4. Toufouti R., Meziane S., Benalla H. Direct torque control strategy of induction motors. Acta Electrotechnica et Informatica. No. 1. Vol. 7. 2007, pp. 1-7.

5. Baader U., Depenbrock M., Gierse G., Direct self control of inverter-fed-inducktion machine - a basis for speed control without speed measurement. IEEE Trans. of Industry App. Vol. 28. No. 3. May/June 1992, pp.581-588.

6. Habetler T.G., Profumo F., Pastorelli M. Direct torque control of induction machines over a wide speed range. Conference Record of the 1992 IEEE Industry Applications Society Annual Meeting. Vol.14. 9 Oct. 1992, pp.600-606.

7. Hu H., Li Y. D., Yi Z. Direct torque control of induction motor for railway traction in whole speed range. IECON 02, Ind.l Elec. Soc., IEEE 2002 28th Annual Conference. Vol. 3. 5-8 Nov. 2002, pp.2161-2166.

8. Kozjaruk A.E., Vasilyev B.Yu. Algoritmy upravleniya energoeffektivnym vysokooborotnym elektroprivodom gazoperekachivayuschego agregata [Control algorithms of energy-efficient high-speed electric drive of gas compressor unit]. *Izvestiya VUZov "Elektromehanika"* [Proceedings of universities "Electromechanics"]. 2012. №3, pp. 40-44.

9. Grabowski P.Z., Kazmierkowski M.P., Bose B.K, Blaabjerg F. A simple direct-torque neurofuzzy control of PWM-inverter-fed induction motor drive. IEEE Tran. on Ind. Elec., Vol. 47. Issue 4. Aug. 2000, pp.863 - 870.

10. Grabowski P.Z. A simple direct-torque neuro-fuzzy control of pwm-inverter-fed induction motor drive. IEEE Trans. on ind. elec. Vol. 47. № 4. 2000, pp. 863–870.

11. Rodrigues M. Fuzzy logic torque ripple reduction by turn-off angle compensation for switched reluctances motors. IEEE Trans. On Ind. Elec. Vol.48, № 3. 2001, pp. 711–715.

12. Zidani F. Rachid N, Sa I. Direct torque control of induction motor with fuzzy minimization torque ripple. Journal of electrical engineering. Vol. 56. № 7-8. 2005, pp. 183–188.

13. Youb L., Craciunescu A. Direct torque control of induction motors with fuzzy minimization torque ripple. Proceedings of the world congress on engineering and computer science. 2009. Vol II.

14. Chikhi A., Chikhi K. Induction motor direct torque control with fuzzy logic method. Jour. of elec. eng. & tech. 2009. Vol. 4. №. 2, pp. 234-239.

15. Vasilyev B.Yu., Kozjaruk A.E. Povyshenie effektivnosti asinhronnyh elektroprivodov s pryamym upravleniem momentum [Energy efficiency improvement of induction electric drives with direct torque control]. *Vestnik YuUrGY. Seriya "Energetika"* [Bulletin of the South Ural State University. "Power engineering"]. 2013. Vol. 13. №2, pp.75-84.

16. Minghua Fu, Longya Xu. A novel sensorless control technique for permanent magnet synchronous motor using digital signal processor. Proceedings of the IEEE 1997 Nat. Aeros. and Elec. Con. 1997. Vol. 1. 14-17 July 1997, pp.403-408.

17. Tang L. A new direct torque control strategy for flux and torque ripple reduction for induction motors drive by space vector modulation. Conf. Rec. IEEE-PESC'2001. Vol. 2, pp. 1440–1445, 2001.

18. Malinowski M. Adaptive modulator for three-phase PWM rectifier/inverter. Proc. EPE-PEMC Conf., Kosice, 2000, pp. 1.35-1.41.

19. Malinowski M. Sensorless control strategies for three-phase PWM rectifiers. PhD Thesis, Warsaw University of Technology, 2001.

УДК 629.424.2:517.926

Дмитриенко В.Д., Заковоротный А.Ю.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ И ОПТИМИЗАЦИИ ЭЛЕКТРОПРИВОДА ДИЗЕЛЬ-ПОЕЗДА

Рассматривается синтез линейной математической модели дизель-поезда с тяговым асинхронным приводом на основе динамической линеаризации модели объекта управления средствами геометрической теории управления. На основании последовательности инволютивных распределений получена линейная математическая модель в форме Бруновского, эквивалентной нелинейной модели.

Ключевые слова: линейная математическая модель, тяговый асинхронный привод, геометрическая теория управления, инволютивные распределения.

Введение

Тяговый подвижной состав является одним из основных потребителей электроэнергии и топлива. Поэтому снижение энергозатрат при перевозке пассажиров и грузов является одной из важнейших задач для железнодорожного транспорта. Один из путей уменьшения энергозатрат – это оптимизация управления тяговым подвижным составом. Вопросам оптимизации законов управления подвижным составом за последние десятилетия занимались многие ученые [1-10]. Однако в большинстве этих исследований использовались модели, описываемые системами обыкновенных нелинейных дифференциальных уравнений 2-3 порядка, а для асинхронного тягового привода – пятого порядка. Использование таких упрощенных моделей, с одной стороны, позволило решить ряд задач оптимального управления, но, с другой стороны, слишком упрощенное описание объекта управления не позволяет исследовать целый ряд процессов, влияющих на энергетические затраты тягового подвижного состава. Кроме того, даже при упрощенном описании тягового асинхронного привода системой нелинейных дифференциальных уравнений возникают серьезные трудности при синтезе оптимальных регуляторов с помощью большинства известных методов теории оптимального управления [11, 12]. В связи с этим в работах [10, 13] была предпринята попытка получить удобный математический инструмент для решения задач управления тяговым приводом с помощью геометрической теории управления. При этом удалось получить законы оптимального управления для объектов, которые описывались системами обыкновенных нелинейных дифференциальных уравнений 5-6 порядка. Однако при этом модель привода имела только один эквивалентный тяговый двигатель, что существенно ограничило возможности модели для поиска оптимальных законов управления реальным приводом.

Исследование параллельной работы двигателей, буксования, юза требует в математической модели не менее двух двигателей. Использование известных методов оптимального управления для решения задач оптимизации функционирования подобных объектов вызывает серьезные трудности. В связи с этим выглядит перспективным привлечь для решения задач оптимального управления рассматриваемыми объектами методы геометрической теории управления, использующие динамическую линеаризацию исходной нелинейной модели. Для поиска оптимальных законов управления реальным приводом с учетом параллельной работы электродвигателей необходимо уточнение используемых моделей (получение систем обыкновенных дифференциальных уравнений десятого и более высоких порядков) и разработка метода динамической линеаризации уточненных моделей (получение линейных моделей объекта управления в форме Бруновского), а также поиск оптимальных законов управления с помощью этих моделей.

Целью исследования является синтез линейной математической модели дизель-поезда с тяговым асинхронным приводом на основе динамической линеаризации модели объекта управления средствами геометрической теории управления.

Движение дизель-поезда в режиме тяги и в режиме перехода от тяги к буксованию в первом приближении может быть описано следующей системой обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\frac{dS}{dt} = k_1 V;$$

$$\frac{dV}{dt} = k_2(\Psi_1^1\Psi_4^1 - \Psi_2^1\Psi_3^1 + \Psi_1^2\Psi_4^2 - \Psi_2^2\Psi_3^2) - \qquad (1)$$

$$- a_{20} - a_{21}V - a_{22}V^2;$$

$$\frac{d\Psi_1^q}{dt} = a_{31}^q\Psi_1^q + a_{33}^q\Psi_3^q + U_1^q,$$

$$\frac{d\Psi_2^q}{dt} = a_{42}^q\Psi_2^q + a_{44}^q\Psi_4^q + U_2^q, q = 1, 2;$$

$$\frac{d\Psi_3^q}{dt} = a_{51}^q\Psi_1^q + a_{53}^q\Psi_3^q + a_{542}^q\Psi_4^q\Omega_q, q = 1, 2;$$

$$\frac{d\Psi_4^q}{dt} = a_{62}^q\Psi_2^q + a_{64}^q\Psi_4^q + a_{632}^q\Psi_3^q\Omega_q, q = 1, 2.$$

где S – расстояние, отсчитываемое от начала перегона; t – время; k_1, k_2, a_{20}, a_{21}, a_{22}, a_{31}, a_{33}, …, a_{64}, a_{632} – постоянные коэффициенты, определяемые параметрами привода; V – скорость движения состава; Ψ_1^q, Ψ_3^q $(q = 1, 2)$ – потокосцепления по оси u первого и второго двигателей; Ψ_2^q, Ψ_4^q $(q = 1, 2)$ – потокосцепления по оси v первого и второго двигателей; Ω_1, Ω_2 – угловые скорости вращения роторов соответственно первого и второго асинхронных двигателей; $\Omega_q = V/(\pi D_q)$; D_q $(q = 1, 2)$ – диаметр q-й колесной пары; U_1^q, U_2^q $(q = 1, 2)$ – питающие напряжения, при гармоническом напряжении:

$$U_1^q = A_q\cos(\Omega_q t);\ U_2^q = A_q\sin(\Omega_q t),$$

где A_q, Ω_q (q = 1,2) – соответственно амплитуды и частоты питающих напряжений первого и второго тяговых двигателей.

Обозначив $x_1 = S$; $x_2 = V$; $x_3 = \Psi_1^1$ $x_3 = \Psi_1^1$; $x_4 = \Psi_3^1$; $x_5 = \Psi_4^1$; $x_6 = \Psi_2^1$; $x_7 = \Psi_3^2$; $x_8 = \Psi_1^2$; $x_9 = \Psi_4^2$; $x_{10} = \Psi_2^2$, из системы уравнений (1) получим следующую модель, описывающую движение дизель-поезда:

$$\frac{dx_1}{dt} = a_{12}x_2;\ \frac{dx_2}{dt} = a_{235}x_3x_5 - a_{246}x_4x_6 + a_{289}x_8x_9 - a_{2,7,10}x_7x_{10} - a_{20} - a_{21}x_2 - a_{22}x_2^2;$$

$$\frac{dx_3}{dt} = a_{33}x_3 + a_{34}x_4 + U_1^1;\quad \frac{dx_4}{dt} = a_{43}x_3 + a_{44}x_4 + a_{425}x_2x_5;$$

$$\frac{dx_5}{dt} = a_{55}x_5 + a_{56}x_6 + a_{524}x_2x_4;\quad \frac{dx_6}{dt} = a_{65}x_5 + a_{66}x_6 + U_2^1; \qquad (2)$$

$$\frac{dx_7}{dt} = a_{77}x_7 + a_{78}x_8 + a_{729}x_2x_9;\quad \frac{dx_8}{dt} = a_{87}x_7 + a_{88}x_8 + U_1^2;$$

$$\frac{dx_9}{dt} = a_{99}x_9 + a_{9,10}x_{10} + a_{927}x_2x_7;\quad \frac{dx_{10}}{dt} = a_{10,9}x_9 + a_{10,10}x_{10} + U_2^2,$$

где $a_{12} = k_1$; $a_{235} = a_{246} = a_{289} = a_{2,7,10} = k_2$; $a_{33} = a_{31}^1$; $a_{34} = a_{33}^1$; $a_{43} = a_{51}^1$; $a_{44} = a_{53}^1$; $a_{425} = a_{542}^1$; $a_{55} = a_{64}^1$; $a_{56} = a_{62}^1$; $a_{524} = a_{632}^1/(\pi D_1)$; $a_{65} = a_{44}^1$; $a_{66} = a_{42}^1$; $a_{77} = a_{53}^2$; $a_{78} = a_{51}^2$; $a_{729} = a_{542}^2/(\pi D_2)$; $a_{87} = a_{33}^2$; $a_{88} = a_{31}^2$; $a_{99} = a_{64}^2$; $a_{9,10} = a_{62}^2$; $a_{927} = a_{632}^2/(\pi D_2)$; $a_{10,9} = a_{44}^2$; $a_{10,10} = a_{42}^2$.

С системой дифференциальных уравнений (2) связаны следующие векторные поля:

$$\boldsymbol{X}(\boldsymbol{x}) = \begin{vmatrix} f_1 = a_{12}x_2 \\ f_2 = a_{235}x_3x_5 - a_{246}x_4x_6 + a_{289}x_8x_9 - a_{2,7,10}x_7x_{10} - a_{20} - a_{21}x_2 - a_{22}x_2^2 \\ f_3 = a_{33}x_3 + a_{34}x_4 \\ f_4 = a_{43}x_3 + a_{44}x_4 + a_{425}x_2x_5 \\ f_5 = a_{55}x_5 + a_{56}x_6 + a_{524}x_2x_4 \\ f_6 = a_{65}x_5 + a_{66}x_6 \\ f_7 = a_{77}x_7 + a_{78}x_8 + a_{729}x_2x_9 \\ f_8 = a_{87}x_7 + a_{88}x_8 \\ f_9 = a_{99}x_9 + a_{9,10}x_{10} + a_{927}x_2x_7 \\ f_{10} = a_{10,9}x_9 + a_{10,10}x_{10} \end{vmatrix};$$

$$\boldsymbol{Y}_1 = \begin{vmatrix}0, & 0, & 1, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0\end{vmatrix}^{\mathrm{T}};$$
$$\boldsymbol{Y}_2 = \begin{vmatrix}0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 1, & 0, & 0, & 0, & 0\end{vmatrix}^{\mathrm{T}};$$
$$\boldsymbol{Y}_3 = \begin{vmatrix}0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 1, & 0, & 0\end{vmatrix}^{\mathrm{T}};$$
$$\boldsymbol{Y}_4 = \begin{vmatrix}0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 1\end{vmatrix}^{\mathrm{T}}.$$

Система уравнений (2) может быть преобразована к форме Бруновского только в случае, если инволютивны распределения $\boldsymbol{M}^0$, $\boldsymbol{M}^1$, $\boldsymbol{M}^2$ для этой системы. Поскольку векторные поля $\boldsymbol{Y}_i$ $(i=\overline{1,4})$ постоянны, то распределение $\boldsymbol{M}^0 = \mathrm{span}\{\boldsymbol{Y}_1, \boldsymbol{Y}_2, \boldsymbol{Y}_3, \boldsymbol{Y}_4\}$ инволютивно и размерность распределения $\dim \boldsymbol{M}^0 = 4$ (здесь $\mathrm{span}\{\boldsymbol{Y}_1, \boldsymbol{Y}_2, \boldsymbol{Y}_3, \boldsymbol{Y}_4\}$ – линейная оболочка векторов $\boldsymbol{Y}_1$, $\boldsymbol{Y}_2$, $\boldsymbol{Y}_3$, $\boldsymbol{Y}_4$).

Проанализируем распределение $\boldsymbol{M}^1 = \mathrm{span}\{\boldsymbol{Y}_1, \boldsymbol{Y}_2, \boldsymbol{Y}_3, \boldsymbol{Y}_4, \boldsymbol{L}_X\boldsymbol{Y}_1, \boldsymbol{L}_X\boldsymbol{Y}_2, \boldsymbol{L}_X\boldsymbol{Y}_3, \boldsymbol{L}_X\boldsymbol{Y}_4\}$, где $\boldsymbol{L}_X\boldsymbol{Y}_k$ $(k=\overline{1,4})$ – производные Ли вдоль векторного поля $\boldsymbol{X}$ векторных полей $\boldsymbol{Y}_k$ $(k=\overline{1,4})$. Производные Ли вычисляются следующим образом:

$$\boldsymbol{L}_X\boldsymbol{Y}_\mathrm{k} = [\boldsymbol{X}, \boldsymbol{Y}_\mathrm{k}] = \frac{\partial \boldsymbol{Y}_\mathrm{k}}{\partial \boldsymbol{x}}\boldsymbol{X} - \frac{\partial \boldsymbol{X}}{\partial \boldsymbol{x}}\boldsymbol{Y}_\mathrm{k} = -\frac{\partial \boldsymbol{X}}{\partial \boldsymbol{x}}\boldsymbol{Y}_\mathrm{k} =$$
$$= -\begin{vmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial x_{10}} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_2}{\partial x_{10}} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \frac{\partial f_{10}}{\partial x_1} & \frac{\partial f_{10}}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_{10}}{\partial x_{10}} \end{vmatrix} \cdot \boldsymbol{Y}_k,\ k=\overline{1,4}.$$

Непосредственная проверка скобок Ли $[\boldsymbol{X}_i, \boldsymbol{X}_j]$, где $\boldsymbol{X}_i, \boldsymbol{X}_j$ – векторные поля из множества $\{\boldsymbol{Y}_1, \boldsymbol{Y}_2, \boldsymbol{Y}_3, \boldsymbol{Y}_4, \boldsymbol{L}_X\boldsymbol{Y}_1, \boldsymbol{L}_X\boldsymbol{Y}_2, \boldsymbol{L}_X\boldsymbol{Y}_3, \boldsymbol{L}_X\boldsymbol{Y}_4\}$ и ранга матриц $\boldsymbol{B}_1 = \left\| \boldsymbol{Y}_1, \boldsymbol{Y}_2, \boldsymbol{Y}_3, \boldsymbol{Y}_4, \boldsymbol{L}_X\boldsymbol{Y}_1, \boldsymbol{L}_X\boldsymbol{Y}_2, \boldsymbol{L}_X\boldsymbol{Y}_3, \boldsymbol{L}_X\boldsymbol{Y}_4, [\boldsymbol{X}_i, \boldsymbol{X}_j] \right\|$ показывает, что распределение $\boldsymbol{M}^1$ не является инволютивным, однако все его подраспределения $\boldsymbol{M}^1_\mathrm{k} = \mathrm{span}\{\boldsymbol{Y}_1, \boldsymbol{Y}_2, \boldsymbol{Y}_3, \boldsymbol{Y}_4, \boldsymbol{L}_X\boldsymbol{Y}_\mathrm{k}\}$, $k=\overline{1,4}$ являются инволютивными. Поэтому дополнительные переменные, или интеграторы, можно вводить в любой канал управления. Однако введение одного, двух или трех интеграторов в любые каналы не позволяет решить проблему получения инволютивного распределения $\boldsymbol{M}^1$ для расширенной системы. Распределение $\boldsymbol{M}^1$ становится инволютивным только при введении одного интегратора в каждый канал объекта управления.

Для расширенной модели объекта управления введем следующие обозначения:

$$y_i = x_i,\ i=\overline{1,3};\ y_4 = U_1^1;$$
$$U_1 = \frac{dy_4}{dt};$$
$$y_5 = x_4;\ y_6 = x_5;\ y_7 = x_6;\ y_8 = U_2^1;$$
$$U_2 = \frac{dy_8}{dt};$$
$$y_9 = x_7;\ y_{10} = x_8;\ y_{11} = U_1^2;$$
$$U_3 = \frac{dy_{11}}{dt};$$
$$y_{12} = x_9;\ y_{13} = x_{10};\ y_{14} = U_2^2;$$
$$U_4 = \frac{dy_{14}}{dt}.$$

В этих обозначениях расширенная модель объекта записывается следующим образом:

$$\frac{dy_1}{dt} = \varphi_1 = a_{12} y_2;$$

$$\frac{dy_2}{dt} = \varphi_2 = a_{235} y_3 y_6 - a_{246} y_5 y_7 + a_{289} y_{10} y_{12} - a_{2,7,10} y_9 y_{13} - a_{20} - a_{21} y_2 - a_{22} y_2^2;$$

$$\frac{dy_3}{dt} = \varphi_3 = a_{33} y_3 + a_{34} y_5 + y_4; \qquad \frac{dy_9}{dt} = \varphi_9 = a_{77} y_9 + a_{78} y_{10} + a_{729} y_2 y_{12};$$

$$\frac{dy_4}{dt} = U_1; \quad \varphi_4 = 0; \qquad \frac{dy_{10}}{dt} = \varphi_{10} = a_{87} y_9 + a_{88} y_{10} + y_{11};$$

$$\frac{dy_5}{dt} = \varphi_5 = a_{43} y_3 + a_{44} y_5 + a_{425} y_2 y_6; \qquad \frac{dy_{11}}{dt} = U_3; \quad \varphi_{11} = 0;$$

$$\frac{dy_6}{dt} = \varphi_6 = a_{55} y_6 + a_{56} y_7 + a_{524} y_2 y_5; \qquad \frac{dy_{12}}{dt} = \varphi_{12} = a_{99} y_{12} + a_{9,10} y_{13} + a_{927} y_2 y_9;$$

$$\frac{dy_7}{dt} = \varphi_7 = a_{65} y_6 + a_{66} y_7 + y_8; \qquad \frac{dy_{13}}{dt} = \varphi_{13} = a_{10,9} y_{12} + a_{10,10} y_{13} + y_{14};$$

$$\frac{dy_8}{dt} = U_2; \quad \varphi_8 = 0; \qquad \frac{dy_{14}}{dt} = U_4; \quad \varphi_{14} = 0.$$

С этой моделью объекта управления связаны следующие векторные поля:

$$\boldsymbol{Y}(\boldsymbol{y}) = \left|\varphi_1,\ \varphi_2,\ \varphi_3,\ \varphi_4,\ \varphi_5,\ \varphi_6,\ \varphi_7,\ \varphi_8,\ \varphi_9,\ \varphi_{10},\ \varphi_{11}, \varphi_{12},\ \varphi_{13},\ \varphi_{14}\right|^{\mathrm{T}};$$

$$\boldsymbol{Y}_1^* = \left|0,\ 0,\ 0,\ 1,\ 0,\ 0,\ 0,\ 0,\ 0,\ 0,\ 0,\ 0,\ 0,\ 0\right|^{\mathrm{T}};$$

$$\boldsymbol{Y}_2^* = \left|0,\ 0,\ 0,\ 0,\ 0,\ 0,\ 0,\ 1,\ 0,\ 0,\ 0,\ 0,\ 0,\ 0\right|^{\mathrm{T}};$$

$$\boldsymbol{Y}_3^* = \left|0,\ 0,\ 0,\ 0,\ 0,\ 0,\ 0,\ 0,\ 0,\ 0,\ 1,\ 0,\ 0,\ 0\right|^{\mathrm{T}};$$

$$\boldsymbol{Y}_4^* = \left|0,\ 0,\ 0,\ 0,\ 0,\ 0,\ 0,\ 0,\ 0,\ 0,\ 0,\ 0,\ 0,\ 1\right|^{\mathrm{T}}.$$

Поскольку вектора $\boldsymbol{Y}_1^*$, $\boldsymbol{Y}_2^*$, $\boldsymbol{Y}_3^*$, $\boldsymbol{Y}_4^*$ постоянны, то распределение $\boldsymbol{M}^{0*} = \mathrm{span}\{\boldsymbol{Y}_1^*,\ \boldsymbol{Y}_2^*,\ \boldsymbol{Y}_3^*,\ \boldsymbol{Y}_4^*\}$ инволютивно.

Так как производные Ли вдоль векторного поля $\boldsymbol{Y}$ векторных полей $\boldsymbol{Y}_k^*$ $(k = \overline{1,4})$ являются постоянными векторами:

$$\boldsymbol{L_Y Y}_1^* = [\boldsymbol{Y}, \boldsymbol{Y}_1^*] = \frac{\partial \boldsymbol{Y}_1^*}{\partial \boldsymbol{y}} \boldsymbol{Y} - \frac{\partial \boldsymbol{Y}}{\partial \boldsymbol{y}} \boldsymbol{Y}_1^* = \left|0, 0, -1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0\right|^{\mathrm{T}};$$

$$\boldsymbol{L_Y Y}_2^* = [\boldsymbol{Y}, \boldsymbol{Y}_2^*] = -\frac{\partial \boldsymbol{Y}}{\partial \boldsymbol{y}} \boldsymbol{Y}_2^* = \left|0, 0, 0, 0, 0, 0, -1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0\right|^{\mathrm{T}};$$

$$\boldsymbol{L_Y Y}_3^* = [\boldsymbol{Y}, \boldsymbol{Y}_3^*] = -\frac{\partial \boldsymbol{Y}}{\partial \boldsymbol{y}} \boldsymbol{Y}_3^* = \left|0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, -1, 0, 0, 0, 0\right|^{\mathrm{T}};$$

$$\boldsymbol{L_Y Y}_4^* = [\boldsymbol{Y}, \boldsymbol{Y}_4^*] = -\frac{\partial \boldsymbol{Y}}{\partial \boldsymbol{y}} \boldsymbol{Y}_4^* = \left|0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, -1, 0\right|^{\mathrm{T}},$$

то распределение $\boldsymbol{M}^{1*}$ для расширенной системы является инволютивным.

Проверка инволютивности распределения $\boldsymbol{M}^{2*} = \mathrm{span}\{\boldsymbol{Y}_1^*, \boldsymbol{Y}_2^*, \boldsymbol{Y}_3^*, \boldsymbol{Y}_4^*,\ \boldsymbol{L}_Y \boldsymbol{Y}_1^*, \boldsymbol{L}_Y \boldsymbol{Y}_2^*, \boldsymbol{L}_Y \boldsymbol{Y}_3^*, \boldsymbol{L}_Y \boldsymbol{Y}_4^*, \boldsymbol{L}_Y^2 \boldsymbol{Y}_1^*, \boldsymbol{L}_Y^2 \boldsymbol{Y}_2^*, \boldsymbol{L}_Y^2 \boldsymbol{Y}_3^*, \boldsymbol{L}_Y^2 \boldsymbol{Y}_4^*\}$, где $\boldsymbol{L}_Y^2 \boldsymbol{Y}_k$ $(k = \overline{1,4})$ – производные Ли второго порядка, показывает, что оно не является инволютивным.

Однако инволютивными являются подраспределения распределения $\boldsymbol{M}^{2*}$:

$$\boldsymbol{M}_1^{2*} = \mathrm{span}\{\boldsymbol{Y}_1^*, \boldsymbol{Y}_2^*, \boldsymbol{Y}_3^*, \boldsymbol{Y}_4^*, \boldsymbol{L}_Y \boldsymbol{Y}_1^*, \boldsymbol{L}_Y \boldsymbol{Y}_2^*, \boldsymbol{L}_Y \boldsymbol{Y}_3^*, \boldsymbol{L}_Y \boldsymbol{Y}_4^*, \boldsymbol{L}_Y^2 \boldsymbol{Y}_1^*\};$$

$$\boldsymbol{M}_2^{2*} = \mathrm{span}\{\boldsymbol{Y}_1^*, \boldsymbol{Y}_2^*, \boldsymbol{Y}_3^*, \boldsymbol{Y}_4^*, \boldsymbol{L}_Y \boldsymbol{Y}_1^*, \boldsymbol{L}_Y \boldsymbol{Y}_2^*, \boldsymbol{L}_Y \boldsymbol{Y}_3^*, \boldsymbol{L}_Y \boldsymbol{Y}_4^*, \boldsymbol{L}_Y^2 \boldsymbol{Y}_2^*\};$$

$$\boldsymbol{M}_3^{2*} = \mathrm{span}\{\boldsymbol{Y}_1^*, \boldsymbol{Y}_2^*, \boldsymbol{Y}_3^*, \boldsymbol{Y}_4^*, \boldsymbol{L}_Y \boldsymbol{Y}_1^*, \boldsymbol{L}_Y \boldsymbol{Y}_2^*, \boldsymbol{L}_Y \boldsymbol{Y}_3^*, \boldsymbol{L}_Y \boldsymbol{Y}_4^*, \boldsymbol{L}_Y^2 \boldsymbol{Y}_3^*\};$$

$$\boldsymbol{M}_4^{2*} = \mathrm{span}\{\boldsymbol{Y}_1^*, \boldsymbol{Y}_2^*, \boldsymbol{Y}_3^*, \boldsymbol{Y}_4^*, \boldsymbol{L}_Y \boldsymbol{Y}_1^*, \boldsymbol{L}_Y \boldsymbol{Y}_2^*, \boldsymbol{L}_Y \boldsymbol{Y}_3^*, \boldsymbol{L}_Y \boldsymbol{Y}_4^*, \boldsymbol{L}_Y^2 \boldsymbol{Y}_4^*\}.$$

Это оказывается достаточным для осуществления динамической линеаризации и получения системы линейных дифференциальных уравнений в форме Бруновского. На основании теории о линейных эквивалентах для нелинейных аффинных систем с m уравнениями получим математическую модель объекта управления в форме Бруновского в пространстве «вход-состояние»:

$$\frac{dz_i}{dt} = z_{i+1},\ i = \overline{1,13},\ i \neq 4,\ 8,\ 11; \qquad \frac{dz_4}{dt} = v_1;\ \frac{dz_8}{dt} = v_2;\ \frac{dz_{11}}{dt} = v_3;\ \frac{dz_{14}}{dt} = v_4, \tag{3}$$

где v_j $(j = \overline{1,4})$ – управления.

Поскольку модель объекта в форме Бруновского имеет четыре клетки, то необходимо определить четыре функции $T_j(\boldsymbol{y})$ ($j=\overline{1,4}$), преобразующие переменные расширенной модели объекта управления в переменные модели в форме Бруновского:

$$z_1 = T_1(\boldsymbol{y});\quad z_5 = T_2(\boldsymbol{y});\quad z_9 = T_3(\boldsymbol{y});\quad z_{12} = T_4(\boldsymbol{y}).$$

Методика определения этих функций известна, в данном случае они являются однокомпонентными составляющими вектора $\boldsymbol{y}=(y_1,y_2,\ldots,y_{14})$. Из этих функций путем последовательного дифференцирования вдоль векторного поля $\boldsymbol{Y}^* = \boldsymbol{Y} + \mathrm{U}_1\boldsymbol{Y}_1^* + \mathrm{U}_2\boldsymbol{Y}_2^* + \mathrm{U}_3\boldsymbol{Y}_3^* + \mathrm{U}_4\boldsymbol{Y}_4^*$ можно получить выражения для определения соответственно z_2, z_3, z_4 (из функции $T_1(\boldsymbol{y})$), z_6, z_7, z_8 (из функции $T_2(\boldsymbol{y})$), z_{10}, z_{11} (из функции $T_3(\boldsymbol{y})$) и z_{13}, z_{14} (из функции $T_4(\boldsymbol{y})$). В качестве примера рассмотрим получение зависимостей для определения z_2, z_3, z_4 с помощью функции $T_1(\boldsymbol{y})$. Для исследуемого объекта управления имеем: $T_1(\boldsymbol{y}) = y_1$, поэтому $z_1 = y_1$. Дифференцируя функцию $T_1(\boldsymbol{y})$ вдоль векторного поля $\boldsymbol{Y}^*$ и учитывая, что z_2, z_3 и их производные не зависят от управлений, получим:

$$z_2 = \frac{dz_1}{dt} = \boldsymbol{L}_{\boldsymbol{Y}^*} T_1(\boldsymbol{y}) = \\ = \boldsymbol{L}_{\boldsymbol{Y}} T_1(\boldsymbol{y}) = \sum_{i=1}^{14} \frac{\partial T_1(\boldsymbol{y})}{\partial y_i}\varphi_i = a_{12}y_2;$$

$$z_3 = \frac{dz_2}{dt} = \boldsymbol{L}_{\boldsymbol{Y}^*}(\boldsymbol{L}_{\boldsymbol{Y}} T_1(\boldsymbol{y})) = \\ = \boldsymbol{L}_{\boldsymbol{Y}}(a_{12}y_2) = \sum_{i=1}^{14} \frac{\partial(\boldsymbol{L}_{\boldsymbol{Y}} T_1(\boldsymbol{y}))}{\partial y_i}\varphi_i = a_{12}\varphi_2 = \\ = \mathrm{a}_{12}(a_{235}y_3y_6 - a_{246}y_5y_7 + a_{289}y_{10}y_{12} - \\ - a_{2,7,10}y_9y_{13} - a_{20} - a_{21}y_2 - a_{22}y_2^2);$$

$$z_4 = \frac{dz_3}{dt} = \boldsymbol{L}_{\boldsymbol{Y}^*}(\boldsymbol{L}_{\boldsymbol{Y}}^2 T_1(\boldsymbol{y})) = \\ = \boldsymbol{L}_{\boldsymbol{Y}}(a_{12}\varphi_2) = \sum_{i=1}^{14} \frac{\partial(\boldsymbol{L}_{\boldsymbol{Y}}(a_{12}\varphi_2))}{\partial y_i}\varphi_i = \\ = \mathrm{a}_{12}[(-a_{220} - 2a_{222}y_2)\varphi_2 + a_{235}y_6\varphi_3 - \\ - a_{246}y_7\varphi_5 + a_{235}y_3\varphi_6 - a_{246}y_5\varphi_7 - \\ - a_{2,7,10}y_{13}\varphi_9 + a_{289}y_{12}\varphi_{10} + \\ + a_{289}y_{10}\varphi_{12} - a_{2,7,10}y_9\varphi_{13}].$$

Аналогичным образом могут быть получены соотношения для определения остальных переменных модели Бруновского. Параллельное моделирование объекта управления в различных режимах с помощью исходной математической модели и модели в форме Бруновского показали полное совпадение процессов в обеих моделях при разгонах и движении состава по перегонам.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, впервые средствами геометрической теории управления получена работоспособная линейная математическая модель в канонической форме Бруновского, которая позволяет исследовать и оптимизировать процессы управления дизель-поездом в режимах разгона и ведения состава по перегонам с известным профилем пути с учетом параллельной работы двигателей.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ковальский А.Н. Синтез системы автоматического управления поездом метрополитена (САУ-М) и ее модернизация // Труды МИИЖТ. Вып. 276. М.: МИИЖТ, 1968. С. 3-13.
2. Петров Ю.П. Оптимальное управление движением транспортных средств. Л.: Энергия, 1969. 96 с.
3. Шинская Ю.В. Расчет оптимальных режимов ведения поездов метрополитена методом динамического прогнозирования // Труды ЛИИЖТ. Вып. 315. Л.: ЛИИЖТ, 1970. С. 18-23.
4. Легостаев Е.Н., Исаев И.П., Ковальский А.Н. Автоматизация управления движением поездов на метрополитенах. М.: Транспорт, 1976. 96 с.
5. Кудрявцев Я.Б. Принцип максимума и оптимальное управление движением поезда // Вісник ВНИИЖТ. 1977. № 1. С. 57-61.
6. Костромин А.М. Оптимизация управления локомотивом. М.: Транспорт, 1979. 119 с.
7. Моделирование и оптимизация систем управления и контроля локомотивов / В.И. Носков, В.Д. Дмитриенко, Н.И. Заполовский, С.Ю. Леонов. Харьков: ХФИ «Транспорт Украины», 2003. 248 с.
8. Дмитриенко В.Д., Носков В.И., Липчанский М.В. Математическое моделирование и оптимизация системы управления тяговым электроприводом // Системи обробки інформації. Харків: ХУПС. 2004. Вип. 11 (39).С. 55-62.
9. Определение оптимальных режимов ведения дизель-поезда с использованием нейронных сетей АРТ / В.Д. Дмитриенко, В.И. Носков, М.В. Липчанский, А.Ю. Заковоротный // Вісник НТУ "ХПІ". Харків: НТУ "ХПІ", 2004. № 46. С. 90-96.
10. Дмитриенко В.Д., Заковоротный А.Ю. Синтез оптимальных законов управления тяговым электроприводом методами дифференциальной геометрии и принципа максимума // Системи обробки інформації. Харків: ХУПС, 2009. Вип. 4 (78). С. 42-51.
11. Методы классической и современной теории автоматического управления: учебник в 5 т. Т.4: Теория оптимизации систем автоматического управления; под ред. К.А. Пупкова и И.Д. Егунова. М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. 744 с.
12. Методы классической и современной теории автоматического управления: учебник в 5 т. Т. 5: Методы современной теории управления; под ред. К.А. Пупкова, Н.Д. Егупова. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. 784 с.
13. Дмитриенко В.Д., Заковоротный А.Ю., Мезенцев Н.В. Синтез оптимальных законов управления движением дизель-поезда с помощью математической модели в форме Бруновского // Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті. Харків: УкрДАЗТ, 2010. Вип. 5-6. С. 7–13.
14. Краснощёченко В.И., Грищенко А.П. Нелинейные системы: геометрический метод анализа и синтеза. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2005. 520 с.
15. Qiang Lu, Yuangzhang Sun, Shengwei Mei Nonlinear control systems and power system dynamics. 2001. 376 p.

INFORMATION IN ENGLISH

MATHEMATICAL MODEL FOR RESEARCH AND OPTIMISATION OF DIESEL TRAIN ELECTRIC DRIVE

Dmitrienko V.D., Zakovorotnyj A.Yu.

A synthesis of linear mathematical model of a diesel train with an asynchronous traction drive based on the dynamic object of model linearization control by means of geometric control theory is considered. On the basis of the sequence of involutive distributions the authors obtained the linear mathematical model in the form of Brunovski nonlinear model.

Keywords: linear mathematical model, asynchronous traction drive, geometric control theory, involutive distributions.

REFERENCES

1. Kovalskij A.N. Sintez sistemi avtomaticheskogo upravleniya poezdom metropolitena (SAU-M) i eyo modernizatsiya [Synthesis of subway train automatic control (SAU-M) and its modernization] // Proceedings of MIIZhT Conference. Issue 276. M.: MIIZhT, 1968, pp. 3 – 13.
2. Petrov Ju.P. Optimalnoe upravlenie dvizheniem transportnyh sredstv [Optimal control of vehicles movement]. L.: Energiya, 1969. 96 p.
3. Shinskaja Ju.V. Raschet optimalnyh rezhimov vedeniya poezdov metropolitena metodom dinamicheskogo prognozirovaniya [Calculation of optimal mode of conducting underground trains using dynamic forecasting]. Proceedings of LIIZhT Conference. Issue 315. L.: LIIZhT, 1970, pp. 18-23.
4. Legostaev E.N., Isaev I.P., Kovalskij A.N. Avtomatizatsiya upravleniya dvizheniyem poezdov na metropolitenah [Automation of train control in subways] M.: Transport, 1976. 96 p.
5. Kudrjavtsev Ja.B. Printsip maksimuma i optimalnoe upravlenie dvizheniem poezda [Maximum principle and optimal train control]. Bulletin of VNIIZhT. 1977. no. 1, pp. 57-61.
6. Kostromin A.M. Optimizatsiya upravleniya lokomotivom [Optimization of locomotive control]. M.: Transport, 1979. 119 p.
7. Noskov V.I., Dmitrienko V.D., Zapolovskij N.I., Leonov S.Ju. *Modelirovanie i optimizatsiya sistem upravleniya i kontrolya lokomotivov* [Simulation and optimization of locomotive management and control systems]. Harkiv: HFI "Transport Ukrainy", 2003. 248 p.
8. Dmitrienko V.D., Noskov V.I., Lipchanskij M.V. Matimaticheskoye modelirovanie i optimizatsiya sistemy upravleniya tyagovym elektroprivodom [Mathematical modeling and optimization of traction electric drive control]. Information processing systems. Harkiv: HUPS. 2004. Issue 11(39), pp. 55–62.
9. Dmitrienko V.D., Noskov V.I., Lipchanskij M.V., Zakovorotnyj A.Ju. Opredelenie optimalnyh rezhimov vedeniya dizel-poezda s ispolzovaniem neironnyh setey ART [Determination of optimal modes of diesel train operation using ART neural networks]. Bulletin of NTU "HPI". Harkiv: NTU "HPI". 2004. No. 46, pp. 90- 96.
10. Dmitrienko V.D., Zakovorotnyj A.Ju. Sintez optimalnyh zakonov upravleniya tyagovym elektroprivodom metodami differentsialnoy geometrii i printsipa maksimuma [Synthesis of optimal laws of traction electric drive control using methods of differential geometry and the maximum principle]. Information processing systems. Harkiv: HUPS. 2009. Issue 4(78), pp. 42–51.
11. Metody klassicheskoi i sovremennoi teorii avtomaticheskogo upravleniya [Methods of classical and modern automatic control theory]: Tutorial in 5 volumes. Vol. 4: Optimization Theory of Automatic Control Systems; edited by K.A. Pupkova and I.D. Egunova. M.: Bauman MGTU, 2004. 744 p.
12. Metody klassicheskoi i sovremennoi teorii avtomaticheskogo upravleniya [Methods of classical and modern automatic control theory]: Tutorial in 5 volumes. Vol. 5: Methods of modern control theory; edited by K.A. Pupkova, N.D. Egupova. M.: Bauman MGTU, 2004. 784 p.
13. Dmitrienko V.D., Zakovorotnyj A.Ju., Mezentsev N.V. Sintez optimalnyh zakonov upravleniya dvizheniem dizel-poezda s pomoschyu matematicheskoi modeli v forme Brunovskogo [Synthesis of optimal control laws of diesel train movement using mathematical model in the form of Brunovsky]. Information management system for rail transport. Harkiv: UkrDAZT. 2010. Issues 5-6, pp. 7–13.
14. Krasnoshhjochenko V.I., Grishhenko A.P. *Nelineinye sistemy: geometricheskii metod analiza i sinteza* [Nonlinear systems: geometry method of analysis and synthesis]. Moscow: Bauman MGTU, 2005. 520 p.
15. Qiang Lu, Yuangzhang Sun, Shengwei Mei Nonlinear control systems and power system dynamics. 2001. 376 p.

УДК 621.313.333

Мещеряков В.Н., Диденко Е.Е.

РЕГУЛИРОВАНИЕ НАТЯЖЕНИЯ ПОЛОСЫ В ЧИСТОВОЙ ГРУППЕ НЕПРЕРЫВНОГО ШИРОКОПОЛОСНОГО СТАНА ГОРЯЧЕЙ ПРОКАТКИ ПО КОСВЕННОМУ ПРИНЦИПУ

В статье содержится общее описание работы системы автоматического регулирования натяжения (САРН) чистовой группы непрерывного широкополосного стана горячей прокатки, построенной на основе «безразличных» петледержателей с косвенным измерением натяжения. Также сравнивается прокатка на примере одного межклетевого промежутка с применением петледержателей и без.

Ключевые слова: система автоматического регулирования натяжения (САРН), петледержатель, натяжение полосы, регулятор петли.

При прокатке в непрерывных листовых станах полоса на участке между клетями находится в упруго-напряжённом состоянии, что является одной из главных особенностей технологического процесса. Основная причина, определяющая необходимость прокатки с натяжением, заключается в том, что без натяжения полосы процесс прокатки в непрерывном листовом стане осуществить невозможно, так как при прокатке