДК 629.78

В. Б. УСПЕНСКИЙ, канд. техн. наук,
О. К. ЗВЯГИНЦЕВ, студент НТУ «ХПИ»

ОПТИМИЗАЦИЯ СТРУКТУРЫ ИЗБЫТОЧНОЙ СИСТЕМЫ НЕРАВНОТОЧНЫХ ДАТЧИКОВ

Розглянута задача визначення конфігурації надлишкової системи не рівноточних акселерометрів із умови мінімуму сукупної оцінки вимірюваної величини. Запропоновано метод її рішення.

Описана задача определения конфигурации избыточной системы неравноточных акселерометров из условия минимума совокупной оценки измеряемой величины. Предложен метод ее решения.

The problem of definition of a configuration of superfluous system not identical accuracy accelerometres from a condition of a minimum of a cumulative estimation of the measured size is described. The method of its decision is offered.

Введение. В настоящее время в технических устройствах широкое применение находят избыточные системы инерциальных датчиков, в частности, акселерометров. [1]

Для оценки трехмерного вектора ускорения, вообще говоря, достаточно измерений трех одноосных акселерометров, оси чувствительности которых не компланарны. Такую оценку будет называть «прямым измерением». При этом погрешность прямого измерения будет не меньше ошибки измерения самого «грубого» акселерометра. Учитывая, что в условиях эксплуатации реализуемая в запуске погрешность датчиков, как правило, неизвестна, в избыточной системе датчиков невозможно заранее выделить наиболее точную в данный момент тройку измерителей. [2] В этих условиях оценку трехмерного вектора ускорения целесообразно производить на основе комплексирования измерений всех имеющихся акселерометров, поскольку она может быть точнее, чем прямые измерения, осуществляемые с помощью трех датчиков. Таким образом, комплексирование информации от избыточного числа датчиков, как способ оценки трехмерного вектора, повышает точность измерения при худших реализациях инструментальных погрешностей, а также точность работы «в среднем» по результатам множества включений измерительной системы.

Постановка задачи. В данной работе рассматривается задача оптимизации конфигурации системы из четырех неравноточных акселерометров по критерию минимальной погрешности измерения проекции вектора ускорения на некоторое подпространство. Решение такой задачи позволяет подойти к проблеме размещения избыточного количества датчиков с позиций оптимизации «средней» точности измерений.

Определим термин «неравноточные датчики». В общем случае скалярное измерение векторной физической величины $\overline{a}$ одним датчиком можно представить в виде

$$\hat{a}(t) = \mathrm{Pr}_{\nu}\, \overline{a}(t) + \delta a_0 + \delta a_t(t) + \xi(t), \qquad (1)$$

где $\mathrm{Pr}_{\nu}\, \overline{a}(t)$ – проекция измеряемой векторной величины на ось чувствительности датчика;

δa_0 – систематическая погрешность измерения, постоянная в данном запуске прибора и случайным образом с вероятностью, близкой к 1, реализуемая при включении прибора из диапазона $[-\delta a_{\max}; \delta a_{\max}]$;

$\delta a_t(t)$ – медленно меняющаяся в данном запуске погрешность измерения;

$\xi(t)$ – центрированная шумовая составляющая измерения.

Для первой компоненты погрешности измерения принято название «дрейф от запуска к запуску», для второй – «изменчивость дрейфа в запуске», для третьей – «случайный дрейф». При аттестации датчика, предшествующей его установке в измерительную систему, параметры перечисленных составляющих дрейфа оцениваются и, по возможности, частично компенсируются. Остаточный после такой компенсации дрейф имеет, вообще говоря, такую же трехкомпонентную структуру, а результатом компенсации является уменьшение изменчивости дрейфа в запуске.

В этих условиях под «неравноточными» будем понимать датчики, характеризуемые существенно различным диапазоном $[-\delta a_{\max}; \delta a_{\max}]$, получаемым при аттестации акселерометра как воспроизводимая на большом количестве включений максимальная погрешность измерения эталонного ускорения. Отметим, что в текущем включении датчиков фактические погрешности могут оказаться меньше максимальных, и более того, наименее точный по нашим оценкам датчик, в данном запуске может давать наиболее точные измерения. Однако в условиях эксплуатации информация о фактической погрешности измерений отсутствует. Поэтому смысл рассматриваемой здесь задачи состоит в том, чтобы за счет конфигурации неравноточных датчиков обеспечит максимальную точность измерений при худших реализациях инструментальных погрешностей, а также «в среднем» по результатам множества запусков.

Предлагаемая методика оптимизации излагается на примере минимально избыточной системы, состоящей из 4 измерителей.

Пусть $\vec{n}_i = col(\cos\alpha_i \sin\theta_i; \cos\theta_i; \sin\alpha_i \sin\theta_i)$, $i = \overline{1,4}$ - единичный вектор, задающий направление i-й оси чувствительности акселерометра в осях базового ортогонального триэдра (см. рис. 1). Тогда измерение вектора ускорения $\bar{a} = col(a_x, a_y, a_z)$ вдоль i-ой оси с учетом погрешности $|\delta a_i| \le \delta a_i^{\max}$ можно представить в виде

$$a_i = a_x \cos\alpha_i \sin\theta_i + a_y \cos\theta_i + a_z \sin\alpha_i \sin\theta_i + \delta a_i\,, \qquad (2)$$

где δa_i – фактическая погрешность датчика, реализованная в данном запуске, или в векторно-матричной форме

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{bmatrix} = A(\alpha,\theta) \cdot \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta a_1 \\ \delta a_2 \\ \delta a_3 \\ \delta a_4 \end{bmatrix}, \qquad (3)$$

в которой строки матрицы A – суть направляющие косинусы между вектором $\bar{n}_i$ и осями базового триэдра.

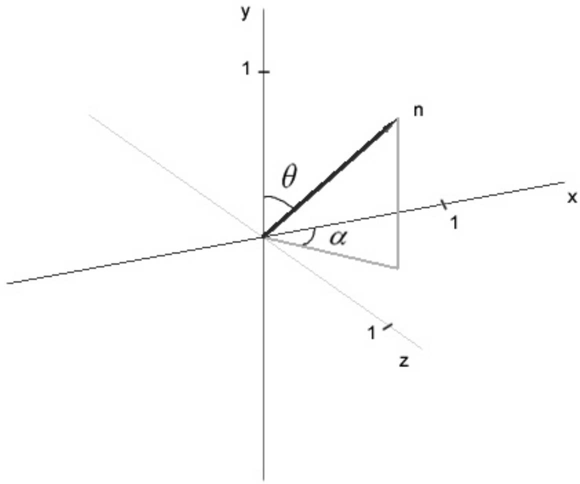

Рис. 1. Расположение оси чувствительности в осях базового триэдра

Алгоритм комплексирования измерений будем строить на основе метода наименьших квадратов. Тогда оценка трехмерного вектора ускорения в проекциях на оси базового триэдра вычисляется, как

$$\begin{bmatrix} \hat{a}_x \\ \hat{a}_y \\ \hat{a}z \end{bmatrix} = \left(A^T \cdot A\right)^{-1} \cdot A^T \cdot \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{bmatrix}. \qquad (4)$$

Нетрудно видеть, что ошибка такой оценки связана с четырехмерным вектором погрешности измерений соотношением

$$d\hat{a} = A^{+}(\alpha, \theta) \cdot \delta\bar{a}\,, \qquad (5)$$

в котором $A^{+}(\alpha, \theta) = (ATA)^{-1} A^T$ – левая обратная матрица.

С учетом (4), задача определения оптимальной конфигурации избыточной системы измерителей по критерию минимума проекции вектора ошибок измерений на подпространство H формулируется в виде

$$\min_{\substack{\alpha_i, \theta_i \\ i=\overline{1,4}}} \max_{|\delta a_i| \le \delta a_i^{\max}} \left\| \Pr_H (d\hat{a}) \right\|^2 . \qquad (6)$$

Введенное в рассмотрение подпространство H, вообще говоря, может не совпадать с трехмерным евклидовым пространством E^3. Практический интерес для инерциальной навигации представляет случай, когда H совпадает с «горизонтальной» плоскостью базового триэдра. В этом случае оптимальная конфигурация измерителей обеспечит минимальную погрешность измерения горизонтальной проекции вектора ускорения, что важно для точности инерциальной навигации в целом.

Максимальное значение f^* функции $\left\|\Pr_H (d\hat{a})\right\|^2$, как положительно определенной квадратичной формы относительно $\delta a_i, i = \overline{1,4}$, достигается на граничных значениях $\pm\delta a_i^{\max}$. Что касается задачи (5) в целом, то она может быть решена только численно. Попутно отметим, что в условиях равноточных датчиков, т.е. когда все $\delta a_i^{\max}$ одинаковы, точность оценки становится инвариантной к ориентации измерительных осей и задача оптимизации вырождается.

Дополним формулировку задачи (4), (5) для случая, когда измерительные оси попарно ортогональны. Такая задача, в частности, имеет место при использовании двух акселерометров, у каждого из которых по две ортогонально направленных оси чувствительности.

В этом случае (4), (5) дополняются связями

$$\begin{matrix} (n_1 \cdot n_2) = 0 \\ (n_3 \cdot n_4) = 0 \end{matrix}. \tag{7}$$

Таким образом, задача определения оптимальной конфигурации формулируется в виде минимаксной задачи (5), решаемой с учетом (6).

Приведем пример решения, полученного численно.

Пусть $\delta a_i^{\max}$ соответственно равны $\delta a_1^{\max} = 0.402 \dfrac{м}{с^2}$, $\delta a_2^{\max} = 0.142 \dfrac{м}{с^2}$, $\delta a_3^{\max} = 0.035 \dfrac{м}{с^2}$, $\delta a_4^{\max} = 0.193 \dfrac{м}{с^2}$.

Приведенные значения получены в результате паспортизации пары двухосных микромеханических акселерометров типа ADXL203. В этом случае оптимальная конфигурация определяется углами, приведенными в табл. 1, и сориентирована относительно базовых осей, как на рис. 2.

Таблица 1

Оптимальная конфигурация осей чувствительности

	1-я измерительная ось	2-я измерительная ось	3-я измерительная ось	4-я измерительная ось
α °	66	-24	1	-130
θ °	86	86	6	86

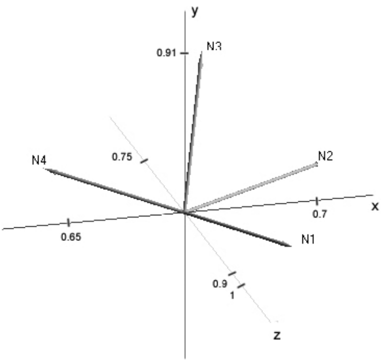

Рис. 2. Оптимальное расположение осей чувствительности

Для оценки эффективности полученного решения приведем значения функции f^* для некоторых «тривиальных» схем, в которых измерительные оси коллинеарны базовым (в табл. 2).

Таблица 2

Значение f^* для некоторых «тривиальных» систем

1-я измерительная ось	2-я измерительная ось	3-я измерительная ось	4-я измерительная ось	Значение функции $\sqrt{f^*}$
Ox	Oy	Oz	Ox	0.33
Ox	Oy	Oz	Oy	0.44
Ox	Oz	Oy	Ox	0.33
Ox	Oz	Oy	Oz	0.44
Oy	Ox	Oz	Oy	0.33
Oy	Oz	Ox	Oy	0.33
Oy	Oz	Ox	Oz	0.44
Oz	Ox	Oy	Ox	0.44
Oz	Ox	Oy	Oz	0.33
Oz	Oy	Ox	Oy	0.44
Oz	Oy	Ox	Oz	0.33
Оптимальная конфигурация				0.14

Выводы. Таким образом, оптимальная конфигурация обеспечивает существенное уменьшение ошибку оценки ускорения при реализации худших значений инструментальных погрешностей в избыточной системе акселерометров. Недостатком полученного решения является технологическая сложность реализации произвольной ориентации измерительных осей. Для преодоления такого недостатка предлагается проводить оптимизацию введенного критерия на множестве технологически «простых» схем. Как видно из табл. 2, такими схемами является конфигурации, в которых самая «грубая» ось (первая) коллинеарна какой-либо оси второго акселерометра.

Заключение. Таким образом, при выборе конфигурации избыточной системы неравноточных датчиков предлагается учитывать точностные характеристики комплексной оценки, построенной на совместной обработке измерений всех датчиков. Реализация предлагаемой методики обеспечивает повышение точности измерений в таких системах.

Список литературы: ***1.*** *Волович А., Волович Г.* Интегральные акселерометры.– Компоненты и технологии №1, 2002.– С. 66-70. ***2.*** *Чесноков Г.И., Поликовский Е.Ф. и др.* Некоторые пути улучшения тактико-технических характеристик бесплатформенных инерциальных навигационных систем // Материалы X Международной конференции по интегрированным системам.– С.-Петербург, 2003. – С. 155-164

Поступила в редколлегию 24.03.09